

నిప్పుత్తి మరియు అనుపాతము

11.1 ఉపోద్ఘాతం

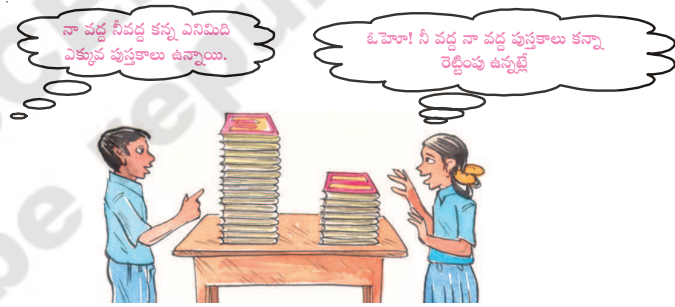
నిత్యజీవితంలో మనం రాశులను వివిధ రకాలుగా పోలుస్తాము. మార్కెట్లో చౌక మొదలగు విషయాలను పోల్చుకుంటాం. కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.

ప్రతి రోజు సత్య మరియు మధుకర్ స్కూల్కు వెళ్ళేముందు పాలు తాగుతారు. సత్య రెండు చెంచాల చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలుపగా, మధుకర్ ఒక చెంచా చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలిపారు.



ఎవరి కప్పులోని పాలు తియ్యగా ఉంటాయి? రుచిచూడకుండా మనం చెప్పగలమా?

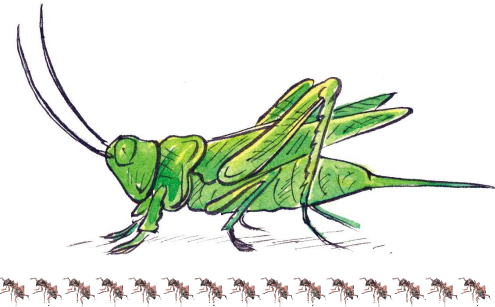
శారద 3 చెంచాల చక్కెరను 2 కప్పుల పాలలో కలిపింది. ముగ్గురి కప్పుల లోని పాల తియ్యదనాన్ని పోల్చండి? కింది సందర్భాన్ని పరిశీలించండి.



సిరి వద్ద 8 నోట్పుస్తకాలు మరియు రవి వద్ద 16 నోట్పుస్తకాలు ఉన్నాయి.

పోల్చడానికి రవి వాటి సంఖ్యల్లోని తేడాలతో పోల్చితే, సిరి భాగాహారం ద్వారా పోల్చింది. ఒక రాశి ఇంకొక రాశికన్నా ఎంత ఎక్కువ, లేదా ఎంత తక్కువ అని పోల్చడాన్ని వ్యవకలనంతో పోల్చడం అంటారు. అలాగే ఒకరాశిమరొక రాశికి ఎన్ని రెట్లు ఎక్కువ లేదా ఎన్నిరెట్లు తక్కువ అని పోల్చడమే భాగాహారంతో పోల్చడం అంటారు.

రాశులను వ్యవకలనంతో పోల్చడం మరియు భాగాహారంతో పోల్చడానికి సంబంధించి మూడు సంఘటనలను ఉదాహరించండి. మనం ఒక మిడుత మరియు ఒక చీమ పొడవులను పోల్చడానికి వాటి పొడవుల తేడాను కనుక్కోవడం



ద్వారా పోల్చడం సాధ్యంకాదు. 4 లేదా 5 సెం.మీ. పొడవుండే మిడుతను, చాలా కొద్ది మి.మీ. పొడవుండే చీమ పొడవుతో పోల్చడం సరికాదు. వాటి పొడవుల తేడా దాదాపు 4 సెం.మీ. మాత్రమే ఉంటుంది. ఇది వాటిమధ్య పెద్దతేడాను గుర్తింపజేయదు. దీనికన్నా ఒక చీమ వెనుక మరొక చీమను అమర్చడం ద్వారా ఎన్నిచీమల పొడవు మిడుత పొడవుకు సరిపోతుందో పోల్చవచ్చు. ఇలా 15 నుంచి 20 చీమల పొడవు ఒక మిడుత పొడవుకు సమానమవుతుందని భావించవచ్చు.

మరొక ఉదాహరణను చూడండి.

ఒక కారు ధర ₹ 2,50,000 మరియు ఒక మోటారు బైక్ ధర ₹ 50,000 వాటి మధ్యగల తేడాను పోల్చడం ద్వారా తేడా ₹ 2,00,000 అని చెప్పవచ్చు. ఈ తేడా ఎంత విస్తరణ కలిగివుందో అర్థం చేసుకోలేం. అదేభాగహారిక పోలిక

$$\text{ద్వారా అనగా } \frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$$

ప్రతి ఒక కారు ధరకు మనం 5 మోటారు బైక్లను కొనగలమని తెలుస్తుంది. ఈ విధంగా, కొన్ని సందర్భాల్లో భాగహారంతో పోల్చడం అనే ప్రక్రియ వ్యవకలనంతో పోల్చడం కన్నా మరింత అర్థవంతంగా వుంటుందని తెలుస్తోంది.

