

## దత్తాంశ నిర్వహణ

7

### 7.0 పరిచయం

ఒక దినపత్రికలో క్రీడా వార్తల విభాగాన్ని రవి చదువుతున్నాడు. ఆ విభాగంలోని ఒక పేజీలో రెండు పట్టికలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2011 ప్రపంచకప్ లో ఐదుగురు ఉత్తమ బ్యాట్స్ మెన్

బ్యాట్స్ మెన్ పేరు	చేసిన పరుగులు
టి.ఎం. దిల్లన్ (శ్రీలంక)	500
సచిన్ టెండూల్కర్ (ఇండియా)	482
కె. సంగక్కర (శ్రీలంక)	465
జొనాథన్ ట్రాట్ (ఇంగ్లాండ్)	422
తరంగ యు. (శ్రీలంక)	395

పట్టిక - 1

2011 ప్రపంచకప్ లో ఐదుగురు ఉత్తమ బౌలర్లు

బౌలర్ పేరు	తీసుకున్న వికెట్లు
అక్రీదీ (పాకిస్తాన్)	21
జహీర్ ఖాన్ (ఇండియా)	21
టి.జి. సొత్తి (న్యూజిలాండ్)	18
రాబిన్ పీటర్ సన్ (సౌత్ ఆఫ్రికా)	15
ఎం. మురళీధరన్ (శ్రీలంక)	15

పట్టిక - 2

### పై రెండు పట్టికలు ఏం తెలియజేస్తున్నాయి?

2011 ప్రపంచకప్ లో ఎక్కువ పరుగులు చేసిన బ్యాట్స్ మెన్ పేర్లను, వారు చేసిన పరుగులను మొదటి పట్టిక తెలియజేస్తుంది. నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు, ఉదాహరణకు అత్యుత్తమ బ్యాట్స్ మెన్ అవార్డును ఎవరికివ్వాలనే విషయంలో నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ప్రపంచకప్ నిర్వాహకులకు ఈ సమాచారం దోహదపడుతుంది.

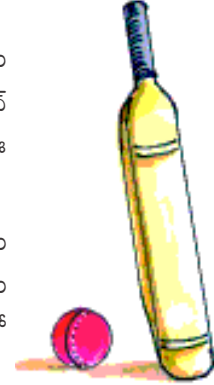
2011 ప్రపంచకప్ లో ఎక్కువ వికెట్లు తీసిన బౌలర్ల పేర్లను, వారు తీసుకున్న వికెట్ల సంఖ్యను రెండో పట్టిక తెలుపుతుంది. పట్టికలోని సమాచారం అంతిమ ఫలితాలను రాబట్టి తగు నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి ఉపకరిస్తుంది. ఉదాహరణకు అత్యుత్తమ బౌలర్ అవార్డును ఎవరికివ్వాలనే విషయంలో నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ప్రపంచకప్ నిర్వాహకులకు ఈ సమాచారం దోహదపడుతుంది.

సంఖ్యలు, పదాల రూపంలో ఉంటూ అంతిమ ఫలితాల్ని రాబట్టి తగు నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి సేకరించబడిన సమాచారాన్ని దత్తాంశం (data) అంటారు. సమాచారంలోని సంఖ్య వివరాలను 'రాశులు' అంటారు. పై ఉదాహరణలో బ్యాట్స్ మెన్ పేర్లు వాళ్ళు చేసిన పరుగులు, బౌలర్ల పేర్లు - తీసుకున్న వికెట్లు మొదలైన వివరాలనే దత్తాంశం అంటారు. పట్టికలు, గ్రాఫులు మనకు దత్తాంశాన్ని తెలియజేస్తాయి. సంఖ్య రూపంలో నమోదు చేయబడ్డ దత్తాంశాన్ని పరిశీలనాంశాలు అంటారు.



#### ప్రయత్నించండి.

మీ పాఠశాల నోటీస్ బోర్డును ఒకసారి పరిశీలించండి. అందులో ఏమైనా సమాచార పట్టికలు ఉన్నాయా? ఈ సమాచారాన్ని ఎవరు ఉపయోగిస్తారో తెలుసుకోండి.



## 7.1 దత్తాంశ అమరిక

'జవహర్ బాల ఆరోగ్యరక్ష' పథకంలో ఒక పాఠశాలలో ఎనిమిదో తరగతి చదివే ఏడుగురు పిల్లల వివరాలను నమోదు చేశారు.

ఆ పిల్లల ఎత్తులను కృష్ణ తన నోట్ పుస్తకంలో కింది విధంగా నమోదు చేశాడు :

అమల -125 సెం.మీ, లేఖ్య -133సెం.మీ, తబస్సుమ్ -121సెం.మీ, సుధ -140సెం.మీ, వనజ -117సెం.మీ, లెనిన్ -129సెం.మీ, రాజేశ్ -132సెం.మీ.

ఇదే సమాచారాన్ని కుమార్ అనే మరో విద్యార్థి పట్టికా రూపంలో నమోదు చేసి ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చాడు.

విద్యార్థి పేరు	ఎత్తు (సెం.మీలలో)
వనజ	117
తబస్సుమ్	121
అమల	125
లెనిన్	129
రాజేశ్	132
లేఖ్య	133
సుధ	140



కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి.

- విద్యార్థులందరిలో ఎక్కువ పొడవైన వారెవరు?
- విద్యార్థులందరిలోకి మిక్కిలి పొట్టిగా ఉన్నదెవరు?
- విద్యార్థులందరినీ ఎత్తుల ప్రకారం నిలబెడితే అమలకూ రాజేశ్ కూ మధ్య ఉండేదెవరు?

- పై ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇచ్చేందుకు మీరు కృష్ణ రాసిన సమాచారాన్ని ఉపయోగిస్తారా లేదా కుమార్ రాసిన సమాచారాన్నా? మీరు బహుశా కుమార్ రూపొందించిన సమాచారాన్నే ఉపయోగించి ఉంటారు. కుమార్ రూపొందించిన సమాచారం క్రమపద్ధతిలో ఉండి, చదవడానికి అవగాహన చేసుకోవడానికి సులువుగా ఉండడమే దీనికి కారణం.

**ఇవి చేయండి.**

ఒక యూనిట్ పరీక్షలో తెలుగు, హిందీ, ఇంగ్లీషు, గణితం, సామాన్యశాస్త్రం, సాంఘిక శాస్త్రం విషయాల్లో అమర్ వరుసగా 20, 18, 23, 21, 24, 22 మార్కులు సాధించాడు. పీటర్ వరుసగా ఆ విషయాల్లో 23, 21, 20, 19, 24, 17 మార్కులు సాధించాడు. ఈ సమాచారాన్ని అర్థవంతంగా క్రమపద్ధతిలో అమర్చండి. సమాచారాన్ని క్రమపద్ధతిలో వ్యాఖ్యానించండి.



### తరగతి గది ప్రాజెక్టు

మీ తరగతిలోని పిల్లల బరువులను, బరువు తూచే యంత్రం (weighing machine) సహాయంతో తూచండి. ఈ సమాచారాన్ని క్రమ పద్ధతిలో రూపొందించండి. బరువులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి. క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

- మీ తరగతిలో అందరికంటే తక్కువ బరువు ఎవరున్నారు?
- 25 కి.గ్రా కంటే ఎక్కువ బరువు ఉండే విద్యార్థులెందరు?
- 20 కి.గ్రా నుండి 30 కి.గ్రా. మధ్య బరువు ఉండే విద్యార్థులెందరు?



## 7.2 ప్రాతినిధ్య విలువలు

ఒక వసతిగృహంలో,

- ఒక్కో విద్యార్థి ఒకరోజు సరాసరి బియ్యం వినియోగం 150 గ్రా.
- విద్యార్థుల సరాసరి వయస్సు 13 సంవత్సరాలు.
- విద్యార్థుల సరాసరి ఎత్తు 135 సెం.మీ.

పిల్లలూ! పై సమాచారాన్ని ఒకసారి పరిశీలించండి. ప్రతి విద్యార్థి ఒక్కో రోజు ఖచ్చితంగా 150 గ్రా. బియ్యాన్ని వినియోగిస్తున్నాడా? తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి వయస్సు 13 సం. అని చెప్పగలమా? తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి 135 సెం.మీ ఎత్తు ఉంటాడని చెప్పగలమా?



పై ప్రశ్నలన్నింటికీ సమాధానం 'కాదు' అనే వస్తుంది. కొందరు పిల్లలు 150 గ్రా. బియ్యం కంటే ఎక్కువ తీసుకుంటే మరి కొందరు పిల్లలు 150 గ్రా. కంటే తక్కువ తీసుకుంటారు. కొందరు ఖచ్చితంగా 150గ్రా. బియ్యాన్నే తీసుకుంటారు కూడా. పిల్లల బరువు, ఎత్తుల విషయంలోనూ అంతే!

