అధ్యాయం – 3

సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం

3.1 పరిచయం

హాసిని తన పుట్టినరోజు సందర్భంగా తన తోటి విద్యార్థులకు చాక్లెట్లను పంచాలని అనుకొన్నది. ఆమె తండ్రి 125 చాక్లెట్లు ఉన్న బాక్సును తీసుకొని వచ్చారు. ఆమె తరగతిలో 25 మంది విద్యార్థులున్నారు.

హాసిని తన సహచర విద్యార్థులందరికి సమాన సంఖ్యలో చాక్లెట్లు వచ్చే విధంగా పంపిణీ చేయాలని అనుకొన్నది. మొదటగా ప్రతీ విద్యార్థికి రెండేసి చొప్పున చాక్లెట్లను పంచుదామని అనుకొన్నది. కాని రెండేసి చాక్లెట్లు చొప్పున పంచితే కొన్ని చాక్లెట్లు మిగిలినవి. అందుచే ఈసారి ప్రతీ విద్యార్థికి మూడేసి చాక్లెట్ చొప్పున పంచితే ఈ సందర్భంలో కూడా కొన్ని చాక్లెట్లు మిగలడం గమనించింది. చివరగా ప్రతి విద్యార్థికి 5 చాక్లెట్లు చొప్పున పంచిన సందర్భంలో చాక్లెట్లు మిగలలేదు.

నేరుగా సమాధానం కనుగొనే అవకాశం ఉందా? ఆలోచించండి. 125÷25 చేస్తే మనకు కావలసిన సరియైన సమాధానం లభిస్తుంది. కాని ఒక సంఖ్యను ఇచ్చిన సంఖ్యతో భాగించుటకు సమస్యను చేయకుండానే నిశ్శేషంగా భాగింపబడిందా, లేదా అని తెలుసుకొనడానికి కింది తరగతులలో ఒక సంఖ్య భాగింపబడదానికి కావలసిన నియమాలను 'భాజనీయ సూత్రాలు' గా నేర్చుకొన్నారు. ఈ పాఠ్యాంశములో 2,3,5,6,9 మరియు 10 యొక్క భాజనీయ సూత్రాలను జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొందాం. మరియు ఈ తరగతిలో 4,8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయ సూత్రాలను అమరికలను ఉపయోగించి నేర్చుకొంటారు.

3.2 భాజనీయతా సూత్రం

29 సంఖ్యను తీసుకొందాం. 29 ను 4 చే భాగిస్తే మనకు 7 భాగఫలంగా, 1 శేషంగా వస్తుంది. 29, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని మీరు చెప్పగలరా? ఎందువలన?

24 ను 4 చే భాగించి భాగఫలం మరియు శేషంను తెల్పండి.

24, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినదా? ఎందుచేత?

ఒక సంఖ్య, మరో సంఖ్యచే భాగింపబడినప్పుడు శేషం '0' అయితే ఆ సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగింపబడిందని అంటాం.

ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అని పరిశీలించడానికి మనము ఉపయోగించే విధానంను "భాజనీయతా సూత్రం" అంటాం.

కింది తరగతులలో మనము నేర్చుకొన్న భాజనీయతా సూత్రాలను పునఃశ్చరణ చేసుకొందాం.

© SCERT not to be republished

3.2.1 2 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఇచ్చుట ఇవ్వబడిన సంఖ్యా పట్టికను చూడండి

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 యొక్క గుణిజములన్నింటినీ కొట్టివేయండి. మీరు కొట్టివేసిన సంఖ్యలలో ఏదైనా ఒక అమరికను గమనించారా? మీరు జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 గా ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 అయినచో ఆ సంఖ్య రెండు చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

© SCERT not to be republished

ఇవి చేయండి.

953,9534, 900, 452 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? మీ సమాధానంను భాగహార పద్ధతి ద్వారా సరిచూడండి.

3.2.2 3 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఇప్పుడు 3 యొక్క గుణిజాలను వృత్తాలతో చూపండి. మీరు 21,27,36,54 మొదలగు సంఖ్యలను వృత్తాలతో చూపుతారు. ఈ విధంగా చూపబడిన సంఖ్యలలో మీరు ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను ఒకట్ల స్థానములోని అంకెలు కలిగి ఉండటము గమనించారా? లేదు! ఒకట్లస్థానంలో (ఒకే అంకె) గల సంఖ్యలన్నీయూ 3 చే భాగింపబడవచ్చు, లేకపోవచ్చు. ఉదాహరణకు 27 మరియు 37 సంఖ్యలలో ఒకట్లస్థానములో ఒకే అంకె 7 ను కల్గియున్నాయి. 27, 3 చే భాగింపబడుతుంది. 37,3 చే భాగింపబడదు.

21, 36, 54, 63, 72, 117 సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తంను కూడండి.

2 + 1 = 3	5 + 4 = ______	7 + 2 = ______
3 + 6 = ______	6 + 3 = ______	1 + 1 + 7 = ______

పై మొత్తాలన్నీయూ 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుచున్నవి.

అందుచే **ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం, 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడును.**

మీరు వృత్తాలలో చూపిన సంఖ్యలను ఈ నియమంతో సరిచూడండి

ఇవి చేయండి

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? భాగింపకుండానే పరిశీలించి తెలపండి.

   i) 45986 ii) 36129 iii) 7874

3.2.3 6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 6 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో చూపండి.

ఏదైనా ప్రత్యేకతను ఆ సంఖ్యలలో గమనించారా?

