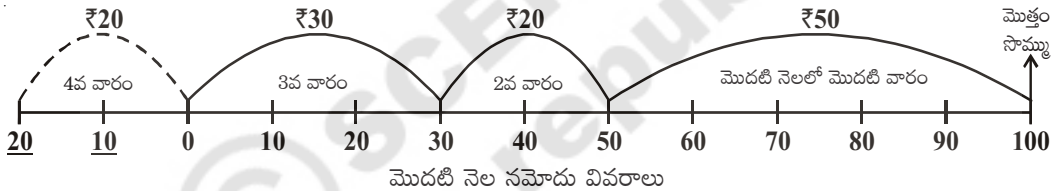


## పూర్ణ సంఖ్యలు

### 6.1 పరిచయం

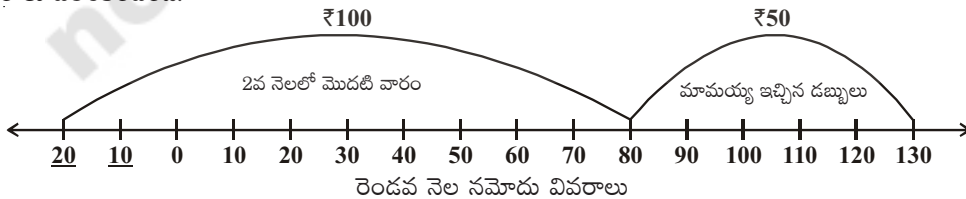
రఫీకి వాళ్ళ నాన్నగారు ప్రతినెల ₹ 100 ప్యాకెట్‌మనీగా ఇస్తారు. అతడు ఆ డబ్బును అతని అమ్మకు ఇచ్చి ప్రతీవారం ఖర్చులకు తీసుకుంటూ ఉంటాడు. తన దగ్గర తీసుకుంటున్న, ఇస్తున్న డబ్బు వివరాలను ఎప్పటికప్పుడు ఒక క్రమపద్ధతిలో రఫీ తల్లి ఒక పుస్తకంలో నమోదు చేస్తూ వుంటుంది.

ఒక నెలలో రఫీ మొదటి వారంలో ₹ 50, రెండవ వారంలో ₹ 20 మూడవ వారంలో ₹ 30 తీసుకున్నాడు. అతనికి నాల్గవ వారంలో ₹ 20 అవసరమయ్యాయి. కాని అప్పటికే రఫీ ఇచ్చిన డబ్బు అంతా ఖర్చు అయిందని తల్లి చెప్పింది. రికార్డు చూపించింది. తనకు ఈ సారికి డబ్బు ఇస్తే తర్వాత నెల ఇచ్చే ప్యాకెట్‌మనీ నుండి తగ్గించుకోవచ్చని రఫీ తల్లికి చెప్పి ₹ 20 తీసుకున్నాడు. తల్లి అందుకు అంగీకరించి డబ్బు ఇచ్చి, తిరిగి ఆవివరాలను రికార్డులో నమోదు చేసింది.



మరుసటి నెల మొదటి తేదీన, రఫీ తండ్రి అతనికి ₹ 100 యధావిధిగా ప్యాకెట్‌మనీ ఇచ్చాడు. దానిని రఫీ తల్లికి ఇచ్చాడు. రఫీ తల్లి దగ్గర అతని డబ్బు ఎంత ఉంటుందో చెప్పండి? అది ₹ 80 కదా! ఎందుకంటే గతనెలలో అదనంగా ఇచ్చిన ₹ 20 ను ₹ 100 నుండి తగ్గిస్తే అదే వస్తుంది కదా !

అదేరోజు సాయంకాలం రఫీ మామయ్య వచ్చి తిరిగి వెళ్తూ అతనికి ₹ 50 దాచుకొమ్మని ఇచ్చాడు. రఫీ చాలా సంతోషించి, దానిని కూడా తల్లి వద్దనే ఉంచమని చెప్పి వివరాలు నమోదు చేయమన్నాడు. తల్లి దగ్గర, రఫీ డబ్బు ఎంత ఉన్నదో ఇప్పుడు ఊహించి చెప్పండి. అది ₹ 130 అయింది కదా! ఎలా? ఆలోచించండి. తిరిగి మరలా ఒక్కసారి నమోదు వివరాలు పరిశీలించండి.



పైన పేర్కొన్న నమోదు వివరాలు పరిశీలించి, క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు చెప్పండి.

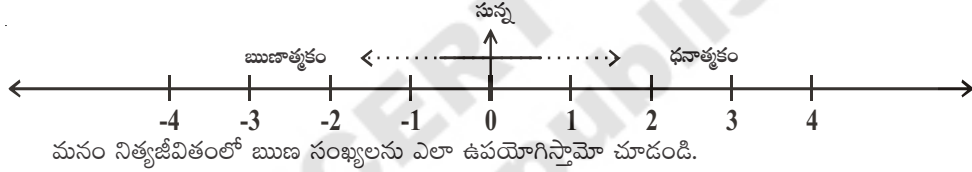
1. రఫీకి అతని తండ్రి ప్రతినెలా ఎంత ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తాడు?
2. రఫీ గతనెల నాలుగు వారాలలో మొత్తం ఎంతఖర్చు పెట్టాడు?
3. రఫీ తల్లి నాల్గవ వారంలో ఎంతడబ్బు అప్పుగా ఇచ్చింది?