ఈ సందర్భంలో వసతిగృహంలోని ఒక్కొక్క విద్యార్థి వినియోగించిన బియ్యాన్ని 150 గ్రా. తెలియజేస్తుంది. ఒక్కొక్క విద్యార్థి వినియోగించిన బియ్యానికి ఇది 'ప్రాతినిధ్య విలువ' (Representative value) అదే విధంగా వసతిగృహంలోని ఒక్కో విద్యార్థి వయస్సును 13సం. సూచిస్తుంది. ఇది ఒక్కో విద్యార్థి వయస్సుకు 'ప్రాతినిధ్య విలువ' ఎత్తు విషయంలోనూ ఇదే వర్తిస్తుంది. పై ఉదాహరణలన్నీ ప్రత్యేక ప్రాతినిధ్య విలువను సూచిస్తాయి. దాన్నే 'అంకగణిత సగటు' అంటారు. ఈ అధ్యాయంలో 'అంకగణిత సగటు' తో పాటు 'మధ్యగతం', 'బాహుళకం' అనే మరో రెండు ప్రాతినిధ్య విలువల గురించి కూడా నేర్చుకుందాం.

### 7.3.1 అంకగణిత సగటు లేదా అంకగణిత మధ్యమము

ఒక పాఠశాలలోని ఫిజికల్ ఎడ్యుకేషన్ టీచర్ ప్రతిరోజూ సాధన చేయవలసిందిగా తన విద్యార్థులకు చెప్పారు. ఒక వారంలో రాజేందర్ అనే విద్యార్థి చేసిన సాధన కాలం వివరాలు (నిమిషాల్లో) కింది విధంగా ఉన్నాయి.

రోజు	సోమ	మంగళ	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
సాధన చేసిన కాలం (నిమిషాల్లో)	20	35	40	30	25	45	15

సాధన కోసం రాజేందర్ రోజుకు వినియోగించిన కాలాన్ని మనం గణించవచ్చా? పరిశీలిద్దాం.

మొత్తం వారంలో సాధనకోసం రాజేంద్ర వినియోగించిన సమయ మెంత?

మొత్తం సమయం = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210 నిమిషాలు

రోజుకు సాధన కోసం వినియోగించిన కాలాన్ని లెక్కించేందుకు ఈ మొత్తం సమయాన్ని రోజుల సంఖ్యతో భాగించాలి.

$$\text{అంటే } \frac{20 + 35 + 40 + 30 + 20 + 45 + 15}{7} = \frac{210}{7} = 30 \text{ నిమిషాలు}$$

ఇది రోజుకు సాధన కోసం వినియోగించిన సమయం లేదా ఒక్కోరోజుకు ప్రాక్టీస్ సెషన్ కాలం.



ఉదాహరణ 1: ఒక కూరగాయల వ్యాపారి ఒక వారంలో పొందిన సంపాదన (రూపాయల్లో) 200, 150, 180, 300, 160, 170, 170. రోజుకు అతని సరాసరి సంపాదనను కనుక్కోండి.

సాధన: వారంలో మొత్తం సంపాదన(రూపాయల్లో) = 200+150+180+300+160+170+170  
= ₹1330

వారంలోని మొత్తం రోజులు = 7

$$\text{సరాసరి సంపాదన} = \frac{1330}{7} = ₹190$$

‘సరాసరి’ నే ‘అంకగణిత సగటు’ లేదా ‘అంకగణిత మధ్యమం’ అంటారు.

$$\text{సరాసరి లేదా అంకగణిత మధ్యమం (A.M)} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం విలువ}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$



ప్రయత్నించండి.

- ఒక టీమ్లోని క్రీడాకారుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) 16, 16, 16, 14, 17, 18. అయితే
  - అతి తక్కువ, అతి ఎక్కువ వయస్సు ఉన్న క్రీడాకారుల వయస్సులు ఎంతెంత?
  - క్రీడాకారుల సగటు వయస్సు ఎంత?
- మీరు ఒక వారంలో సరాసరిన రోజుకు ఎన్ని గ్లాసుల నీళ్ళు తాగుతారు? ఈ సరాసరిని మీరు ఎలా కనుక్కొన్నారు?

### 7.3.2 మధ్యమం ఎక్కడ ఉంటుంది?

తెలుగు, హిందీ, ఇంగ్లీషు పాఠ్యాంశాలలో (సబ్బెక్ట్లలో) అనిల్, అమర్, ఆంటోనీ, ఇందర్ పొందిన మార్కుల వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

	తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీషు
అనిల్	15	8	10
అమర్	10	10	12
ఆంటోనీ	11	6	11
ఇందర్	12	12	13

ప్రతి సబ్జెక్ట్‌లోను విద్యార్థులు పొందిన సరాసరి మార్కులను గణిద్దాం.

తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీషు
A.M = $\frac{15+10+11+12}{4}$	A.M = $\frac{8+10+6+12}{4}$	A.M =
= $\frac{48}{4}$	= $\frac{36}{4}$	= .....
= 12	= .....	= .....
అత్యధిక మార్కులు = 15	అత్యధిక మార్కులు = .....	అత్యధిక మార్కులు = .....
అతి తక్కువ మార్కులు = 10	అతి తక్కువ మార్కులు = .....	అతి తక్కువ మార్కులు = .....
మధ్యమం = 12	మధ్యమం = .....	మధ్యమం = .....

పై ప్రతి సందర్భంలోనూ 'అంకగణిత మధ్యమం' విలువ అత్యధిక, అతితక్కువ విలువల మధ్యే ఉందా?

నిజం కదూ!

అంకగణిత మధ్యమం ఎల్లప్పుడూ అత్యధిక, అతి తక్కువ పరిశీలనా విలువల మధ్యే ఉంటుంది.

### 7.3.3 అంక మధ్యమము యొక్క ధర్మము

ఉదాహరణ 3 : ఒక కుటుంబంలోని కృష్ణ, రాధిక, నీహారిక, నిఖిల్ అనే కుటుంబసభ్యుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) 44, 39, 17, 12. అయితే (i) వారి వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమాన్ని కనుక్కోండి (ii) ఐదేళ్ళ క్రితం వారి వయస్సులెంత? ఐదేళ్ళ క్రితం సగటు వయస్సెంత? (iii) సగటులోని మార్పుకూ, వయస్సుల సంఖ్యకూ మధ్య ఏదైనా సంబంధాన్ని మీరు గమనించారా?

సాధన : కుటుంబ సభ్యుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) = 44, 39, 17, 12

కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య = 4

కాబట్టి వారి వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమం =  $\frac{44+39+17+12}{4} = \frac{48}{4} = 28$  సంవత్సరాలు

ఐదేళ్ళ క్రితం కుటుంబ సభ్యుల వయస్సులు (సంవత్సరాల్లో) = 44 - 5, 39 - 5, 17 - 5, 12 - 5  
= 39, 34, 12, 7

కాబట్టి ఐదేళ్ళ క్రితం వారి వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమం =  $\frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 23$  సంవత్సరాలు

ప్రస్తుత అంకగణిత మధ్యమానికీ, ఐదేళ్ళ క్రితం వారి వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమానికీ తేడా ఎంత?

దీన్ని బట్టి ఏం తెలుస్తోంది?

ప్రతి కుటుంబసభ్యుని వయస్సును ఐదేళ్ళు తగ్గిస్తే అంకగణిత మధ్యమమూ ఐదేళ్ళు తగ్గింది.

ఇప్పటి నుండి మూడేళ్ళ తర్వాత ఆ కుటుంబంలోని సభ్యుల వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమం కనుక్కోండి.

పదేళ్ళ తర్వాత ఆ కుటుంబంలోని సభ్యుల వయస్సుల అంకగణిత మధ్యమం ఎంత ఉండవచ్చు?

ఒక దత్తాంశంలోని అన్ని విలువలకూ ఒకే సంఖ్యను కలిపినా లేదా తీసేసినా అంకగణిత మధ్యమం కూడా

అదే సంఖ్యా విలువలో పెరుగుతుంది లేదా తగ్గుతుంది.



ప్రయత్నించండి.

