

బీజగణిత పరిచయం

9.1 పరిచయం

మనం ఇంతవరకు సంఖ్యలను గురించి, జ్యామితీయ ఆకారాలను గూర్చి నేర్చుకున్నాం. సంఖ్యలనూ, వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణిత శాఖను అంకగణితము అని, జ్యామితి ఆకారాలను వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణితవిభాగాన్ని రేఖాగణితం అని తెలుసుకున్నాం. ఇప్పుడు గణితంలో బీజగణితం అనే మరొక గణిత విభాగాన్ని గురించి తెలుసుకుందాం.

బీజగణితంలో మనం ప్రధానంగా 'తెలియని రాశులను' బీజీయ అక్షరాలచే సూచిస్తాం. కొన్ని గణిత సమస్యలలో తెలియని రాశులను బీజీయ అక్షరాలతో సూచించి ఆ సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధిస్తాము. ఈ పద్ధతులను తెలుసుకుంటే మనం నిత్యజీవితంలోని అనేక గణిత సమస్యలను మరియు పజిల్స్ ను సులభంగా సాధించవచ్చు.

కింది సంభాషణ పరిశీలించండి.

దామిని, కౌశిక్ లు ఒకఆట ఆడుతున్నారు.

కౌశిక్ : నా సూచనలు పాటించి, చివరి ఫలితం చెబితే, నీ వయస్సు ఎంతో చెబుతాను.

దామిని : నా వయస్సు నీకు తెలుసుకదా! దీనిలో కొత్తేముంది?

కౌశిక్ : సరే. నీ స్నేహితుని వయస్సు తీసుకో. నేను ఆ వయస్సు చెబుతా.

దామిని : అలాగే. నీ సూచనలు చెప్పు

కౌశిక్ : మొదట, నీవు తీసుకున్న వయస్సును రెట్టింపు చేయు.

దామిని : సరే. చేశాను.

కౌశిక్ : దానికి 5 కలుపు. ఎంత ఫలితం వచ్చిందో చెప్పు

దామిని : బాగుంది. ఫలితం '27'

కౌశిక్ : ఇదిగో, నీ స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు.

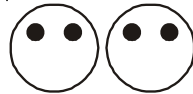
దామిని ఆశ్చర్యపోయింది. ఆమె కొంచెం ఆలోచించి వెంటనే అంది. "నాకు వయస్సు ఎలా కనుక్కోవాలో తెలిసిపోయింది".

మరినీకు కూడా ఆలోచన వచ్చిందా? మీరూ ప్రయత్నించండి.

9.2 అమరికలు - సూత్రాలు రూపకల్పన

9.2.1 అమరిక - 1

ప్రవీణ్ మరియు మౌళిక మనిషి ఆకారంలో గల ముఖాలను పటాలలో తయారుచేస్తున్నారు. వారు కళ్ళు చూపించడానికి నల్లబొట్లు వాడారు. మౌళిక 2 బొట్లు తీసుకొని



ముఖాన్ని తయారుచేసింది. ప్రవీణ్ కూడా 2 బొట్లు తీసుకొని ముఖాన్ని తయారుచేసి, మౌళిక ముఖాన్ని తయారుచేసిన దానికి ప్రవీణ్ మరొకటి జతచేశాడు. వారికి తోడుగా వారి స్నేహితుడు రహీం తోడయ్యాడు.



ఇలా 8 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్ని నల్లబొట్లు అవసరం అవుతాయి? అని రహీం అడిగాడు. మౌళిక వెంటనే 4 ముఖాలలో గల



నల్లబొట్లు లెక్కించి, దానిని రెట్టింపు చేసి వెంటనే '16' అని చెప్పింది. బాగుంది. అయితే 69 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్నిబొట్లు అవసరమాతాయని రహీం ప్రశ్నించాడు. దీనిని లెక్కించడం కష్టంగా మౌళిక, ప్రవీణ్ భావించారు. ముఖాల సంఖ్య పెరిగే కొలదీ, ఇది గణించడం కాలం వృధా అనిపించింది. దానికోసం వారు ఒక పద్ధతి ఎంచుకొన్నారు. క్రింది విధంగా పట్టిక రూపొందించుకున్నారు.

ముఖాల సంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన బొట్లు	2	4	6
అమరిక ఎలా ఏర్పడింది!	2×1	2×2	2×3

ముఖాలసంఖ్యకు, కావల్సిన నల్లబొట్ల సంఖ్యకు ఏమైనా సంబంధం మీరు గుర్తించారా? వీటి సంబంధాన్ని మౌళిక గుర్తించింది. ఉదాహరణకు 1 ముఖం తయారీకి కావల్సిన బొట్లు = 2

అంటే 2×1 అనగా $2 \times$ ముఖాల సంఖ్య

2 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్లు = 4

అంటే 2×2 అనగా $2 \times$ ముఖాల సంఖ్య

3 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్లు = 6

అంటే 2×3 అనగా $2 \times$ ముఖాలసంఖ్య

దీనినుండి ముఖాల సంఖ్యను రెట్టింపు చేస్తే కావాల్సిన నల్లబొట్లు సంఖ్య వస్తుందని గమనించారు.