4. నెల నాల్గవ వారంలో అప్పుగా ఇచ్చిన డబ్బును రఫీ తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?
5. సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గుర్తించిన ₹20 లకు, ఎడమ వైపున గుర్తించిన ₹20 లకు తేడా ఏమిటి?
6. రఫీ ఈనెలలో ఇచ్చిన ₹100లను, అదేవిధంగా ₹50 లను సంఖ్యారేఖపై అతని తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

## 6.2 ఋణసంఖ్యలు ఎప్పుడు ఏవిధంగా అవసరమౌతాయి

సంఖ్యారేఖపై ఇరువైపులా తల్లి నమోదు చేసిన ₹20 ఒకే విలువను తెలియజేయడంలోదని తెలుసుకున్నారు కదూ! సున్న కన్నా తక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు, ఎక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు ఒకటే కాదని మనం డబ్బు ఇచ్చునపుడు, అప్పుగా తీసుకున్నప్పుడు గమనించాం.

ఈ విధంగా మన నిత్యజీవిత పరిస్థితులలో లాభ నష్టాలలోనూ, భూత, భవిష్యత్ కాలాలలోనూ, గరిష్ట, కనిష్ట ఉష్ణోగ్రతల నమోదులోనూ ఇటువంటి సంఖ్యల అవసరాన్ని గుర్తించవచ్చు. అందుచే రఫీ తల్లి సున్నకు ఎడమవైపున నమోదు చేసిన సంఖ్యలను (అంటే సున్నా కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు) మనం ఋణసంఖ్యలు అంటాం. వీటిని -1, -2, -3, -4, ... (-10, -20, -30) అనే గుర్తులతో సూచిస్తాం.



**ఉదా 1 :** ఒక వ్యాపారంలో ₹ 200 నష్టంను (-200) అనీ, ₹ 200 లాభాన్ని (+200) అనీ సూచిస్తారు.

**ఉదా 2 :** 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా అధికంగా ఉన్నదానిని 'ధనాత్మకం' గానూ, 0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా తక్కువైన దానిని 'ఋణాత్మకం'గా గుర్తిస్తే

0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3°C తక్కువను -3°C గానూ,

0°C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3°C ఎక్కువను +3°C గానూ తెలుపుతారు.

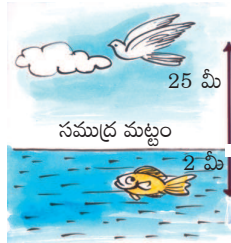
**ఇవి చేయండి.**

మూనస, శ్వేత, వారి అమ్మవద్ద ₹ 50 మరియు ₹ 20 చొప్పున అప్పుగా తీసుకున్నారు. ఈ విషయాన్ని సంఖ్యారేఖ పై ఎలా సూచిస్తారు? ఒకవేళ వాళ్ల నాన్న గారు ₹ 100 ప్యాకెట్ మనీ ఇస్తే అప్పు తీర్చగా ఎవరివద్ద అధికంగా డబ్బు ఉంటుంది?



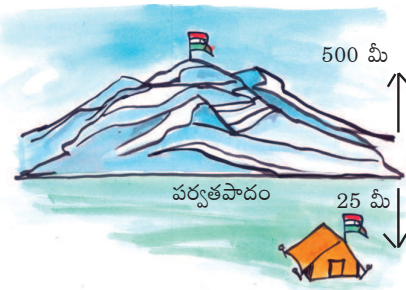
## 6.3 ఋణసంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని ఉదాహరణలు

1. ఒక పక్షి ఆకాశంలో సముద్ర తలం కన్నా 25మీ. ఎత్తులో ఎగురుతుండగా ఒకచేప సముద్రంలో 2మీ.



లోతులో ఈదుతున్నది.

2. ఒక పర్వతంపైన 5000 మీ. ఎత్తులో ఒకజెండా ఎగురవేయబడినది. ఆపర్వత పాదానికి దిగువన 25మీ. ఒక గుడారం వేయబడి ఉన్నది.



3. శీతాకాలంలో ఒక రాత్రి ఢిల్లీలో  $5^{\circ}\text{C}$  ఉష్ణోగ్రత నమోదు కాగా హిమాచల్ ప్రదేశ్ లో గల కుశ్మీ నందు సున్నా కన్నా  $6^{\circ}$  డిగ్రీలు తక్కువ నమోదు అయింది.

**ఆలోచించండి - చర్చించండి.**

ధన, రుణ సంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను తెలిపి చర్చించండి.



మనం ఈ విధంగా ధన సంఖ్యలు, ఋణ సంఖ్యలు, మరియు సున్నులను కలిపి 'పూర్ణసంఖ్యలు' అని తెలుపుతాం. ఈ సంఖ్యల సమితిని 'Z' అనే అక్షరంతో సూచిస్తాం. (కొన్ని సందర్భాలలో 'I' తో సూచిస్తారు)

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

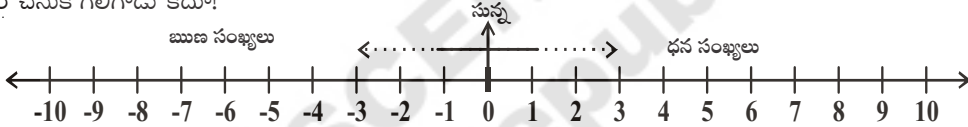
**ప్రయత్నించండి**

భారతదేశంలో జనవరి నెలలో వివిధ ప్రాంతాలలో నమోదయ్యే ఉష్ణోగ్రతా వివరాలు సేకరించి, వాటిని పూర్ణసంఖ్యలతో సూచించండి.