అవును, అన్ని సంఖ్యలూ 2 మరియు 3 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడ్డాయి.

“2, 3లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీ 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి”.

ప్రయత్నించండి

1. 7224, 6చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా ఎలా?
2. 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే ఏవేని నాల్గంకెల సంఖ్యలకు రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.
3. 6 చే భాగింపబడి, 2 మరియు 3లచే భాగింపబడని ఏదైనా సంఖ్య కలదా? ఎందుకు?

3.2.4 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 9 యొక్క గుణిజాలను (□) గుర్తుతో చూపండి. ఈ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను గమనించారా! (సూచన : అంకెల మొత్తం)

9 యొక్క గుణిజాలలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. ఉదాహరణకు 81 ను పరిశీలిస్తే 81 లో అంకెల మొత్తం 8+1 = 9, అదే విధంగా 99లో 9+9 = 18, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

“ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

ఇవి చేయండి.

1. 9846, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.
2. భాగహారం చేయకుండానే 8998794, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? తెలుపండి?
3. 786, 3 మరియు 9ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.

3.2.5 5 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

20,25,30,35,40,45,50 సంఖ్యలన్నియూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

53, 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?

ఒకట్ల స్థానములో 0 లేదా 5 గల సంఖ్యలన్నీయూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మీరు చెప్పగలరా? 5785, 6021, 1000, 101010, 9005 సంఖ్యలను తీసుకొని 5 చే భాగింపబడే సంఖ్యలను ఊహించండి. అలాగే భాగహార పద్ధతి ద్వారా మీ సమాధానంను సరిచూడండి.

©SCERT Not to be republished

3.2.6 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

10 యొక్క గుణిజాలన్నింటిని సంఖ్యా పట్టికలో '✓' గుర్తుతో సూచించండి.

మీరు ఏమి గమనించారు?

1. సంఖ్యలన్నియూ ఒకట్లస్థానంలో '0' ను కల్గియున్నవి.
2. సంఖ్యలన్నియూ 2 మరియు 5చే నిశ్శేషంగా భాగించబడినవి.

అభ్యాసం 3.1

1. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 2,3 మరియు 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?**

(i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184

(v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352

2. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 5 మరియు 10 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను గుర్తించండి.**

25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

10 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీయూ 2 మరియు 5 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరీక్షించండి.

3. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికను 3మరియు 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలనుపయోగించి పూరించండి.**

సంఖ్య	సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం	భాగించే సంఖ్య	
		3	9
72	....		
197	....		
4689	....		
79875	....		
988974	9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45	అవును	అవును

4. **1,9, 8 అంకెలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగిస్తూ రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఈ సంఖ్యలు 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో లేదో పరిశీలించండి.**

5. **2,3,5,6,9 అంకెలలో 12345ను నిశ్శేషంగా భాగించే వాటిని రాయండి?**

12345 ను వెనుక నుండి వరుస క్రమంలో రాయగా ఏర్పడిన సంఖ్యను 2,3,5,6,9 లలో ఏవి నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయో తెలుపండి.

6. **3,4,5 అంకెలనుపయోగించి రాయవీలగు రెండంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఆ సంఖ్యలు 2,3,5,6 మరియు 9 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరిశీలించండి.**

7. **ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో ఖాళీ స్థలంలో నింపబడే అంకెతో ఏర్పడిన సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడేటట్లు గరిష్ట లేదా కనిష్ట విలువ కల్గిన అంకెలతో పూరించండి.**

(i) __ 6724 (ii) 4765__ 2 (iii) 7221__ 5

8. **123 నకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడితే ఏర్పడిన సంఖ్య 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?**

9. **256 నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే వచ్చిన సంఖ్య 10చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?**

© SCERT not to be republished

3.3 కారణాంకాలు

ప్రస్తుత పాఠ్యాంశంలో 2,3,5,6,9, 10 సంఖ్యల భాజనీయత సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 'కారణాంక భావన'ను నేర్చుకొందాం.

దేవి వద్ద 6 నాణాలున్నవి. వాటిని వరుసలలో, ప్రతీ వరుసలోను సమాన సంఖ్యలో నాణాలు ఉండే విధంగా అమర్చాలని అనుకొంది. 6 నాణాలను దేవి అనేక విధాలుగా అమర్చింది. వాటిని పరిశీలిద్దాం.

సందర్భం 1 : ప్రతి నిలువు వరుసలో ఒక నాణెము ఉండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 6

మొత్తం నాణాలు = 1×6 = 6

సందర్భం 2 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో రెండేసి నాణాలుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 3

మొత్తం నాణాలు = 2 × 3 = 6

సందర్భం 3 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో మూడేసి నాణెములుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 2

మొత్తం నాణాలు = 3×2 = 6

సందర్భం 4 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో 6 నాణెములుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 1

మొత్తం నాణాలు = 6 × 1 =6

పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో మాత్రమే 6 నాణాలను అమర్చగలం.

ఈ అమరికల వలన 6ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా 6 = 1 × 6, 6 = 2 × 3, 6 = 6 × 1 గా వ్రాయవచ్చని దేవి గమనించింది.

6 = 2 × 3 నుండి 2 మరియు 3 6 ను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయని చెప్పగలం. అందుచే 2, 3లను 6కు కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. 6 = 1 × 6 నుండి 6 మరియు 1లను 6 యొక్క కారణంకాలుగా చెప్పవచ్చు.

1, 2, 3, 6 మాత్రమే 6 యొక్క కారణాంకాలు.

"ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే మరో సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకం" అంటారు.

మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. ఇచ్చట, 1,2,3, 6, లు 6 యొక్క కారణాంకాలు. అదే విధంగా 1, 19లు 19 యొక్క కారణంకాలు. 5, 16 యొక్క కారణాంకం కాదు. ఎందుచేత ? ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకాలు
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

పై పట్టికను గమనిస్తే మనం ఈ కింది అంశాలను గమనించవచ్చు.

(i) ప్రతీ సంఖ్యకు '1' కారణాంకం ఇది సంఖ్య యొక్క కారణాంకంలన్నింటిలోనూ చిన్నది.

© SCERT not to be republished

(ii) ప్రతీ సంఖ్య దానికదే కారణాంకం ఇది ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకములన్నింటిలో పెద్దది.

(iii) ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానం లేదా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది.

(iv) ప్రతీ సంఖ్యకు గల కారణాంకాలు పరిమితం. (లెక్కించదగ్గది).

ఇవి చేయండి.

(i) 80 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి?

(ii) ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నీ ఆ సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయా? 28 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి? భాగాహార పద్ధతి ద్వారా సరి చూడండి.

(iii) 15, 24 యొక్క కారణాంకం 3. ఈ సంఖ్యల భేదానికి కూడా 3 కారణాంకం అవుతుందా?

3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు

కింది పట్టికలో సంఖ్యలు, వాటి కారణాంకాలు ఇవ్వబడ్డాయి. అలాగే ఒక సంఖ్యకు ఎన్ని కారణాంకాలున్నాయో తెలిపే సంఖ్య కూడా ఇవ్వబడింది. పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకం	కారణాంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

పై పట్టికలో ఏయే సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి.

2, 3, 5, 7 సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి. (* గుర్తుతో చూపబడినవి).

1 మరియు అదే సంఖ్య వీటికి కారణాంకాలు.

1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా గల్గిన సంఖ్యలను "ప్రధాన సంఖ్యలు" అంటారు.

ఏ సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి? 4,6 ... మొదలగు సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి. వీటిని **'సంయుక్త సంఖ్యలు'** అంటారు.

10 కంటే పెద్దవైన 5 సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి?

ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గిన సంఖ్య ఏది?

'1' కేవలము ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గియుంది. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ప్రయత్నించండి.

1. కనిష్ఠ ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
2. కనిష్ఠ సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
3. కనిష్ఠ బేసి సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
4. సరిసంయుక్త సంఖ్యలు, బేసి సంయుక్త సంఖ్యలను అయిదేసి చొప్పున రాయండి.
5. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. కారణాలు తెలుపండి?

© SCERT not to be republished

కారణాంకాలను కనుగొనకుండా 1 నుండి 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక సులభమైన విధానం ఉంది. దీనిని "ఎరటోస్తనీస్" అను గణిత శాస్త్రవేత్త, క్రీస్తు పూర్వం 3వ శతాబ్దంలో కనుగొన్నారు.

ఈ పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను రాయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

సోపానం 1 : 1 ప్రధాన సంఖ్య మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు కనుక 1 ను × గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 2 : 2ను వృత్తంతో సూచించి, 2 యొక్క గుణిజములను (×) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 3 : 3ను వృత్తంలో సూచించి, 3 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 4 : 5ను వృత్తంతో సూచించి, 5 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో సూచించండి. ఒకవేళ ఇప్పటికే (×)తో సూచించి ఉంటే ఆ సంఖ్యను వదిలివేయండి.

సోపానం 5 : ఈ విధానంను అన్ని సంఖ్యలకూ వర్తింపజేస్తూ పూర్తి చేయండి.

వృత్తంలో ఉన్న సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు '1' కాకుండా (×) గుర్తుతో చూపబడిన సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.

ప్రయత్నించండి.

1. రెండెంకెల ఒక ప్రధాన సంఖ్యను తిప్పి రాయగా వచ్చిన సంఖ్య కూడా ప్రధాన సంఖ్యే అవుతుందా! ఊహించండి. (గమనిక : 2 అంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని పరిశీలించండి, కారణాలను చర్చించండి).
2. 311 ప్రధాన సంఖ్య. దీనిలో అంకెలను తారు మారు చేసి మరో రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3.4.1 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

3 మరియు 8 పరిశీలించండి.

3 యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు 3

8 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4 మరియు 8

3 మరియు 8 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం '1' మాత్రమే.

'1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు జతల సాపేక్ష లేదా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. వాటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం తెలుపండి.

© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 1: రెండు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 5లను తీసుకోండి.

ఈ రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

సాధన : లేదు, 4 ప్రధాన సంఖ్య కాదు. 5 మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్య.

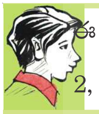
అందుచే **"అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు. కాని సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలలోని అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావు"**

కవల ప్రధాన సంఖ్యలు

2 భేదంగా గల ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. ఉదాహరణకు : (3,5) ; (5,7) ; (11,13) ; (41,43) మొదలగునవి.

కవల ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలవుతాయా. ఇవి మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి.



ఈ క్రింద ఇయ్యబడిన సంఖ్యలలో వివిధ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యల జతలను గుర్తించండి.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10

అభ్యాసము 3.2

1. **ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలకు కారణాంకాలన్నింటిని రాయండి.**

   i) 36 ii) 23 iii) 96 iv) 115

2. **ఈ కింది వాటిలో సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలేవి?**

   i) 18 మరియు 35 ii) 216 మరియు 215

   iii) 30 మరియు 415 iv) 17 మరియు 68

3. 1 మరియు 20 మధ్యలోనున్న గరిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?

