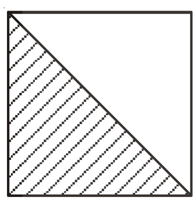
భిన్నాలు, దశాంశాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు 2

2.0 పరిచయం

భిన్నాలను ఉపయోగించి అనేక నిత్యజీవిత సమస్యలు సాధించడం మనకు తెలుసు. క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలను ఏ విధంగా గుర్తించాలో, వాటి సంకలన వ్యవకలనాలు ఎలా చేయాలో కింది తరగతులలో నేర్చుకున్నాం. మనం వాటిని మరొకసారి పునశ్చరణ చేసుకొని భిన్నాల గుణకారం, భాగహారం నేర్చుకోవడంతో పాటు దశాంశ భిన్నాలను గురించి కూడా తెలుసుకుందాం. అదే విధంగా అకరణీయ సంఖ్యలను పరిచయం చేసుకుందాం.

దిగువనివ్వబడిన పటాలలో రంగుల భాగాలు భిన్నాలలో సూచింపబడ్డాయి. ఇందులో ఏ భాగాలు సరైనవో తెల్పండి.

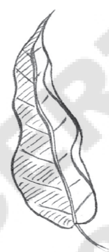


పటం 1

$\frac{1}{2}$

అవును/కాదు

కారణం : ....

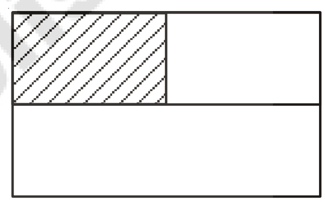


పటం 2

$\frac{1}{2}$

అవును/కాదు

కారణం : ....



పటం 3

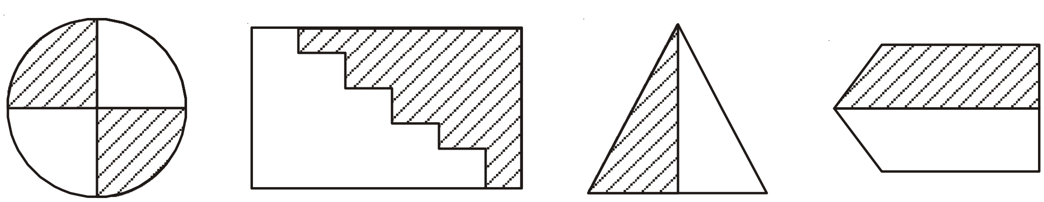
$\frac{1}{3}$

అవును/కాదు

కారణం : ....

పై పటాలను పరిశీలించే క్రమంలో సమానభాగాలు గల పటాలను గుర్తించే ఉంటారు. అటువంటి ఐదు ఉదాహరణలను రాసి నీ స్నేహితులకు ఇచ్చి, సరిచూడమనండి.

'నేహ' $\frac{1}{2}$ ను వివిధ పటాలలో కింద ఏ విధంగా చూపిందో గమనించండి.



అన్ని పటాలలో షేడ్ చేసిన భాగాలు ఆ పటాలలో $\frac{1}{2}$ ను సూచిస్తాయని నీవు భావిస్తున్నావా? షేడ్ చేయిని భాగం ఏ భిన్నాన్ని సూచిస్తుంది.

ప్రయత్నించండి

వివిధ రకాల పటాలు గీచి, వాటిలో $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ భిన్నాలను షేడ్ చేయండి. వీటిని నీవు ఏ విధంగా సూచించావో నీ స్నేహితులతో పరిశీలింపచేసి, సరిచూడండి.

క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలు

మీరు గతంలో క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల గూర్చి తెలుసుకున్నారు. క్రమభిన్నం అనేది మొత్తంలో ఒక భాగంగా గుర్తించాం.

క్రమ భిన్నాలకు ఐదు ఉదాహరణ లివ్వండి.

$\frac{3}{2}$ అనేది క్రమభిన్నమా? ఇది క్రమ భిన్నం అవునో, కాదో ఏ విధంగా సరిచూస్తావు?

అపక్రమ భిన్నంలో లవం, హారం కన్నా ఎక్కువగా ఉంటుంది. వీటి గురించి ఇంకేమి తెలుసు? ప్రతి అపక్రమ భిన్నాన్ని ఒక మిశ్రమ భిన్నంగా రాయవచ్చు. ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}$ అనే అపక్రమ భిన్నాన్ని $1\frac{1}{2}$ అని రాయవచ్చు. ఇది ఒక మిశ్రమ భిన్నం. ఇందులో పూర్ణాంకభాగం, భిన్న భాగాలు ఉంటాయి. భిన్న భాగం తప్పనిసరిగా క్రమభిన్నమవుతుంది.

ఇవి చేయండి

1. క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమభిన్నాలకు ఏవేని ఐదు చొప్పున ఉదాహరణలు రాయండి.

ప్రయత్నించండి.

$2\frac{1}{4}$ భిన్నాన్ని పటాలలో చూపండి. దీనిని చూపడానికి ఎన్ని యూనిట్ పటాలు అవసరం?

భిన్నాల పోలిక

సజాతి భిన్నాలను ఏ విధంగా పోల్చారో జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. ఉదాహరణకు $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ భిన్నాలలో $\frac{3}{5}$ పెద్దది. ఎలా? అదే విధంగా రెండు విజాతి భిన్నాలను ఏ విధంగా పోల్చారో జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. ఉదాహరణకు $\frac{5}{7}$ మరియు $\frac{3}{4}$ లను తీసుకోండి.

$\frac{5}{7}, \frac{3}{4}$ లను సజాతిభిన్నలుగా మార్చి పోల్చుదాం.

$\frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28}$, అలాగే $\frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28}$

$\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ మరియు $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ ల నుండి $\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$

కావున $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$ అయినది

ఇవి చేయండి

1. $\frac{3}{5}$ మరియు $\frac{4}{7}$ భిన్నాలకు ఐదేసి సమానభిన్నాలను రాయండి.

2. $\frac{5}{8}, \frac{3}{5}$ లలో ఏది పెద్దది?

3. కింది జతల భిన్నాలను సూక్ష్మరూపంలో రాసి, ఏ జతలు సమానమో తెలపండి.

   (i) $\frac{3}{8}, \frac{375}{1000}$ (ii) $\frac{18}{54}, \frac{23}{69}$

   (iii) $\frac{6}{10}, \frac{600}{1000}$ (iv) $\frac{17}{27}, \frac{25}{45}$

మీరు భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనం చేయడం 6వ తరగతిలో నేర్చుకున్నారు. ఇప్పుడు మనం కొన్ని సమస్యలు సాధిద్దాం.

ఉదా 1 : రజియా ఇంటి పనిలో $\frac{3}{7}$ భాగం పూర్తిచేసింది. రేఖ $\frac{4}{9}$ భాగం పూర్తి చేసింది. ఎవరు తక్కువ ఇంటి పని పూర్తి చేసారు?

సాధన : సమస్య సాధనకు $\frac{3}{7}$ ను $\frac{4}{9}$ తో పోల్చాలి

ఈ భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలుగా మార్చిన

$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$; $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ అగును

$\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$ అయింది.

దీనిని బట్టి రజియా తక్కువ ఇంటిపని పూర్తి చేసిందని చెప్పవచ్చు.

ఉదా 2 : ఒక నెలలో శంకర్ కుటుంబం $3\frac{1}{2}$ కి.గ్రా పంచదారను పక్షం రోజులలో వాడారు. మిగిలిన రోజులకు $3\frac{3}{4}$ కి.గ్రా పంచదార వాడారు. అయిన ఆ నెలలో వారు వాడిన మొత్తం పంచదార ఎంత?

సాధన : నెలలో వాడిన పంచదార మొత్తం బరువు

$$= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}\right) \text{ కి.గ్రా}$$

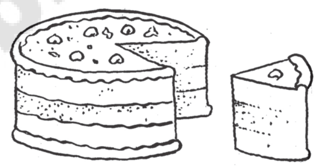
$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4}\right) \text{ కి.గ్రా} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4}\right)$$

$$= \frac{29}{4} \text{ కి.గ్రా} = 7\frac{1}{4} \text{ కి.గ్రా}$$

ఉదా 3 : అహ్మద్ పుట్టినరోజున కోసిన కేకులో $\frac{5}{7}$ భాగం పంచాడు. ఇంకా ఎంత భాగం కేకు మిగిలి ఉంది?

సాధన : మొత్తం కేకు $= 1$ లేదా $\frac{1}{1}$

పంచిన కేకు భాగం $= \frac{5}{7}$



మిగిలిన కేకు భాగం $= \frac{1}{1} - \frac{5}{7}$

$$= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$$

అందుచే మొత్తం కేకులో $\frac{2}{7}$ భాగం ఇంకా మిగిలి ఉంది.

అభ్యాసం - 1

1. కింది వానిని సాధించండి.

(i) $2 + \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$ (iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2. కింది భిన్నాలను ఆరోహణ క్రమంలో ఉంచండి.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

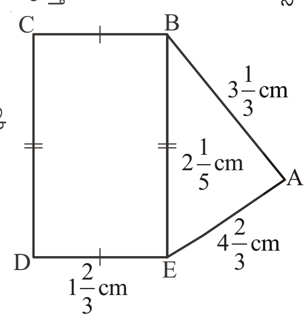
3. కింది చదరంలో అడ్డ వరుసలు, నిలువు వరుసలు మరియు కర్ణాల వరుసలలో గల భిన్నాల మొత్తం కనుగొనండి వాటి మొత్తం సమానం అయినదో లేదో తెల్పండి.

$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం పొడవు $5\frac{2}{3}$ సెం.మీ మరియు వెడల్పు $3\frac{1}{5}$ సెం.మీ కలదు. దీని చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

5. ఒక వంటకానికి $3\frac{1}{4}$ కప్పుల పిండి అవసరం. రాధ వద్ద $1\frac{3}{8}$ కప్పుల పిండి కలదు. ఆ వంటకానికి ఇంకనూ కావల్సిన పిండి ఎంత?