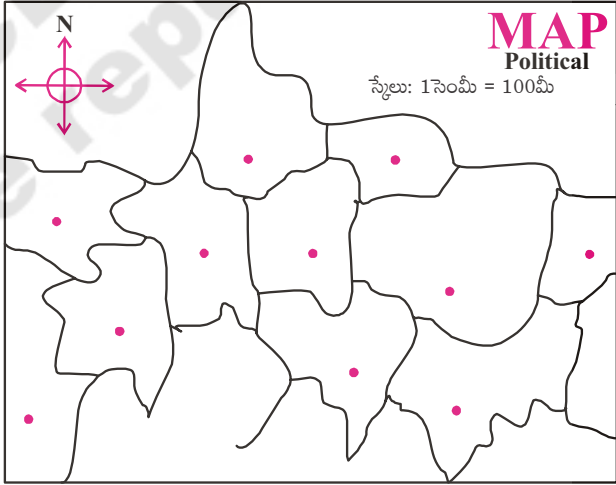
మరొక ఉదాహరణను చూద్దాం.

లత వయస్సు 3 సం॥లు, కరీమ్ వయస్సు 18 సం॥ దీన్నించి కరీం, లత కన్నా 15 సం॥లు పెద్ద. రహీమ్ వయస్సు 65 సం॥లు, రేష్మ వయస్సు 50 సం॥లు. వారి వయస్సుల తేడా రెండు సందర్భాల్లోనూ 15సం॥లే. లత, కరీమ్ల వయస్సుల తేడా 15 సం॥లు అయినప్పటికీ ఈ రెంటినీ ఒకే రకంగా పోల్చలేం. దీనకన్నా, కరీం వయస్సు లత వయస్సుకు ఆరు రెట్లు అని చెప్పడం మేలు.

ఈ విధమైన భాగహారం ద్వారా పోల్చటాన్నే నిష్పత్తి అంటారు. ఈ అధ్యాయంలో నిష్పత్తి గురించి వివరంగా తెలుసుకుందాం. ఇదే విధంగా పోల్చటానికి మరొక ఉదాహరణని మ్యాప్‌ని తయారు చేయడం ద్వారా పరిశీలిద్దాం.

పటాన్ని చూడండి.

వాస్తవ దూరాలతో పోలిస్తే మ్యాపు పై ప్రదేశాలు చాలా దగ్గరగా చూపబడినవి. పటంలో దూరానికి, ప్రదేశాల మధ్య వాస్తవ దూరానికి గల సంబంధాన్ని “స్కేలు” తెలియజేస్తుంది. ఉదాహరణకు పటంలో 1సెం.మీ. దూరం 100 మీ.ల వాస్తవ దూరానికి సమానమయితే స్కేలు 1సెం.మీ. = 100 మీ. అంటారు. అంటే పటంలో రెండు ప్రదేశాల మధ్యదూరం వాస్తవంలో 10000 వ వంతు ఉంటుంది. అంటే పటంలో 5 సెం.మీ. గా చూపబడిన దూరం నిజానికి 500మీ. ఉంటుంది. వ్యవకలన పోలిక ద్వారా చెప్పినట్లైతే వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికన్నా 499 మీ. 95 సెం.మీ. ఎక్కువ ఉంటుంది. కానీ వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికి 10,000 రెట్లు ఎక్కువ అని చెప్పడమే అర్థవంతంగా ఉంటుంది.



$$\text{కాబట్టి మొదటి ఉదాహరణలో రవి, సిరి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి} = \frac{16}{8} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

దీనిని 2 : 1 అని చదువుతాము.

$$\text{పోలికలో వరుస మార్చిన, సిరి, రవి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

రెండు రాశులను పోల్చినపుడు ఆ రాశుల క్రమాన్ని దృష్టియందుంచుకోవాలి.

ప్రయత్నించండి.



ఉదాహరణను పరిశీలించి పట్టికను నింపండి.



క్ర.సం.	మొదటి బుట్టలోని వస్తువులరాశి	రెండవ బుట్టలోని వస్తువులరాశి	పోలిక సత్యము ప్రవచనము	నిష్పత్తి	వరుసను మార్చుట ద్వారా పోలిక	నిష్పత్తి
1.	2 ఆపిల్స్	6 ఆపిల్స్	మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్య, రెండవ బుట్ట లోని ఆపిల్స్లో మూడవ వంతు ఉంటుంది.	1 : 3	రెండవ బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్య, మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్యకు 3 రెట్లు	3 : 1
2.	500 గ్రా.ల రాగి	1000 గ్రా.ల ఇనుము				
3.	ఒక T షర్ట్ వెల ₹ 200	ఒక కోటు వెల ₹1000				

11.2 వివిధ ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చుట

ఒక చెట్టు పొడవు 13 మీ.

పటములో ఆ చెట్టు 26 సెం.మీ. గా చూపబడినది.

పటంలో ఆ చెట్టు పొడవు వాస్తవ పొడవుకు రెట్టింపు అనవచ్చా? అనకూడదని మనకు తెలుసు. చెట్టు పొడవు 13 మీ.

అంటే $13 \times 100 = 1300$ సెం.మీ.

పటంలో పొడవు = 26 సెం.మీ.

అంటే పటంలో ఎత్తుకి, వాస్తవ ఎత్తుకు గల నిష్పత్తి = $\frac{26}{1300} = \frac{1}{50}$

అంటే వాస్తవ ఎత్తు పటంలో చూపబడిన ఎత్తుకు 50 రెట్లు ఉంటుంది.