#### 6.4 పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించుట

ఇప్పుడు, రఫీ తాను దాచుకున్న డబ్బును, తిరిగి తీసుకున్నప్పుడు తన తల్లి ఏవిధంగా వివరాలు నమోదు చేసినదీ అర్థం చేసుకోగలిగాడు కదూ!



సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నీ ధన పూర్ణసంఖ్యలు (సహజ సంఖ్యలు) అనీ, ఎడమవైపున గల సంఖ్యలన్నీ ఋణ సంఖ్యలని అంటారు. 'సున్న' అనేది ధనాత్మకం కాదు, ఋణాత్మకం కాదు. మీరు కూడా అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు?

పైన చూపిన సంఖ్యరేఖనుబట్టి జవాబివ్వండి.

1. సున్నకు అతిదగ్గరలో గల ధనపూర్ణసంఖ్య ఏది?
2. సున్నకు ఎడమవైపున ఎన్ని ఋణ సంఖ్యలుంటాయి?
3.  $(-2)$ ,  $(-1)$  లలో ఏది పెద్దది?
4.  $3$ ,  $(-5)$  లలో ఏది చిన్నది?
5. ధనాత్మకం, ఋణాత్మకం కాని పూర్ణసంఖ్య ఏది?

**ఇవి చేయండి.**

ఒక నిలువు రేఖను గీచి, దానిపై క్రింది పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించండి.

$-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2$



#### అభ్యాసం - 6.1

1. కింది వాక్యాలను గుర్తులతో పూర్ణసంఖ్యలుగా తెలపండి.
  - i) 3000 మీ. ఎత్తులో విమానం ఎగురుతున్నది ( )
  - ii) ఒక చేప నీటి మట్టానికి 10 మీటర్ల దిగువన కలదు. ( )

- iii) హైదరాబాదులో ఉష్ణోగ్రత  $0^{\circ}\text{C}$  కన్నా  $35^{\circ}$  ఎక్కువ ఉన్నది. ( )
- iv)  $0^{\circ}$  సెంటీగ్రేడ్ ఉష్ణోగ్రత వద్ద నీరు ఘనీభవిస్తుంది. ( )
- v) ఎవరెస్టు శిఖరంపై జనవరి నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత  $0^{\circ}\text{C}$  కన్నా  $36$  డిగ్రీలు తక్కువ ( )
- vi) జలాంతర్గమి సముద్రమట్టానికి  $500$  మీ. దిగువన కలదు ( )
- vii) డార్జిలింగ్ లో జూలై నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత  $0^{\circ}\text{C}$  కన్నా  $19^{\circ}\text{C}$  తక్కువ ( )
- viii) జనవరి నెలలో విశాఖపట్నంలో సగటు అత్యల్ప ఉష్ణోగ్రత  $18^{\circ}\text{C}$  ( )

2. ఏవైనా ఐదు రుణపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

3. ఏవైనా ఐదు ధనపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

4. దిగువ పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యరేఖపై గుర్తించండి.  $-4, 3, 2, 0, -1, 5$

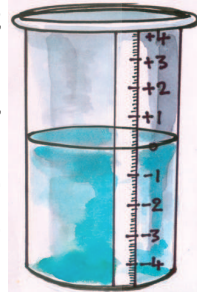


5. సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి. అసత్య వాక్యాన్ని సత్య వాక్యంగా రాయండి.

- i) సంఖ్యరేఖపై  $(-7)$  సంఖ్య  $(-6)$  సంఖ్యకు కుడివైపున ఉంటుంది. ( )
- ii) 'సున్న' అనేది ధనపూర్ణసంఖ్య ( )
- iii) 9 అనేది సంఖ్యరేఖపై సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్య ( )
- iv)  $-1$  అనేపూర్ణ సంఖ్య  $-2$  నకూ, '0' కు మధ్య ఉంటుంది. ( )

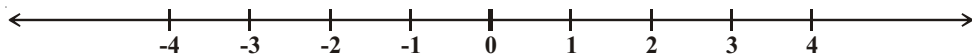
### 6.5 పూర్ణసంఖ్యల క్రమం

పవన్, హరీష్ అనే స్నేహితులు ఇద్దరు వారి గ్రామంలో గల బావిలో నీటిని పరిశీలిస్తూ ఉంటారు. ఆ బావిలో ఉన్న మెట్లు ఆధారంగా వేసవి కాలంలో నీటిమట్టం ఎలాతగ్గుతున్నది? వర్షాకాలంలో ఎలా పెరుగుతున్నదో పరిశీలించారు. ఈ నీటి స్థాయిలను ఏవిధంగా గుర్తిస్తే బాగుంటుందో అని చర్చించగా వారికి చక్కని ఆలోచన వచ్చింది. నేలబావిని పోలియుండే ఒక బీకరును తీసుకొని దానితో బావినమూనా తయారుచేసారు. ఎక్కువగా స్థిరంగా ఉండే నీటి స్థాయిని 'సున్న'తో గుర్తించి, తర్వాత మెట్ల సంఖ్యను బట్టి క్రిందకు  $-1, -2, -3, \dots$  ఈ విధంగానూ, పైకి  $+1, +2, +3, \dots$  అని గుర్తించి ఒక కాగితాన్ని బీకరుకు అంటించారు. ఈ బీకరులో నీటిస్థాయిని పెంచడానికి, తగ్గించడానికి ఇంకు పిల్లరు ఉపయోగించారు. ఇప్పుడు చెప్పండి.



