

ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
મશબ/1219/981/છ, તા. 31-01-2020 થી મંજૂર

ગણિત

નમૂનારૂપ પ્રશ્નો

ધોરણ IX



પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.

બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.

હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.

હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.

હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.

હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

વિષય 5 નવમનવું



एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING



ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

© NCERT, નવી દિલ્લી તથા ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર
આ પાઠ્યપુસ્તકના સર્વ હક NCERT, નવી દિલ્લી તથા ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળને
હસ્તક છે. આ પાઠ્યપુસ્તકનો કોઈ પણ ભાગ કોઈ પણ રૂપમાં NCERT, નવી દિલ્લી અને
ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

અનુવાદ

ડૉ. એ. પી. શાહ (કન્વીનર)
શ્રી જયકૃષ્ણ એન. ભટ્ટ
શ્રી હેમંત આર. શાહ
શ્રી નરેશ એમ. જાલોરીયા
શ્રી હિતેશકુમાર વી. પંડ્યા

સમીક્ષા

શ્રી કલ્પેશ ડી. અખાણી
શ્રી ઈન્દ્રવદન એ. શાહ
શ્રી લલિત જી. યાદવ
શ્રી અબ્દુલસત્તાર એ. કુરેશી
શ્રી દિવ્યેશ બી. પરીખ
શ્રી જગદીશ એન. માલવીયા

ભાષાશુદ્ધિ

ડૉ. નરેશ દવે

સંયોજન

શ્રી આશિષ એચ. બોરીસાગર
(વિષય-સંયોજક : ગણિત)

નિર્માણ-સંયોજન

શ્રી હરેન શાહ
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન

શ્રી હરેશ એસ. લીખ્વાયીયા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય સ્તરે સમાન અભ્યાસક્રમ રાખવાની સરકારશ્રીની નીતિના અનુસંધાને ગુજરાત સરકાર તથા ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ દ્વારા તા. 25-10-2017ના ઠરાવ ક્રમાંક મશભ/1217/1036/છ થી શાળા કક્ષાએ NCERTના પાઠ્યપુસ્તકોનો સીધો જ અમલ કરવાનો નિર્ણય કરવામાં આવ્યો. તેને અનુલક્ષીને NCERT, નવી દિલ્લી દ્વારા પ્રકાશિત ધોરણ IX ના ગણિત વિષયના EXEMPLAR PROBLEMS પુસ્તકનો ગુજરાતીમાં અનુવાદ ‘નમૂનારૂપ પ્રશ્નો’ વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

આ નમૂનારૂપ પ્રશ્નોનો અનુવાદ તથા તેની સમીક્ષા નિષ્ણાત પ્રાધ્યાપકો અને શિક્ષકો પાસે કરાવવામાં આવ્યાં છે અને સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારા-વધારા કર્યા પછી આ પુસ્તકને પ્રસિદ્ધ કરતાં પહેલા આ પુસ્તકની મંજૂરી માટે એક રાજ્ય સ્તરની સમિતિની રચના કરવામાં આવી. આ સમિતિની સાથે NCERTના પ્રતિનિધિ તરીકે RIE, ભોપાલથી ઉપસ્થિત રહેલા નિષ્ણાતોની સાથે બેદિવસીય કાર્યશિબિરનું આયોજન કરવામાં આવ્યું અને પુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું, જેમાં ડૉ. એ. પી. શાહ, શ્રી જયકૃષ્ણ એન. ભટ્ટ, શ્રી નરેશ જાલોરીયા, શ્રી હેમંત શાહ, શ્રી હિતેશકુમાર પંડ્યા, શ્રી ઈન્દ્રવદન શાહ, શ્રી કમલેશ ભટ્ટ, ડૉ. હરેશ ભુટક, ડૉ. અશ્વની કુમાર ગર્ગ (આર. આઈ. ઈ., ભોપાલ), ડૉ. સુરેશ મકવાણા (આર. આઈ. ઈ., ભોપાલ) એ ઉપસ્થિત રહી પોતાના કીમતી સૂચનો અને માર્ગદર્શન પૂરા પાડ્યા છે.

પ્રસ્તુત પુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે મંડળ દ્વારા પૂરતી કાળજી લેવામાં આવી છે. તેમ છતાં, શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

NCERT, નવી દિલ્લીના સહકાર બદલ તેમના આભારી છીએ.