అంటే “పోల్చబడే రాశులు ఎల్లప్పుడూ ఒకే ప్రమాణాలలో ఉండాలి” సాధారణంగా రెండు రాశులు a, b ల నిష్పత్తి a : b అని రాస్తారు. a, b ల నిష్పత్తి అని చదువుతారు.

a : b నిష్పత్తిలో a, b లను నిష్పత్తిలోని పదాలు అంటారు. a ని ప్రథమ పదమని b ని ద్వితీయ పదమని అంటారు.

ఉదా 1 : రఫీ వద్ద 16 ఎర్ర గోళీలు, 4 నీలం రంగు గోళీలు కలవు. రఫీ వద్దనున్న ఎర్రని, నీలం రంగు గోళీల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన : ఎర్ర గోళీలు : నీలం గోళీలు = 16 : 4
= 4 : 1

ఎర్ర గోళీలు నీలం రంగు గోళీలకు నాలుగు రెట్లు.





అభ్యాసము - 11.1

1. పట్టికను నింపండి.

క్ర.సంఖ్య	మొదటి పరిమాణము	రెండవ పరిమాణము	నిష్పత్తి
i)			3 : 5
ii)			
iii)			
iv)			
v)			

2. పోల్చండి.

- ఎ) నీలం గడుల సంఖ్య ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు రెట్లు
 బి) ఎర్ర గడుల సంఖ్య నీలం రంగు గడుల సంఖ్యకు రెట్లు
 సి) నీలం గడుల సంఖ్యకు, ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి



3. కింది వాటిని సాధించండి.

- ఎ) ఒక పాల వ్యాపారి ప్రతి లీటరు పాలకు 250 మీ.లీ. నీటిని కలుపును. అతను అమ్మే పాలలో నీటి, పాల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.
 బి) సత్య తల్లి 4 కిలోల కంది పప్పును 50 గ్రా. మిరప పొడిని కొన్నది. మిరప పొడి, కందిపప్పు బరువుల నిష్పత్తి ఎంత? కందిపప్పు, మిరపపొడి బరువుల నిష్పత్తి ఎంత?
 సి) రాణి తన ఇంటినుండి పాఠశాలకు 30 నిమిషాలలో చేరగలదు. అదే దూరాన్ని ఇస్మాయిల్ 1/2 గంటలో నడవగలడు. రాణి నడక సమయానికి, ఇస్మాయిల్ నడక సమయానికి గల నిష్పత్తి ఎంత?

11.2 వివిధ సందర్భాలలో నిష్పత్తి

ఆరవ తరగతి చదువుచున్న శ్లోక, మహేష్ లు సంచయిక పొదుపు పథకంలో వరుసగా ₹ 50, ₹ 100 పొదుపు చేశారు. తరగతిలోని విద్యార్థులందరూ కలిసి ₹ 2000 లను పొదుపు చేశారు. వారు పొదుపు చేసిన మొత్తాన్ని తరగతి మొత్తంతో పోల్చారు.

శ్లోక, మహేష్ పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 50 : 100

శ్లోక, తరగతి మొత్తం పొదుపుచేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 50 : 2000

మహేష్, తరగతి మొత్తం పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 100 : 2000

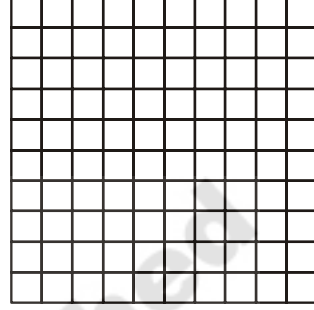
11.3 కృత్యము

ఒక గళ్ళ కాగితం తీసుకొనుము. ఒక పాచికను విసురుము. పాచిక ముఖంపై కనబడిన సంఖ్యకు సమాన సంఖ్యలో గళ్ళ కాగితంపై గళ్ళను నీకునచ్చిన రంగుతో నింపుము.



ఇప్పుడు నీ మిత్రునివంతు : నీ మిత్రుడు పాచిక విసరడం ద్వారా వచ్చిన సంఖ్యకు సమానమైన గడులను అతనికి నచ్చిన రంగుతో నింపాలి.

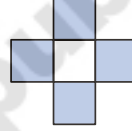
1. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, నీ మిత్రుడు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
2. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
3. నీ మిత్రుడు రంగునింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపబడిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
4. ఇంకనూ ఈ ఆటలో నిష్పత్తులు మిగిలియున్నవా? నీ మిత్రునితో చర్చించుము.



ప్రయత్నించండి.

ఇచ్చిన పటములో

- ఎ) రంగు చేయబడిన, రంగు చేయబడని భాగాలకు
- బి) రంగు చేయబడిన, మొత్తం భాగాలకు
- సి) రంగు చేయబడిన, మొత్తం భాగాలకు గల నిష్పత్తులను కనుగొనండి.



11.4 విభిన్న సందర్భాలలోని సమాన నిష్పత్తులు

కింది వానిని గమనించండి.