అందుచే కావాల్సిన నల్లబొట్లసంఖ్య = ముఖాల సంఖ్య కు రెట్టింపు

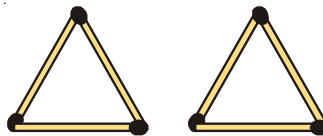
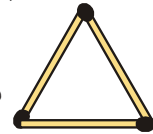
దీనినాధారంగా రహీం 69 ముఖాలకు కావాల్సిన బొట్లు సంఖ్యను తెలుసుకున్నాడు.

కావున 69 ముఖాలకు కావాల్సిన నల్లబొట్లు సంఖ్య = $2 \times 69 = 138$.

9.2.2 అమరిక - 2

త్రిభుజం ఏర్పరుచుటకు 3 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.

రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పరుచుటకు 6 అగ్గిపుల్లలు అవసరం త్రిభుజాలు ఏర్పరచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను క్రింది పట్టికలో చూద్దాం.



కింది పట్టికలో త్రిభుజాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మరియు త్రిభుజాల సంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారం ఇవ్వబడింది.

త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	18
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6

త్రిభుజాల సంఖ్యకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం ఏమౌతుంది?

కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = త్రిభుజాల సంఖ్యకు మూడురెట్లు

9.2.3 అమరిక 3

ఒక చతురస్రం ఏర్పరచుటకు 4 అగ్గిపుల్లలు అవసరం



రెండు చతురస్రాలు ఏర్పరచుటకు 8 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



మూడు చతురస్రాలు ఏర్పరచుటకు 12 అగ్గిపుల్లలు అవసరం. పై సమాచారాన్ని క్రింది పట్టికలో అమరిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో గమనించండి.



చతురస్రాల సంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	4	8	12
అమరిక (ఏర్పడిన విధానం)	4×1	4×2	4×3

అందుచే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = చతురస్రాల సంఖ్యకు 4 రెట్లు. ($4 \times$ చతురస్రాల సంఖ్య)

9.3 చరరాశి

మనం ఒకసారి 1వ అమరిక పరిశీలిద్దాం

ముఖాలసంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన బొట్ల సంఖ్య	2	4	6
అమరిక (ఏర్పడిన విధం)	2×1	2×2	2×3

పట్టికలో ముఖాల సంఖ్యలో మార్పు జరుగుతున్నప్పుడు (పెరుగుట) కావల్సిన నల్లబొట్లు సంఖ్యకూడా మార్పు జరుగుతున్నది (పెరిగింది) అదేవిధంగా ప్రతీసందర్భంలోనూ కావల్సిన బొట్ల సంఖ్య, ముఖాలసంఖ్యకు రెట్టింపు కావడం మనం గమనించవచ్చు.

దీనిని సులభంగా, సూక్ష్మంగా వ్రాయడానికి మన సౌకర్యార్థం ముఖాలసంఖ్యను 'm' గా, తీసుకుంటే కావల్సిన నల్ల బొట్టు సంఖ్య = $2 \times m$ దీనిని సులభంగా '2m' అని వ్రాయవచ్చు.

2m అంటే '2 × m' అని గమనించాలి. ఇది 2 + m కాదు.

అందుచే కావాల్సిన నల్లబొట్టు సంఖ్య = 2m అగును.

ఒక ముఖం తయారీకి $m = 1$ అయితే

కావాల్సిన నల్లబొట్టుసంఖ్య $2 \times 1 = 2$ అగును.

రెండు ముఖాల తయారీకి $m = 2$ అయితే కావాల్సిన బొట్టు సంఖ్య $2 \times 2 = 4$ అగును.

దీనిని బట్టి 3 ముఖాల తయారీకి ఎన్ని బొట్లు అవసరమో ఊహించగలరా? ఇది 6 కదా!

పై ఉదాహరణ ప్రకారం ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొన్నాము.

కావాల్సిన బొట్టు సంఖ్య = 2 m

ఇచ్చట 'm' అనేది ముఖాల సంఖ్య అయితే, దీని విలువలు వరుసగా 1, 2, 3, 4, అగును.

అందుచే 'm' అనే ఒక చరరాశి. ఇది స్థిరమైన విలువ కలిగి వుండక, అనేక విలువలు తీసుకుంటుంది. దీనిని బట్టి కావాల్సిన బొట్టు సంఖ్య మారుతూ ఉంటుంది.

ఇప్పుడు మనం 2 వ అమరికను పరిశీలిద్దాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లలు	3	6	9	12	15	18
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6

దీనిని బట్టి త్రిభుజాల సంఖ్యకూ, వాటిని ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సంబంధం ఏర్పరచి సూత్రం కనుగొందాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య 'y' అయితే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య '3y' అవుతుంది. ఇచ్చట 'y' అనే రాశికి వివిధ విలువలు ఇస్తాం. అంటే $y = 1, 2, 3, 4, \dots$ అంటే 'y' విలువ ఎప్పుడీకప్పుడు మారుతూ ఉంటుంది. అందుచే 'y' అనేది చరరాశికి ఒక ఉదాహరణ అగును.