6. అబ్దుల్ వార్షిక పరీక్షలకు సన్నద్ధం అవుతున్నాడు. అతడు కోర్సులో $\frac{5}{12}$ భాగం పూర్తిచేసాడు. ఇంకా చదవాల్సిన కోర్సు భాగం ఎంత?



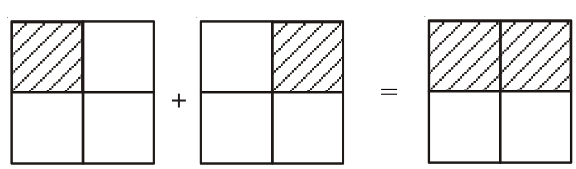
7. ప్రక్కపటంలో (i) ΔABE (ii) దీర్ఘచతురస్రం BCDE ల యొక్క చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి. దేని చుట్టుకొలత ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

2.1 భిన్నాల గుణకారం

2.1.1 భిన్నాన్ని పూర్ణాంకం చే గుణించుట

మనం పూర్ణాంకాల గుణకారంలో ఒక సంఖ్యను ఆవర్తన సంకలనం చేయటం ద్వారా లబ్ధం కనుగొంటాం. ఉదాహరణకు 5 x 4 అనగా 5 మార్లు 4 లను కూడటం. అంటే 4కు 5 రెట్లు. దీనిని బట్టి మనం

$2\times\frac{1}{4}$ అంటే 2 మార్లు $\frac{1}{4}$ అనగా $\frac{1}{4}$ అనే భిన్నాన్ని 2 సార్లు కూడటం. దీనిని పటాల ద్వారా సూచిద్దాం. కింది పటాలలో 1వ దానిని చూడండి. షేడ్ చేసిన ప్రతి భాగం చతురస్రంలో $\frac{1}{4}$ వ వంతు. అందుచే రెండు షేడ్ చేసిన భాగాలు మొత్తం $2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ అగును



పటం 1 పటం 2

ఇప్పుడు $3\frac{1}{2}$ ల లబ్ధం కనుగొందాం. దీనిని మనం $\frac{1}{2}$ యొక్క 3 రెట్లు లేదా మూడు అరభాగాలు అనవచ్చు.

అందుచే $3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ అగును.

ఇవి చేయండి.

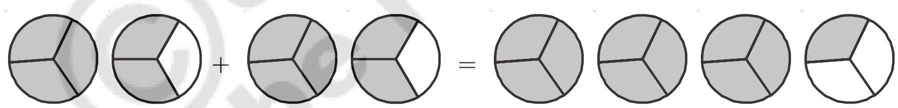
1. కనుగొనండి (i) $4\times\frac{2}{7}$ (ii) $4\times\frac{3}{5}$ (iii) $7\times\frac{1}{3}$

ఇంత వరకు మనం క్రమభిన్నాలను తీసుకొని అంటే $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను పూర్ణాంకంతో గుణకారం చేసాం. ఇప్పుడు కొన్ని అపక్రమభిన్నాలను తీసుకుందాం. ఉదా : $\frac{5}{3}$

ఉదాహరణకు $2\times\frac{5}{3}$ తీసుకొనిన

$$2\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}+\frac{5}{3} = \frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$$

పటాలతో సూచించిన

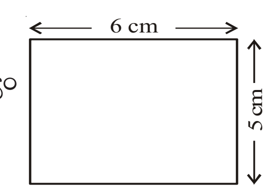


$\frac{5}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{10}{3}$ అగును

ప్రయత్నించండి

1. కనుగొనండి (i). $5\times\frac{3}{2}$ (ii) $4\times\frac{7}{5}$ (iii) $5\times\frac{3}{2}$

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం, పొడవు × వెడల్పుకు సమానమని మనకు తెలుసు.

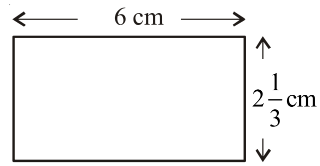


ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 6 సెం.మీ, వెడల్పు 5 సెం.మీ అనుకొందాం. దాని వైశాల్యం ఎంత? దాని వైశాల్యం $6 \times 5 = 30$ చ.సెం.మీ. అవుతుంది కదా!

మరొక దీర్ఘచతురస్రం కొలతలు 6 సెం.మీ $2\frac{1}{3}$ సెం.మీ అయితే, దాని వైశాల్యం ఎంత?

ఇచ్చట ఒక పూర్ణాంకంను, మిశ్రమ భిన్నంచే గుణించాలి. మొదట మిశ్రమ భిన్నాన్ని, అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి తర్వాత పూర్ణాంకంచే గుణించాలి.

అందుచే దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= 6\times2\frac{1}{3}$



$6\times\frac{7}{3} = 6\times\frac{7}{3} = \frac{42}{3}$ చ॥సెం.మీ = 14 చ.సెం.మీ.

మనం క్రమ, అపక్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకాలతో గుణించునప్పుడు భిన్నంలో గల లవంను పూర్ణాంకంతో గుణించి, దానిని లబ్ధంలో లవం గానూ, భిన్నంలో హారంను లబ్ధంలో హారం గానూ రాసామని గమనించవచ్చు.

ఇది చేయండి

1. కింది వానిని కనుగొనండి

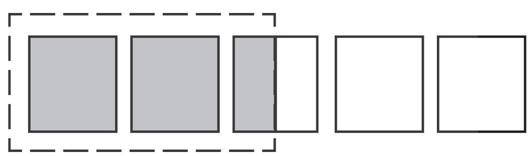
   (i) $3\times2\frac{2}{7}$ (ii) $5\times2\frac{1}{3}$ (iii) $8\times4\frac{1}{7}$ (iv) $4\times1\frac{2}{9}$ (v) $5\times1\frac{1}{3}$

2. $2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ అనే లబ్ధాన్ని పటంలో చూపండి.

ఇప్పుడు $\frac{1}{2}\times5$ అంటే అర్థమేమి? నీవు ఎలా అర్థం చేసుకొంటావు?

$\frac{1}{2}\times5$ అనగా 5 లో సగం అని అర్థం

5లో సగం తీసుకొంటే అది $2\frac{1}{2}$ లేదా $\frac{5}{2}$ అగును



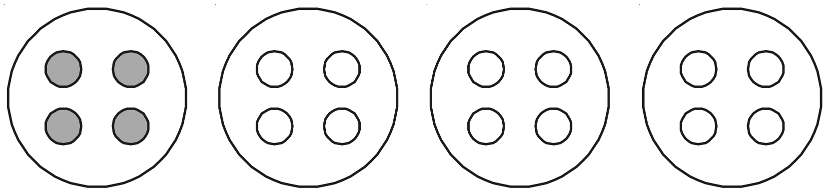
అందుచే 5లో సగం $= \frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$

అదే విధంగా 3 లో సగం $= \frac{1}{2}\times3 = \frac{3}{2}$ లేదా $1\frac{1}{2}$

దీని నుండి 'లో' అనే పదం గుణకారాన్ని సూచిస్తుందని భావించవచ్చు.

అందుచే 16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం అర్థమేమి? 16 పూర్ణాంకాలను 4 సమానభాగాలుగా చేసి దానిలో ఒక భాగం విలువ తీసుకోవడం. అది 4 అవుతుంది కావున 16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం 4 కు సమానం

ఈ లబ్ధంను కింది పటంలో గోళీల అమరికతో గమనించవచ్చు.



16 లో $\frac{1}{4}$ భాగం $= 4$ లేదా $\frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$

ఇదే విధంగా మనకు 16 లో $\frac{1}{2}$ భాగం $= \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$.

ఉదా 4 : నజియా వద్ద 20 గోళీలు ఉన్నాయి. రేష్మా వద్ద నజియా వద్ద గల గోళీలలో $\frac{1}{5}$ భాగం ఉంటే, రేష్మా వద్ద ఎన్ని గోళీలు ఉంటాయి?

సాధన : రేష్మా వద్ద గల గోళీల సంఖ్య $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ గోళీలు

ఉదా 5 : నలుగురు సభ్యులు గల కుటుంబంలో రోజుకు 15 చపాతీలు తింటారు. తల్లి $\frac{1}{5}$ భాగం, $\frac{3}{5}$ భాగం పిల్లలు, మిగిలిన చపాతీలు తండ్రి తిన్నారు. అయిన

(i) తల్లి తిన్న చపాతీలు ఎన్ని?

(ii) పిల్లలు తిన్న చపాతీలు ఎన్ని?

(iii) తండ్రి తిన్న చపాతీలు మొత్తంలో ఎంతభాగం?

సాధన : మొత్తం చపాతీల సంఖ్య $= 15$

(i) తల్లి తిన్న చపాతీల సంఖ్య = మొత్తంలో $\frac{1}{5}$ భాగం = $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ చపాతీలు

(ii) పిల్లలు తిన్న చపాతీల సంఖ్య = మొత్తంలో $\frac{3}{5}$ భాగం = $\frac{3}{5} \times 15 = 9$ చపాతీలు

(iii) మిగిలిన చపాతీలు $= 15 - 3 - 9 = 3$ చపాతీలు

తండ్రి తిన్న చపాతీల భాగం = $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

అభ్యాసం - 2

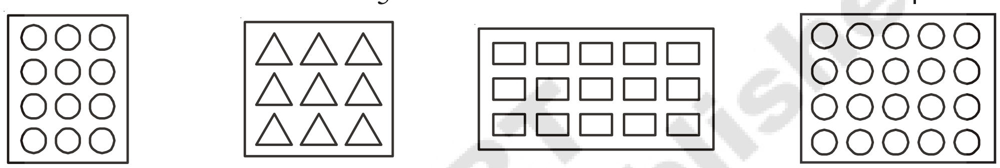
1. కింది వాటిని గుణించండి. లబ్ధాన్ని మిశ్రమ భిన్నంగా మార్చి రాయండి.