- ఒక గది పొడవు 30మీ. మరియు వెడల్పు 20మీ. అయిన గది పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ అంటే 3 : 2
- ఒక విహార యాత్రలో 24 మంది బాలికలు, 16 మంది బాలురు పాల్గొన్నారు. బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ అంటే 3 : 2
పై రెండు సందర్భాలలోనూ నిష్పత్తి 3 : 2 అవుతుంది.
- కావున 30 : 20 మరియు 24 : 16 అను నిష్పత్తులను కనిష్ట పదాలలో తెలిపిన 3 : 2 అవుతుంది. ఇవి సమాన లేదా తుల్య నిష్పత్తులు.
నిష్పత్తి 3 : 2 అయ్యే సందర్భాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలను చెప్పగలవా?
ఒక నిర్దుష్ట నిష్పత్తికి అనుకూలమైన సందర్భాలను రాయడం తమాషాగా ఉంటుంది. 2 : 3 నిష్పత్తికి కింది రెండు ఉదాహరణలు ఈయబడ్డాయి. మీరు మరో మూడు ఉదాహరణలు రాయండి.
- ఒక బల్ల యొక్క వెడల్పు, పొడవుల నిష్పత్తి 2 : 3
- షీనా వద్ద 2 గోళీలు, ఆమె మిత్రురాలు షబ్నూమ్ వద్ద 3 గోళీలుకలవు. షీనా మరియు షబ్నూమ్ వద్ద గల గోళీల నిష్పత్తి 2 : 3

ఉదా 2 : ఒక గణిత తరగతిలో 16 మంది బాలురు, 20 మంది బాలికలు కలరు. తరగతిలోని బాలుర సంఖ్యకు, బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిని కనుగొని దానిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.

సాధన : అనిల్ ఈ సమస్యనే ఇలా సాధించాడు.

$$\text{బాలుర సంఖ్యకు బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి} = 16 : 20$$

$$= \frac{16}{20} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{అనిల్ కనిష్ట పదాలలో తెల్పిన నిష్పత్తి} = 4 : 5$$

ఒక నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప మరే ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకములు లేనిచో ఆ నిష్పత్తి సూక్ష్మ రూపంలో లేదా కనిష్ట పదాలలో ఉంది అంటారు.

ప్రయత్నించండి.

1. కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.

నిష్పత్తి	1:2	2:3	5:7		
నిష్పత్తికి 1రెట్లు	1:2				
2రెట్లు		4:6			
3 రెట్లు			15:21		
4 రెట్లు				12:16	
5 రెట్లు					20:25



2. పట్టికను పూరించండి.

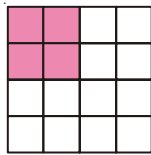
పూరించండి.

రూ. 1 = పైసలు
 1000 గ్రా. = కి. గ్రా.
 1 గంట = నిమిషాలు
 100 సెం. మీ. = మీటర్లు.
 1 నిమిషం = సెకండ్లు
 1 మిల్లీమీటర్లు = సెం. మీ.

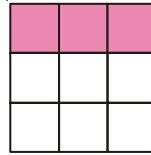
క్ర.సం.	మొదటి రాశి	రెండవ రాశి	నిష్పత్తి	కనిష్ట పదాలలో నిష్పత్తి
1.	20 పైసలు	₹. 1		
2.	800 గ్రా.	1 కి. గ్రా.		
3.	1 గంట	30 నిమిషాలు		
4.	2 మీ.	125 సెం. మీ.		
5.	3 నిమిషాలు	45 సెం. మీ.		
6.	30 మి. మీ.	1 సెం. మీ.		

గుర్తుంచుకోండి!
 ఒకే ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చటమే నిష్పత్తి

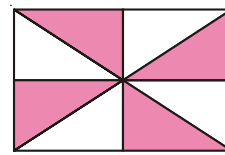
3. కింది పటంలో రంగు వేయబడిన, రంగువేయబడిన, రంగువేయబడిన భాగాలకు గల నిష్పత్తిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.



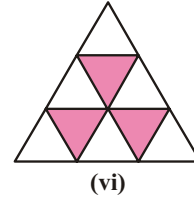
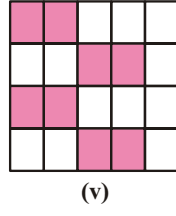
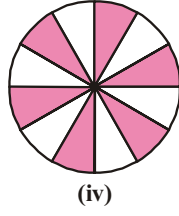
(i)



(ii)



(iii)



అభ్యాసం - 11.2

- కింది వానిలో కనిష్ఠ పదాలలో ఉన్న నిష్పత్తులు ఏవి? లేని వాటిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.
i) 2:3 ii) 16:20 iii) 5:6 iv) 20:60 v) 8:15 vi) 19:2
- ఒక సంచిలో 20 కిలోల బియ్యం మరొక సంచిలో 60కిలోల గోధుమలు కలవు. అయిన బియ్యం మరియు గోధుమల బరువుల నిష్పత్తి ఎంత? బియ్యం బరువుకు, మరియు రెండు సంచుల మొత్తం బరువుకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- ఒక తరగతిలోని మొత్తం 32 మంది విద్యార్థులలో 12 మంది బాలికలు కలరు. అయిన
ఎ) తరగతిలోని బాలుర, బాలికల నిష్పత్తి ఎంత?
బి) బాలుర సంఖ్యకు మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
సి) బాలికల సంఖ్యకు, మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
- ఒక చతుర్భుజిని గీయండి. దానిని కొన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించండి. రంగు వేయబడిన భాగాలకు, రంగు వేయబడని భాగాలకు నిష్పత్తి 1 : 3 ఉండునట్లుగా కొన్ని భాగాలకు రంగులు వేయండి.
ఇదేవిధంగా మరో రెండు పటాలను గీచి రంగులు వేయండి.
- ఇవ్రూన్ 2 లీటర్ల నూనెను, విజయ్ 500మి.లీ. ల నూనెను తెచ్చెను. ఇవ్రూన్, విజయ్లు తెచ్చిన నూనెల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- అబ్రహాం బరువు 20 కి.గ్రా. మరియు అతని తండ్రి బరువు 60 కి.గ్రా. అయిన అబ్రహాం మరియు అతని తండ్రి బరువుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి. మరియు ఆ నిష్పత్తిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.
- రాము తన వద్ద ఉన్న డబ్బులో $\frac{2}{5}$ ఒక కథల పుస్తకంపై ఖర్చుపెట్టెను. అయిన రాము ఖర్చు పెట్టిన డబ్బుకు మరియు మొదట అతని వద్ద గల డబ్బుకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