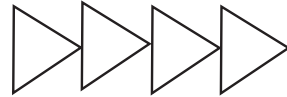
మరల ఒకసారి మూడవ అమరికను కూడా పరిశీలించి దాని సూత్రం కూడా కనుగొందాం. చతురస్రాలు ఏర్పరుచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సరిపడు సూత్రం కనుగొనటానికి ప్రయత్నించు. చతురస్రాల సంఖ్యకు 'n' అనే చరరాశిని తీసుకొని సూత్రం రాయండి.

ప్రయత్నించండి.

1. ప్రక్క అగ్గిపుల్లల అమరికకు తగిన సూత్రం రాయండి.

2. 'H' అక్షరాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు

సూత్రం రాయండి. 'L' అక్షరం క్రమంలో అమర్చినపుడు ఈ నియమం ఏమౌతుంది?



9.4 మరిన్ని అమరికలు

కింది అగ్గిపుల్లల అమరిక పరిశీలించండి.



ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య పరిశీలిద్దాం.

ఏర్పరిచే ఆకారాలు	1	2	3	4	5
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లలు	4	7	10	13
అమరిక	$(3 \times 1) + 1$	$(3 \times 2) + 1$	$(3 \times 3) + 1$	$(3 \times 4) + 1$

కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుక్కోవడానికి సూత్రం = $3 \times (\text{చతురస్రాలసంఖ్య}) + 1$

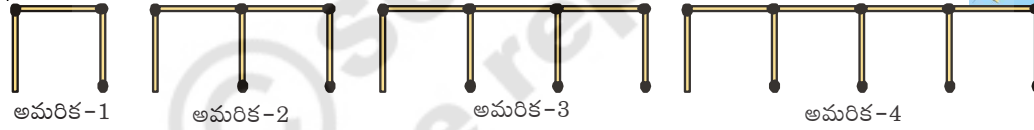
చతురస్రాల సంఖ్య 's' అయిన కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $(3 \times s) + 1$

= $3s + 1$

's' అనే చరరాశిని ఆకారాల సంఖ్యకు వాడాలి.

ప్రయత్నించండి.

కింది ఆకారాలను అమర్చడానికి అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను పరిశీలించండి.



(i) పై అమరికలో ప్రతీ ఆకారాల సమూహానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం కనుగొనండి.

(ii) పై విధంగా ఉండే 12 ఆకారాల సమూహాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెల్పుండి.

చరరాశులను సూచించడానికి మనం m, n, p, s, x, y, z వంటి అక్షరాలను ఉపయోగిస్తాం. చరరాశికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. ఏ అక్షరము ఏ సంఖ్యనయినా సూచించవచ్చు. పై ఉదాహరణలలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్యలను తెలుపడానికి మనం m, y, s వంటి అక్షరాలను చరరాశులుగా సూచించాము.

ఇటువంటివి మరిన్ని సంబంధాలను చరరాశులను ఉపయోగించి రూపొందించవచ్చు.

ఉదాహరణ 1 : రామువద్ద రహీంవద్ద కన్నా 3 పెన్సిళ్ళు ఎక్కువ ఉన్నాయి. రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లను బట్టి రామువద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.

సాధన : రహీం వద్ద 2 పెన్సిళ్లు ఉంటే రామువద్ద ఉండేవి $2+3 = 5$ పెన్సిళ్లు.

రహీం వద్ద 5 పెన్సిళ్లు ఉంటే రామువద్ద ఉండేవి $5+3 = 8$ పెన్సిళ్లు

రహీం వద్ద ఎన్ని పెన్సిళ్ళున్నవో తెలియదు

కాని మనకు తెల్సింది రాముని వద్ద గల పెన్సిళ్ళు = రహీంపెన్సిళ్లు + 3

అందుచే రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లసంఖ్యను 'n' అనుకుంటే రామువద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్య = $n + 3$ అగును.

ఇచ్చట $n = 1, 2, 3, \dots$ అగును. అందుచే 'n' అనే ఒక చరరాశి.

ఉదా 2 : హేమ, మాధవి ఇద్దరు అక్కచెల్లెళ్లు. మాధవి హేమకన్నా 3 సంవత్సరాలు చిన్నది. మాధవి వయస్సును హేమ వయస్సుతో పోల్చి సూత్రం రాయండి.

సాధన : మాధవి, హేమకన్నా 3సంవత్సరాలు 'చిన్నది' అని ఇవ్వబడింది.

హేమ వయస్సు 10 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $10-3 = 7$ సంవత్సరాలు

హేమ వయస్సు 16 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $16-3 = 13$ సం॥

హేమ వయస్సు ఖచ్చితంగా తెలియనప్పుడు, ఏ వయస్సును తీసుకున్ననూ, మాధవి వయస్సు తెలుసుకోవాలి.