- ఒక దత్తాంశంలోని పది రాశులలో గరిష్ట విలువ 25గానూ, కనిష్ట విలువ 15 గానూ ఉంది. ఈ పరిశీలనల సగటు ఎంత?  
(i) 12      (ii) 15      (iii) 21      (iv) 27
- పరిశీలనల విలువలు 23, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36, 35 గా నమోదయ్యాయి. కింది విలువల్లో ఏది ఈ విలువల సగటు అవుతుందో గణించకుండానే తెలపండి.  
(i) 20      (ii) 35      (iii) 48      (iv) 50



### అభ్యాసం - 1

- హైదరాబాదులో 2011 ఫిబ్రవరి 26 నుండి మార్చి 4 వరకు వారంలో ప్రతిరోజూ గరిష్ట ఉష్ణోగ్రతలు  $26^{\circ}\text{C}$ ,  $27^{\circ}\text{C}$ ,  $30^{\circ}\text{C}$ ,  $30^{\circ}\text{C}$ ,  $32^{\circ}\text{C}$ ,  $33^{\circ}\text{C}$ ,  $32^{\circ}\text{C}$  గా నమోదయ్యాయి.  
(i) వారంలో అత్యధిక ఉష్ణోగ్రత ఎంత?  
(ii) వారంలోని రోజువారీ గరిష్ట ఉష్ణోగ్రతల సరాసరి ఎంత?
- ఒక పాఠశాలలో మధ్యాహ్న భోజన పథకంలో వరుసగా 5 రోజుల పాటు వినియోగించిన బియ్యం 15.750 కి.గ్రా; 14.850 కి.గ్రా; 16.500 కి.గ్రా; 14.700 కి.గ్రా; 17.700 కి.గ్రా, ఆ 5 రోజుల్లో సరాసరి బియ్యం వినియోగాన్ని కనుక్కోండి.
- ఒక గ్రామంలో వేరుశనగ, జొన్నలు, తృణధాన్యాలను పండిస్తారు. వరుసగా నాలుగు సంవత్సరాల్లో ఆయా పంటలపై ఎకరానికి లాభం విలువలు (రూపాయల్లో) కింది విధంగా ఉన్నాయి.



పంట \ సంవత్సరం	2005	2006	2007	2008
వేరు శనగ	7000	8000	7500	7500
జొన్నలు	6000	1000	8000	1000
తృణధాన్యాలు	9000	5000	3000	4000

- పై నాలుగు సంవత్సరాల్లో ప్రతి పంటపై సరాసరి లాభాన్ని గణించండి.
- ఆ తరువాతి సంవత్సరంలో ఏ పంట పండిస్తే బాగుంటుందో మీ సమాధానం ఆధారంగా తెలపండి.



4. ఎ పి ఎస్ ఆర్ టి సి బస్సులో ఆదిలాబాద్ నుండి నిర్మల్ వరకు ఒక రోజులో 4 ట్రిప్పుల్లో ప్రయాణించిన ప్రయాణికుల సంఖ్య 39, 30, 45, 54. ఆ బస్సు ఆక్యుపెన్సీ రేషియో (ఒక ట్రిప్పులో ప్రయాణించిన సగటు ప్రయాణికుల సంఖ్య) ఆ రోజులో ఎంత?



5. ఇంగ్లీషులో 4 యూనిట్ పరీక్షలో అంజు, నీలేష్, లేఖ్య పొందిన మార్కుల వివరాలు క్రింది విధంగా ఉన్నాయి.

విద్యార్థి పేరు	యూనిట్ పరీక్ష I	యూనిట్ పరీక్ష II	యూనిట్ పరీక్ష III	యూనిట్ పరీక్ష IV
అంజు	అనుపస్థితి	19	23	21
నీలేష్	0	20	22	24
లేఖ్య	20	24	24	24

- (i) లేఖ్య పొందిన సరాసరి మార్కులను కనుగొనండి.
- (ii) అంజు పొందిన సరాసరి మార్కులను కనుగొనండి. ఆమె పొందిన మొత్తం మార్కులను 3 తో భాగిస్తారా లేక 4తో భాగిస్తారా? ఎందుకు?
- (iii) నీలేష్ అన్ని పరీక్షలకూ హాజరైనాడు. అతడి సరాసరి మార్కులెన్ని? అతడు పొందిన మొత్తం మార్కులను 3 తో భాగిస్తారా లేక 4తోనా? ఎందుకు?
- (iv) ఇంగ్లీషులో బాగా ప్రతిభ కనబరిచిన విద్యార్థి ఎవరు?
6. ముగ్గురు స్నేహితులు ఒక హోటల్ కు వెళ్లి వారికిష్టమైన అల్పాహారం తీసుకున్నారు. వాళ్ళు ₹ 16, ₹ 17, ₹ 21 చెల్లించారు. (i) వాళ్ళ సరాసరి ఖర్చును కనుక్కోండి. (ii) వాళ్ళు ఖర్చుపెట్టిన మొత్తానికి 3 రెట్ల మొత్తాన్ని ఖర్చుపెడితే సరాసరి ఖర్చు ఎంత అవుతుంది? (iii) ఖర్చులో మార్పుకూ సరాసరి ఖర్చులో మార్పుకూ మధ్య ఏమైనా సంబంధాన్ని గమనించారా?
7. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల సగటును కనుక్కోండి.
8. మొదటి 5 ప్రధాన సంఖ్యల సగటును కనుక్కోండి.
9. నాలుగు పూర్ణసంఖ్యలలో మొదటి రెండు పూర్ణసంఖ్యల సగటు 102. మొదటి మూడు కనిష్ట పూర్ణసంఖ్యల సగటు 103, మొత్తం నాలుగు పూర్ణసంఖ్యల సగటు 104. ఈ పూర్ణసంఖ్యలన్నింటిలోనూ గరిష్ట పూర్ణసంఖ్యను కనుక్కోండి.
10. సగటును కనుగొనేందుకు సరైన సమాచారం ఇస్తూ రెండు ప్రశ్నలను రాయండి.



### ప్రాజెక్టు

మీ వీధిలోని ఇళ్ళలో ఉండే కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య తెలుసుకోండి. మీ వీధిలో కుటుంబ సగటు పరిమాణం ఎంత? గణించండి.



## 7.4 బాహుళకం

ప్రాతినిధ్య విలువల్లో రెండవ దైన 'బాహుళకం' గురించి తెలుసుకుందాం. క్రింది ఉదాహరణను చదువుదాం.

**ఉదాహరణ 4 :** ఏ వంటనూనెను ఎక్కువ సంఖ్యలో నిల్వ ఉంచుకోవాలో ఒక వ్యాపారి తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. అందుకోసం ఒకవారంలో వంట నూనెల అమ్మకాలను కింది విధంగా రికార్డు రూపంలో పొందుపరిచాడు.

రోజు	అమ్మిన వంటనూనె ప్యాకెట్లు.
సోమ	GGGSSSSPP
మంగళ	GGGSSSSSPP
బుధ	GGSSSSSSP
గురు	GGGSSSP
శుక్ర	GGGSSPP
శని	GSSSSSSSS
ఆది	GGGSSSP



G = వేరుశనగ నూనె ప్యాకెట్, S = సన్‌ప్లవర్ నూనె ప్యాకెట్, మరియు P = పామోలిన్ నూనె ప్యాకెట్

ఇలాంటి సందర్భంలో వంటనూనె ప్యాకెట్లు సగటు సంఖ్యను గణించడం వల్ల ఒక నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ఆ వ్యాపారికి ఉపయోగపడుతుందా?

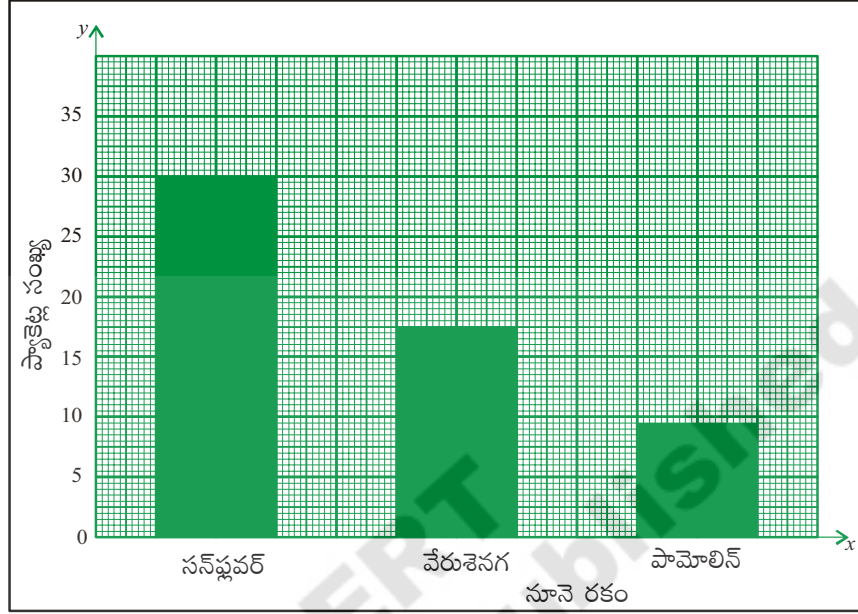
**సాధన :** తాను ఆర్డర్ చేయాల్సిన వంటనూనె ప్యాకెట్లు సగటు సంఖ్యను వ్యాపారి మొదట గణిస్తాడు.