11.5 ఒకరాశిని ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో విభజించుట

ఉదా 3 : స్నిగ్ధపుట్టిన రోజున ఆమె తండ్రి ఒక పూల గుత్తిని తెచ్చెను. దానిలోని మొత్తం 18 పూలలో ఎరుపు రంగు, పసుపు రంగు పూలకు గల నిష్పత్తి 1 : 2 అయిన ఎరుపురంగు, పసుపు రంగు పూల సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన : ఎరుపు రంగు పూలకు, పసుపు రంగు పూలకు గల నిష్పత్తి = 1 : 2

$$\begin{aligned}
 \text{నిష్పత్తిలోని భాగాల మొత్తం} &= 1 + 2 = 3 \\
 \text{మొత్తం పూల సంఖ్య} &= 18 \\
 \text{3 భాగాలు} &= 18 \text{ పూలు} \\
 \text{ఒక్కొక్క భాగం} &= 18/3 = 6 \text{ పూలు} \\
 \text{ఎరుపు రంగు పూలు} &= 1 \text{ భాగం} = 1 \times 6 = 6 \text{ పూలు} \\
 \text{పసుపు రంగు పూలు} &= 2 \text{ భాగాలు} = 2 \times 6 = 12 \text{ పూలు}
 \end{aligned}$$

ఉదా 4 : ఒక స్వర్ణకారుడు ఆభరణాల తయారీలో బంగారాన్ని, రాగిని 7 : 2 నిష్పత్తిలో కలుపుతాడు. ఒక ఆభరణం బరువు 45 గ్రా. అయిన దానిలోని బంగారం, రాగిల బరువులను కనుగొనండి.

సాధన : ఆభరణంలోని బంగారం, రాగిల నిష్పత్తి = 7 : 2
 నిష్పత్తిలోని పదాల మొత్తం = 7+2 = 9
 9 భాగాల బరువు = 45 గ్రా.
 1 భాగం బరువు = 45 ÷ 9 = 5 గ్రా.
 బంగారం బరువు = 7 భాగాలు = 7×5 = 35గ్రా.
 రాగి బరువు = 2 భాగాలు = 2×5 = 10 గ్రా.

ఉదా 5 : రేఖా ఖండం AB 5 సమాన భాగాలుగా విభజించబడినది.



ఎ) రేఖా ఖండం AB ని X విభజించు నిష్పత్తిని కనుగొనుము.
 బి) AB పొడవు 15 సెం.మీ. అయిన AX మరియు XB ల పొడవులెంతెంత?

సాధన : రేఖా ఖండం AB ను X విభజించు నిష్పత్తి = 3 : 2

మొత్తం భాగాల సంఖ్య = 3 + 2 = 5

AB పొడవు = 15 సెం.మీ.

5 భాగాలు = 15 సెం.మీ.

ఒక్కొక్క భాగం పొడవు = $\frac{15}{5} = 3$ సెం.మీ.

AX పొడవు = 3 భాగాలు = 3 × 3 = 9 సెం.మీ.

XB పొడవు = 2 భాగాలు = 2 × 3 = 6 సెం.మీ.

ఉదా 6 : హరి మరియు తేజ కొంత సొమ్మును లాటరీలో గెలిచారు. వారు దానిని 5:3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనగా తేజకు రూ.150 లు వచ్చినవి. అయిన హరికి వచ్చు వాటా ఎంత? గెలిచిన మొత్తం ఎంత?

సాధన : హరి మరియు తేజలు పంచుకొనిన నిష్పత్తి = 5 : 3

తేజ వాటా = 3 భాగాలు = ₹ 150

1 భాగం = $\frac{150}{3} = ₹ 50$

కావున హరి వాటా = 5 భాగాలు = 5×50 = ₹ 250

మొత్తం సొమ్ము = 250 + 150 = ₹ 400



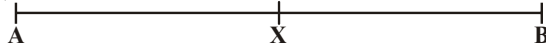
అభ్యాసం - 11.3

1. ఒకసంచితోని 25 గోళీలను రాహుల్ మరియు కిరణ్లు 2 : 3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనెను. అయిన

ఎ) కిరణ్కు వచ్చు గోళీలెన్ని? బి) రాహుల్కి వచ్చు గోళీలు ఎన్ని?