హేమ వయస్సు 'p' సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు "p-3" సంవత్సరాలు అగును. ఇచ్చట 'p' అనేది చరరాశికి ఉదాహరణ. దీనికి 1, 2, 3, ... వంటి విలువలు ఇస్తాం.

దీనినుండి 'p' = 10 అయిన $p - 3 = 7$ మరియు $p = 16$ అయిన $p - 3 = 13$ అని తెలుస్తుంది.

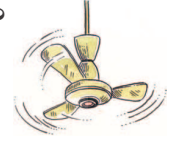


అభ్యాసం 9.1

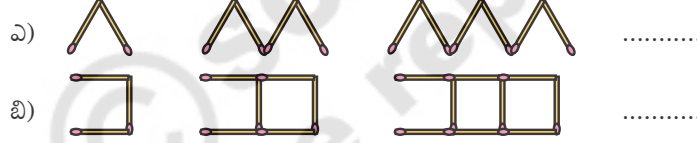
1. కింది ఆకారాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి సూత్రం రాయండి.

ఎ) T అక్షరాల అమరిక బి) E అక్షరాల అమరిక సి) Z అక్షరాల అమరిక

2. గదిలో ఉండే ఫ్యాన్ల సంఖ్యకు, ప్రతి ఫ్యాన్ కు ఉండే బ్లేడ్ల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం రాయండి.



3. కింది ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.



4. ఒక పెన్ను ధర ₹ 7 అయిన 'n' పెన్నులు కొనడానికి సూత్రం రాయండి?

5. ఒకసంచి ధర ₹ 90 అయిన 'm' సంచులు కొనడానికి సూత్రం రాయండి?

6. 'q' పుస్తకాలు కొనడానికి ₹ 23q అవసరం. అయితే ఒక్కొక్క పుస్తకం ధర ఎంత?

7. గాయత్రి దగ్గర ఉన్న పుస్తకాలకన్నా జాన్ వద్ద 2 పుస్తకాలు తక్కువ ఉన్నాయి. ఈ సంబంధాన్ని చరరాశి 'x' ఉపయోగించి చెప్పండి.

8. సురేష్ వద్ద గల పుస్తకాల సంఖ్యకు రెట్టింపుకన్నా మూడు పుస్తకాలు ఎక్కువగా రేఖ వద్ద ఉన్నాయి. ఈ సంబంధాన్ని చరరాశి 'y' ఉపయోగించి రాయండి.

9. ప్రతి విద్యార్థికి 6 పెన్సిళ్ల చొప్పున ఉపాధ్యాయుడు పంచాడు. తరగతిలో విద్యార్థుల సంఖ్య 'z' అయిన ఉపాధ్యాయునికి ఎన్ని పెన్సిళ్లు అవసరం అవుతాయి?

10. కింది పట్టిక పరిశీలించి, సంబంధం ఆధారంగా ఖాళీలు నింపండి.

i)	x	1	2	3	4	5	9
	$3x+2$	5	
ii)	a	1	3	6	7	9	8
	$5a-1$	4		



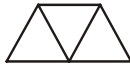
11. కింది అమరిక పరిశీలించండి.



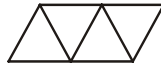
అమరిక-1



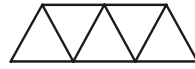
అమరిక-2



అమరిక-3



అమరిక-4



అమరిక-5

- i) ఇటువంటి 9 ఆకారాలు గల అమరికలో ఎన్నిరేఖా ఖండాలు ఉంటాయి? ప్రతీ ఆకారంలో ఎన్ని రేఖా ఖండాలున్నాయో విడివిడిగా లెక్కించండి.
- ii) పై అమరికకు తగిన సూత్రం రాయండి.

9.5 చరరాశులతో సమాసం

అంకగణితంలో మనం సంఖ్యలతో ఏర్పరిచిన అంక సమాసాలు $5+4$, $11-9$, $3+0$ వంటి వానిని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకో. దిగువ వాక్యాలను పరిశీలించండి.

టోని కన్నా 5 మార్కులు తనకు ఎక్కువ వచ్చాయని రాము చెప్పాడు. రాముకు ఎన్ని మార్కులు వచ్చాయో చెప్పగలవా? కాని ఇక్కడ టోని మార్కులు మనకు తెలియవు కదా!

ఒకవేళ టోనికి 45 మార్కులు వచ్చాయనుకుందాం. అప్పుడు రాముకు వచ్చిన మార్కులు $45+5 = 50$. ఒకవేళ టోనికి 56 మార్కులు వస్తే, రాముకు $56+5=61$ వచ్చినట్లు. ఇదే విధంగా ఒకవేళ టోనికి 'x' మార్కులు వస్తే, రాముకు ఎన్ని వచ్చినట్లో చెప్పగలవా? అవును. రాముకు మార్కులు $x+5$ అవుతాయి. ఇది 'x' చరరాశిలో వ్రాసిన ఒక సమాసం.