4. 10 మరియు 30 మధ్యలో నున్న ప్రధాన మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి.

5. 17 మరియు 71 ప్రధాన సంఖ్యలు. రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలైన 1 మరియు 7లను కల్గియున్నవి. 1 మరియు 100ల మధ్య నున్న ఈ విధమైన మరో రెండు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి.

6. 20 కంటే తక్కువగా ఉన్న మూడు జతల కవల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.

7. రెండు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్దము 35 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?

8. 36ను రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా తెల్పండి.

9. 100 లోపుగల 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.

10. 53ను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా రాయండి.

11. వ్యత్యాసం 10గా గల రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి?

12. 20 కంటే తక్కువగా ఉండి వాటి మొత్తం 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే విధంగా ఉన్న మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి?

© SCERT not to be republished

3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏ సంఖ్యనైనా అయిన దాని కారణాంకాల లబ్ధంగా రాస్తే ఆ 'సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన జరిగింది' అని అంటారు. సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనే ప్రక్రియను "కారణాంక విభజన" అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన అనేక విధాలుగా చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు 24ను ఈ కింది విధంగా కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

(i) $24 = 1 \times 24$ (ii) $24 = 2 \times 12$ (iii) $24 = 3 \times 8$

(iv) $24 = 4 \times 6$ (v) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

(ii), (iii) లబ్ధములలో ఒక కారణాంకం ప్రధాన సంఖ్య, మరొకటి సంయుక్త సంఖ్య. (iv) కారణాంకాల లబ్ధంలో రెండు కారణాంకాలు సంయుక్త సంఖ్యలు అదే విధంగా (v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు. (i) కారణాంకాల లబ్ధంలో ఒకటి, సంయుక్త సంఖ్య.

(v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు కనుక ఈ పద్ధతిని **"ప్రధాన కారణాంక విభజన"** అంటారు.

ప్రధాన కారణాంక విభజనలోని కారణాంకాలను మరలా కారణాంక లబ్ధంగా విభజనను చేయలేము.

3.5.1 ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

1. ***భాగాహార పద్ధతి :*** 42 యొక్క ప్రధాన కారాణాంక విభజన పద్ధతిలో సోపానాలు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2	42
3	21
7	7
	1

కారణాంక విభజన చేయాల్సిన సంఖ్యను కనిష్ట ప్రధాన కారణాంకంచే భాగాహారము చేయాలి.

ఫలితము 1 వచ్చేంత వరకు వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలతో వరుసగా భాగహారములను కొనసాగించాలి.

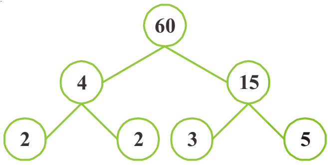
$42 = 2\times3\times7$

2. ***వృక్ష పద్ధతి :*** 60 యొక్క కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో 'కారణాంక వృక్షము'ను గీయడం ద్వారా చేయవచ్చు.

ఈ పద్ధతిలో సోపానములు :

సోపానం 1 : 60ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయండి.

సోపానం 2 : 4 మరియు 15 యొక్క కారణాంక విభజన చేయుము. దానికి గల కారణము 4 మరియు 15లు సంయుక్త సంఖ్యలు.



సోపానం 3 : అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలుగా మారునంత వరకు ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.

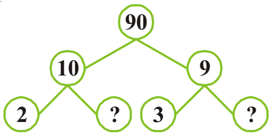
60 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన $60 = 2\times2\times3\times5$

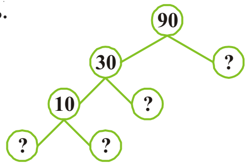
ఇవి చేయండి.

1. భాగాహార పద్ధతినుపయోగించి 28 మరియు 36 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.
2. కారణాంక వృక్షము ద్వారా 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.

అభ్యాసం 3.3

1. 90 యొక్క కారణాంక వృక్షంలో లోపించిన సంఖ్యలను రాయండి.





© SCERT not to be republished

2. భాగాహార పద్ధతిలో 84ను ప్రధాన కారాణాంకాల లబ్దంగా తెల్పండి?

3. నాలుగు అంకెల గరిష్ఠ సంఖ్యను రాసి, దానిని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయండి.

4. నేను ఒక కనిష్ఠ సంఖ్యను. నేను నాలుగు విభిన్న ప్రధానకారణాంకాల లబ్ధాన్ని. నేను ఎవరో కనుగొనండి ఎలాగో చెప్పండి.

3.6 సామాన్య కారణాంకాలు

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	12	18
కారణాంకాలు	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

12, 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3, 6 (ఇవి కాకుండా రెండింటికి ఇతర కారణాంకాలు ఏవైనా ఉన్నాయి పట్టికలో పరిశీలించండి).

ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కారణాంకాలను ఆ రెండు సంఖ్యల "సామాన్య కారణాంకాలు" అంటారు.

20 మరియు 24 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను తెలుపండి.

3.6.1 గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం : (గ.సా.కా)

పై పట్టిక నుండి 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3, 6, మరియు ఈ కారణాంకాలలో గరిష్ఠ కారణాంకం ఏది? 6 కదా! అందుచే 12, 18 యొక్క గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం 6.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ఠ సంఖ్యను గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) లేదా గరిష్ఠ సామాన్య భాజకము (గ.సా.భా) అంటారు.