2. రేఖా ఖండము AB పొడవు 14 సెం.మీ. AB పై ఒకబిందువు X, \overline{AB} ను X ను 3:4 నిష్పత్తిలో విభజించిన AX మరియు XB పొడవులను కనుగొనండి.

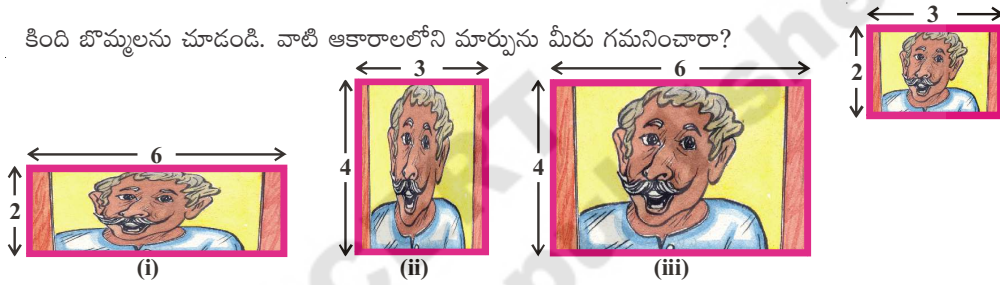
3. గీత మరియు లక్ష్మీ ఒక ఆటలో ₹ 1050 ను గెలుచుకొన్నారు. వారు ఆ మొత్తాన్ని 3:4 నిష్పత్తిలో పంచుకొన దలచిన ఒక్కొక్కరికి వచ్చు సొమ్మెంత?
4. ₹ 3600 ను సత్య మరియు విష్ణులకు 3 : 5 నిష్పత్తిలో పంచిన ఒక్కొక్కరి వాటా ఎంత?
5. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 132 మరియు వాని నిష్పత్తి 5:6 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?
6. క్రింది పటములో X బిందువు AB ను విభజించు నిష్పత్తిని అంచనావేయండి. వాస్తవంగా కొలిచి చూడండి. మీ సమాధానమును సరిచూడండి.



7. ఒక ఉద్యోగి రాబడి మరియు పొదుపుల నిష్పత్తి 11:2 ఉద్యోగి ఖర్చు ₹ 5346 అయిన అతని రాబడి, పొదుపులెంత?

11.6 అనుపాతము

కింది బొమ్మలను చూడండి. వాటి ఆకారాలలోని మార్పును మీరు గమనించారా?



పైన బొమ్మలలో మీరు గమనించిన మార్పులు ఏమి? 1, 2 పటాల ఆకారాలలో మార్పులు పొందినది. కానీ 3 వ పటం “అసలు” తో పోల్చిన పెద్దదిగా మాత్రమే చేయబడినది. కానీ ఆకారంలో మార్పులేదు. ఎందుకంటే పరిమాణంలో మార్పు కలిగి ఆకారంలో మార్పును పొందక పోవడమే.

మూడు పటాల పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తులను కనుగొని చూద్దాం.

అసలు పటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 3 : 2

మొదటిపటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 6:2 అంటే కనిష్ట పదాలలో 3 : 1

రెండవ పటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 4 : 3

మూడవ పటంలో పొడవు మరియు వెడల్పుల నిష్పత్తి = 6:4 కనిష్ట పదాలలో 3:2. ఈ నిష్పత్తి అసలు పటంలో నిష్పత్తికి సమానం. కనుక మూడవ పటం మొదటి పటానికి అనుపాతంలో ఉంది అని చెప్పవచ్చు. అంటే నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతము చెప్తాం.

సాధారణంగా రెండు పదాలు 'a', 'b' లనిష్పత్తి 'c', 'd' లనిష్పత్తికి సమానమైతే 'a', 'b', 'c', 'd' లు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటారు. దీనిని $a:b :: c : d$ గా రాస్తారు.

క్రింది ఉదాహరణను గమనించండి.

భావిక వద్ద 28 గోళీలు వినీల వద్ద 180 పూలు కలవు. వారు వీటిని పంచుకొన్నారు. భావిక 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది. వినీల తనవద్ద ఉన్న 180 పూలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కానీ ఇలా పంచుకోవటం ద్వారా తనకు సరియైన న్యాయం లభించలేదని వినీల అనుకొంది. భావిక తనకు తక్కువ గోళీలను ఇచ్చిందని వినీల అనుకొంది.

నీ అభిప్రాయం ఏమిటి?

వినీల ఆలోచన సరియేనా? విని మరియు భావికలు పరిష్కారం కోసం వినీల అమ్మ పూజను అడిగారు.

పూజ ఇలా వివరించింది.

భావిక తన వద్ద ఉన్న 28 గోళీలలో 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది.

కావున గోళీలనిష్పత్తి $14:28 = 1:2$

మరియు వినీల తన వద్ద ఉన్న 180 పూలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కావున పూల నిష్పత్తి $90 : 180 = 1:2$ రెండు నిష్పత్తులు సమానం కావున పంచుకొనుటలో అన్యాయమేమీ లేదు. మీరు పూజ వాదన వివరణతో ఏకీభవిస్తారా? ఆలోచించండి!