- 1. బీకరులో నీటిని వేస్తే ఏమాతున్నది?
- 2. '0' స్థాయివద్ద నుండి నీటిని తొలగిస్తే నీటిస్థాయి ఎలా మారుతున్నది?

మరల మరొకసారి సంఖ్యరేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఎలా గుర్తిస్తారో పరిశీలిద్దాం.



సంఖ్యరేఖను బట్టి  $4 > 2$  అంటే 4 సంఖ్య 2 కు కుడివైపున కలదు.  $2 > 0$  అంటే 2 సంఖ్య, సున్నకు కుడివైపున ఉన్నట్లు. అలాగే 0 అనేది  $-3$ కు కుడి ప్రక్కన కలదు. అందుచే  $0 > -3$ . దీనిని బట్టి సంఖ్యరేఖపై కుడివైపుకు పోవుకొలదీ సంఖ్యవిలువ పెరుగుతూ ఉన్నది కదూ! అదేవిధంగా ఎడమవైపుకు పోవు కొలదీ తగ్గుతున్నదని భావించవచ్చు.

అందుచే  $-3 < -2, -2 < -1, -1 < 0$  మరియు  $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$  ఇలా వ్రాయవచ్చు.



**ఇవి చేయండి**

పై అవగాహన ఆధారంగా క్రింది ఖాళీలను '<' లేదా '>' గుర్తులతో ఖాళీలు పూరించండి.

0.....-1;      -3.....-2;      5.....6;      -4.....0



**అభ్యాసం - 6.2**

- కిందనివ్వబడిన పూర్ణసంఖ్యల మధ్య '>' లేదా '<' గుర్తులనుంచి పోల్చండి.
 

i) -1 ..... 0	ii) -3 ..... -7	iii) -10 ..... +10
iv) 0 ..... -5	iv) -100 ..... 99	vi) 0 ..... 100
- కింద పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి.
 

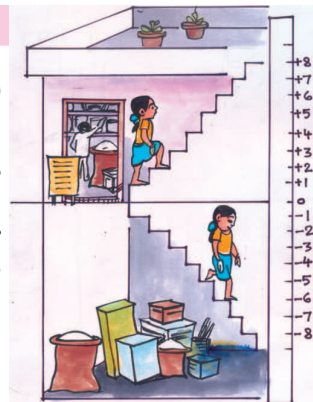
i) -7, 5, -3	ii) -1, 3, 0	iii) 1, 3, -6	iv) -5, -3, -1
--------------	--------------	---------------	----------------
- సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి. అసత్య వాక్యాలను సత్య వాక్యాలుగా మార్చండి.
 

i) సంఖ్యరేఖపై 'సున్న' సంఖ్య (-3) నకు కుడివైపున ఉంటుంది	( )
ii) (-12) మరియు (+12) అనేవి సంఖ్య రేఖపై ఒక పూర్ణసంఖ్యను సూచిస్తాయి.	( )
iii) ప్రతి ధన పూర్ణసంఖ్య 'సున్న' కంటే పెద్దది.	( )
iv) $-5 < 8$	( )
v) $(-100) > (+100)$	( )
vi) $-1 < -8$	( )
- దిగువనివ్వబడిన సంఖ్యల మధ్యనగల పూర్ణసంఖ్యలను తెలపండి. సంఖ్య రేఖపై గుర్తించండి.
 

i) -1 మరియు 1	ii) -5 మరియు 0
iii) -6 మరియు -8	iv) 0 మరియు -3
- ఒకరోజు సిమ్లాలో ఉష్ణోగ్రత  $-4^{\circ}C$  మరియు అదేరోజున కుట్రి  $-6^{\circ}C$  గా నమోదు అయినది. అయిన ఆరోజు వినగరంలో అత్యంత చలిగా ఉన్నది? ఎలా?

**ఇవి చేయండి.**

రాజేష్ కుగల కిరాణా దుకాణం యొక్క భవనం పై భాగంనకు వెళ్ళి ఆడుకోవడానికి లేదా చుట్టుప్రక్కల ప్రాంతాలు చూడడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. అదే విధంగా కిరాణా సామాన్లు నిల్వచేయడానికి క్రిందభాగంలో గొడౌన్ కు పోవడానికి కూడా మెట్లు ఉన్నాయి. ప్రతిరోజు రాజేష్ కూతురు హాసినీ, స్కూలునుండి వచ్చాక, మెట్లు ఎక్కి మేడమీద ఆడుకుంటుంది. అదే విధంగా రాత్రివేళల్లో సామాన్లు గొడౌన్ లో సర్దడానికి తనతండ్రికి సహాయపడుతుంది. ప్రక్కపటంలో ఏవిధంగా పైకి, క్రిందకు గల మెట్లకు పూర్ణసంఖ్యలచే గుర్తించిన విధం గమనించండి. క్రింది వాక్యాలకు సరియగు పూర్ణసంఖ్యలతో గుర్తించండి.