પી. ભારતી (IAS)

નિયામક

કાર્યવાહક પ્રમુખ

તા. 16-06-2020

ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2020

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ‘વિદ્યાયન’, સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી
પી. ભારતી, નિયામક

મુદ્રક :

FOREWORD

The National Curriculum Framework (NCF) – 2005 initiated a new phase of development of syllabi and textbooks for all stages of school education. Conscious effort has been made to discourage rote learning and to diffuse sharp boundaries between different subject areas. This is well in tune with the NPE – 1986 and Learning Without Burden- 1993 that recommend child centred system of education. The textbooks for Classes IX and XI were released in 2006 and for Classes X and XII in 2007. Overall the books have been well received by students and teachers.

NCF–2005 notes that treating the prescribed textbooks as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. It further reiterates that the methods used for teaching and evaluation will also determine how effective these textbooks proves for making children’s life at school a happy experience, rather than source of stress or boredom. It calls for reform in examination system currently prevailing in the country.

The position papers of the National Focus Groups on Teaching of Science, Teaching of Mathematics and Examination Reform envisage that the mathematics question papers, set in annual examinations conducted by the various Boards do not really assess genuine understanding of the subjects. The quality of questions papers is often not up to the mark. They usually seek mere information based on rote memorization, and fail to test higher-order skills like reasoning and analysis, let along lateral thinking, creativity, and judgment. Good unconventional questions, challenging problems and experiment-based problems rarely find a place in question papers. In order to address to the issue, and also to provide additional learning material, the Department of Education in Science and Mathematics (DESM) has made an attempt to develop resource book of exemplar problems in different subjects at secondary and higher-secondary stages. Each resource book contains different types of questions of varying difficulty level. Some questions would require the students to apply simultaneously understanding of more than one chapters/units.

These problems are not meant to serve merely as question bank for examinations but are primarily meant to improve the quality of teaching/learning process in schools. It is expected that these problems would encourage teachers to design quality questions on their own. Students and teachers should always keep in mind that examination and assessment should test comprehension, information recall, analytical thinking and problem-solving ability, creativity and speculative ability.

A team of experts and teachers with an understanding of the subject and a proper role of examination worked hard to accomplish this task. The material was discussed, edited and finally included in this source book.

NCERT will welcome suggestions from students, teachers and parents which would help us to further improve the quality of material in subsequent editions.

New Delhi
21 May 2008

Professor Yash Pal
Chairperson
National Steering Committee
National Council of Educational
Research and Training

PREFACE

The Department of Education in Science and Mathematics (DESM), National Council of Educational Research and Training (NCERT), initiated the development of ‘Exemplar Problems’ in science and mathematics for secondary and higher secondary stages after completing the preparation of textbooks based on National Curriculum Framework–2005.

The main objective of the book on ‘Exemplar Problems in Mathematics’ is to provide the teachers and students a large number of quality problems with varying cognitive levels to facilitate teaching learning of concepts in mathematics that are presented through the textbook for Class IX. It is envisaged that the problems included in this volume would help the teachers to design tasks to assess effectiveness of their teaching and to know about the achievement of their students besides facilitating preparation of balanced question papers for unit and terminal tests. The feedback based on the analysis of students responses may help the teachers in further improving the quality of classroom instructions. In addition, the problems given in this book are also expected to help the teachers to perceive the basic characteristics of good quality questions and motivate them to frame similar questions on their own. Students can benefit themselves by attempting the exercises given in the book for self assessment and also in mastering the basic techniques of problem solving. Some of the questions given in the book are expected to challenge the understanding of the concepts of mathematics of the students and their ability to applying them in novel situations.

The problems included in this book were prepared through a series of workshops organised by the DESM for their development and refinement involving practicing teachers, subject experts from universities and institutes of higher learning, and the members of the mathematics group of the DESM whose names appear separately. We gratefully acknowledge their efforts and thank

them for their valuable contribution in our endeavour to provide good quality instructional material for the school system.

I express my gratitude to Professor Krishna Kumar, Director and Professor G.Ravindra, Joint Director, NCERT for their valuable motivation and guidance from time to time. Special thanks are also due to Dr. R.P.Maurya, Reader in Mathematics, DESM for coordinating the programme, taking pains in editing and refinement of problems and for making the manuscript pressworthy.

We look forward to feedback from students, teachers and parents for further improvement of the contents of this book.