$$\text{వంటనూనె ప్యాకెట్లు సగటు సంఖ్య} = \frac{18+30+9}{3} = \frac{57}{3} = 19.$$

ప్రతిరకం వంటనూనె ప్యాకెట్లనూ 19 నిల్వ చేయాల్సి ఉంటుందా? వ్యాపారి వంటనూనెల అమ్మకాలను మరోసారి పరిశీలిస్తాడు. సన్‌ప్లవర్ వంట నూనెకు ఎక్కువ డిమాండ్ ఉన్నట్లు, పామోలిన్ వంట నూనెకు అతి తక్కువ డిమాండ్ ఉన్నట్లు గమనిస్తాడు. ఒక్కోరకం ప్యాకెట్లు 19 చొప్పున ఆర్డర్ ఇస్తే సన్‌ప్లవర్ వంటనూనె ప్యాకెట్లు సరిపోవు; పామోలిన్ వంట నూనె ప్యాకెట్లు మిగిలిపోతాయి. కాబట్టి సన్‌ప్లవర్ నూనె ప్యాకెట్లు ఎక్కువగా, పామోలిన్ నూనె ప్యాకెట్లు తక్కువగా కొనుగోలు చేసేందుకు ఆ వ్యాపారి నిర్ణయిస్తాడు. ఈ నిర్ణయానికి మూలం సన్‌ప్లవర్ నూనె ప్యాకెట్లు అమ్మకాలు ఆ వారంలో 30 కావడమే. ఈ ప్రాతినిధ్య విలువే ఆ వారంలో అధికంగా అమ్మినవి సన్‌ప్లవర్ వంటనూనె ప్యాకెట్లుగా పేర్కొంటోంది. ఇదే బాహుళకం (mode). కొన్ని పరిశీలనా విలువల్లో తరచుగా వునరావుతమయ్యే విలువను బాహుళకం (mode) అంటారు.



కమ్మీ చిత్రంలో అతి పొడవైన కమ్మీని బాహుళకం (mode) గా పేర్కొంటాం. ఉదాహరణకు కింది గ్రాఫ్ చూడండి.



ఉదాహరణ 5 : 2, 3, 5, 3, 4, 7, 3, 2, 1, 7, 3 అనే సంఖ్య సమితిలో బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : ఈ సంఖ్యలను ఒక క్రమపద్ధతిలో అమర్చితే 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 7 వస్తుంది. మిగతా వాటికంటే 3 ఎక్కువ సార్లు వచ్చింది.

కాబట్టి బాహుళకం = 3

ఉదాహరణ 6 : 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5 అనే సంఖ్యల బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : ఒకే విలువగల సంఖ్యలు ఒకే దగ్గర ఉండేట్లు క్రమపద్ధతిలో అమర్చితే

2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9 వస్తుంది.

ఇందులో 5, 9 అనే సంఖ్యలు ఎక్కువ సార్లు - 3 చొప్పున పునరావృతమౌతున్నాయి.

కాబట్టి ఈ దత్తాంశానికి రెండు బాహుళకాలు - 5, 9 లు ఉన్నాయి.

ఇలాంటి దత్తాంశాన్ని 'ద్విబాహుళక దత్తాంశం' (Bimodal data) అంటారు.

గమనిక : ఒక దత్తాంశములో ప్రతి రాశి విలువ సమాన సంఖ్యలో పునరావృతమైతే ఆ దత్తాంశమునకు బాహుళకం ఉండదు.



ప్రయత్నించండి.

1. క్రింది దత్తాంశ బాహుళకం విలువలను కనుక్కోండి.

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5

(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24

(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

**ఉదాహరణ 7 :** 10 మార్కులకు ప్రశ్నలు ఇచ్చిన ఒక పరీక్షలో 50 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

పొందిన మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
0	2
1	1
2	2
3	1
4	-
5	4
6	10
7	15
8	9
9	5
10	1

**సాధన :** ఈ దత్తాంశములో ఇవ్వబడిన రాశులు అనగా మార్కులు పట్టికలో ఇవ్వబడిన దత్తాంశ ప్రకారం '7 మార్కులు' అను రాశి ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు పొందారు. అనగా 7 అను సంఖ్య ఎక్కువ సార్లు ఆవృతం అవుతుంది.

దత్తాంశపు బాహుళకము = 7

**గమనిక :** పదిహేను సార్లు పునరావృతమైన 7 అనే సంఖ్యే బాహుళకం కానీ పునరావృతాల సంఖ్య 15ను బాహుళకంగా భావించకూడదు.

**ఉదాహరణ 8 :** క్రింద పేర్కొన్న ఏ సందర్భాల్లో బాహుళకం సరైన ప్రాతినిధ్య విలువ అవుతుంది?

- చొక్కాలను అమ్మే వ్యాపారి ఏ సైజు చొక్కాలను ఎక్కువగా ఆర్డర్ చేయాలో నిర్ణయించేందుకు
- ఇరవై మంది వ్యక్తులు హాజరయ్యే విందుకై బియ్యం కొనుగోలు చేయుటకు
- మీ ఇంట్లోని తలుపుల ఎత్తు కనుగొనేందుకు

మొదటి సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం. వ్యాపారి నాలుగు సైజుల చొక్కాలు అమ్ముతాడనుకుంటే ఫిబ్రవరి నెలలో అతని అమ్ముకాలు కింది విధంగా ఉండవచ్చు.

సైజు	సంఖ్య
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
మొత్తం	92



$$\text{ఒక్కో సైజులో ఆ వ్యాపారి అమ్మే సగటు చొక్కాల సంఖ్య} = \frac{12+18+40+22}{4} = 23 \text{ చొక్కాలు}$$

ఇలాంటి సందర్భంలో ప్రతి సైజులోనూ 23 చొక్కాలను ఆర్డర్ చేయడం సరైనదేనా? ఆ వ్యాపారి తన దగ్గరున్న సమాచారాన్ని మరోసారి పరిశీలిస్తాడు. అత్యంత అధికంగా అమ్మకాలు జరిగే సైజు XL అని గుర్తిస్తాడు. అన్ని సైజుల చొక్కాలూ 23 చొప్పున తెప్పించినట్లయితే XL సైజు చొక్కాలు తక్కువపడతాయి. కాబట్టి ఈ సైజు చొక్కాలను అధికంగానూ, మిగిలిన సైజు చొక్కాలను తక్కువ సంఖ్యలోనూ తెప్పించడం అర్థవంతంగా ఉంటుంది.

ఈ నిర్ణయానికి వచ్చేందుకు ఆ వ్యాపారి 'బాహుళకం' లేదా 'తరచుగా పునరావృతమయ్యే విలువ' అనే భావనను పరిగణనలోకి తీసుకుంటాడు.

**రెండో సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం.**

ఒక్కొక్కరు తినేది గరిష్టంగా ఊహించి 20 రెట్లు బియ్యం కొనుగోలు చేస్తే ఎక్కువ వృధా అవుతుంది. అట్లే ఒక్కొక్కరు తినేది కనిష్టంగా ఊహించి 20 రెట్లు బియ్యం కొనుగోలు చేస్తే సరిపోకపోవచ్చు. అయితే ఒక్కొక్కరు తినేది మధ్యస్థంగా (సరాసరిగా) ఊహించినట్లయితే సరియైన పరిమాణంలో బియ్యం కొనుగోలు చెయ్యవచ్చును. కానీ ఈ దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఎంత మాత్రము ఉపయోగపడదు.

**- ఇప్పుడు మూడో ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం**

ఒక ఇంట్లో 134 సెం.మీ, 132 సెం.మీ, 100 సెం.మీ, 125 సెం.మీ, 144 సెం.మీ. మరియు 25 సెం.మీ. ఎత్తు ఉండే ఆరుగురు కుటుంబసభ్యులు ఉన్నారు. ఈ దత్తాంశంలో బాహుళకం 125 సెం.మీ. కాబట్టి ఇంట్లోని తలుపుల ఎత్తు 125 సెం.మీగా ఉండవచ్చా? ఆరుగురిలో ఐదుగురి ఎత్తు 136 సెం.మీ కంటే తక్కువ కాబట్టి తలుపుల ఎత్తు 140 సెం.మీ గా నిర్ణయించవచ్చా? ఇక్కడ సగటునో బాహుళకానో ఉపయోగిస్తామా? అందరి కంటే పొడవైన వ్యక్తి సౌకర్యవంతంగా వెళ్ళగలిగేలా తలుపుల ఎత్తు నిర్ణయిస్తామా? ఆలోచించండి.