©SCERT not to be republished

3.6.2 గ.సా.కాను కనుగొనే పద్ధతి

1. ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

12, 30, 36 సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

2	12
2	6
3	3
	1

2	30
3	15
5	5
	1

3	36
3	12
2	4
2	2
	1

కనుక
$12 = 2 \times 3 \times 2$
$30 = 2 \times 3 \times 5$
$36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$

12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకం = 2×3=6

అందుచే 12, 30, 36 ల యొక్క గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) = 6

ఇవి చేయండి

12,16 మరియు 28 యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొనండి.

2. **భాగాహార పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కా ను కనుగొనుట.**

ఈ పద్ధతిని గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త 'యూక్లిడ్' కనుగొన్నారు. ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యచే భాగించాలి. వచ్చిన శేషంతో మొదటి విభాజకంను భాగించాలి. రెండవ శేషంతో రెండవ విభాజకాన్ని భాగించాలి. ఈ విధంగా శేషం 0 వచ్చేంత వరకు భాగాహారం చేయాలి. చివరి విభాజకంను గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకంగా పరిగణిస్తారు.

ఉదాహరణ 2 : 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సాధన : 56) 64 (1

-56

8

చివరి విభాజకం 8) 56 (7

-56

శేషం 0

చివరి విభాజకం 8, శేషం 0

అందుచే 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కా 8

ఉదాహరణ3 : 40,56 మరియు 60 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సమస్య సాధన :

సోపానము 1 : మొదటగా ఏవైనా రెండు సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనాలి.

40, 56 ల యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొందాం.

40) 56 (1

-40

శేషం 16) 40 (2

-32

చివరి విభాజకం 8)16 (2

16

శేషం 0

40,56 ల యొక్క గ.సా.కా 8

సోపానం 2 : ఇప్పుడు మూడవ సంఖ్యతో మొదటి రెండు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా, తో తిరిగి గ.సా.కా ను కనుగొనాలి

60 మరియు 8 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొందాం. 8 < 60 కాబట్టి

8) 60 (7

-56

చివరి విభాజకం 4) 8 (2

-8

శేషం 0

8 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

సోపానం 3 : ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా 4

అనగా 40,56 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

© SCERT not to be republished

ఇవి చేయండి

28,35 మరియు 49 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుక్కోండి.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

(i) రెండు వరుస సంఖ్యలు (ii) రెండు వరుస సరిసంఖ్యలు

(iii) రెండు వరుస బేసి సంఖ్యలు ఎన్నుకొని వాటి గ.సా.కాను కనుక్కోండి.

మీరు ఏమి గమనించారు? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

ఉదాహరణ 4 : రెండు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు, మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నది. రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే గరిష్ట సామర్థ్యం గల కొల పాత్ర యొక్క సామర్థ్యం ఎంత?

సాధన : రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర సామర్థ్యం ట్యాంకర్ల సామర్థ్యమును ఖచ్చితంగా భాగించే విభాజకము కావాలి. ఈ సామర్థ్యం (విభాజకం) గరిష్టంగా ఉండాలి. అనగా కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా కావాలి. 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా170.

అందుచే రెండు ట్యాంకర్లలోని కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 170 లీటర్లు. మొదటి ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్‌ను 5 సార్లు రెండవ ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్ 4 సార్లు కొలవ గల్గుతుంది.

అభ్యాసం 3.4

1. **ఈ కింది సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి మరియు భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుము.**

   i) 18, 27, 36 ii) 106, 159, 265

   iii) 10, 35, 40 iv) 32, 64, 96, 128

2. 504, 792 మరియు 1080 ల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను కనుక్కోండి.

3. ఒక గది యొక్క కొలతలు వరుసగా పొడవు 12 మీ., వెడల్పు 15 మీ. మరియు ఎత్తు 18మీ. గది యొక్క కొలతలన్నింటిని ఖచ్చితంగా కొలవగలిగే టేపు యొక్క గరిష్ట పొడవును కనుక్కోండి.

4. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కాను ఈ కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

   $4 = 2 \times 2$ మరియు $15 = 3 \times 5$

   రెండింటికి సామాన్య ప్రధాన కారణాంకంలు లేవు. అందుచే 4 మరియు 15 ల యొక్క గ.సా.కా '0'. ఈ సమాధానం సరియైనదేనా? సరైనది కానిచో, సరైన గ.సా.కాను తెల్పండి?

3.7 సామాన్య గుణిజాలు

4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలు

4 యొక్క గుణిజాలు = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., ..., ...

6 యొక్క గుణిజాలు = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ..., ..., ...

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36, ..., ..., ...

© SCERT not to be republished

3.7.1 కనిష్ట సామాన్య గుణిజం : (క.సా.గు)

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36, ..., ..., ...

కనిష్ట సామాన్య గుణిజం = 12

అనగా సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్ట సంఖ్య = 12

∴ 4 మరియు 6 యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు) = 12

ఉదాహరణ 5 : రెండు గంటలు మ్రోగుతున్నాయి. మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాలకు రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాలకు మ్రోగుతున్నాయి. ఎప్పుడు రెండు గంటలు కలసి ఒకేసారి మ్రోగుతాయి?

సాధన : మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా మొదటి గంట 3 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ..., ... (3యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది. రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా రెండవ గంట 4 8, 12, 16, 20, 24, ... (4 యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

రెండు గంటలు కలిసి 12 నిమిషాలు, 24 నిమిషాలు,............... (3 మరియు 4 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజాలు)కు మ్రోగుతాయి. పై రెండింటిలో కనిష్ట విలువ (క.సా.గు) = 12 నిమిషాలు

అందుచే కసాగు ను ఈ కింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలలో కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజమును ఆ సంఖ్యల "కనిష్ట సామాన్య గుణిజము" అంటారు.