(i) $\frac{3}{6}\times 10$ (ii) $\frac{1}{3}\times 4$ (iii) $\frac{6}{7}\times 2$ (iv) $\frac{2}{9}\times 5$ (v) $15\times\frac{2}{5}$

2. కింది పటాలలో ఇచ్చిన భాగాన్ని షేడ్ చేయండి.

(i) పటం 'a' లోని వృత్తాలలో $\frac{1}{2}$ భాగం (ii) పటం 'b' లోని త్రిభుజాలలో $\frac{2}{3}$ భాగం

(iii) పటం 'c' లోని దీర్ఘచతురస్రాలలో $\frac{3}{5}$ భాగం (iv) పటం 'd'లోని వృత్తాలలో $\frac{3}{4}$ భాగం



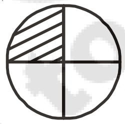
(a) (b) (c) (d)

3. కనుగొనండి. (i) 12 లో $\frac{1}{3}$ భాగం (ii) 15 లో $\frac{2}{5}$ భాగం

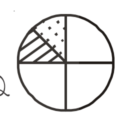
2.1.2 భిన్నాన్ని, మరొక భిన్నంతో గుణించడం

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ అంటే అర్థమేమి? ముందు నేర్చుకున్న సమస్యలను బట్టి దీని అర్థం $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ అని అర్థము.

$\frac{1}{4}$ భాగాన్ని తీసుకొండి

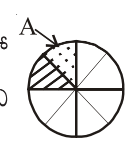


షేడ్ చేసిన భాగంలో $\frac{1}{2}$ భాగాన్ని ఎలా కనుగొంటారు? మనం $\left(\frac{1}{4}\right)$ వ వంతు గల షేడ్ చేసిన భాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేస్తాం. (1వ పటం) ఇందు ప్రతిభాగం $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ ను తెలుపుతుంది.



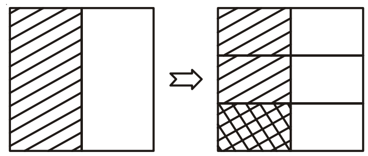
పటం 1

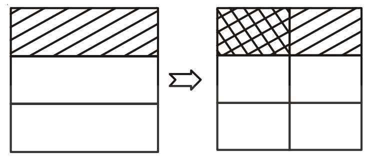
ఇందులో ఒక భాగాన్ని 'A' అనుకుందాం. ఈ భాగం మొత్తం పటంలో ఎన్నవ భాగం? మిగిలిన వృత్తభాగంలో ప్రతీ భాగాన్ని రెండేసి సమాన భాగాలు చేస్తే మొత్తం 8 భాగాలు వస్తాయి. అందులో 'A' భాగాన్ని తీసుకొని పరిశీలించండి. ఇది మొత్తంలో $\frac{1}{8}$ భాగం అవుతుంది. కావున $\frac{1}{4}$ లో $\frac{1}{2}$ అంటే $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ అగును.



పటం 2

ఇప్పుడు $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ లను కనుగొందాం.

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ అనగా $\frac{1}{2}$ లో $\frac{1}{3}$ అనగా  $=\frac{1}{6}$ కావున $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ అనగా $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}$ అనగా  $=\frac{1}{6}$ కావున $\frac{1}{3}$ లో $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

దీనిని బట్టి $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ అని గమనించవచ్చు.

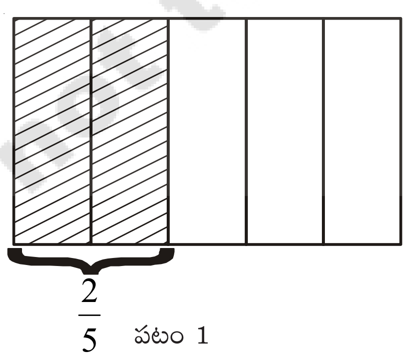
ఇవి చేయండి

1. కింది వాటిలో గదులను నింపండి

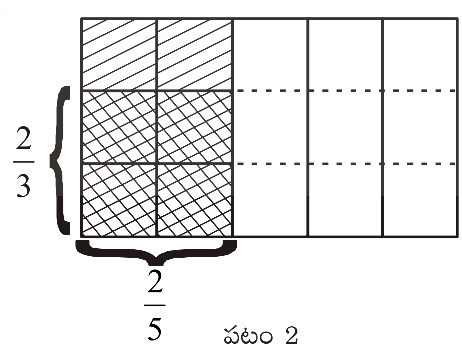
(i) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1\times1}{5\times7}=\boxed{}$ (ii) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\boxed{}=\boxed{}$

2. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ మరియు $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ లను పటంనుపయోగించి కనుగొని $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ అని సరిచూడండి.

మరొక ఉదాహరణ $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ ఎంతో పరిశీలిద్దాం. ఇచ్చట 1వ పటంలో $\frac{2}{5}$ భాగం, 2 వ పటంలో $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$ భాగం షేడ్ చేయబడ్డాయి.



పటం 1



పటం 2

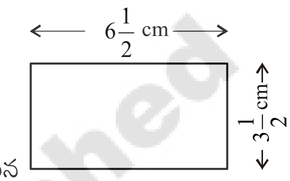
2వ పటంలో జల్లెడ షేడ్ $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ అంటే $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

$\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ విలువ కనుగొనడానికి $\frac{2}{5}$ ను మూడు సమానభాగాలు చేసి అందులో రెండు భాగాలు తీసుకున్నాం. ఇది మొత్తం 15 భాగాలలో 4 భాగాలకు సమానం అయింది. అందుచే $\frac{2}{5}$ లో $\frac{2}{3}$ అనగా $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$ అయింది.

దీనిని బట్టి రెండు భిన్నాల లబ్ధం = $\dfrac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$

ఇప్పుడు ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు $6\frac{1}{2}$ సెం.మీ., వెడల్పు $3\frac{1}{2}$ సెం.మీ అయినపుడు దాని వైశాల్యం కనుగొందాం.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= 6\frac{1}{2}\times 3\frac{1}{2}=\frac{13}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{91}{4}=22\frac{3}{4}$ చ॥ సెం.మీ.



ఉదా 6 : నరేంద్ర ఒక నవలలో $\frac{1}{4}$ భాగాన్ని 1 గంటలో చదవగలడు. అయిన అతడు $2\frac{1}{2}$ గంటలలో చదవగలిగే భాగం ఎంత?

సాధన : నరేంద్ర 1 గంటలో నవలలో చదవగలిగే భాగం $= \frac{1}{4}$

$2\frac{1}{2}$ గంటలలో చదవగలిగే భాగం $= 2\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$

కావున నరేంద్ర $2\frac{1}{2}$ గంటలలో $\frac{5}{8}$ భాగాన్ని చదవగలడు.

ఉదా 7: ఒక ఈత కొలనులో అరగంటకు $\frac{3}{10}$ భాగం నీటితో నింపవచ్చు. అయిన $1\frac{1}{2}$ గంటలలో ఎంత భాగం నింపవచ్చు? (సూచన : అరగంట అంటే ఒకగంటలో సగం $= \frac{1}{2}$)

సాధన : అరగంటలో ఈత కొలనులో నిండే భాగం$= \frac{3}{10}$.

అంటే $1\frac{1}{2}$ గంటలలో 3 అరగంటలు ఉంటాయి కావున

$1\frac{1}{2}$ గంటలలో ఈత కొలనులో నిండే భాగం $= 3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$

కావున $\frac{9}{10}$ భాగం ఈతకొలను $1\frac{1}{2}$ గంటలలో నిండుతుంది.

ప్రయత్నించండి

1 కంటె పెద్దవైన రెండు పూర్ణాంకాలు గుణించునపుడు, వాటి లబ్ధం, ఆ రెండు పూర్ణాంకాల కన్నా ఎక్కువ అని మనకు తెలుసు. ఉదాహరణకు $3 \times 4 = 12$ కావున $12 > 4$ మరియు $12 > 3$. ఇదే విధంగా రెండు భిన్నాలను గుణించగా వచ్చే లబ్ధం ఏ విధంగా ఉంటుంది?

ఉదా : $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3}, \frac{8}{15}<\frac{4}{5}$	లబ్ధం, భిన్నాల కన్నా తక్కువ
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}=$------		
$\frac{3}{5}\times\frac{\square}{8}=\frac{21}{40}$		
$\frac{2}{\square}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$		

అభ్యాసం - 3

1. కింది లబ్ధాలను కనుగొనండి

   (i) $\frac{5}{6}\times\frac{7}{11}$ (ii) $6\times\frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3}\times3\frac{1}{5}$

2. గుణించండి. లబ్ధాన్ని సూక్ష్మరూపంలో రాయండి.

   (i) $\frac{2}{3}\times5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3}\times\frac{5}{5}$

3. కింది వానిలో ఏది పెద్దది?

   (i) $\frac{4}{7}$ లో $\frac{2}{5}$ లేదా $\frac{1}{2}$ లో $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{7}$ లో $\frac{1}{2}$ లేదా $\frac{3}{7}$ లో $\frac{2}{3}$

4. రెహెనా ప్రతిరోజూ దుస్తుల అల్లిక కొరకు $2\frac{1}{2}$ గంటలు సమయం వెచ్చిస్తుంది. ఇలా ఆమెకు ఒక బట్ట అల్లడానికి 7 రోజులు పట్టింది. ఆమె దీని కొరకు మొత్తం ఎన్ని గంటల సమయం వెచ్చించింది?

5. ఒక లారీ 8 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి 1 లీటరు పెట్రోలు అవసరం. అది $10\frac{2}{3}$ లీటర్ల పెట్రోలు తో ఎంత దూరం ప్రయాణించగలదు?

6. రాజా 1 సెకనులో $1\frac{1}{2}$ మీటర్లు దూరం నడువగలడు. అయిన 15 నిమిషాలలో అతను నడిచే దూరం ఎంత?

7. క్రింద ఖాళీగడులను $\boxed{}$ పూరించండి.