- i) భవనం తలం నుండి 7 మెట్లు పైకి వెళ్ళింది.
  - ii) భవనం తలం నుండి 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
  - iii) పైకి 5 మెట్లు ఎక్కి, మరలా ఇంకా 3మెట్లు పైకి ఎక్కింది.
  - iv) క్రిందకు గొడొన్కు 4 మెట్లు దిగి, మరలా మరొక 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
  - v) క్రిందకు 5 మెట్లుదిగి, అక్కడ నుండి 10 మెట్లుపైకి ఎక్కింది.
  - vi) పైకి 8 మెట్లు ఎక్కి, అక్కడ నుండి 9 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
- మీరు వ్రాసిన జవాబులను మీ స్నేహితులతో పరిశీలించచేసుకొని, చర్చించండి.

## 6.6 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

అట అడుకుందాం

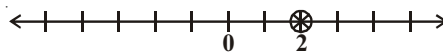
పటంలో చూపిన విధంగా 10 కూల్ డ్రింక్ మూతలను సేకరించండి. ఈ మూతలను పైవైపు, క్రిందవైపులుగా రంగువేసి పైవైపుమూతకు (+1) గానూ క్రింది వైపుమూతకు (-1) గానూ గుర్తించండి. ఈపది మూతలను కలిపి ఒకేసారి వేయమని నీ స్నేహితునితో చెప్పు. మూతలు క్రిందకు పడగానే, (+1) మరియు (-1) లుగా ఉండే జతలను తొలగించమనండి. మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన రెండు మూతలు “పైవైపు” ఉంటే నీ స్నేహితునికి (+2) పాయింట్లు వచ్చినట్లు లెక్క.



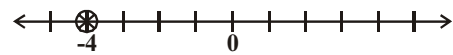
ఒక వేళ 3జతలు ఏర్పడగా 4 మూతలు “క్రిందవైపు” ఉంటే ఆమెకు (-4) పాయింట్లు వచ్చినట్లు



నీకు, నీ స్నేహితునికి వచ్చిన పాయింట్లను సంఖ్యరేఖపై నమోదు చేయండి. ఈ విధంగా ఎవరికి మొదటిగా 10 పాయింట్లు వస్తాయో వారు గెలిచినట్లు లెక్క.



మీ రికార్డు



మీ స్నేహితుని రికార్డు

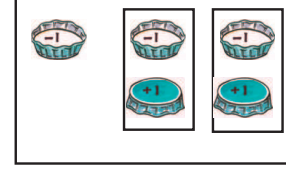
సంఖ్యరేఖలను పరిశీలించారా?

రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినప్పుడు  $(+3) + (+1) = 4$ . లాగ, రెండు రుణపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినప్పుడు  $(-3) + (-2) = -5$  లాగ కలిపారు కదా! ఇప్పుడు ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య, ఒక రుణపూర్ణసంఖ్యను ఎలా కలుపుతారో మూతల ఆటతో చూద్దాం.  $(+1) + (-1) = 0$  కావున  $(+1)$ ,  $(-1)$  వచ్చే జతలను తొలగించి తర్వాత మిగిలిన కప్పులను పరిశీలించండి.

ఉదా : i)  $(-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)]$

$$= -1 + 0$$

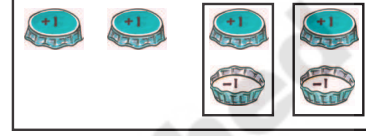
$$= -1$$



ii)  $(+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)]$

$$= (+2) + 0$$

$$= +2$$



ఈ విధంగా చేయడం వలన సంఖ్యారేఖ అవసరం లేకుండానే ఆటద్వారా సులభంగా సంకలనం చేయగలరు.

ఇవి చేయండి.

కింది వాని విలువలు కనుగొనండి

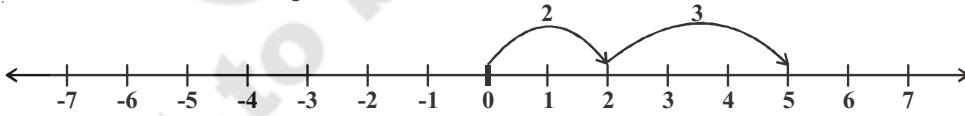
i)  $-7 + 8$  ii)  $-3 + 5$  iii)  $-3 - 2$  iv)  $+7 - 10$



### 6.6.1 సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను సంకలనం చేయుట

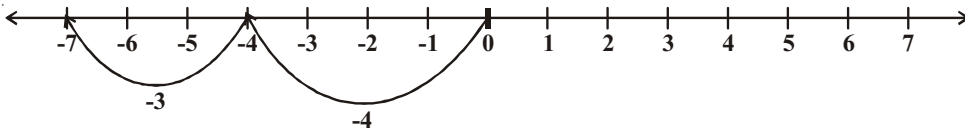
సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఏవిధంగా సంకలనం చేస్తారో తెలుసుకుందాం.

1. 2 మరియు 3 లను సంఖ్యారేఖపై కలుపుదాం.



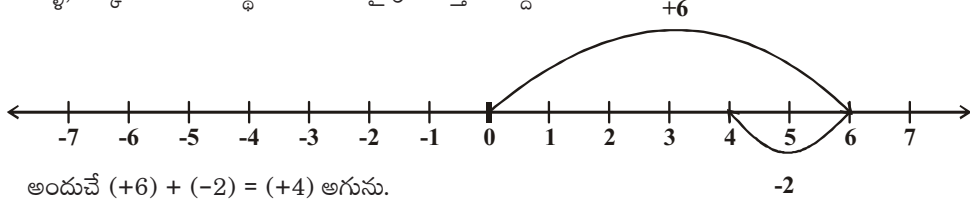
సంఖ్యారేఖపై 'సున్న' నుండి 2 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 2కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 5కు చేరతాం. అందుచే  $2+3 = 5$  అగును.