ప్రతీసారీ అన్ని సంఖ్యల గుణిజాలు రాయడానికి బదులుగా కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజంను గుర్తించి క.సా.గు గా రాయాలి.

3.7.2 క.సా.గును కనుగొనే విధానం

1. ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతితో క.సా.గు

36 మరియు 60 సంఖ్యల యొక్క క.సా.గును ప్రధాన కారణాంక లబ్దం పద్ధతిలో సాధించే విధానంను పరిశీలిద్దాం.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలు 36 మరియు 60 లను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్దముగా రాయాలి.

36 యొక్క కారణాంకంలు $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

60 యొక్క కారణాంకంలు $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

సోపానం 2 : రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 2×2×3

సోపానం 3 : రెండింటిలో మిగిలిన కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 3 మరియు 5

సోపానం 4 : రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు, మిగిలిన కారణాంకాల లబ్దంను క.సా.గుగా తీసుకోవాలి.

అనగా 36 మరియు 60 యొక్క క.సా.గు $= (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$

ప్రయత్నించండి

1. ఈ కింది వాటి క.సా.గు కనుక్కోండి.
   i) 3, 4 ii) 10, 11 iii) 5, 6, 7 iv) 10, 30 v) 4, 12, 24 vi) 3, 12
   పై ఫలితాల నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

© SCERT not to be republished

"ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్య రెండవ దాని గుణిజమైతే ఆ సంఖ్యల క.సా.గు మొదటి సంఖ్య అవుతుంది."

2. భాగహార పద్ధతిలో క.సా.గు

24 మరియు 90 ల క.సా.గు ను కనుక్కోండి.

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

సోపానం *1* : ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఒక అడ్డ వరుసలో అమర్చండి.

సోపానం *2* : కనీసం రెండు సంఖ్యలను భాగించ గల ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించాలి. భాగింపబడని సంఖ్యను కిందికి అలాగే తీసుకోవాలి.

సోపానం *3* : అలాగే ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, చివరి వరకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉండే వరకు భాగహారం కొనసాగించాలి.

సోపానం *4* : భాజకములు మరియు చివరగా మిగిలిన సంఖ్యల లబ్దం ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు

కావున క.సాగు = $2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$

ఉదాహరణ 6 : 21,35, 42 ల క.సా.గు కనుక్కోండి.

సాధన :

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

21,35, 42 ల క.సా.గు = $7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

ఏ సందర్భంలో రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల క.సా.గు ఆ సంఖ్యల లబ్దము అవుతుంది.

అభ్యాసం 3.5

1. ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ప్రధాన కారణాంక లబ్దం పద్ధతి ఉపయోగించి కనుగొనండి?

   i) 12, 15 ii) 15, 25 iii) 14, 21

   iv) 18, 27 v) 48, 56, 72 vi) 26, 14, 91.

2. ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ను భాగహార పద్ధతిలో కనుగొనండి.

   i) 84, 112, 196 ii) 102, 119, 153 iii) 45, 99, 132, 165

3. ఏ కనిష్ట సంఖ్యకు 5ను కూడిన ఆ సంఖ్య 12, 14 మరియు 18ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

4. ఏ గరిష్ట మూడంకెల సంఖ్యను 75,45 మరియు 60 లచే భాగిస్తే

   i) శేషం సున్న వస్తుంది? ii) శేషం ప్రతి సందర్భంలో 4 వచ్చును?

5. మూడు టేపులు 64 సెం.మీ, 72 సెం.మీ, 96 సెం.మీ కొలతలు కల్గియున్నాయి. ఏ కనిష్ట కొలతను మూడు టేపులు ఖచ్చితంగా కొలవగలవు.

6. మూడు రకాల నూనెలు 32 లీటర్లు, 24 లీటర్లు, 48 లీటర్లు యున్నాయి. మూడింటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి కావలసిన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట ఘన పరిమాణం ఎంత?

7. ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్‌లో ఈ నెల మొదటి తారీఖున కలిశారు. ప్రసాదు మూడు రోజులకొకసారి, రాజు నాలుగు రోజుల కొకసారి మార్కెట్‌కు వెళ్తారు. ఏ రోజున మరల ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్‌లో కలుసుకొంటారు?

© SCERT not to be republished

3.8 క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. ల మధ్య సంబంధం

18 మరియు 27లను తీసుకొందాం.

18 ని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాయగా = 2×3×3

27 = 3×3×3

18 మరియు 27ల క.సా.గు = $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

18 మరియు 27 ల గ.సా.భా = 3×3 = 9

క.సా.గు × గ.సా.భా $= 54 \times 9 = 486$

18, 27 ల లబ్దం $= 18 \times 27 = 486$

మీరు ఏమి గమనించారు?

రెండు సంఖ్యల లబ్ధం, వాటి క.సా.గు, గ.సా.భా. ల లబ్దనకు సమానం.

ఉదాహరణ 7 : 8 మరియు 12 ల యొక్క క.సా.గు కనుగొనండి. క.సాగు, గ.సా.భాల మధ్య గల సంబంధం ఉపయోగించి గ.సా.భా కనుక్కోండి.