మనం ముందు చర్చించిన అంశాలలో $2m$, $3y$, $4z$, $2s + 1$, $3s+1$, $8p$, $n+3$, $p-3$ వంటి సమాసాలు వచ్చాయి. ఈ విధంగా చరరాశులతో సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహార ప్రక్రియలతో కూడిన వాటిని బీజీయ సమాసాలు అంటారు. ఉదాహరణకు p అనే చరరాశినుండి 3 తీసివేసిన 'p-3' అనే సమాసం p ను 8 చే గుణించిన '8p' అనే సమాసం వచ్చాయి.

చరరాశికి అనేక రకాల విలువలు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వీటికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. కానీ ఇవి కూడా సంఖ్యలే. అందుచే సంఖ్యా ప్రక్రియలైన సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం వీటికి కూడా వర్తిస్తాయి.

మన నిత్యజీవితంలో సమాసాలను ఏవిధంగా ఉపయోగించామో ఇదివరకే తెలుసుకున్నాం. మరికొన్నింటిని గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

క్ర.సం	సమస్య వాక్యం లేదా సందర్భం	చరరాశి	బీజీయ సమాసం ఉపయోగించి ప్రవచనం
1.	'n' అనునది 7 చే భాగించబడింది		
2.	గీతకన్నా ₹ 5 ఎక్కువ	గీతవద్ద ₹ y. ఉన్నచో	$y + 5$
3.	చతురస్రంలో చుట్టుకొలత భుజానికి 4 రెట్లు
4.	ఆపిల్ ధర, జామధరకు రెట్టింపు
5.	రేణు ఎత్తు, లీల ఎత్తుకన్నా మూడు అడుగులు తక్కువ
6.	నీవు చేసిన రస్య $\frac{1}{3}$ వంతు నేను చేసాను.



ఉదాహరణ 3 :కింది సమాసాలకు వాక్యాలను రాయండి.

(i) 2P (ii) $7+x$

సాధన : (i) రాజు వద్ద సీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు వుంది సీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు రాజు వద్ద ఉంది.

(ii) దిలీప్ వద్ద కంటే నా వద్ద 7 గోళీలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

ఉదాహరణ 4 : మనోజ్ చిక్కుడు విత్తనాల కన్నా, వేరుశనగ విత్తనాలను 5 ఎక్కువగా నాటాడు. అయిన వేరుశనగ విత్తనాలు ఎన్ని?

సాధన : నాటిన చిక్కుడు విత్తనాలు = m అనుకొనుము

అందుచే నాటిన వేరుశనగ విత్తనాల సంఖ్య = $m + 5$ అగును.



అభ్యాసం - 9.2

1. కింది వాక్యాలకు తగిన సమాసాలు రాయండి.

(i) 'q' అనే సంఖ్యను 5 గుణిస్తున్నది. (ii) 'y' అనేది 4 చే భాగింపబడుతున్నది.

(iii) p,q సంఖ్యల లబ్ధంలో 4వవంతు (iv) 'z' యొక్క మూడు రెట్లసంఖ్యకు 5 కలుపబడింది.

(v) 'n' కు 9 రెట్ల సంఖ్యకు 10 కలపబడింది.

(vi) y యొక్క రెట్టింపు సంఖ్యనుండి 16 తీసివేయబడింది.

(vii) 10 చే y ను గుణించి లబ్ధానికి 'x' కలుపబడింది.

2. కింది సమాసాలకు సరిపడు రెండు వాక్యాలు రాయండి.

(i) $y - 11$ (ii) $10a$ (iii) $\frac{x}{5}$ (iv) $3m + 11$ (v) $2y - 5$

3. పీటర్ వద్ద 'p' సంఖ్య గల బంతులు కలవు. డేవిడ్ వద్ద పీటర్ కన్నా అదేరకమైన బంతులు మూడు రెట్లు కలవు. దీనిని సమాసంగా రాయండి.

4. గీత వద్ద ఉన్న పుస్తకాల కన్నా సీతవద్ద 3 పుస్తకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి. సీత వద్ద గల పుస్తకాలు ఎన్ని? (గీత వద్ద ఉండే పుస్తకాల సంఖ్యను ఏదైనా చరరాశితో గుర్తించు)

5. ఒక కవాతులో ప్రతి వరుసకు 5 గురు సైనికులు ఉన్నారు. మొత్తం కవాతులో పాల్గొన్న సైనికుల సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొనుము. (వరుసల సంఖ్యను 'n' అనే చరరాశితో గుర్తించు)

9.6 రేఖాగణితం, క్షేత్రమితికి సంబంధించిన సూత్రాలు

చతురస్ర చుట్టుకొలత

ఏదైనా బహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత అంటే, బహుభుజిలోని అన్ని భుజాల మొత్తం పొడవు అని తెలుసు. చతురస్రంలో 4 భుజాల పొడవులు సమానం కావున,

చతురస్ర చుట్టుకొలత = చతురస్ర భుజాల పొడవుల మొత్తం (భుజం+భుజం+భుజం+భుజం)

$$= 4 \times \text{భుజం పొడవు} = 4 \times s = 4s$$

ఇచ్చట చతురస్ర చుట్టుకొలత $4s$ అయినది. 's' యొక్క విలువలు 1, 2, 3, ... తీసుకుంటే కావాల్సిన చతురస్ర చుట్టుకొలత వస్తుంది. ఇచ్చట 's' చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుంది. దీని విలువ స్థిరం కాదు. చరరాశితో కూడిన సమాసం వలన మనం సూత్రాలను సులభంగా గుర్తుంచుకోవచ్చును. మనం చతురస్ర చుట్టుకొలతకు నియమం రాశాం. సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలతకు నియమం ఏమవుతుంది?