(i) $\frac{2}{3}\times\boxed{} = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7}\times\frac{\boxed{}}{5} = \frac{3}{\boxed{}}$

2.2 భిన్నాల భాగహారం

నీ వద్ద 15 మీటర్ల బట్ట ఉన్నదనుకో. దానిని $1\frac{1}{2}$ మీటర్ల చొప్పున సమానభాగాలు చేయాలి. నీకు ఎన్ని ముక్కలు వస్తాయి? ఇచ్చట మనం 15 మీటర్ల బట్ట నుండి $1\frac{1}{2}$ మీటర్ల చొప్పున తగ్గిస్తూ చివరకు బట్ట మిగలనంత వరకు పోతే ఎన్నిసార్లు తగ్గిస్తూ పోతామే ఆలోచించండి.

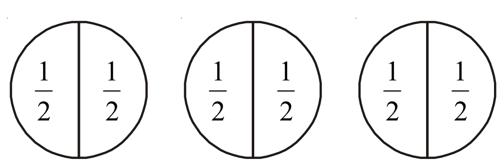
మరొక ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం : ఒక కాగితం పొడవు $\frac{21}{2}$ సెం.మీ ఉంది. దానిని $\frac{3}{2}$ సెం.మీ చొప్పున ముక్కలుగా కత్తిరిస్తే మనకు ఎన్ని ముక్కలు వస్తాయి? దీనికి మనం ప్రతిసారి $\frac{3}{2}$ సెం.మీ భాగాలను కత్తిరిస్తాం. లేదా $\frac{21}{2}$ ను $\frac{3}{2}$ చే భాగిస్తాం. అంటే $\frac{21}{2}\div\frac{3}{2}$ అన్నమాట.

పూర్ణాంకాల భాగహారం గుర్తుకు తెచ్చుకో. ఈ పద్ధతిని భిన్నాల గుణకారానికి వర్తింపచేయి. ఉదాహరణకు $15\div3$, అంటే 15 లో ఎన్ని మూడులు ఉన్నవో చెప్పాలి అనుకుంటే జవాబు 5 వస్తుంది. ఇదే విధంగా 18 లో ఎన్ని రెండ్లు ఉన్నాయో చెప్పాలంటే 18 ను 2 చే భాగించాలి. అంటే $18 \div 2$. ఇది 9 కి సమానం. ఇప్పుడు మనం పూర్ణాంకాలలో చేసిన భాగహారాలను బట్టి, పూర్ణాంకాన్ని భిన్నంతోనూ, భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతోనూ భాగించడం తెలుసుకొందాం.

2.2.1 పూర్ణాంకంను భిన్నంతో భాగించడం

$3\div\frac{1}{2}$ ను కనుగొందాం.

3 లో ఎన్ని$\left(\frac{1}{2}\right)$ (సగాలు) ఉన్నాయో కనుగొనాలని కిరణ్ అన్నాడు. దీనికి కింది విధంగా పటం గీద్దాం.



పై పటాలను బట్టి 3లో 6 సగాలు $(\frac{1}{2})$ ఉన్నాయని తెలుస్తున్నది.

అందుచే మనం $3 \div \frac{1}{2} = 6$ అని చెప్పవచ్చు.

$2 \div \frac{1}{3}$ గురించి ఆలోచించు

రెండులో ఎన్ని మూడవ భాగాలు $\left(\frac{1}{3}\right)$ ఉన్నాయో కనుగొనడం అని అర్థం. మరే విధంగానైనా కనుక్కోవచ్చా?

ప్రక్క పటాలు పరిశీలిస్తే రెండు పటాలలో 6 మూడవ భాగాలు $\left(\frac{1}{3}\right)$ ఉన్నాయి.

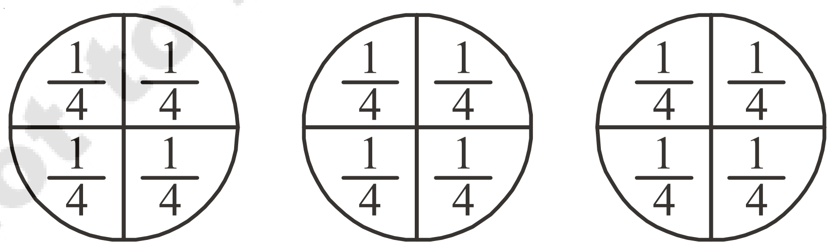
అంటే $2 \div \frac{1}{3} = 6$ అయింది.

ఇవి చేయండి

(i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$ కనుగొనండి.

2.2.1 (అ) భిన్నానికి వ్యుత్క్రమం (గుణకార విలోమం)

$3 \div \frac{1}{4}$ తీసుకొండి. దీనిని భాగించడం అంటే మూడులో ఎన్ని $\frac{1}{4}$ భాగాలు ఉన్నాయో తెలుసుకోవడం.



3 లో $\frac{1}{4}$ లు 12 ఉన్నాయని చెప్పవచ్చు లేదా $3 \div \frac{1}{4} = 12$ అగును

అనగా $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$ అని గమనించవచ్చు.

దీని నుండి మనం $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$ అని తెలుస్తుంది.

అదే విధంగా $2 \div \frac{1}{3}$ పరిశీలించండి

$2 \div \frac{1}{3} = 6$ అగును ఎలా అంటే $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

అలాగే $4 \div \frac{1}{4} = 16$ ఎందుకంటే $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

ఇచ్చుట $\frac{3}{1}$ అనేది $\frac{1}{3}$ అనే భిన్నంలో లవహారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడింది. అంటే $\frac{1}{3}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{3}{1}$

అదేవిధంగా $\frac{4}{1}$ అనేది $\frac{1}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం అగును.

కింది లబ్ధాలను పరిశీలించి, ఖాళీలను నింపండి.

$7 \times \frac{1}{7} = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{9} \times 9 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\frac{2}{7} \times \ldots\ldots\ldots\ldots = 1$

$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\ldots\ldots\ldots \times \frac{5}{9} = 1$

ఇటువంటి మరొక ఐదు జతలను తీసుకొని గుణించండి

ఏ రెండు శూన్యేతర సంఖ్యల లబ్ధం 1 అగునో, వాటిని ఒకదాని కొకటి వ్యుత్క్రమాలు (గుణకార విలోమాలు) అంటారు. అందుచే $\frac{4}{7}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{7}{4}$ అలాగే $\frac{7}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{4}{7}$ అగును. $\frac{5}{9}$ మరియు $\frac{2}{5}$ భిన్నాల వ్యుత్క్రమాలు రాయండి.

ప్రయత్నించండి

1. ఒక క్రమభిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం మరొక క్రమభిన్నం అగునా?
2. ఒక అపక్రమ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం మరొక అపక్రమభిన్నం అగునా?

అందువలన

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times \frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times \frac{1}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$3 \div \frac{1}{2} =$ .... = ...

రాజు వ్యుత్క్రమం పద్ధతి అనుసరించి ఒక మిశ్రమ భిన్నం $1\frac{1}{2}$ వ్యుత్క్రమం $1\frac{2}{1}$ అన్నాడు. అతను చెప్పినది సత్యమా? సరిచూడండి.

అలాగే $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} = 2 \times \frac{3}{4}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times$ .... $= 5 \times$......................

ఈ విధంగా ఒక పూర్ణాంకాన్ని ఒక భిన్నంచే భాగించాలంటే, ఆ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం చేత పూర్ణాంకాన్ని గుణించాలని భావించాలి.

ఇవి చేయండి

1. కనుగొనండి (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

ఒక పూర్ణాంకాన్ని, మిశ్రమభిన్నంచే భాగించునపుడు, మిశ్రమభిన్నాన్ని మొదట అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి సాధించాలి.

ఉదా : $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ అలాగే $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$ ను కనుగొనండి.

ఇవి చేయండి.

1. కనుగొనండి (i) $7 \div 5\frac{1}{3}$ (ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

2.2.2 ఒక భిన్నాన్ని ఒక పూర్ణాంకం చే భాగించడం

$\frac{3}{4} \div 3$ ఎంతకు సమానం?

ముందు పరిశీలించిన సమస్యలను బట్టి మనకు $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

అందుచే $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ అలాగే $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ ఎంత?

మిశ్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకాలచే భాగించునపుడు, మిశ్రమభిన్నాలను మొదట అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి, సాధన చేయాలి.

ఉదాహరణకు $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$ అలాగే $4\frac{2}{5} \div 3 = \ldots\ldots\ldots$ మరియు $2\frac{3}{5} \div 2 = \ldots\ldots\ldots$

2.2.3 ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంచే భాగించడం

మనం $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ కనుగొందాం

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5}$ ($\frac{5}{6}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం) $= \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

ఇదే విధంగా $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{3}{2}$ ($\frac{2}{3}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం) = ? మరియు $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

ఇవి చేయండి

కనుగొనండి. (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

ఉదా 8 : ఒక ఖాళీ ఈతకొలను యొక్క సామర్థ్యంలో $\frac{9}{10}$ భాగం నింపబడాలి. దానిలో $\frac{3}{10}$ భాగం నింపడానికి అరగంట పడితే, $\frac{9}{10}$ భాగం నింపడానికి ఎంతకాలం పడుతుంది?

సాధన: మనం $\frac{9}{10}$ భాగంలో $\frac{3}{10}$ భాగాలు ఎన్ని వున్నాయో కనుగొనాలి.

ఈ భాగహార సమస్య సాధిస్తే $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = 3$ అగును.

కావున ఈతకొలను లో $\frac{9}{10}$ భాగం నింపడానికి 3 అర్ధ గంటలు అంటే $1\frac{1}{2}$ గంటల కాలం పడుతుంది.

అభ్యాసం - 4

1. కింది భిన్నాలకు వ్యుత్క్రమాలు రాయండి.

(i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. కనుగొనండి.

(i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. కనుగొనండి.

(i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. దీపక్ ఒక ఇంటిలో $\frac{2}{5}$ భాగం ఒక రోజులో రంగు వేయగలడు. ఇదే వేగంతో పనిచేస్తే ఆ ఇంటికి పూర్తిగా రంగు వేయుటకు ఎన్ని రోజులు పడుతుంది?