సాధన : 8, 12 యొక్క క.సాగు = 2×3×4 = 24

4	8, 12
	2, 3

క.సా.గు. × గ.సా.భా. = ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్దం అని మనకు తెలుసు

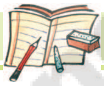
$$\text{గ.సా.భా.} = \frac{\text{రెండు సంఖ్యల లబ్దం}}{\text{క.సా.గు.}}$$

$$= \frac{8 \times 12}{24} = 4$$

కావున, 8 మరియు 12 ల గ.సా.భా = 4

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు, మరియు గ.సా.భాలను కనుగొనండి



అభ్యాసం 3.6

1. ఈ కింది సంఖ్యల క.సాగు, గ.సా.భాలను కనుక్కోండి?

i) 15, 24 ii) 8, 25 iii) 12, 48

వాటి మధ్య సంబంధంను సరిచూడండి.

2. రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు 290 మరియు వాటి లబ్దం 7250 అయిన వాటి గ.సా.భా ఎంత?

3. రెండు సంఖ్యల లబ్దం 3276. వాటి గ.సా.భా 6 అయిన క.సా.గు ఎంత?

4. రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా 6 మరియు క.సా.గు 36. ఆ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 12 అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత?

© SCERT not to be republished

3.9 4,8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలు

మనము 2,3,5,6,9, 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 4,8, మరియు 11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొందాం.

3.9.1 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది అమరికను గమనించండి.

సంఖ్య	ఇలా రాస్తే	4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
100	100	అవును
600	6 × 100	అవును
1000	10 × 100	అవును
10000	100 × 100	అవును
100000	1000 × 100	అవును

పై పట్టికను గమనిస్తే, 100, 4చే భాగింపబడుతుంది (100= 25×4) మరియు 600,1000,10000,100000 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరచబడినవి. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడతాయి.

సరిసంఖ్యలన్నియూ 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మనకు తెలుసు.

సరి సంఖ్యలన్నియూ 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

ఈ కింది వాటిని గమనించండి.

126 సరిసంఖ్య, 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

126ను 126 = 100+26 గా రాయవచ్చు.

మీకు తెలుసు 100, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని, కాని 26, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

అందుచే సరిసంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడునని చెప్పలేము.

అదే విధంగా బేసిసంఖ్యలు 4చే భాగింపబడవు.

కనుక మనం అన్ని సంఖ్యలకు వర్తించే విధంగా 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాన్ని కింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణలను పరిశీలించి తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ గా 76532ను పరిశీలిద్దాం!

$76532 = 70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$ గా రాయవచ్చు.

100 యొక్క గుణిజాలు 100, 1000, 10000 లు 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి. అందుచే వాటిని ప్రతీసారి 4చే భాగింపబడునా?లేదా? అని పరిశీలించవలసిన అవసరము లేదు. అందుచే సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య అనగా 32 ను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది. 32, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? మనకు తెలుసు 32, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. (32 = 4×8)

అందుచే 76532, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 8 : 56496, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : 56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96

50000,6000,400 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలు. ఈ సంఖ్యలు 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

మనం 96, (చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య) 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అన్నదానిని పరిశీలించాలి.

96 = 4×24 కనుక 96, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

"ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల,పదుల స్థానములోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది."

గమనిక : పై నియమం 100 కంటే పెద్దసంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది, చిన్నసంఖ్యలకు భాగాహార పద్ధతిలో భాజనీయతను పరిశీలించవచ్చు.

ఇవి చేయండి

1. 100000, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?
2. 2చే భాగింపబడి, 4చే భాగింపబడని రెండంకెల సంఖ్యలకు ఉదాహరణలిమ్ము.

3.9.2 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. సంఖ్యను విస్తరించి దాని ఆధారంగా పరిశీలించాము. 10, 4యొక్క గుణిజం కాదు. అందుచే 100ను తీసుకొని 100 కంటే పెద్దవైన సంఖ్యలను 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరిచాం. అందుచే చివరి రెండంకెల సంఖ్య 4చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 10, 8 యొక్క గుణిజం కాదు. 100ను గూర్చి ఆలోచిద్దాం.

8చే 100, నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? భాగించబడదు.

1000, 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? అవును.

మనకు తెలుసు 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్యను 1000 యొక్క గుణిజం గాను లేదా 1000 గుణిజంనకు కొంత మొత్తం ఎక్కువగాను చూప గల్గుతాం.

ఉదాహరణకు 4825 = 4×1000+825

అందుచే చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే భాగింపబడిన ఆ సంఖ్య 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 9 : 93624, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : 93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4

మనకు తెలుసు 1000, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

అదే విధంగా 90000 మరియు 3000, 1000 యొక్క గుణిజాలు అందుచే

ఈ రెండు సంఖ్యలు 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

అందుచే 8 యొక్క భాజనీయతను పరిశీలించాలంటే ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది.

© SCERT not to be republished

"4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్య యొక్క వందలు, పదులు, ఒకట్లస్థానములోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినచో ఇచ్చిన సంఖ్య 4 చే కూడా నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది."

ఇవి చేయండి.

1. 76104, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
2. 100 మరియు 200 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 8చే భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.

3.9.3 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి

సంఖ్య	బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	సరిస్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	తేడా	ఇచ్చిన సంఖ్య 11 చే భాగింపబడు తుందా?
29843				
90002				
80927				
19091908	8+9+9+9=35	0+1+0+1=2	35-2=33	అవును
83568				

పై పట్టిక నుండి ఏమి గమనించారు?