2.  $(-4)$  మరియు  $(-3)$  కలుపుదాం.



సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి 4 స్థానాలు ఎడమకు వెళ్లే  $(-4)$ , అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు మరలా ఎడమవైపుకు వెళ్లే  $(-7)$  చేరతాం. అందుచే  $(-4) + (-3) = (-7)$  అగును.

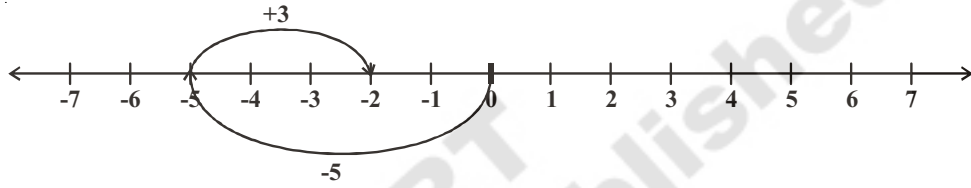
3. (+6) మరియు (-2) లను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదటి మనం 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 6 స్థానాలు వెళ్ళి, అక్కడ నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళే 4 వద్దకు చేరతాం.



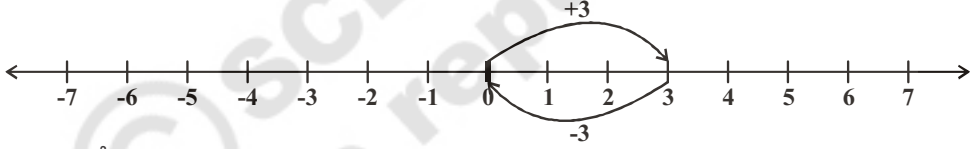
అందుచే  $(+6) + (-2) = (+4)$  అగును.

4. (-5) మరియు (+3) ను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదటి '0' నుండి 5 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళే (-5) కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్ళే (+3) మనం -2 కు చేరతాం.

అందుచే  $(-5) + (+3) = -2$



5. సునీత 3కు -3ను కలిపింది. మొదటి 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 3 స్థానాలు (+3) వెళ్ళింది. అక్కడ నుండి ఎడమవైపుకు 3 స్థానాలు (-3) వెళ్ళింది. ఆమె ఎక్కడికి చేరినట్లు భావించాలి?



సంఖ్యారేఖను బట్టి  $3 + (-3) = 0$  అని తెలుస్తుంది.

ఇదేవిధంగా మనం 5కు -5 ను కలిపిన మొత్తం 'సున్న' అవుతుంది. అందుచే 1 మరియు -1 ; 2 మరియు -2 వంటి సంఖ్యలను పరస్పరం కలిపితే 'సున్న' వస్తుంది. వీటిని ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అంటారు. అందుచే ఏవేని రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల మొత్తం 'సున్న' అయిన వాటిలో ఒక దానిని, మరొక దానికి సంకలన విలోమం అందురు.

7 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

-8 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

**ప్రయత్నించండి.**

1. సంఖ్యారేఖను పయోగించి క్రింది వాటికి సాధన కనుగొనండి.

i)  $(-3) + 5$                       ii)  $(-5) + 3$

మీరు ఇటువంటి మరి రెండు ప్రశ్నలు తయారు చేసి, సంఖ్యారేఖతో సాధించండి.

2. క్రింది వాటికి సాధనను సంఖ్యారేఖను పయోగించకుండా సాధించండి.

i)  $(+5) + (-5)$                       ii)  $(+6) + (-7)$                       iii)  $(-8) + (+2)$

ఇటువంటి మరి అయిదు ప్రశ్నలు తయారుచేసి సాధించండి.





కిందివాటిని పరిశీలించండి.

i)  $3+2=5$        $20+6=26$        $30+22=52$   
 $8+16=24$        $9+10=19$        $20+14=34$

ఏమి పరిశీలించారు? రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.

ii)  $-4-6 = (-4) + (-6) = -10$  ;  $-8-12 = (-8) + (-12) = -20$  ;  $-3-9 = (-3) + (-9) = -12$   
 ఏమి గమనించారు? రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణపూర్ణసంఖ్య అగును.

iii)  $15+(-17) = -2$  ;  $-23+4 = -19$  ;  $-11+16 = 5$  ;  $-12+12 = 0$

పై సమస్యలు పరిశీలిస్తే ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య మరియు ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య లేదా ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్య లేదా 'సున్న' కావచ్చు.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

ఉదా 1 :  $(-10) + (+14) + (-5) + (+8)$  మొత్తం ఎంత?

సాధన : ధనపూర్ణసంఖ్యలను, ఋణపూర్ణసంఖ్యలను సమూహాలుగా చేసి సాధిద్దాం.

$$\begin{aligned} (-10) + (+14) + (-5) + (+8) &= ((-10) + (-5)) + ((+14) + (+8)) \\ &= (-15) + (+22) = +7 \end{aligned}$$

ఉదా 2 :  $(-20)$ ,  $(-82)$ ,  $(-28)$  మరియు  $(-14)$  ల మొత్తం ఎంత?