ఉదా 7 : రాజు వద్ద ₹ 12 మరియు భరత్ వద్ద ₹ 18 కలవు. వారు కలసి మొత్తం డబ్బుతో 20 పెన్సిళ్ళను కొనితెచ్చారు.

i) భరత్ ఇద్దరికి చెరి 10 పెన్సిళ్ళు అన్నాడు.

ii) రాజు తనకు 8, భరత్ కు 12 పెన్సిళ్ళు అన్నారు.

ఎవరి లెక్క సరియైనది? వివరించండి.

సాధన : రాజు, మరియు భరత్ ల డబ్బుల నిష్పత్తి $= 12 \div 18$
 $= 12 \div 6 : 18 \div 6$
 $= 2 : 3$

ఎ) భరత్ ప్రకారం పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తి $= 10 : 10$
 $= 10 \div 10 : 10 \div 10$
 $= 1 : 1$

పెన్సిళ్ళను సమాన నిష్పత్తిలో పంచుకొంటే అది డబ్బుల నిష్పత్తికి అనుపాతంలో లేదు.

బి) రాజు ప్రకారం పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తి $= 8 : 12$
 $= 8 \div 4 : 12 \div 4$ (గ.సా.భా = 4)
 $= 2 : 3$

సరియైన పంపకం జరగాలంటే డబ్బుల నిష్పత్తి, పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తికి సమానం కావాలి. అంటే రాజు వివరణ సరియైనది. రాజుకు 8 పెన్సిళ్ళు, భరత్ కు 12 పెన్సిళ్ళు రావడం సరియైనది.

ప్రయత్నించండి.

5 గడులు కలిగిన గళ్ళ కాగితం తీసుకోండి.

--	--	--	--	--

3 గళ్ళకు ఎరుపురంగు, 2 గళ్ళకు పచ్చరంగును వేయండి.

దీనికి అనుపాతంలో ఉండునట్లు 10గళ్లు, 15 గళ్లు గల కాగితంలో ఎరుపు, పచ్చ రంగులతో నింపండి.

11.7 ఏకవస్తు మార్గము

రవి 3 కిలోల టమాటాలు కొందామనుకొన్నాడు. ఒక వ్యాపారి ₹ 40 కి 5 కిలోలని చెప్పగా మరొక వ్యాపారి 6 కిలోలు ₹ 42 చెప్పాడు.

రవి ఎవరి వద్ద కొనాలి? మొదటి వ్యాపారి వద్దనుండా? రెండవ వ్యాపారి వద్దనుండా?

3 కిలోలకు చెల్లించవలసిన మొత్తం ఎంత?

శ్రీదేవి రవి సమస్యకు ఇలా సలహా ఇచ్చింది. ఒక కిలో ధరను పోల్చమంది.

మొదటి వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాలు వెల = ₹ 40 ÷ 5 = ₹ 8

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాల వెల = ₹ 42 ÷ 6 = ₹ 7

రెండవ వ్యాపారి నుండి టమాటాలు కొనమని ఆమె సలహా ఇచ్చింది. మీరు ఆమె అభిప్రాయంతో ఏకీభవిస్తారా?

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 3 కిలోల టమాటాల వెల = ₹ 7 × 3 = ₹ 21

ఈ విధంగా ముందుగా ఒక యూనిట్ విలువ కనుగొని కావలసినన్ని యూనిట్లు విలువను కనుగొనే పద్ధతిని ఏకవస్తుమార్గం అంటారు.

ఉదా 8 : 12 పెన్సిళ్ళ ధర ₹ 24 అయిన 10 పెన్సిళ్ళ ధర ఎంత?

సాధన : మొదటగా 1 పెన్సిల్ ధరను కనుగొనాలి.

$$12 \text{ పెన్సిళ్ళ ధర} = ₹ 24$$

$$1 \text{ పెన్సిల్ ధర} = 24 \div 12 = ₹ 2$$

$$10 \text{ పెన్సిల్ ధర} = 10 \times 2 = ₹ 20$$

ఉదా 2 : 6 సీసాల పండ్ల రసం ₹ 210 అయిన 4 సీసాల పండ్ల రసం వెల ఎంత?

సాధన : 6 సీసాల పండ్ల రసం వెల = ₹ 210

$$1 \text{ సీసా పండ్ల రసం వెల} = 210 \div 6 = ₹ 35$$

4 సీసాల పండ్ల రసం వెలను పొందుటకు 1 సీసా వెలను 4 చే గుణించాలి.

$$\text{కావున } 4 \text{ సీసాల పండ్లరసం వెల} = 4 \times 35 = ₹ 140$$



అభ్యాసం - 11.4

- 3 యాపిల్స్ ధర ₹ 45 అయిన 5 యాపిల్స్ వెల ఎంత?
- లక్ష్మీ 7 పుస్తకాలకు ₹ 56 చెల్లించెను. కేవలం 3 పుస్తకాలకు ఎంత చెల్లించాలి?
- రీనా 300 గ్రా. బియ్యముతో నలుగురికి సరిపడా పలావు వండగలదు. 7 మందికి సరిపడా పలావు వండుటకు అవసరమైన బియ్యం ఎన్ని?
- 16 కుర్చీల ధర ₹ 3600 అయిన ₹ 4500 కు కొనగల్గిన కుర్చీల సంఖ్య ఎంత?
- స్థిర వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక రైలుబండి 2 గంటలలో 90 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అదే వేగంతో 540 కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టు సమయమెంత?