ప్రయత్నించండి.

1. దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం కనుగొనండి. (పొడవుకు l , వెడల్పుకు b అనే చరరాశులను తీసికోండి)
2. చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం రాయండి. (చతురస్ర భుజాన్ని s అనే చరరాశితో గుర్తించండి.)
3. సమద్విభాహు త్రిభుజ చుట్టుకొలతకు సూత్రం ఏమవుతుంది?



9.7 అంకగణితంకు సంబంధించిన సూత్రం

క్రింది సరిసంఖ్యల అమరికను పరిశీలించండి.

2, 4, 6, 8, 10, ...

ఈ అమరికలో n వ పదం కనుక్కోవడానికి క్రింది పట్టిక చూడండి.

సరిసంఖ్యలస్థానం	1వ	2వ	3వ	4వ	5వ	6వ	7వ	8వ	9వ	10వ
సంఖ్య	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
అమరిక	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	2×7	2×9

పై పట్టికను బట్టి మొదటి సరిసంఖ్య 2×1 , రెండవది 2×2 , మూడవది 2×3 , ఈ అమరికలో 6వ, 8వ, 10వ పై వివరణ బట్టి n వ సరిసంఖ్యకు సమాసం తెలుస్తుందా? ఖాళీలు పై తార్కిక ఆధారంతో నింపవచ్చు అమరికలో n వ పదం రాయవచ్చు. ఇది $2 \times n$ అంటే $2n$ అవుతుంది.

కావున సరిసంఖ్యల అమరికలో n వ పదం

2, 4, 6, 8, 10, ... అనేది $2n$ అవుతుంది.

ఇవి చేయండి

క్రింది సంఖ్యల అమరికకు n వ పదం రాయండి.

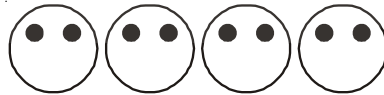
i) 3, 6, 9, 12 ii) 2, 5, 8, 11

iii) 1, 8, 27, 64



9.8 సామాన్య సమీకరణాలు

మనం ఒకసారి ముఖాల అమరికను గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.



ఏర్పడే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య m అనుకొంటే, వాటికి సరిపడే నల్లబొట్ల సంఖ్య కనుగొనడానికి అవసరమయ్యే నియమం $2m$ అని మనకు తెలుసు కావల్సిన ముఖాల సంఖ్యకు ఎన్ని నల్లబొట్ల కావాలో మనం కనుగొనవచ్చు. ఇంకో విధంగా, బొట్టుబిళ్ళల సంఖ్య ఇస్తే, ఎన్ని ముఖాలు m ఏర్పడగలవో తెలుసుకోవచ్చా? అంటే, 10 బొట్టుబిళ్ళలు ఇస్తే, వాటితో ఎన్ని ముఖాలు తయారవ గలవు. 10 బిళ్ళలకు, ముఖాల సంఖ్యను తెల్సుకోవాలంటే, $2m = 10$ అవుతుంది. m సంతృప్తిపడే నియమం వెదకాలి.

$2m = 10$ కావున 'm' అనే చరరాశిని తృప్తి పరిచే విలువ ఏది?

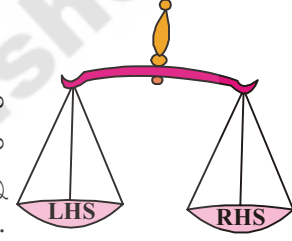
ఇటువంటి సందర్భంలో వాడిన నిబంధనను ఒక సమీకరణం అనవచ్చు. క్రిందిపట్టికను పరిశీలిస్తే మన ప్రశ్నకు జవాబు లభిస్తుంది.

m	2m	నిబంధన తృప్తి అయిందా? (అవును / కాదు)
2	4	కాదు
3	6	కాదు
4	8	కాదు
5	10	అవును
6	12	కాదు
7	14	కాదు

దీనినిబట్టి సమీకరణం $2m = 10$ అనునది $m = 5$ అనేవిలువకు తృప్తి చెందింది. 5 తప్ప మరి ఏవిలువకు ఈ సమీకరణం తృప్తి చెందలేదు.

9.8.1 సమీకరణానికి L.H.S. మరియు R.H.S.