సాధన :  $(-20) + (-82) + (-28) + (-14) = -144$

ఉదా 3 :  $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1)$  ల మొత్తం ఎంత?

సాధన :  $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = (25+(+17)) + ((-21)+(-20)+(-1))$   
 $= (+42) + (-42) = 0$



### అభ్యాసం - 6.3

1. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కలపండి.

i)  $7+(-6)$       ii)  $(-8)+(-2)$       iii)  $(-6) + (-5) + (+2)$   
 iv)  $(-8) + (-9) + (+17)$       v)  $(-3) + (-8) + (-5)$       vi)  $(-1) + 7 + (-3)$

2. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ లేకుండా కలపండి.

i)  $10+(-3)$       ii)  $(-10) + (+16)$       iii)  $(-8) + (+8)$   
 iv)  $-215 + (+100)$       v)  $(-110) + (-22)$       vi)  $17 + (-11)$

3. సంకలనం చేయండి

i) 120 మరియు -274      ii) -68 మరియు 28  
 iii) -29, 38 మరియు 190      iv) -60, -100 మరియు 300

4. సూక్ష్మీకరించండి.

i)  $(-6) + (-10) + 5 + 17$

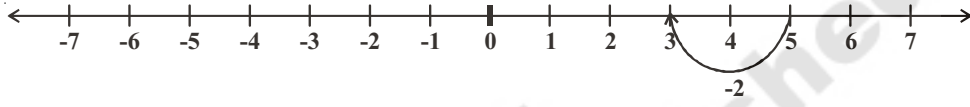
ii)  $30 + (-30) + (-60) + (-18)$

iii)  $(-80) + (+40) + (-30) + (+6)$  iv)  $70 + (-18) + (-10) + (-17)$

### 6.6.2 పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం

మనం రెండు పూర్ణసంఖ్యలు 5 మరియు  $(-2)$  లను సంఖ్యారేఖపై కలిపినప్పుడు 5 నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళాం.

అప్పుడు మనం '3' ను చేరాం. అందుచేత  $5 + (-2) = 3$ .

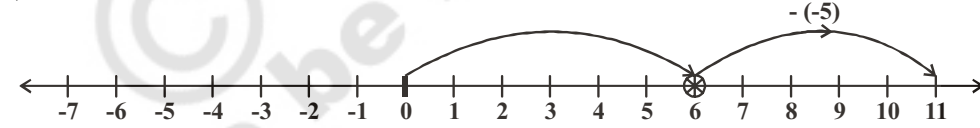


అంటే ధనపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు 'కుడివైపుకు', రుణపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు 'ఎడమవైపుకు' మనం సంఖ్యారేఖపై సంఖ్యలు మార్చిడి చేస్తున్నాం. ఇదేవిధంగా పూర్ణాంకాల వ్యవకలనంలో కూడా 5 నుండి 2 తీసివేసినప్పుడు మనం ఎడమవైపుకు మార్చాం. అందుచే  $5-2=3$  అయింది. మనం ఇప్పుడు క్రింది ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 4 : 6 నుండి  $-5$  ను తీసివేయండి.

సాధన : 6 నుండి  $-5$  ను తీసివేయడమంటే  $(-5)$ కు ఎంతకలిపితే 6వస్తుందో తెలుసుకోవడమే.

క్రింది సంఖ్యారేఖను పరిశీలించండి.



$-5$  అనేది 6 నుండి 11 యూనిట్ల దూరంలో ఉన్నది. అనగా  $(-5)$  కు 11 కలిపితే మొత్తం '6' అవుతుంది.

అందుచే  $6 - (-5) = 11$

6 నుండి  $-5$ ను తీసివేయడమంటే, 6కు 5ను  $(-5)$ యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే అవుతుంది.

అనగా  $6 - (-5) = 6 + 5 = 11$

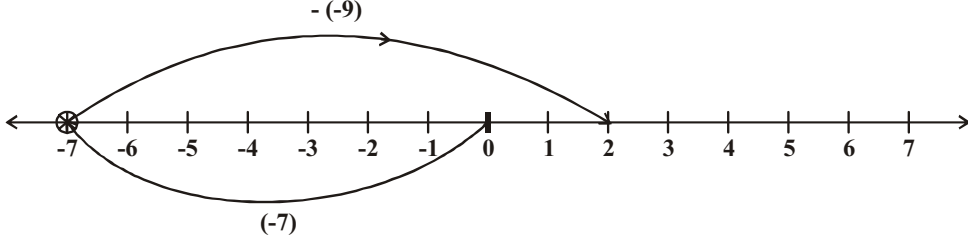
అందువలన ఒకపూర్ణసంఖ్య తీసివేయడమంటే, దాని సంకలనవిలోమాన్ని కలపడమే అవుతుంది.

$3 - (-3) = 6$

ఇదేవిధంగా  $4 - (-2)$  ఎంత అవుతుంది? సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎడమవైపుకు సూచిస్తారా? కుడివైపుకు సూచిస్తారా? మీరు ఎడమవైపుకు 2 స్థానాలు వెళ్ళే '2'కు చేరుతారు. అప్పుడమనం  $4 - (-2) = 2$  అని చెప్పాలి. కాని ఇది సత్యంకాదు. ఎందువలన అంటే  $4 - 2 = 2$  మరియు  $4 - (-2) \neq 4 - 2$  అగును. అందుచే  $4 - (-2)$  కొరకు 4 నుండి కుడివైపుకు రెండు స్థానాలు వెళ్ళాం. ఇది  $4 - (-2)$  నకు వ్యతిరేకం. ఒక సందర్భంలో 6ను చేరితే మరొక సందర్భంలో 2కు చేరతాం.