6. కుమార్ ఆదాయము 3 నెలలకు ₹ 15000. ఇదే వంతున
 ఎ) 5 నెలకు వచ్చు ఆదాయమెంత?
 బి) ₹ 95,000 లను ఎన్ని నెలలకు సంపాదించగలడు?
7. 7 మీటర్ల వస్త్రం వెల రూ.294 చొప్పున 5 మీటర్ల ధర ఎంత?
8. ఒక రైతు వద్ద గల గొట్టెలు, ఆవుల నిష్పత్తి 8:3
 ఎ) ఆవుల సంఖ్య 180 అయినప్పుడు గొట్టెల సంఖ్య ఎంత?
 బి) గొర్రెల సంఖ్యకు మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
 సి) మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు, ఆవుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
9. 3, 5, 15 మరియు 9 లు అనుపాతంలో ఉన్నవా? వీటి వరసను మార్చి అనుపాతంలో ఉండేట్లు వీలైనన్ని విధాలుగా రాయండి.
10. గడిచిన 30 రోజులలో ఉష్ణోగ్రతలు 15°C మేర పడిపోయినది. ఇదే విధంగా తగ్గచూ పోయిన రాబోయే 10 రోజులలో ఎంతమేరకు ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది?
11. ఖాళీలను పూరించండి.

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. ఎ) వెడల్పు మరియు పొడవుల నిష్పత్తి 2:5 అని ఈయబడినది. క్రింది పట్టికను పూరించండి.
 గదివెడల్పు(మీ.లలో) 10 ? 40
 గది పొడవు (మీ.లలో) 25 50 ?
 బి) మీ తరగతి గది పొడవు వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
13. గీత నెలకు ₹ 12000 సంపాదించును. దానిలో ₹ 3000 లను పొదుపు చేసిన
 ఎ) ఖర్చు, పొదుపు బి) పొదుపు, సంపాదన(సి) ఖర్చు, సంపాదనల నిష్పత్తులు కనుగొనండి.
14. ఒక కార్యాలయంలో పనిచేయుచున్న 45 మందిలో 25 మంది స్త్రీలు, మిగిలిన వారు పురుషులు అయిన
 ఎ) ఆ కార్యాలయంలోని స్త్రీ, పురుషుల నిష్పత్తి ఎంత?
 బి) పురుషుల సంఖ్యకు, స్త్రీల సంఖ్యకుగల నిష్పత్తి ఎంత?
15. ఒక సంచిలో కొన్ని పసుపు రంగు మిఠాయిలు, కొన్ని ఆకుపచ్చరంగు మిఠాయిలు కలవు. ప్రతి రెండు పసుపు రంగు మిఠాయిలకు 6 ఆకుపచ్చని రంగు మిఠాయిలు కలవు. ఈ సమాచారం ఆధారంగా పట్టికను నింపండి.

పసుపు		4	6		
ఆకుపచ్చ	6	12		24	
మొత్తం	8		24		40

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెలుపండి.

- i) ఆకుపచ్చ, పసుపురంగు మిఠాయిల నిష్పత్తి ఎంత?
 - ii) పసుపు రంగు మిఠాయిల సంఖ్య 8 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?
 - iii) మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య 32 అయినప్పుడు పసుపురంగు మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?
 - iv) మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య 40 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?
 - v) పసుపు రంగు మిఠాయిల సంఖ్య 16 అయినప్పుడు మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?
16. ఒక పాఠశాలలో చెప్పిన సర్వేలో ప్రతి 4మంది బాలికలకు 5 మంది బాలురు నమోదు అయినట్లుగా తెలిసింది. దీనినాధారంగా పట్టికను నింపండి.

బాలికలు	4	8			
బాలురు			15	20	
మొత్తం					45

- i) బాలికల మరియు బాలుర నిష్పత్తి ఎంత?
- ii) తరగతిలోని విద్యార్థుల సంఖ్య 27 అయిన బాలికల సంఖ్య ఎంత?
- iii) 54 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో బాలుర సంఖ్య ఎంత?
- iv) 20 మంది బాలికలు నమోదు అయిన నమోదు కాబడిన బాలుర సంఖ్య ఎంత?

మనం నేర్చుకున్నది.

1. ఒకే ప్రమాణాలలో వ్యక్తపరచబడిన రాశుల పోలికలను నిష్పత్తి అంటారు.
2. రెండు రాశులు 'a', 'b' ల నిష్పత్తిని ఈ క్రింది విధంగా చూపవచ్చు.
 - i) సంకేత రూపంలో $a : b$
 - ii) భాగహార రూపంలో $\frac{a}{b}$
 - iii) వాక్యరూపంలో a, b ల నిష్పత్తి
3. $a : b$ నిష్పత్తిలో 'a' ను నిష్పత్తి మొదటి పదమని 'b' ని నిష్పత్తి యొక్క రెండవ పదమని అంటారు.
4. నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేనిచో నిష్పత్తి కనిష్ట పదాలలో ఉంది లేదా సామాన్య రూపంలో ఉంది అని అంటారు.
5. నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతం అంటారు.
6. ఒక రాశి విలువను కనుగొని దాని ద్వారా కావలసినన్ని రాశుల విలువను కనుగొను విధానాన్ని ఏకవస్తు మార్గం అంటారు.