మనం $2m = 10$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇరువైపుల గల సమాసాలకు మధ్య సమానత్వ గుర్తును చూడవచ్చు. ఈ సమానత్వ గుర్తుకు ఎడమ చేతివైపుకు గల సమాసాన్ని (2m) L.H.S. (Left hand side) అనియూ, కుడిచేతివైపునగల సమాసాన్ని (10) ను R.H.S. (Right hand side) అంటారు. అందుచే సమీకరణం అనగా L.H.S.



విలువ, R.H.S. విలువకు సమానమయ్యేది అనవచ్చు. ఈ సందర్భంగా మనం సమీకరణాన్ని సామాన్యతాసుతో పోల్చవచ్చును. L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం కానటువంటి వాటిని సమీకరణాలు అనలేము.

ఉదాహరణకు ఒక వైపు $4+5$ మరొకవైపు 7 గలది సమీకరణం కాదు. దానిని మనం $4+5 \neq 7$ అని లేదా $4+5 > 7$ అని వ్రాయవచ్చు. అలాగే $x + 5 > 6$, $y - 1 < 10$ లు కూడా సమీకరణాలు కావు

ప్రయత్నించండి

- క్రింది సమీకరణాలలో L.H.S. మరియు R.H.S. లను గుర్తించి, రాయండి.
 ఎ) $2x + 1 = 10$ బి) $9 = y - 2$ సి) $3p + 5 = 2p + 10$
- ఏవైనా రెండు సామాన్య సమీకరణాలు వ్రాసి, వాటి యొక్క L.H.S. మరియు R.H.S. లను తెలపండి.



9.8.2 సమీకరణ సాధన : (సమీకరణ మూలం) - యత్నదోష పద్ధతి

దిగువ ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

ఈ అధ్యాయం ప్రారంభంలో మనం దామిని, కౌషిక్ల సంభాషణ పరిశీలించాము. దీనిలో ఆఖరుఫలితం 27 అని దామిని చెప్పగానే, కౌషిక్, ఆమె స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు అని చెప్పాడు. అతను ఎలా వయస్సు చెప్పగలిగాడో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

దామిని స్నేహితుని వయస్సు 'x' సంవత్సరాలు అనుకుందాం. దానిని రెట్టింపు చేస్తే '2x' అవుతుంది కదా! దానికి 5 కలిపితే '2x + 5' అగును. అందుచేత దామిని చెప్పిన ఆఖరుఫలితం 27కు ఇది సమానం.

అనగా $2x + 5 = 27$.

పై సమీకరణాన్ని తీసుకుందాం. 'x' యొక్క ఏ విలువకు ఇది తృప్తి చెందునో పరిశీలిద్దాం.

x అనేది చరరాశి కాబట్టి, దానికి 1, 2, 3, ... విలువలు తీసుకుందాం.

$x = 1$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 7$ అగును.

$x = 2$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 2 + 5 = 9$ అగును.

$x = 3$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11$ అగును. ఇలా 1, 2, 3, ... విలువలను x కు బదులుగా రాసి $2x + 5$ యొక్క విలువను సరిచూడడాన్ని 'ప్రతిక్షేపణ' అంటారు. ఈ విధంగా x యొక్క వివిధ విలువలు $2x + 5 = 27$ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి, LHS మరియు RHS లను పరిశీలిద్దాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ	LHS విలువ	RHS విలువ	LHS, RHS లు సమానమేనా?
x	$2x+5$	27	
$x = 1$	$2 \times 1 + 5 = 7$	27	సమానం కాదు.
$x = 2$	$2 \times 2 + 5 = 9$	27	సమానం కాదు.
$x = 3$	$2 \times 3 + 5 = 11$	27	సమానం కాదు.
$x = 4$	$2 \times 4 + 5 = 13$	27	సమానం కాదు.
$x = 5$	$2 \times 5 + 5 = 15$	27	సమానం కాదు.
$x = 6$	$2 \times 6 + 5 = 17$	27	సమానం కాదు.
$x = 7$	$2 \times 7 + 5 = 19$	27	సమానం కాదు.
$x = 8$	$2 \times 8 + 5 = 21$	27	సమానం కాదు.
$x = 9$	$2 \times 9 + 5 = 23$	27	సమానం కాదు.
$x = 10$	$2 \times 10 + 5 = 25$	27	సమానం కాదు.
$x = 11$	$2 \times 11 + 5 = 27$	27	సమానం
$x = 12$	$2 \times 12 + 5 = 29$	27	సమానం కాదు.

పై పట్టికను పరిశీలిస్తే $x = 11$ విలువను ప్రతిక్షేపించునప్పుడు L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అయినవి. అందుచే $x = 11$ అనే విలువను $2x + 5 = 27$ సమీకరణానికి సాధన అంటారు.

ఏ చరరాశి విలువకు ఒక సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అగునో దానిని సమీకరణ సాధన అందురు. దీనినే సమీకరణ మూలం అని కూడా అందురు. ఇప్పుడు మీకు దామిని స్నేహితుని వయస్సును కౌషిక్ ఎలా చెప్పాడో అర్థమైవుంటుంది. గణితంలో చిన్నచిన్న సామెతలు, పజిల్స్, నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలకు శక్తివంతమైన ఉపకరణమైన బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా సాధించవచ్చు.