2.3 దశాంశ సంఖ్యలు లేదా దశాంశ భిన్నాలు

దశాంశ సంఖ్యల గురించి, వాటి సంకలన, వ్యవకలనాల గురించి మీరు 6వ తరగతిలో నేర్చుకున్నారు. మనం ఒకసారి వాటిని పునశ్చరణ చేసుకొని ఈ సంఖ్యలతో గుణకార, భాగహారాలను చేద్దాం.

12714 అనే సంఖ్య విస్తరణ రూపం రాద్దాం.

$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times ...... + 1 \times ...... + 4 \times 1$

మరి 12714.2 యొక్క విస్తరణ రూపం ఏది?

స్థానవిలువల పట్టికలో కుడి నుండి ఎడమ వైపుకు పోయిన కొలదీ, స్థాన విలువ 10 రెట్లు చొప్పున పెరుగుతుందని గమనించారు.

← × 10 | 10 వేలు = పది వేలు | ← × 10 | 10 వందలు = వేలు | ← × 10 | 10 పదులు = వందలు | ← × 10 | 10 ఒకట్లు = పదులు | ← × 10 | ఒకట్లు

మనం ఎడమ వైపు నుండి కుడివైపునకు పోవునపుడు ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతి స్థానవిలువ దాని ఎడమ వైపున కల ఎగువ స్థానంలో 10 వ భాగం అవుతుంది అంటే ప్రతిస్థానం విలువ దాని ముందు స్థానాన్ని 10చే భాగిస్తే వస్తుంది. కదా

ఇదే విధంగా యూనిట్ (ఒకట్లు) స్థానాన్ని 10 చే భాగిస్తే ఏమి వస్తుంది. $1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$ అని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకో.

ఒకట్లు | ÷ 10 | పదో వంతు లేదా 0.1 | ÷ 10 | వందో వంతు $\frac{1}{100}$ లేదా 0.01 | ÷ 10 → | వెయ్యో వంతు $\frac{1}{1000}$ లేదా 0.001 | ÷ 10

కావున 12714.2 యొక్క విస్తరణ రూపం

$$12714.2 = 1\times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times ......+ 1 \times ...... + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

3.42 అనే సంఖ్యలో అన్ని అంకెల స్థానవిలువలు కనుగొందాం. ఇచ్చట దశాంశ బిందువు (.) అనేది ఆ సంఖ్యను పూర్ణాంక భాగం మరియు దశాంశ భాగాలుగా విభజిస్తుంది అని గమనించి ఉంటారు. దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల సంఖ్యా భాగాన్ని 'దశాంశ భాగం' అంటారు. అదే విధంగా దశాంశ బిందువుకు ఎడమ వైపుగల సంఖ్యను "పూర్ణాంక భాగం" అంటారు.

3.42 లోని అంకెల స్థాన విలువలు.

	ఒకట్ల స్థానంలో 3 కలదు	దశాంశ భాగంలో దశాంశ బిందువుకు వెంటనే కుడి వైపున 4 కలదు	దశాంశ భాగంలో దశాంశ బిందువుకు రెండు స్థానాలు కుడి వైపున 2 కలదు
స్థానవిలువ	$3 \times 1 = 3$	$4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$ లేదా .4	$2\times\frac{1}{100}=\frac{2}{100}$ లేదా .02

ప్రయత్నించండి

1. కింది పట్టిక పరిశీలించి, ఖాళీలను నింపండి.

వందలు (100)	పదులు (10)	ఒకట్లు (1)	పదోవంతు $\left(\frac{1}{10}\right)$	వందోవంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$	వెయ్యో వంతు $\left(\frac{1}{1000}\right)$	సంఖ్య
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	______
3	2	__	__	5	4	327.154
6	__	4	__	2	__	614.326
2	__	6	5	__	2	236.512

2. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

మనం ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు మొదలగు వాటిని తక్కువ లేదా ఎక్కువ యూనిట్లులోనికి మార్చునపుడు దశాంశాలు వాడుతాం. ఉదాహరణకు 5 పైసలు = ₹ $\frac{5}{100}$, 220 గ్రా. = $\frac{220}{1000}$ కి.గ్రా, 5 సెం.మీ = $\frac{5}{100}$ మీ

ఇవి చేయండి.

1. కనుగొనండి.

(i) 50 పైసలు = ₹ _____ (ii) 22 గ్రా॥ = ________ కి.గ్రా (iii) 80 సెం.మీ = ______ మీ

2.3.1 దశాంశ భిన్నాలను పోల్చడం.

ఎవరి వద్ద ఎక్కువ డబ్బు ఉన్నదో చూద్దాం.

అభిషేక్ మరియు లాస్యలు ₹ 375.50 మరియు ₹375.75 వారి పొదుపు పెట్టె (కిడ్డీ బ్యాంకు) లో దాచుకున్నారు. ఎవరి వద్ద ఎక్కువ డబ్బు ఉన్నదో తెలుసుకోగలవా? ముందుగా మనం దశాంశ బిందువుకు ఎడమ వైపున గల పూర్ణాంక భాగాన్ని పరిశీలిస్తాం. ఇద్దరి వద్దా ₹ 375 ఉన్నది కావున, దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల దశాంశ స్థానాలలో మొదట పదవ వంతును చూద్దాం. అభిషేక్ వద్ద గల డబ్బులో పదవ వంతు స్థానంలో 7, లాస్య వద్ద గల పదవ వంతు స్థానంలో 5 కలవు. 7 పదవ వంతులు $\frac{7}{10}$ > 5 పదవ వంతులు $\frac{5}{10}$ కావున అభిషేక్ పొదుపు చేసిన డబ్బు లాస్య పొదుపు చేసిన డబ్బు కన్నా ఎక్కువ. అంటే 375.75 > 375.50.

కింది వానిలో ఏది పెద్దదో చెప్పండి.

(i) 37.65 మరియు 37.60 (ii) 1.775 మరియు 19.780 (iii) 364.10 మరియు 363.10

2.3.2 మనం దశాంశ సంఖ్యలను కూడడం, తీసివేయడం నేర్చుకున్నాం. కొన్నిసమస్యలు సాధించి చూద్దాం.

(i) 221.85 + 37.10 (ii) 39.70 - 6.85

$$\begin{array}{r} 221.85 \\ +37.10 \\ \hline 258.95 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39.70 \\ -\ 06.85 \\ \hline 32.85 \\ \hline \end{array}$$

దశాంశ సంఖ్యల సంకలనం లేదా వ్యవకలనంలో ఒకే స్థాన విలువలు కలిగిన అంకెలను కూడాలి లేదా తీసివేయాలి. అంటే సంఖ్యలను ఒకదాని క్రింద ఒకటి వ్రాయునప్పుడు దశాంశ బిందువులు కూడా ఖచ్చితంగా ఒకదాని క్రింద మరొకటి వచ్చునట్లు వ్రాయాలి. దశాంశ స్థానంలోని స్థానాలు కుడివైపున 'సున్నలు' చేర్చడం ద్వారా సమానం చేయాలి.

ఇవి చేయండి.

కనుగొనండి. (i) 0.25 + 5.30. (ii) 29.75 - 25.97.

ఉదా 9 : ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో రెండు సమాన భుజాల పొడవులు 3.5 సెం.మీ మరియు మూడవ భుజం 2.5 సెం.మీ అయిన త్రిభుజ చుట్టుకొలత ఎంత?

సాధన : సమద్విబాహు త్రిభుజ భుజాలు వరుసగా 3.5 సెం.మీ, 3.5 సెం.మీ మరియు 2.5 సెం.మీ అగును.
కావున, త్రిభుజ చుట్టుకొలత = 3.5 సెం.మీ + 3.5 సెం.మీ + 2.5 సెం.మీ = 9.5 సెం.మీ

అభ్యాసం - 5

1. కింది వానిలో ఏది పెద్దది?
   (i) 0.7 లేదా 0.07 (ii) 7 లేదా 8.5
   (iii) 1.47 లేదా 1.51 (iv) 6 లేదా 0.66

2. కింది వానిని రూపాయిలలో దశాంశ సంఖ్యతో సూచించండి
   (i) 9 పైసలు (ii) 77 రూపాయల 7 పైసలు (iii) 235 పైసలు

3. (i) 10 సెం.మీలను మీటర్లలోనూ, కిలోమీటర్లలలో వ్యక్తపరచండి.
   (ii) 45 మి.మీ లను సెం.మీ, మీ, కి.మీ లలో వ్యక్తపరచండి.

1 మీ = 100 సెం.మీ.
1 కి.మీ. = 1000 మీ.
1 సెం.మీ. = 10 మి.మీ.
1 కి.గ్రా. = 1000 గ్రా.

4. కింది వానిని కిలోగ్రాములలో వ్యక్తపర్చండి

(i) 190 గ్రా॥ (ii) 247 గ్రా॥ (iii) 44 కి.గ్రా 80 గ్రా॥

5. కింది దశాంశ సంఖ్యలను విస్తరించి రాయండి

(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03

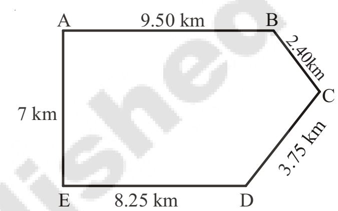
(iv) 30.303 (v) 1234.56

6. కింది దశాంశ సంఖ్యలలో 3 యొక్క స్థానవిలువలు రాయండి.

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43

(iv) 90.30 (v) 794.037

7. అరుణ, రాధ వారి ప్రయాణాన్ని A మరియు E అనే స్థానాల నుండి ప్రారంభించారు. అరుణ A నుండి B కు అచ్చట నుండి C కు చేరింది రాధ E నుండి D కు అచ్చట నుండి C కు చేరింది. ఎవరు ఎక్కువ దూరం ప్రయాణించారు? ఎంత ఎక్కువ ప్రయాణించారు?