**ప్రయత్నించండి.**

1. సగటు సరైన ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండే ఒక సందర్భాన్ని పేర్కొనండి.
2. బాహుళకం సరైన ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండే ఒక సందర్భాన్ని పేర్కొనండి.



### అభ్యాసం - 2

1. ఒక బృందంలోని ఏడుగురు విద్యార్థులు లాంగ్ జంప్ లో 98 సెం.మీ, 125 సెం.మీ, 140 సెం.మీ, 155 సెం.మీ, 174 సెం.మీ, 140 సెం.మీ, 155 సెం.మీ. దూరం దూకారు. ఈ దత్తాంశ బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.
2. ఒక క్రికెట్ టీమ్ లో క్రీడాకారుల వయస్సులు 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29.
  - (i) ఈ దత్తాంశ అంకగణిత సగటును, బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి. (ii) బాహుళకం మారేందుకు వీలుగా ఈ టీమ్ లో చేర్చగలిగే క్రీడాకారుల కనీస సంఖ్యను కనుక్కోండి. వారి వయస్సులు ఎంతెంత ఉండాలి?
3. కింది దత్తాంశ బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36, 25, 38, 36.



4. కింద పేర్కొన్న సందర్భాల్లో ప్రాతినిధ్య విలువగా అంకగణిత సగటు, బాహుళకాల్లో దేనిని వినియోగించవచ్చో పేర్కొనండి.



- (i) వివిధ సైజుల్లో ఉండే టూత్ పేస్టులను అమ్మే వ్యాపారి ఏ సైజు టూత్ పేస్టులను అధికంగా కొనుగోలు చేయాలో నిర్ణయించుకునేందుకు
- (ii) పరీక్షా హాలులోకి సరిపోయేన్ని అదనపు పేపర్లు తెచ్చుకోవడంలో ఇన్విజిలేటర్ కు ఉపయోగపడేందుకు
- (iii) ఒక పెళ్ళిలో తయారుచేయవలసిన లడ్డూల సంఖ్యను నిర్ణయించేందుకు
- (iv) ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులకు అభిమాన క్రికెటర్ ఎవరో నిర్ధారించేందుకు

### 7.5 మధ్యగతం

దత్తాంశ ప్రాతినిధ్య విలువగా అంకగణిత మధ్యమం, బాహుళకం ఉండే సందర్భాలను మనం పరిశీలించాం. ఇప్పుడు మరో సందర్భాన్ని చూద్దాం. ఒక ఉత్పాదక సంస్థలో మేనేజరు, కార్మికుల వేతన వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

మేనేజరు	-	రూ. 40,000
మొదటి కార్మికుడు	-	రూ. 3300
రెండవ కార్మికుడు	-	రూ. 5000
మూడవ కార్మికుడు	-	రూ. 4000
నాలుగో కార్మికుడు	-	రూ. 4200
ఐదో కార్మికుడు	-	రూ. 3500
ఆరో కార్మికుడు	-	రూ. 4500
ఏడో కార్మికుడు	-	రూ. 4200
ఎనిమిదో కార్మికుడు	-	రూ. 4300
తొమ్మిదో కార్మికుడు	-	రూ. 3500
పదో కార్మికుడు	-	రూ. 3500



ఈ దత్తాంశానికి అంకగణిత మధ్యమం లేదా బాహుళకం ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండగలుగుతాయా? పరిశీలిద్దాం!

ఆ సంస్థలో వేతనాల అంకగణిత మధ్యమాన్ని గణిద్దాం.

$$\text{వేతనాల సగటు} = \frac{\text{వేతనాల మొత్తం}}{\text{ఉద్యోగుల సంఖ్య}}$$

$$\frac{3300 + 5000 + 4000 + 4200 + 3500 + 4500 + 4200 + 4300 + 3500 + 3500 + 40000}{11}$$

11

$$= ₹ 7272.72$$



ఈ వేతనం మేనేజరు, కార్మికుల వేతనాలకు ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉంటుందా? లేదు! ఇది మేనేజరు వేతనం కంటే చాలా తక్కువ కాగా కార్మికుల వేతనాల కంటే చాలా ఎక్కువ.

ఇప్పుడు బాహుళికాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఈ దత్తాంశంలో ఎక్కువసార్లు పునరావృతమైన విలువ 3500. అయితే ఇది మూడుసార్లు పునరావృతమైనందు వల్ల ఇది ఈ దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్య విలువ కాదు.



ప్రాతినిధ్య విలువను గణించే మరో పద్ధతి చూద్దాం.

ఈ సంఖ్యలన్ని ఆరోహణ పద్ధతిలో అమర్చుద్దాం.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ఈ దత్తాంశ మధ్య విలువ 4200. ఈ విలువ మొత్తం ఉద్యోగులను రూ.4200 కంటే ఎక్కువ సంపాదించే ఐదుగురు, అంతకంటే తక్కువ సంపాదించే ఐదుగురుగా - రెండు సమాహాలుగా విభజిస్తుంది.

ఈ విలువనే మధ్యగతం (Median) అంటారు. ఈ సంస్థలోని ఉద్యోగుల వేతనాలకు ఇది ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉంటుంది.

పై ఉదాహరణలో పరిశీలనల సంఖ్య 11 ఒక బేసిసంఖ్య. అందువల్ల మధ్యగతం మిగతా దత్తాంశాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

పరిశీలనల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయితే?

పై ఉత్పాదక సంస్థ ఉదాహరణనే మళ్ళీ తీసుకుందాం. రూ. 4000 సంపాదించే మరో వ్యక్తి ఈ ఉత్పాదక సంస్థలో చేరితే ఎలా ఉంటుంది?

ఇప్పుడు 12 మంది సంపాదనలను ఆరోహణ పద్ధతిలో అమర్చుదాం.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ఈ దత్తాంశం మధ్యలో 4000, 4200 అనే రెండు విలువలు ఉన్నాయి. ఇలాంటి సందర్భాల్లో ఈ రెండు విలువల

సరాసరిని కనుక్కోవడం ద్వారా మధ్యగతాన్ని గణిస్తాం. అందువల్ల మధ్యగత వేతనం =  $\frac{4000 + 4200}{2} = 4100$ .

**ఉదాహరణ 9 :** ఏడుగురు గ్రాడ్యుయేట్ల నెలసరి ఆదాయాలు 8000, 9000, 8200, 7900, 8500, 8600, 60000. మధ్యగత ఆదాయాన్ని కనుక్కోండి.

**సాధన :** ఆదాయాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చితే : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

మొత్తం పరిశీలనల సంఖ్య = 7

మధ్యలో ఉండే సంఖ్య అనగా దత్తాంశంలో 4వ పదం = 8500

కాబట్టి మధ్యగత ఆదాయం = ₹ 8500

**ఉదాహరణ 10 :** 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14, 110 ల మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

**సాధన :** పరిశీలనల ఆరోహణ క్రమం = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110

మొత్తం పరిశీలనల సంఖ్య = 8

మధ్యలో ఉండే విలువలు అంటే దత్తాంశంలోని 4,5 పదాలు = 20, 28



మధ్యగతం = 4,5 పదాల సగటు

$$\text{మధ్యగతం} = \frac{20+28}{2} = 24$$

కాబట్టి దత్తాంశ మధ్యగతం 24



### అభ్యాసం - 3

1. సత్యమా? అసత్యమా? తెల్పండి.  
(i) గరిష్ట, కనిష్ట రాశుల మధ్య భేదాన్ని 'అంకగణిత మధ్యమం' అంటారు.  
(ii) కమ్మీ చిత్రంలో అతి పెద్ద కమ్మీ బాహుళకాన్ని సూచిస్తుంది.  
(iii) మధ్యగతాన్ని గణించేటప్పుడు దత్తాంశంలోని ప్రతి పరిశీలనా విలువను పరిగణన లోకి తీసుకుంటాం.  
(iv) ఒక దత్త సంఖ్య సమితిలో మధ్యగతమెప్పుడూ ఆ సంఖ్యల్లో ఏదో ఒకటి అవుతుంది.
2. ఒక గ్రామంలోని ఏడు కుటుంబాల నెలసరి ఆదాయం (రూపాయల్లో) 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600, 10000. (i) ఆ కుటుంబాల మధ్యగత ఆదాయాన్ని కనుక్కోండి. (ii) ₹ 1500 నెలసరి ఆదాయం ఉండే మరో కుటుంబాన్ని ఈ దత్తాంశంలో కలిపితే మధ్యగత ఆదాయం ఎంత ఉంటుంది?
3. ఒక దత్తాంశ పరిశీలనలు 16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, 41. 'సున్న'ను పరిగణనలోకి తీసుకోకుండా చైతన్య బాహుళకాన్ని, మధ్యగతాన్ని కనుక్కొన్నాడు. చైతన్య చేసినది సరైనదేనా?
4. మూడు ధనపూర్ణ సంఖ్యల వేర్వేరు సముదాయాలను ఎన్ని తీసుకుంటే అంకగణిత మధ్యమం 6, మధ్యగతం 7 వచ్చి బాహుళకం లేకుండా ఉంటుంది?
5. 3, 4, 5, 5, 8 అనే ఒక పూర్ణ సంఖ్యల సముదాయానికి నాలుగు పూర్ణసంఖ్యలను కలిపితే అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం 1 చొప్పున పెరుగుతాయి. కొత్తగా చేర్చిన సముదాయంలో గరిష్ట పూర్ణ సంఖ్య ఎంత?