ఉదా : $3m = 15$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిద్దాం.

'm' అనే చరరాశి యొక్క ఏ విలువకు సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానమైనాయో చూద్దాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ (m)	LHS విలువ	RHS విలువ	LHS మరియు RHS సమానమేనా?
$m = 1$	$3 \times 1 = 3$	15	సమానం కాదు.
$m = 2$	$3 \times 2 = 6$	15	సమానం కాదు.
$m = 3$	$3 \times 3 = 9$	15	సమానం కాదు.
$m = 4$	$3 \times 4 = 12$	15	సమానం కాదు.
$m = 5$	$3 \times 5 = 15$	15	సమానం
$m = 6$	$3 \times 6 = 18$	15	సమానం కాదు.

పట్టికలో $m = 5$ విలువకు LHS మరియు RHS లు సమానం అయినవి. అందుచే $m = 5$ విలువను సమీకరణం యొక్క సాధన అంటారు.

ఈ విధంగా చరరాశి విలువలు ప్రతిక్షేపించి సాధన తెలుసుకొనుటను యత్న దోష పద్ధతి అందురు.

ఇవి చేయండి.



' $x - 4 = 2$ ' సమీకరణానికి సాధన కనుగొనండి.



అభ్యాసం - 9.3

1. కిందివానిలో ఏవి సమీకరణాల్లో తెలపండి.

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| i) $x - 3 = 7$ | ii) $l + 5 > 9$ | iii) $p - 4 < 10$ | iv) $5 + m = -6$ |
| v) $2s - 2 = 12$ | vi) $3x + 5 > 13$ | vii) $3x < 15$ | viii) $2x - 5 = 3$ |
| ix) $7y + 1 < 22$ | x) $-3z + 6 = 12$ | xi) $2x - 3y = 3$ | xii) $z^2 = 4$ |

2. కింది సమీకరణాలలో LHS మరియు RHS లను తెలపండి.

- | | | | |
|----------------|-------------------|-------------------|---------------|
| i) $x - 5 = 6$ | ii) $4y = 12$ | iii) $2z + 3 = 7$ | iv) $3p = 24$ |
| v) $4 = x - 2$ | vi) $2a - 3 = -5$ | | |

3. కింది సమీకరణాలను యత్న-దోష పద్ధతిలో సాధించండి.

- | | | | |
|----------------|-----------------|------------------|---------------|
| i) $x + 3 = 5$ | ii) $y - 2 = 7$ | iii) $a - 2 = 6$ | iv) $5p = 15$ |
| v) $6n = 30$ | vi) $3z = 27$ | | |

మనం నేర్చుకున్నవి

- మనం అగ్గిపుల్లలు ఉపయోగించి వివిధ రకాల అమరికలు అక్షరాలు ఎలా రూపొందించవచ్చో తెలుసుకున్నాం. ఒక అమరికలో, పుల్లల సంఖ్యకు, పటాల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధాన్ని రాబట్టాం. ఒక అమరికలో వివిధ పటాల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలిపే రాశికి 1, 2, 3, ... మొదలగు విలువలు ఇచ్చాం. దీనిని మనం చరరాశి అనీ, దీనిని ఒక అక్షరంతో సూచించాం.
- చరరాశికి అనేక విలువలు ఇవ్వవచ్చు. దీనివిలువ స్థిరం కాదు.
- చరరాశిని తెలుపడానికి సాధారణంగా a, b, m, n, p, q, x, y, z మొలగు అక్షరాలు వాడతాము.
- ఒకసంబంధాన్ని ప్రయోగాత్మకంగా తెలపడానికి చరరాశి ఉపయోగపడుతుంది.
- చరరాశి కూడా ఒకసంఖ్యే. కాని దీనివిలువ స్థిరం కాదు. అయిననూ సంఖ్యలతో చేసే ప్రక్రియలు అన్నియూ చరరాశులతో చేస్తాం.
- చరరాశులతో వివిధ ప్రక్రియలు వినియోగించి మనం $2m$, $3s+1$, $8p$, $x/3$ వంటి సమాసాలు రూపొందిస్తాం.
- రేఖాగణితం, అంకగణితంలలో గల వివిధ సూత్రాలను రూపొందించడానికి చరరాశులు అనేక విధాలుగా ఉపయోగపడతాయి.
- ఒక చరరాశితో రూపొందించిన నిబంధనను సమీకరణం అనవచ్చు.
- ప్రతి సమీకరణానికి సమానత్వ గుర్తుకు ఇరువైపులా గల సమాసాలను LHS మరియు RHS అంటాం.
- సమీకరణంలో చరరాశికి ఏ విలువ ప్రతిక్షేపించినప్పుడు LHS మరియు RHS లు సమానం అగునో ఆవిలువను సమీకరణం సాధన అంటారు.
- సమీకరణం సాధన యత్నదోష పద్ధతిలో కనుగొనవచ్చును.