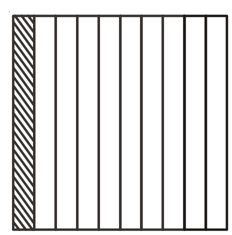


8. ఉపేంద్ర కూరగాయలు కొనడానికి బజారుకు వెళ్లాడు. అతడు 2 కి.గ్రా 250 గ్రా॥ టమాటాలు, 2 కి.గ్రా500గ్రా బంగాళదుంపలు, 750 గ్రా॥ బెండకాయలు మరియు 125 గ్రా॥ పచ్చిమిర్చి కొన్నాడు. అయిన ఉపేంద్ర ఇంటికి తీసుకొని పోయే కూరగాయల మొత్తం బరువు ఎంత?

2.4. దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం.

7వ తరగతి చదువుతున్న రాజేంద్ర తల్లితో కలసి కూరగాయలు కొనడానికి బజారుకు వెళ్లాడు. వారు 1 కి.గ్రా ₹ 8.50 చొప్పున 2.5 కి.గ్రా॥ల బంగాళాదుంపలను కొన్నారు. వారు ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి?

ఇటువంటి దశాంశ సంఖ్యలతో కూడిన సమస్యలు మనకు నిత్యజీవితంలో అనేకం వస్తుంటాయి. ఈ సందర్భంలో మనం రెండు దశాంశ సంఖ్యల గుణకారం ఏ విధంగా చేయాలో తెలుసుకుందాం.

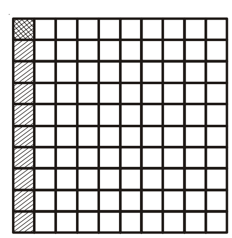


పటం 1

0.1×0.1 గుణిద్దాం

0.1 అంటే 1లో 10 వ వంతు దీనిని మనం పటంలో $\frac{1}{10}$ భిన్నంగా చూపవచ్చు.

కావున $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ అనగా $\frac{1}{10}$ లో $\frac{1}{10}$. అందుచే ఇక్కడ మనం $\frac{1}{10}$ లో 10వ భాగం కనుగొంటాం. కావున మనం $\frac{1}{10}$ భాగాన్ని 10 సమానభాగాలు చేసి అందులో ఒక భాగం విలువను తీసుకుందాం. ఇది 2వ పటంలో ఒక చదరాన్ని తెలుపుతుంది. 2వ పటంలో ఎన్ని చదరాలో లెక్కించు మొత్తం 100 చదరాలుఉన్నాయి కదూ! అందులో ఒక చదరం 100 చదరాలలో ఒకదాన్ని తెలుపుతుంది. అంటే $\frac{1}{100}$ అందువలన మనం



పటం 1

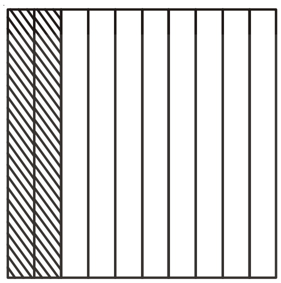
$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$ అని చెప్పవచ్చు.

0.4×0.2 విలువ ఎంతో చూద్దాం.

$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10}$ లేదా $\frac{2}{10}$ లో $\frac{4}{10}$ అని అర్థం

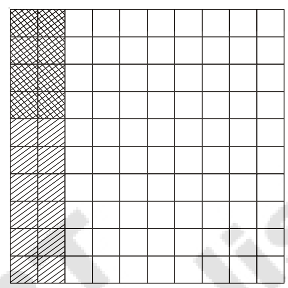
దీనిని పటంలో పరిశీలిస్తే

$\frac{2}{10}$ లో $\frac{4}{10}$ వ భాగం



$\frac{2}{10}$ భాగం

=



$= \frac{8}{100}$

$\frac{2}{10}$ భాగంలో $\frac{4}{10}$ వ భాగం

2వ పటంలో 100 చదరాలలో 8 చదరాలు రెండేసి సార్లు షేడ్ చేయబడి ఉన్నాయి. దీనిని 0.08 అని సూచించవచ్చు మనం 0.1×0.1 మరియు 0.4×0.2, సంఖ్యలు గుణించునప్పుడు దశాంశ బిందువులుని తొలగించి పూర్ణాంకాల వలే గుణిస్తే అంటే 0.1×0.1, అనగా 01×01 లేదా 1×1. అదే విధంగా 0.4×0.2 అనగా 04×02 లేదా 4×2 అంటే వరుసగా 1 మరియు 8 లబ్దాలుగా వచ్చాయి.

ఇప్పుడు లబ్దంలో దశాంశ బిందువును ఉంచడానికి గుణకారంలో ఇచ్చిన సంఖ్యలలో దశాంశ స్థానాలలో ఎన్ని అంకెలు ఉన్నాయో చూడాలి. మొత్తం దశాంశ స్థానాలు 2 ఉన్నాయి. అందుచే ఈ సంఖ్యల లబ్దంలో దశాంశ బిందువును రెండు స్థానాలు కుడి నుండి ఎడమకు లెక్కించి పెట్టాం.

ఒక దశాంశ సంఖ్యలో పూర్ణసంఖ్య భాగము లోపించిన సాధారణంగా దశాంశమునకు ఎడమ వైపున 'సున్న'ను ఉంచుతాం.

కావున $0.1 \times 0.1 = .01$

$0.4 \times 0.2 = .08$ అయినది

ఒకవేళ మనం 0.5×0.05 గుణిస్తే మనం లబ్దంలో దశాంశ భాగంలో మొత్తం మూడు స్థానాలు కుడి నుండి ఎడమకు లెక్కించి దశాంశ బిందువును ఉంచాలి. అంటే $0.5 \times 0.05 = .025$.

ఇప్పుడు 1.2×2.5 కనుగొందాం

12 ను25 చే గుణించండి. మనకు 300 వస్తుంది. 1.2 మరియు 2.5, లలో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపు 1 స్థానం చొప్పున ఉన్నది. అందుచే $1 + 1 = 2$ స్థానాలు వచ్చాయి. ఇప్పుడు లబ్దం 300 లో కుడివైపు నుండి (అంటే '0' నుండి రెండు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు వస్తే మనకు 3.00 అగును అంటే 3 కావున $1.2 \times 2.5 = 3$ అగును

ఇదే విధంగా 2.5 మరియు 1.25 గుణించునపుడు మొదట 25 ను 125 చే గుణిస్తాం. లబ్దంలో దశాంశ బిందువును పై ఉదాహరణల ప్రకారం పెడతాం. దశాంశ స్థానాల సంఖ్య $1 + 2 = 3$ (ఎలా?) కావున $2.5 \times 1.25 = 3.125$ అగును.

ఇవి చేయండి.

1. కనుగొనండి. (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
2. పై సమస్యలోని (1) లబ్ధాలను అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

ఉదా 10 : ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 7.1 సెం.మీ, వెడల్పు 2.5 సెం.మీ అయిన వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : దీర్ఘచతురస్ర పొడవు = 7.1 సెం.మీ

వెడల్పు = 2.5 సెం.మీ

అందువలన దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= 7.1 \times 2.5 = 17.75$ చ॥సెం.మీ

2.4.1 దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 .... మొదలగు సంఖ్యలతో గుణించుట

$3.2 = \frac{32}{10}$ అని, $2.35 = \frac{235}{100}$ అని రేష్మా తెలుసుకుంది. దీని నుండి దశాంశ బిందువు యొక్క స్థానం, దశాంశ భిన్నంలో గల హారాలు అయిన 10,100,1000 లను బట్టి మారుతుందని గమనించింది.

అదే విధంగా 10, 100, 1000 .....మొదలగు సంఖ్యలతో దశాంశ సంఖ్యను గుణించినపుడు లబ్ధంలో దశాంశ బిందువు అమరిక పరిశీలిద్దాం.

కింది పట్టిక పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$	$12.356 \times 10 =$ ....
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$	$12.356 \times 100 =$ ....
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$	$12.356 \times 1000 =$ ....
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ .... ; $0.5 \times 1000 =$		

మీ జవాబులను పరిశీలించండి. వాటిలో అమరికను కనిపెట్టారా? లబ్ధాలలో దశాంశ బిందువు కుడి వైపు 10, 100, 1000 .... మొదలగు సంఖ్యలలో గల 'సున్న'ల సంఖ్యకు సమాన స్థానాలు జరుగుతుంది.

2.4.2 దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం

గోపాల్ తన తరగతి గదిని అలంకరించడానికి రంగు కాగితాలను సిద్ధం చేసుకుంటున్నాడు. అతనికి 1.6 సెం.మీ పొడవైన రంగు కాగితాలు కొన్ని కావాలి. అతని దగ్గర మొత్తం 9.6 సెం.మీ పొడవైన రంగు కాగితం కలదు. ఈ కాగితం నుండి అతనికి కావలసిన కొలత గల ముక్కలు ఎన్ని వస్తాయి? అవి కావాలంటే $\frac{9.6}{1.6}$ అగునునని భావించాడు కాని 9.6 మరియు 1.6 రెండునూ దశాంశ సంఖ్యలే. అందుచే దశాంశ సంఖ్యల భాగహారం మనకు తెలియాలి.

2.4.2 అ) దశాంశ సంఖ్యలను కూడా 10, 100, 1000 ..... మొదలగు వానిచే భాగించడం

ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, మరియు 1000 చే భాగిద్దాం

$31.5 \div 10$ తీసుకొండి

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

ఇదే విధంగా $31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$

ఈ విధంగా దశాంశ సంఖ్యలను 10, 100,1000..... మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించునపుడు ఏమైనా అమరిక ఉందా? ఇది తెలిస్తే 10, 100,1000 మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించడం మరింత సులభతరం అవుతుంది.

$29.5 \div 10 = 2.95$	$132.7 \div 10 =$	$1.5 \div 10 =$	$17.36 \div 10 =$ ....
$29.5 \div 100 = 0.295$	$132.7 \div 100 =$	$1.5 \div 100 =$	$17.36 \div 100 =$ ....
$29.5 \div 1000 = 0.0295$	$132.7 \div 1000 =$	$1.5 \div 1000 =$	$17.36 \div 1000 =$ ....