ప్రతి సందర్భంలో ఈ తేడా '0' లేదా 11 యొక్క గుణిజము. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

కాని 83568 లో తేడా 12 అందుచే 83568, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఒక సహజసంఖ్యలో కుడి నుండి ఎడమవైపుకుపోతూ అంకె వదిలి అంకెను తీసుకొని ఆ అంకెల మొత్తం కనుగొనాలి. తర్వాత వదిలి వేసిన అంకెల మొత్తంను కనుగొనాలి. ఈ మొత్తాల భేదం 11 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 10 : 11 చే 6535, నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 6535 లో బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 5+5 = 10

సరిస్థానములలోని అంకెల మొత్తం = 3+6 = 9

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = 10−9 = 1

1, 11 చే భాగింపబడుతుందా? లేదు

అందుచేత 6535, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఉదాహరణ 11 : 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 1221 లో బేసిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = 1+2 = 3

సరిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = 2+1 = 3

రెండు మొత్తంల మధ్య తేడా = 3−3 = 0

అందుచే 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి.

1221 అనునది "ద్విముఖ సంఖ్య" (పాలిన్ డ్రోమ్ సంఖ్యలు) ద్విముఖ సంఖ్య అనగా ఏ వైపు నుండి అనగా కుడి నుండి ఎడమ వైపు లేదా ఎడమ నుండి కుడివైపు మార్చి వ్రాయగ సంఖ్య మారదు.

అందుచే ప్రతీ సరి అంకెలు గల్గిన ద్విముఖ సంఖ్య, 11చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

6 అంకెల ద్విముఖ సంఖ్యను రాయండి.

అభ్యాసం 3.7

1. **ఈ కింది వానిలో 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?**

i) 572 ii) 21,084 iii) 14,560

iv) 1,700 v) 2,150

2. **ఈ కింది సంఖ్యలు 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా పరీక్షించండి.**

i) 9774 ii) 5,31,048 iii) 5500

iv) 6136 v) 4152

3. **ఈ కింది సంఖ్యలు 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? సరిచూడుము?**

i) 859484 ii) 10824 iii) 20801

4. **ఈ కింది సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్యలు 4 మరియు 8ల చే భాగింపబడతాయి?**

i) 2104 ii) 726352 iii) 1800

5. 289279 సంఖ్యకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడిన 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

6. 1965 సంఖ్య నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

7. 1000, 1100 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.

8. 1240 నకు సమీపంలో గల 11 యొక్క గుణిజంను రాయండి?

9. 105 నకు దగ్గరగా ఉన్న సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

మనం నేర్చుకొన్నవి

1. గుణిజాలు, కారణాంకాలు, భాజకాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాం. ఇచ్చిన సంఖ్యలలో కారణాంకాలు, గుణిజాలను ఎంపిక చేయడం నేర్చుకొన్నాం.

2. ఈ కింది అంశాలను కనుగొని, నేర్చుకొన్నాం.

   i) ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం. మరియు 1 ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం.

   ii) ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్య ఆ సంఖ్యకు కారణాంకం.

   iii) ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా తక్కువగా గాని ఉంటుంది.

   iv) ప్రతి సంఖ్య దాని కారణాంకానికి గుణిజం.

   v) సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది.

   vi) ప్రతి సంఖ్య దానికదే ఒక గుణిజం.

© SCERT not to be republished

3. i) 1 తప్ప, మిగిలిన సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలను కల్గిన సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ii) 2 కనిష్ట ప్రధానసంఖ్య 2 సరి ప్రధాన సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసిసంఖ్యలే.

iii) '1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల్గిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

iv) ఒక సంఖ్యను మరో సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగిస్తే రెండోసంఖ్య కారణాంకాలన్నీ మొదటి సంఖ్యకు కూడా కారణంకాలు.

v) ఒక సంఖ్య రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలచే భాగింపబడితే, వాటి లబ్దంతో కూడా ఆ సంఖ్య భాగింపబడుతుంది.

4. 2,3,4,5,8,9,11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాము.

i) సంఖ్య చివరి అంకె అనగా ఒకట్ల స్థానములోని అంకెను పరిశీలించి 2,5,10 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

ii) సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తంను కనుగొని 3,9 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

iii) సంఖ్యలోని చివరి రెండంకెలు, మూడంకెలు పరిశీలించి 4,8 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

iv) బేసిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం, సరి స్థానంలోని అంకెల మొత్తంల తేడాను కనుగొని 11 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

5. రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యచే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్యల మొత్తం, భేదం కూడా ఆ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది.

6. i) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క కారణాంకాలలో గరిష్టంగా ఉన్న విలువను గరిష్ట సామాన్య భాజకం అంటారు.

ii) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క గుణిజాలలో కనిష్టంగా ఉన్న విలువను "కనిష్ట సామాన్య గుణిజం" అంటారు.

7. రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి మరొకదాని గుణిజం అయిన, పెద్ద సంఖ్య ఆ సంఖ్యల క.సా.గు. అవుతుంది.

8. క.సా.గు., గ.సా.కాల మధ్య సంబంధాన్ని క.సా.గు. × గ.సా.కా = రెండు సంఖ్యల లబ్దంగా రాయవచ్చు.

దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాప్రేకర్ (భారతదేశం)

క్రీ.శ. 1905 - 1986

సంఖ్యలతో అనేక ప్రయోగాలు చేసిన ఉపాధ్యాయుడు.

6174 ను 'కాప్రేకర్ స్థిరాంకం' అందురు.

ఈయన డెమ్లో సంఖ్యలు మరియు సెల్ఫ్ సంఖ్యలను రూపొందించారు.

© SCERT not to be republished