### ఆడండి

1, 2, 3, 4, 5, 6 అంకెలు గుర్తించిన పాచిక (dice) ను తీసుకోండి. ముగ్గురు విద్యార్థుల్లో ఒక్కొక్కరిని పాచిక వేసి అంకె గుర్తించమనండి. ఈ ప్రక్రియను 10 రౌండ్ల వరకు కొనసాగించండి. ప్రతి విద్యార్థి 10 అంకెలు పొందుతాడు. ప్రతి విద్యార్థి పొందిన 10 అంకెలకు అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాలను కనుక్కోండి.



### 7.6 సమాచార ప్రదర్శన

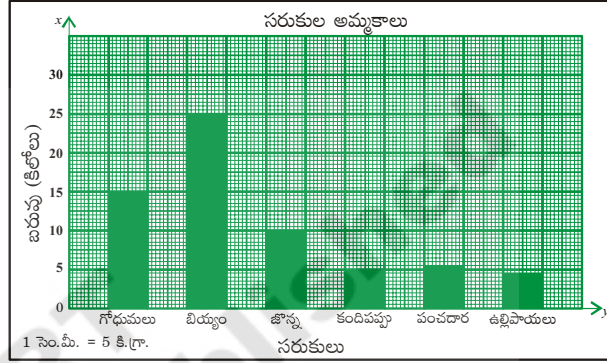
సమాచారాన్ని కమ్మీ చిత్రంలోనూ, పటచిత్రం (pictograph) లోనూ సూచించడాన్ని ఆరో తరగతిలో నేర్చుకున్నాం. వస్తువుల చిత్రాలను ఉపయోగిస్తూ సమాచారాన్ని సూచించేవి పిక్టోగ్రాఫ్స్. అయితే పిక్టోగ్రాఫ్స్ను ఉపయోగించడం వల్ల సమయం అధికంగా వినియోగించబడుతుంది. ఇది కష్టతరం కూడా. కమ్మీ చిత్రాల్లో సమాచారాన్ని సూచించడం సులువైంది.

### 7.6.1 కమ్మీ చిత్రం (బార్ గ్రాఫ్)

ఈ విభాగంలో కమ్మీ చిత్రాల గురించి మరికొంచెం ఎక్కువగా నేర్చుకొందాం. మధ్య దూరం సమానం గానూ, సమాన వెడల్పుతోనూ ఉన్న కమ్మీలతో కూడి ఉండేదే కమ్మీ చిత్రం. ప్రతి అంశ పౌనఃపున్యం ఎంత ఉందో ప్రతి కమ్మీ పొడవు తెలుపుతుంది. కమ్మీ చిత్రం పొడవు స్కేలు పై ఆధారపడి ఉంటుందని మనకు తెలుసు.

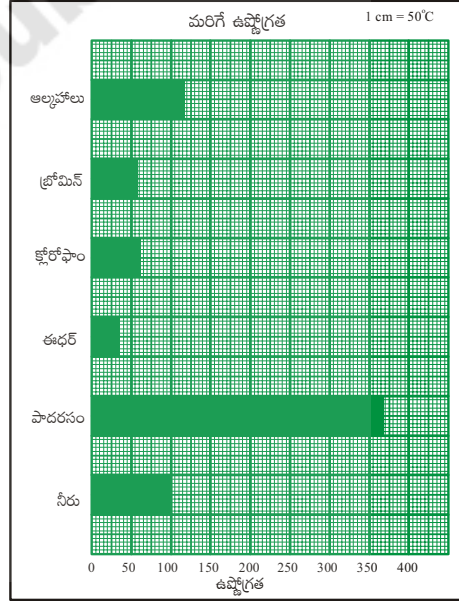
**ఉదాహరణ 11 :** ఒక దుకాణంలోని వివిధ వస్తువుల ఒకరోజు అమ్మకాలను ఈ కమ్మీ చిత్రం తెలియజేస్తుంది.

- X- అక్షం, y - అక్షం పై ఏ అంశాలను తీసుకొన్నాం?
- y- అక్షానికి ఎంపిక చేసిన స్కేలు ఏది?
- వీటిలో ఏ వస్తువు ఎక్కువగా అమ్ముడయింది? ఎంత?
- ఉల్లిపాయల అమ్మకం కందిపప్పు అమ్మకం కన్నా ఎక్కువగా ఉందా?
- జొన్నలు, కందిపప్పు ల అమ్మకాల నిష్పత్తి ఎంత?



**ఉదాహరణ 12 :** మరో కమ్మీ చిత్రాన్ని పరిశీలించండి.

- ఈ గ్రాఫ్ ఏ వివరాలను తెలియజేస్తుంది?
- X- అక్షం, y- అక్షాలపై వేటిని తీసుకున్నారు?
- ఎక్కువ మరిగే ఉష్ణోగ్రత ఉండే ద్రవ పదార్థం వీటిలో ఏది?
- ఇచ్చిన ద్రవ పదార్థాల్లో తక్కువ మరిగే ఉష్ణోగ్రత ఉండే ద్రవం ఏది?
- పాదరసం, ఈథర్ల మరిగే ఉష్ణోగ్రతల మధ్య నిష్పత్తి ఎంత?

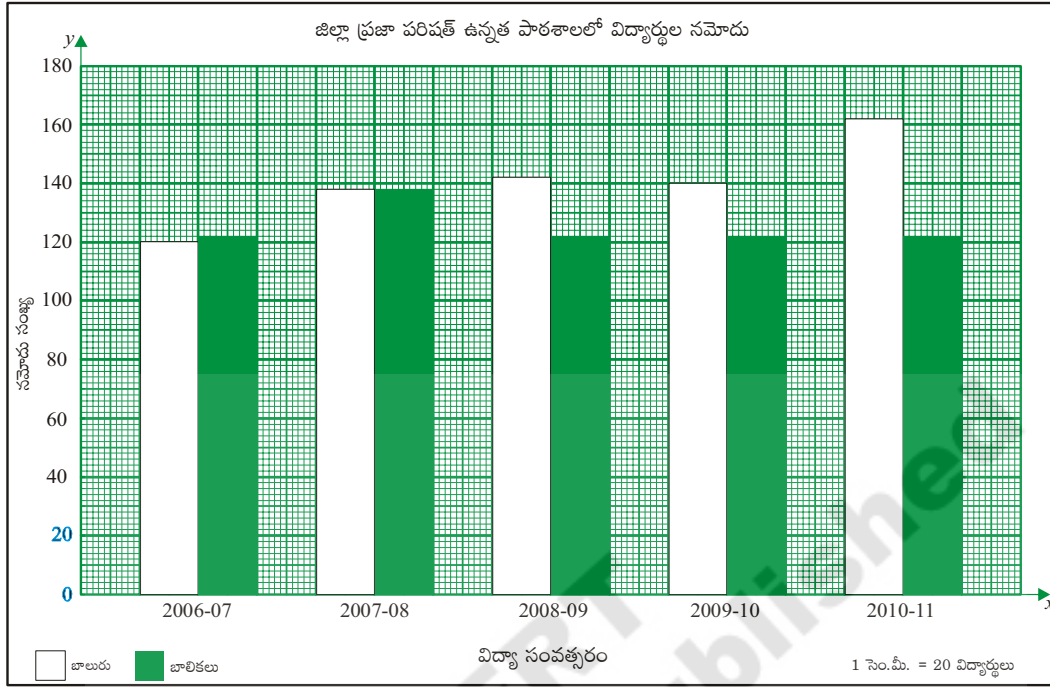


### 7.6.2 రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాలు (డబుల్ బార్ గ్రాఫ్)

ఇప్పుడు మరో రకం కమ్మీ చిత్రాల గురించి తెలుసుకుందాం.

**ఉదాహరణ 13 :** క్రింది కమ్మీ చిత్రాన్ని పరిశీలించండి. జిల్లా ప్రజా పరిషత్తు ఉన్నత పాఠశాలలో బాలురు, బాలికల నమోదు సంఖ్యను ఈ చిత్రం సూచిస్తుంది.