పై పట్టికలోని అమరికలను పరిశీలించి నీవు గమనించిన అంశాన్ని రాయుము.

2.4.2 ఆ) దశాంశ సంఖ్యను ఒక పూర్ణాంకం చే భాగించుట

$\frac{6.4}{2}$ విలువ ఎంతో కనుగొందాం. దీనిని మనం $6.4 \div 2$ అని కూడా రాస్తాం.

అందుచే $6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$ (భిన్నాల భాగహారంలో వ్యుత్క్రమం)

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

ఇదే విధంగా $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

ఇవి చేయండి.

1. కనుగొనండి. (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$

ఉదా 11 : 4.2, 3.8 మరియు 7.6 సంఖ్యల సరాసరి ఎంత?

సాధన : 4.2, 3.8 మరియు 7.6 సంఖ్యల సరాసరి $= \frac{4.2 + 3.8 + 7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (ఇ) ఒక దశాంశ సంఖ్యను మరొక దశాంశ సంఖ్యతో భాగించడం

ఒక దశాంశ సంఖ్యను, మరొక దశాంశ సంఖ్యతో ఏ విధంగా భాగిద్దామో తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణకు $35.5 \div 0.5$ తీసుకుందాం. $35.5 \div 0.5 = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$

కావున $35.5 \div 0.5 = 71$ అయింది.

ఉదా 12 : ఒక బస్సు 92.5 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి 2.5 గంటలు పట్టును. స్థిర వేగంతో బస్సు మొత్తం దూరం ప్రయాణిస్తే అది 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరం ఎంత?

సాధన : బస్సు ప్రయాణించిన దూరం = 92.5 కి.మీ

ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం = 2.5 గంటలు

కావున 1 గంటలో ప్రయాణించే కాలం $= \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ కి.మీ

అభ్యాసం - 6

1. క్రింది వానిని సాధించండి

(i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5

(iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5

(vii) 2×0.86

2. పొడవు 6.2 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి.

3. కింది వానిని సాధించండి.

(i) 21.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 53.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 131.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ఒక మోటర్ బైక్ 1 లీటరు పెట్రోలు తో 62.5 కి.మీ దూరం ప్రయాణించగలదు. అదే వాహనం 10 లీటర్ల పెట్రోల్‌తో ఎంతదూరం ప్రయాణించగలదు?

5. కింది వానిని సాధించండి.

(i) 1.5×0.3 (ii) 0.1×47.5 (iii) 0.2×210.8

(iv) 4.3×3.4 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.10

(vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01

(x) 70.01×1.1

6. కింది వానిని సాధించండి.

(i) $2.3 \div 100$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $44.3 \div 10$

(iv) $127.1 \div 1000$ (v) $7 \div 3.5$ (vi) $88.5 \div 0.15$

(vii) $0.4 \div 20$

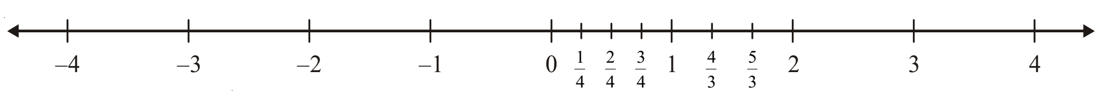
7. ఒక క్రమ బహుభుజి యొక్క భుజం పొడవు 3.5 సెం.మీ దాని చుట్టుకొలత 17.5 సెం.మీ అయిన ఆ బహుభుజికి గల భుజాలు ఎన్ని?

8. ఒక ప్రదేశంలో 7 గంటల కాలంలో 0.896 సెం.మీ వర్షపాతం నమోదైనది. అయిన 1 గంటలో పడిన సగటు వర్షపాతం ఎంత?

2.5 అకరణీయ సంఖ్యల పరిచయం

2.5.1 ధనాత్మక భిన్నాలు

మనం పూర్ణ సంఖ్యల గురించి, భిన్నాల గూర్చి నేర్చుకున్నాం. ఈ రెండింటిని సంఖ్యా రేఖ పై గుర్తిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో పరిశీలిద్దాం.



మనకు 0 కు 1 కు మధ్య $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ ..... వంటి సంఖ్యలున్నాయి. ఇవన్నీ 1 కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు. ఇవన్నీ క్రమభిన్నాలని, క్రమభిన్నాలన్నీ 0,1 ల మధ్యన ఉంటాయని చెప్పవచ్చు. ఇదే విధంగా $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ అనేవి 1,2 ల మధ్యగల భిన్నాలు, ఈ భిన్నాలు అపక్రమ భిన్నాలని మనకు తెలుసు. వీటన్నింటిని ధనాత్మక భిన్నాలు అనవచ్చు.

ఇవి చేయండి.

1. (i) 0 మరియు 1 ల మధ్య (ii) 1 మరియు 2 ల మధ్య ఉండే 5 భిన్నాలను రాయండి

2. $4\frac{3}{5}$ అనే భిన్నం సంఖ్యా రేఖపై ఎక్కడ వుంటుంది?

సున్నకు ఎడమవైపున మనకు $-1, -2, -3$ .... వంటి పూర్ణసంఖ్యలు ఉన్నాయి.

మనం సంఖ్యా రేఖపై ఎడమ వైపుకు పోవు కొలది వీటి విలువ పెరుగుతున్నదా తగ్గుతున్నదా?

మనకు తెలిసి సంఖ్యా రేఖ పై ఎడమ వైపుకు పోవు కొలది సంఖ్య విలువ తగ్గుతూ ఉంటుంది. సున్నకు ఎడమ ఎంతదూరం జరిగితే, ఆ సంఖ్య అంత చిన్నదవుతున్నది.

ఇవి చేయండి.

1. కింది సంఖ్యలలో అతి పెద్ద, అతి చిన్న సంఖ్యలేవి?

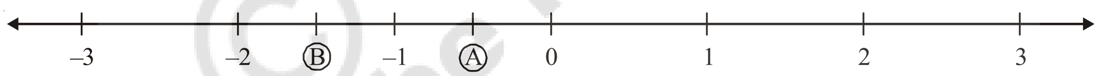
   (i) $2, -2, -3, 4, 0, -5$ (ii) $-3, -7, -8, 0, -5, -2$

2. కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

   (i) $-5, -75, 3-2, 4, \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$

2.5.2 ఋణాత్మక భిన్నాలు

కింద సంఖ్యా రేఖపై A అనే బిందువును చూడండి.



ఇది 0 మరియు -1 ల మధ్య గలదు. ఈ సంఖ్య 0 కన్నా పెద్దదా? చిన్నదా?

అదే విధంగా ఇది $\frac{1}{2}$ అవుతుందా? కాని ఇది సున్న కన్నా తక్కువ కాబట్టి $\frac{1}{2}$ కానేరదు.

$\frac{-9}{4}$ అనే సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించడానికి సుజాత దానిని మొదట మిశ్రమ భిన్నంగా రాసింది $\frac{-9}{4} = -2\frac{1}{4}$ కాబట్టి దీనిని -2 మరియు -3 ల మధ్య గుర్తించింది.

ఇది సున్న కన్నా $\frac{1}{2}$ సగం తక్కువ కాబట్టి A ను మనం $-\frac{1}{2}$ అని రాస్తాం

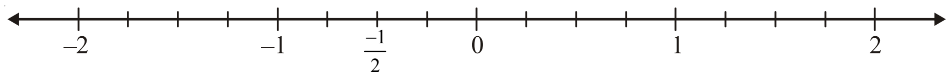
ఇదే విధంగా B అనేది -1 మరియు -2 మధ్య బిందువుపై వున్నది కావున ఇది $\frac{-3}{2}$.

దీనిని బట్టి $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{-9}{4}$ వంటి ఋణాత్మక భిన్నాలు, రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య లేదా సున్న మరియు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య ఉంటాయని తెలుసుకోవచ్చు.

ఇవి చేయండి.

1. కింద సంఖ్యా రేఖపై ఈయబడిన సంఖ్యలను గుర్తించండి.

(i) $-\frac{7}{2}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$



2. సంఖ్యారేఖపై కింది సంఖ్యలను పరిశీలించండి

$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$

(i) సంఖ్యా రేఖపై కింది సంఖ్యలు ఏ పూర్ణ సంఖ్యలకు ఎడమవైపున ఉంటాయి?

(a) 0 (b) –2 (c) 4 (d) 2

(ii) సంఖ్యా రేఖపై కింది సంఖ్యలు ఏ పూర్ణ సంఖ్యలను కుడివైపున ఉంటాయి?

(a) 0 (b) –5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 అకరణీయ సంఖ్యలు

0, 1, 2, 3, 4, 5 సంఖ్యలు పూర్ణాంకాలు. అదే విధంగా .... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 --- అనే సంఖ్యలు పూర్ణాంకాల కన్నా పెద్ద సముదాయం అయిన పూర్ణ సంఖ్యలని మనకు తెలుసు.

అన్ని పూర్ణాంకాలు కూడా పూర్ణ సంఖ్యలే కాని, అన్ని పూర్ణసంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు కావని రాఖీ చెప్పింది. ఆమెతో నీవు ఏకీభవిస్తావా? రాఖీ చెప్పినది సత్యం. ఎందుకంటే రుణ సంఖ్యలైన –5, –4, –3, –2, –1 వంటి సంఖ్యలు పూర్ణసంఖ్యలే కాని పూర్ణాంకాలు కావు. అందుచే అన్ని పూర్ణాంకాలు పూర్ణ సంఖ్యలే, కాని పూర్ణసంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు కావు.

ధనాత్మక భిన్నాలైన $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ వంటివి పూర్ణాంకాల నిష్పత్తులు. అందుచే సాధారణంగా మనం ధనాత్మక భిన్నాలను $\frac{w_1}{w_2}$ అని రాయవచ్చు. ఇందులో w_1 మరియు w_2 అనేవి రెండు పూర్ణాంకాలు మరియు w_2 సున్నకు సమానం కాదు.