ఉదా 5 :  $(-7) - (-9)$  విలువను సంఖ్యరేఖ ద్వారా కనుగొనండి.

సాధన :  $(-7) - (-9)$  అనగా  $(-7) + 9$   $(-9)$  యొక్క సంకలన విలోమం 9 కావున



అందుచే సంఖ్యరేఖపై  $(-7)$  నుండి 9 యూనిట్లు కుడివైపుకు వెళ్తే మనం '2' కు చేరతాం.

అందుచే  $(-7) - (-9) = -7+9=2$  అగును.

ఇవి చేయండి

- i)  $-5-(-3)$     ii)  $-7-(+2)$     iii)  $-7-(-5)$   
 iv)  $3-(-4)$     v)  $5-(+7)$     vi)  $4-(-2)$



ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

$$3-3 = 0$$

$$3-2=1$$

$$3-1=2$$

$$3-0=3$$

$$3-(-1) = 4$$

$$3-(-2) = 5$$

$$3-(-3) = 6$$

ఇక్కడ 3 నుండి తీసివేసే సంఖ్యను గమనించండి. ఈ విలువ తగ్గుతూవుంటే, ఫలితంలో పెరుగుదల కనిపిస్తుంది కదూ!  
 ఇటువంటి ఫలితం అన్ని పూర్ణసంఖ్యలకూ సత్యమేనా?



ఉదా6 :  $(-13)$  నుండి  $(-6)$  ను తీసివేయండి.

సాధన :  $(-13) - (-6) = (-13) + ((-6)$  యొక్క సంకలన విలోమం)  
 $= -13 + 6 = -7$

ఉదా 7 :  $(-8)$  నుండి  $(+8)$  ను తీసివేయండి.

సాధన :  $(-8) - (+8) = (-8) + ((+8)$  యొక్క సంకలన విలోమం)  
 $= -8+(-8) = -16$

ఉదా 8 :  $(-6) - (+7) - (-24)$  సూక్ష్మీకరించండి.

సాధన :  $(-6) - (+7) - (-24)$   
 $= (-6) + ((+7)$  యొక్క సంకలన విలోమం) +  $((-24)$  యొక్క సంకలన విలోమం)  
 $= (-6) + (-7) + (+24) = -13+24 = 11$



## అభ్యాసం - 6.4

- కనుగొనండి
  - $40 - (22)$
  - $84 - 98$
  - $(-16) + (-17)$
  - $(-20) - (13)$
  - $38 - (-6)$
  - $(-17) - (-36)$
- కింది ఖాళీలను  $>$ ,  $<$  లేదా  $=$  గుర్తులతో నింపండి.
  - $(-4) + (-5)$  .....  $(-5) - (-4)$
  - $(-16) - (-23)$  .....  $(-6) + (-12)$
  - $44 - (-10)$  .....  $47 + (-3)$
  - $(-21) + (-22)$  .....  $(-22) + (-21)$
- కింది ఖాళీలను పూరించండి.
  - $(-13) + \dots = 0$
  - $(-16) + 16 = \dots$
  - $(-5) + \dots = -14$
  - $\dots - 16 = -22$
- సూక్ష్మీకరించండి.
  - $(-6) - (5) - (+2)$
  - $(-12) + 42 - 7 - 2$
  - $(-3) + (-6) + (-24)$
  - $40 - (-50) - 2$

## మనం నేర్చుకున్నవి

- వ్యాపారంలో నష్టం, సున్న డిగ్రీల కన్నా తక్కువ ఉష్ణోగ్రత, పూర్వకాలాలు, సముద్ర మట్టంనకు దిగువన వంటి అంశాలకు సంఖ్యలుగా తెలుపునప్పుడు ఋణపూర్ణసంఖ్యలు వాడుదాం.
- ధనపూర్ణసంఖ్యలు 1, 2, 3,.. ఋణపూర్ణసంఖ్యలు -1, -2, -3,.. మరియు సున్నను పూర్ణసంఖ్యలు అందురు. పూర్ణసంఖ్యల సమితిని 'I' లేదా 'Z' అక్షరంతో సూచిస్తారు.
 
$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$
- పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనంలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును.
- రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.
- రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణపూర్ణసంఖ్య అగును.
- ఒకధన, ఒకఋణ పూర్ణసంఖ్యలను కలుపునపుడు పెద్దసంఖ్య నుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేసి, పెద్దసంఖ్య యొక్క గుర్తు పెడతాం.
- రెండు పూర్ణసంఖ్యల తీసివేత అనగా తీసివేయవల్సిన సంఖ్య యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే.

### పూర్ణ సంఖ్యలతో తమాషా!

నీటి కోసం వెదుకుతున్న ఒక కప్ప 30 మీ లోతున గల నూతిలో పడింది. అది పైకి రావటానికి ప్రయత్నించింది. ప్రతిరోజు 3 మీ చొప్పున పైకి చేరితే ఆ రాత్రికి 2 మీ కిందకు జారేది. ఈ విధంగా ప్రయత్నిస్తే ఎన్ని రోజులలో కప్ప నూతి బయటికి రాగలదు.