ప్రతి సంవత్సరంలోనూ రెండు కమ్మీలుండడాన్ని మీరు గమనించారా? మొదటి కమ్మీ ఏం తెలుపుతుంది? రెండో కమ్మీ ఏం తెలుపుతుంది? ఇలాంటి కమ్మీ చిత్రాన్ని రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం (Double bar graph) అంటారు. ఈ చిత్రం రెండు పరిశీలనల్ని పక్క పక్కనే సూచిస్తుంది.



- (i) ఏ సంవత్సరంలో బాలుర సంఖ్య కంటే బాలికల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉంది?
- (ii) ఏ సంవత్సరంలో బాలురు, బాలికల సంఖ్య సమానంగా ఉంది?
- (iii) ఏ సంవత్సరంలో బాలికల సంఖ్య కనిష్ట స్థాయిలో ఉంది?
- (iv) 2007-08 సంవత్సరంలో మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

**ఉదాహరణ 14 :** ఏడో తరగతిలో ఐదుగురు విద్యార్థుల మార్కుల వివరాలు క్రింది పట్టికలో ఉన్నాయి. ఈ సమాచారాన్ని రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం (double bar graph.) రూపంలో తెలపండి.

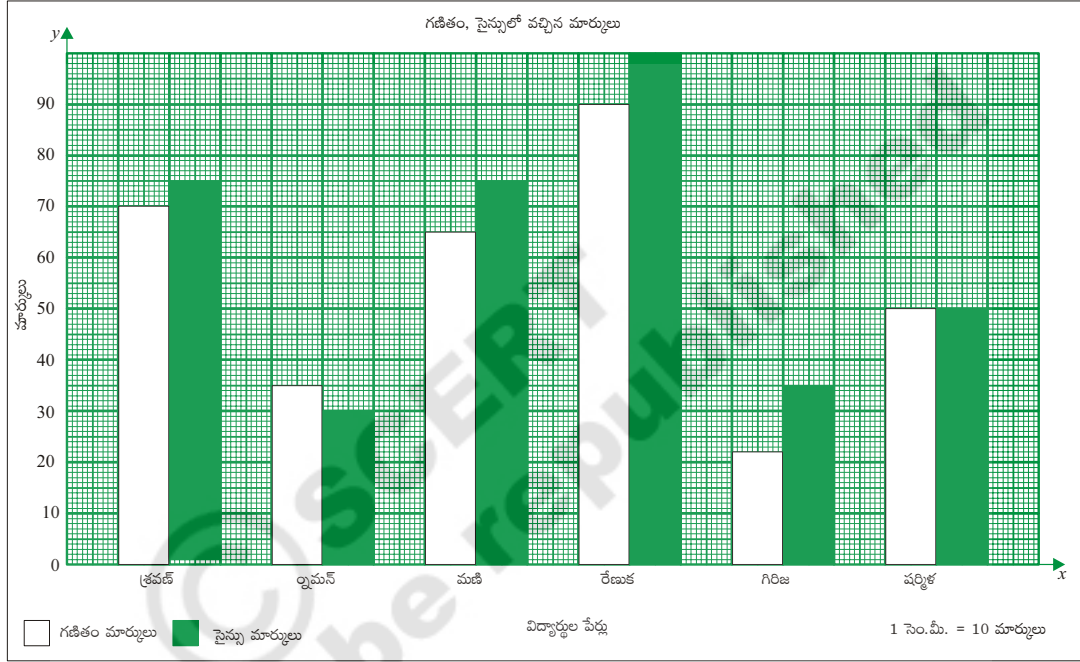
విద్యార్థి పేరు	గణితం	సామాన్యశాస్త్రం
శరవణ్	70	75
రామన్	35	30
మణి	65	75
రేణుక	90	100
గిరిజ	22	35
షర్మిల	50	50

**సాధన :** రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం గీయడంలో సోపానాలు

1. గ్రాఫ్ పేపర్ పై  $x$ - అక్షం (అడ్డుగీత),  $y$ - అక్షం (నిలువు గీత) గీయండి. ఖండన బిందువును 'O' గా గుర్తించండి.
2.  $x$ - అక్షం పై విద్యార్థుల పేర్లు తీసుకోండి.



3.  $y$ - అక్షం పై గణితం, సామాన్యశాస్త్రం లలో మార్కులు తీసుకోండి.
4. రెండు పాఠ్యాంశాలలోనూ గరిష్ట మార్కులు గ్రాఫ్ పేపర్ పై గుర్తించబడేలా సరైన స్కేలును  $y$ - అక్షం పై తీసుకోండి.  $y$ - అక్షం పై 100, అనే విలువ గరిష్టంగా ఉంటుంది. కాబట్టి 1 సెం.మీ = 10 మార్కులు అనే సూచిక భిన్నం సరైనది.
5. మార్కులను 10 తో భాగించి కమ్మీ పొడవు నిర్ధారించండి. (సూచిక భిన్నం 1 సెం.మీ = 10 మార్కులు)
6. ప్రతి విద్యార్థి గణితం మార్కులను, సామాన్యశాస్త్రం మార్కులను పక్క పక్కనే పేర్కొనండి.

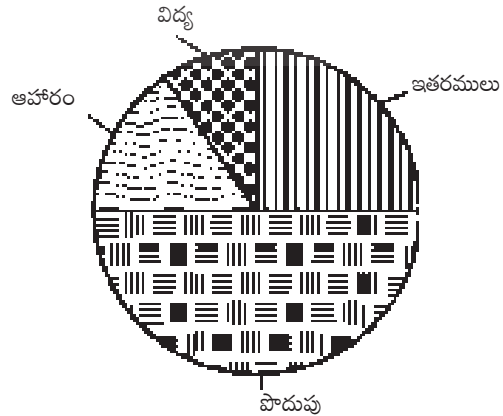


### 7.6.3 వృత్తరేఖా చిత్రాలు (పై చిత్రం)

సమాచారాన్ని సూచించే మరో పద్ధతి 'వృత్తరేఖా చిత్రం' (పై చిత్రం) ద్వారా సూచించడం

ఒక కుటుంబ నెలవారీ బడ్జెట్ వివరాలు ఎడమ వైపు ఉన్న పట్టికలో ఉన్నాయి. కుడి వైపు ఈ సమాచారం పై చిత్రంలో ఉంది. మొత్తం ఆదాయంలో బడ్జెట్ ఏ అంశంలో ఎక్కువగా ఉంటే వృత్త రేఖా చిత్రంలో ఆ అంశం ఎక్కువ భాగం ఉంటుంది.

బడ్జెట్ పద్దు	మొత్తం (₹)
ఆహారం	1500
విద్య	750
ఇతర ఖర్చులు	2250
పొదుపు	4500
మొత్తం	9000



పైన ఇచ్చిన పై చిత్రాన్ని పరిశీలించి, కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

- (i) పై చిత్రం ఏ ఆకారంలో ఉంటుంది?
- (ii) ఆహారం, విద్య, పొదుపు, ఇతర ఖర్చులను పై చిత్రంలో ఏ ఆకారంలో సూచించడం జరిగింది?
- (iii) సత్యమో అసత్యమో తెలపండి.
  - (a) ఆదాయంలో అధికభాగం పొదుపు చేశారు.
  - (b) విద్యపై అతి తక్కువ మొత్తాన్ని ఖర్చు చేశారు.

### 7.6.4 వృత్త రేఖా చిత్రాన్ని గీయడం

ఈ 'వృత్తరేఖా చిత్రం' నందు సమాచారం ఎలా సూచిస్తామో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

మొత్తం ఆదాయంలో ఖర్చులకు సంబంధించిన ఒక్కో అంశం ఎంత భాగమో, వృత్తంలో అంతభాగం (సెక్టరు) ఆ అంశమును సూచిస్తుంది.