ప్రయత్నించండి.

5 ధనాత్మక భిన్నాలను రాసి వాటిలో w_1 w_2 లను గుర్తించండి.

అకరణీయ సంఖ్యలనేవి అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు, ధనాత్మక భిన్నాలు మరియు రుణాత్మక భిన్నాలతో కూడిన ఒక పెద్ద సంఖ్యల సముదాయం. అందుచే $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ వంటి సంఖ్యలు అకరణీయ సంఖ్యలు అగును. ఈ సంఖ్యలన్నియూ రెండు పూర్ణసంఖ్యల నిష్పత్తిగా చెప్పవచ్చు. p, q లు అనేవి ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు, q సున్నకు సమానం కానప్పుడు $\frac{p}{q}$ రూపంలో రాయగలిగే సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

ప్రయత్నించండి.

(i) ఏవైనా ఐదు పూర్ణ సంఖ్యలు తీసుకొని వీలయినన్ని అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.

(ii) ఏవైనా ఐదు అకరణీయ సంఖ్యలు తీసుకొండి. అవి ఏ పూర్ణసంఖ్యలను కలిగియున్నవో తెలుపండి.

2.5.4 అకరణీయ సంఖ్యలను పోల్చడం

$\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{9}{12}$ అనేవి రెండు సమ భిన్నాలు. మనం భిన్నాలను పోల్చునపుడు వాటిని సమాన భిన్నాలుగా మార్చి, సమాన హారాలను బట్టి పోల్చుతాం.

ఉదాహరణకు $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{5}{7}$ లను పోల్చుద్దాం.

వీటికి సమాన భిన్నాలను మొదట రాస్తాం.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$ మరియు

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}$ ....

ఇప్పుడు మనం $\frac{21}{28}$ తో $\frac{20}{28}$ పోల్చవచ్చు. ఈ రెండింటిలో సమానహారం ఉంది కావున

$\frac{21}{28}$ అనేది $\frac{20}{28}$ కన్నా పెద్దది.

అందువలన $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

ప్రయత్నించండి.

1. $\frac{3}{4}$ యొక్క సమాన భిన్నాలన్నీ సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువు వద్దనే ఉంటాయా?

2. $\frac{6}{7}$ యొక్క సమాన భిన్నాలన్నీ సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువు వద్ద ఉంటాయా?

$\frac{-1}{2}$ మరియు $\frac{-2}{3}$ ను పోల్చుదాం.

రెండింటికీ సమాన భిన్నాలు రాద్దాం.

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \ .....$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \ ......$$

$\frac{-3}{6}$ మరియు $\frac{-4}{6}$ లు సమాన హారాలు కల్గివున్నాయి. కావున మనం వీటిని పోల్చవచ్చు.

$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$ ($\frac{-4}{6}$ అనేది $\frac{-3}{6}$ కు సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపున ఉంటుంది)

కావున $\frac{-1}{2} < \frac{-2}{3}$

ప్రయత్నించండి.

1. $\frac{-1}{2}$ మరియు $\frac{-3}{6}$ అనేవి సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువు వద్ద ఉంటాయా?

2. $\frac{-2}{3}$ మరియు $\frac{-4}{6}$ అనేవి సంఖ్యారేఖపై ఒకేచోట ఉంటాయా?

ఉదా :- $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{4}$ లను సంఖ్యా రేఖపై సూచించునపుడు, రెండునూ ఒకేచోట ఏకీభవిస్తాయని కనుగొంటాం. కావున, ఈ రెండూ సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు.

ఇవి చేయండి.

1. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$ లకు ఐదు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.

2. కింది వానిలో సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించండి.

   (i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$ (ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే మనం ఇచ్చిన సంఖ్యలో లవ, హారాలలో గల పూర్ణ సంఖ్యలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించాలి లేదా భాగించాలి అని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణకు

$\frac{1}{5}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే $\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$ మరొకటి $\frac{1\times3}{5\times3}=\frac{3}{15}$ అగును.

ఇలాగే $\frac{-2}{7}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు కావాలంటే $\frac{-2\times2}{7\times2}=\frac{-4}{14}$ మరొకటి $\frac{-2\times3}{7\times3}=\frac{-6}{21}$ అగును.

ఈ విధంగా మనం సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనడానికి అకరణీయ సంఖ్యలను $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}$ లతో గుణిస్తాం.

అభ్యాసం - 7

1. కింది సంఖ్యలకు మూడేసి సమాన అకరణీయ సంఖ్యలు రాయండి.

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2. (i) హారం 12 ఉండే విధంగా $\frac{-15}{36}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్య రాయండి.

   (ii) లవం 75 ఉండే విధంగా $\frac{-15}{36}$ కు సమాన అకరణీయ సంఖ్య రాయండి.

3. కింది అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

   (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

4. కింది గణిత వాక్యములు సత్యములో, అసత్యములో గుర్తించండి.

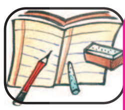
(i) ప్రతి పూర్ణ సంఖ్య అకరణీయ సంఖ్య అట్లే ప్రతి అకరణీయ సంఖ్య ఒక పూర్ణ సంఖ్య ( )

(ii) $\frac{p}{q}$ రూపంలోని అకరణీయ సంఖ్యలో q ఒక శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్య ( )

(iii) ప్రతి దశాంశ సంఖ్యను అకరణీయ సంఖ్యారూపంలో రాయవచ్చు ( )

(iv) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ లు సమాన అకరణీయ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి. ( )

(v) ధన అకరణీయ సంఖ్య యొక్క సమాన అకరణీయ సంఖ్యలన్నీ ధన రాశులే. ( )



మనం నేర్చుకున్నవి

1. భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాలంటే, వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి.
2. రెండు భిన్నాల గుణకారం అనగా $\dfrac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$
3. 'లో' (OF) అనే అక్షరం రెండు సంఖ్యల గుణకారాన్ని తెల్పుతుంది.

   ఉదా : 6 లో $\frac{1}{3} = \frac{1}{\cancel{3}} \times \cancel{6} = 2$.
4. రెండు క్రమభిన్నాల లబ్ధం, గుణించిన ప్రతి క్రమభిన్నం విలువ కన్నా తక్కువ. ఒక క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం గుణించిన అపక్రమ భిన్నం విలువ కన్నా తక్కువ మరియు క్రమభిన్నం విలువ కన్నా ఎక్కువ.
5. ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం అనగా లవ, హారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడిన భిన్నం.
6. మనం భిన్నాల భాగహారాన్ని గమనించాం.

   (i) ఒక పూర్ణాంకాన్ని భిన్నంచే భాగించునపుడు, ఆ పూర్ణాంకాన్ని భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం.

   (ii) ఒక భిన్నాన్ని, పూర్ణాంకంచే భాగించునపుడు, ఆ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం.

   (iii) ఒక భిన్నాన్ని, మరొక భిన్నంతో భాగించునపుడు, మొదటి భిన్నాన్ని రెండవ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాం. ఉదా : $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.
7. మనం దశాంశ సంఖ్యలను గుణించడం కూడా నేర్చుకున్నాం. రెండు దశాంశ సంఖ్యలు గుణించునపుడు, వాటిని మనం పూర్ణ సంఖ్యలుగా భావించి గుణించాలి. తర్వాత దశాంశ సంఖ్యలలో దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల దశాంశ స్థానాలను లెక్కించి, లబ్ధంలో వాటి మొత్తం సంఖ్య స్థానాలు కుడి వైపు నుండి విడిచి దశాంశ బిందువు ఉంచాలి.

8. ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 .... వంటి సంఖ్యలచే గుణించునపుడు, ఈ సంఖ్యలలో సున్నాల సంఖ్యను లెక్కించి లబ్దంలో అన్ని స్థానాలు కుడివైపుకు దశాంశ సంఖ్యలో గల దశాంశ బిందువును జరుపుతాం.

9. దశాంశ సంఖ్యలను భాగహారం ఏ విధంగా చేయాలో నేర్చుకున్నాం.

(i) ఒక దశాంశ సంఖ్యను పూర్ణాంకంచే భాగించునపుడు, వాటిని పూర్ణాంకాలుగా భావించి మొదట భాగిస్తాం. తర్వాత భాగఫలంలో దశాంశ బిందువును విభాజ్యంలో వలె ఉంచుతాం.

ఇచ్చట భాగాహారాలలో శేషం సున్న వచ్చే వాటినే తీసుకున్నామని గమనించాలి.

(ii) ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100, 1000 వంటి సంఖ్యలచే భాగించునపుడు, ఈ సంఖ్యలలో సున్నల సంఖ్యను లెక్కించి భాగఫలంలో అన్ని స్థానాలు ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును జరుపుతాం.

(iii) రెండు దశాంశ సంఖ్యలను భాగించునపుడు, విభాజకంను పూర్ణాంకం చేయుటకు లవ, హారాలను సమాన స్థానాలు జరిపి భాగించాలి.

10. అకరణీయ సంఖ్యలనేవి అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు, అన్ని ధనాత్మక భిన్నాలు మరియు అన్ని ఋణాత్మక భిన్నాలు కలిసి ఉన్న ఒక పెద్ద సంఖ్యల సముదాయం. $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ వంటి సంఖ్యలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలే. ఇవన్నియూ రెండు పూర్ణ సంఖ్యల నిష్పత్తులే. అందుచే (అ) p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలై యుండి (ఆ) q సున్నకు సమానం కాకుండా వున్న సందర్భంలో $\frac{p}{q}$ రూపంలో ఉన్న సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

జాన్ నేపియర్ (స్కాట్‌లాండ్)

1550 - 1617 AD

సంవర్గ మానాలను రూపొందించాడు. గుణకారాలకు నేపియర్ పట్టీలను ప్రవేశపెట్టాడు. అదే విధంగా దశాంశ భిన్నాలను ప్రవేశపెట్టిన గణిత శాస్త్రవేత్త.