వృత్త కేంద్రం వద్ద మొత్తం కోణం  $360^{\circ}$ . అని మనకు తెలుసు. ఇది మొత్తం ఆదాయం ₹ 9000. ను సూచిస్తుంది. ఖర్చులోని ప్రతి అంశం మొత్తం ఆదాయంలో ఒక భాగం. అందువల్ల ప్రతి అంశంలోని ఖర్చుకూ మొత్తం ఆదాయానికీ మధ్య నిష్పత్తి పై సెక్టరు కోణం లేదా సెక్టరు వైశాల్యం ఆధారపడి ఉంటుంది.

$$\text{అందువల్ల ప్రతి సెక్టరు కోణం} = \frac{\text{ఖర్చు}}{\text{మొత్తం ఆదాయం}} \times 360^{\circ}$$

సెక్టరు కోణాన్ని కనుక్కోనేందుకు కింది పట్టిక రూపొందించాలి

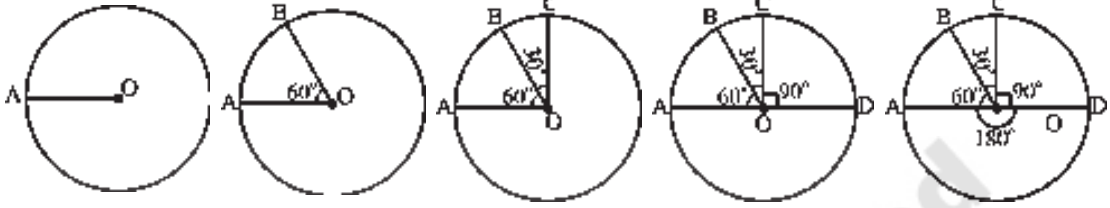
బడ్జెట్ పద్ధతి	ఖర్చు (రూపాయల్లో)	ఖర్చుకూ మొత్తం ఆదాయానికీ మధ్య నిష్పత్తి	సెక్టరు కోణం (లేదా) సెక్టరు వైశాల్యం
ఆహారం	1500	$\frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^{\circ} = 60^{\circ}$
విద్య	750	$\frac{750}{9000} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \times 360^{\circ} = 30^{\circ}$
ఇతర ఖర్చులు	2250	$\frac{2250}{9000} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^{\circ} = 90^{\circ}$
పొదుపు	4500	$\frac{4500}{9000} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^{\circ} = 180^{\circ}$

నిర్మాణ సోపానాలు :

1. ఏదేని ఒక వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీచి, దాని కేంద్రాన్ని 'O' గా గుర్తించండి.
2. వృత్త పరిధి పై ఏదైనా ఒక బిందువును 'A' గా గుర్తించండి. OA ను కలపండి.
3. ఆహారం సెక్టరు కోణం  $60^{\circ}$  ఉండేట్లు  $\angle AOB = 60^{\circ}$  ని నిర్మించండి.

4. విద్య సెక్టరు కోణం  $30^\circ$  ఉండేట్టు  $\angle BOC = 30^\circ$ . ని నిర్మించండి.
5. ఇతర ఖర్చుల సెక్టరు కోణం  $90^\circ$  ఉండేట్టు  $\angle COD = 90^\circ$ . ని నిర్మించండి.
6.  $\angle DOA = 180^\circ$  అనే సెక్టరు కోణం 'పొదుపు'ను సూచిస్తుంది.

గమనిక : అన్ని సెక్టర్ ల లోని కోణాల మొత్తం  $360^\circ$  అవుతుందేమో సరిచూడండి.



#### అభ్యాసం 4

1. కింది సమాచారానికి కమ్మీ చిత్రాన్ని గీయండి.

వివిధ సంవత్సరాల్లో భారతదేశ జనాభా -

సంవత్సరం	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
జనాభా (మిలియన్లలో) (సుమారుగా)	320	360	440	550	680	850	1000

ఆధారం : 1991, 2001 సంవత్సరాల భారతదేశ జనాభా సమాచారం

2. కింది సమాచారాన్ని వినియోగించి పై చిత్రాన్ని గీయండి.

ఖర్చు వివరాలు	ఆహారం	ఆరోగ్యం	దుస్తులు	విద్య	పొదుపు
ఖర్చు మొత్తం (రూపాయల్లో)	3750	1875	1875	1200	7500

3. కింది సమాచారంతో రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాన్ని (double bar graph) గీయండి.

1999 లో వివిధ రాష్ట్రాల జనన, మరణాల రేటు (సుమారుగా)

రాష్ట్రం	జననాల రేటు (ప్రతి 1000కి)	మరణాల రేటు (ప్రతి 1000 కి)
ఆంధ్రప్రదేశ్	22	8
కర్ణాటక	22	8
తమిళనాడు	19	8
కేరళ	18	6
మహారాష్ట్ర	21	8
ఒరిస్సా	24	11

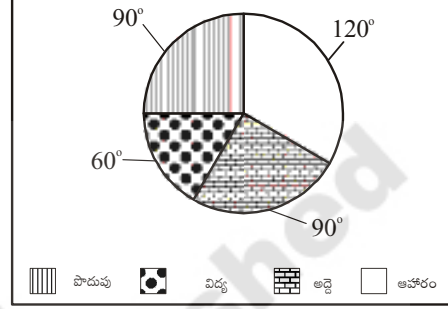
ఆధారం : ఎస్ ఆర్ ఎస్ 1999 గణాంకాలు

4. కింది సమాచారాన్ని ఉపయోగించి 'పై-చిత్రం' గీయండి.

పిల్లల రోజువారీ కార్యకలాపాల కాలం

కార్యకలాపాలు	నిద్ర	పాఠశాల	ఆటలు	ఇతరులు
కాలం	8 గంటలు	6 గంటలు	2 గంటలు	8 గంటలు

5. ఒక కుటుంబం ఒక నెలలో చేసిన ఖర్చు వివరాలను ప్రక్కన ఉండే 'పై-చిత్రం' సూచిస్తుంది. (పై-చిత్రం చుట్టూ ఉండే సంఖ్యలు ఒక్కో సెక్టరు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణాలను తెలుపుతాయి)



కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

- ఆ కుటుంబం దేనిపై ఖర్చు తక్కువ పెడుతుంది?
- ఆ కుటుంబం దేనిపై ఎక్కువ ఖర్చు చేస్తోంది?
- కుటుంబ ఆదాయం ₹ 9000 అయితే, అద్దెకు పెట్టిన ఖర్చు ఎంత?
- అహారానికి పెట్టిన ఖర్చు ₹ 3000, అయితే పిల్లల విద్యకు పెట్టిన ఖర్చు ఎంత?



#### ఇంటి ప్రాజెక్టు

- మీ వార్డు / కాలనీ / గ్రామంలో వివిధ ఇళ్ళ రకాలకు చెందిన ఇళ్ళు ఎన్ని ఉన్నాయనే సమాచారం సేకరించండి. ఆ సమాచారానికి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.
- మీ కుటుంబం ఒక నెలలో చేసే ఖర్చు వివరాలను సేకరించండి. 'పై-చిత్రం'లో సూచించండి.
- మ్యాగజైన్లు, దినపత్రికలలో కమ్మీ చిత్రాలు, పై చిత్రాల రూపంలో ఉన్న సమాచారాన్ని సేకరించండి. మీ పాఠశాల గోడపత్రికలో ప్రదర్శించండి.



#### ప్రాజెక్టు పని

ఒక వారంలో మీ తరగతి రోజువారీ హాజరును సేకరించండి. వారం రోజుల సగటు హాజరును కనుక్కోండి.



### మనం నేర్చుకున్నవి

- ఒక దత్తాంశ సమితికి ప్రాతినిధ్య విలువలు అంకగణిత మధ్యమం, బాహుళకం, మధ్యగతం.
- ఒక దత్తాంశ సమితిలోని రాశుల మొత్తాన్ని రాశుల సంఖ్యతో భాగిస్తే వచ్చే ఫలితం అంకగణిత మధ్యమానికి సమానం. ఇది దత్తాంశ గరిష్ట, కనిష్ట విలువల మధ్య ఉంటుంది.
- ఎక్కువ సార్లు పునరావృతమయ్యే దత్తాంశ రాశిని 'బాహుళకం' అంటారు. ఒక దత్తాంశ సమితిలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉండవచ్చు, కొన్నిసార్లు బాహుళకం లేకపోవచ్చు.
- రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చితే
  1. రాశుల సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే మధ్యగతం, ఆ రాశుల వరుస మధ్యలో ఉండే రాశి అవుతుంది.
  2. రాశుల సంఖ్య సరి సంఖ్య అయితే మధ్యలో ఉండే రెండు రాశుల సరాసరి మధ్యగతం అవుతుంది.
- వృత్తాన్ని సెక్టర్లుగా విభజించి సమాచారాన్ని సూచించే చిత్రమే 'పై' చిత్రం.
- 'పై' చిత్రంలో ప్రతి సెక్టరు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణం (లేదా సెక్టరు వైశాల్యం) అది సూచించే రాశికి అనుపాతంలో ఉంటుంది.

### డా. సి.ఆర్. రావు (భారతదేశం)

1920 AD

ప్రముఖ సాంఖ్యిక శాస్త్రజ్ఞుడు. ఈయన రచించిన “థియరీ ఆఫ్ ఎస్టిమేషన్” అనే గ్రంథము (1945) ప్రాముఖ్యత పొందింది. ఈయన క్రామర్-రావ్ ఇనిక్వాలిటీ మరియు ఫిషర్-రావు సిద్ధాంతాలను రూపొందించారు.