Hukum Singh
Professor and Head

DEVELOPMENT TEAM

EXEMPLAR PROBLEMS – MATHEMATICS

MEMBERS

G. P. Dikshit, *Professor* (Retd.), Lucknow University, Lucknow

Hukum Singh, *Professor and Head*, DESM, NCERT, New Delhi

J.C. Nijhawan, *Principal (Retd.)*, Directorate of Education, Delhi

Jharna De, *T.G.T.*, Dev Samaj Hr. Secondary School, Nehru Nagar

Mahendra Shankar, *Lecturer (S.G.) (Retd.)*, DESM, NCERT, New Delhi

P. Sinclair, *Professor and Pro Vice Chancellor*, IGNOU, New Delhi

Ram Avtar, *Professor (Retd.)*, DESM, NCERT, New Delhi

Sanjay Mudgal, *Lecturer*, DESM, NCERT, New Delhi

Vandita Kalra, *Lecturer*, Sarvodaya Kanya Vidyalaya, Vikaspuri District Centre, New Delhi

V.P. Singh, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

MEMBER - COORDINATOR

R.P. Maurya, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

ACKNOWLEDGEMENTS

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Exemplar Problems Workshop:

V.Madhavi, *TGT*, Sanskriti School, Chanakyapuri, New Delhi; Mohammad Qasim, *TGT*, Anglo Arabic Senior Secondary School, Ajmeri Gate, Delhi; Ajay Kumar Singh, *TGT*, Ramjas Senior Secondary School No. 3, Chandani Chowk, Delhi; Chander Shekhar Singh, *TGT*, Sunbeam Academy School, Durgakund, Varanasi; P.K.Tiwari, *Assistant Commissioner (Retd.)*, Kendriya Vidyalaya Sangathan, New Delhi and P.K.Chaurasia, *Lecturer*, DESM, NCERT, New Delhi.

Special thanks are due to Professor Hukum Singh, *Head*, DESM, NCERT for his support during the development of this book.

The Council also acknowledges the efforts of Deepak Kapoor, *Incharge*, Computer Station; Rakesh Kumar, Inder Kumar and Sajjad Haider Ansari, *DTP Operators*; Abhimanu Mohanty, *Proof Reader*.

The contribution of APC Office, Administration of DESM, Publication Department and Secretariat of NCERT is also duly acknowledged.

CONTENTS

FOREWORD			iii
PREFACE			v
પ્રકરણ	1	સંખ્યા પદ્ધતિ	1
પ્રકરણ	2	બહુપદીઓ	10
પ્રકરણ	3	યામભૂમિતિ	18
પ્રકરણ	4	દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણો	25
પ્રકરણ	5	યુક્લિડની ભૂમિતિનો પરિચય	33
પ્રકરણ	6	રેખાઓ અને ખૂણાઓ	42
પ્રકરણ	7	ત્રિકોણ	49
પ્રકરણ	8	ચતુષ્કોણ	56
પ્રકરણ	9	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું અને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ	65
પ્રકરણ	10	વર્તુળ	75
પ્રકરણ	11	રચનાઓ	83
પ્રકરણ	12	હેરોનનું સૂત્ર	86
પ્રકરણ	13	પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ	94
પ્રકરણ	14	આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના	100
		પ્રશ્નપત્રનું પરિરૂપ, Set-I, Set-II (CBSE)	118
		પ્રશ્નપત્રનું પરિરૂપ (GSEB)	139
		જવાબો	145

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

સંખ્યા પદ્ધતિ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- સંમેય સંખ્યાઓ
- અસંમેય સંખ્યાઓ
- સંખ્યારેખા પર અસંમેય સંખ્યાઓને દર્શાવીશું.
- વાસ્તવિક સંખ્યા અને તેની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ
- સંખ્યારેખા પર વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું નિરૂપણ
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓ પર ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓ
- છેદનું સંમેયીકરણ
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓ માટે ઘાતાંકના નિયમો
- જો p અને q પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર હોય તો જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય તે સંખ્યાને સંમેય સંખ્યા કહે છે.
- જો p અને q પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન લખી શકાય તેવી વાસ્તવિક સંખ્યાને અસંમેય સંખ્યા કહે છે.
- બધી સંમેય સંખ્યાઓ અને બધી અસંમેય સંખ્યાઓના જથ્થાને વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો સમૂહ કહે છે.
- સંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત્ત હોય છે. અસંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત હોય છે.
- જો r સંમેય સંખ્યા હોય અને s અસંમેય સંખ્યા હોય, તો $r + s$ અને $r - s$ અસંમેય સંખ્યા છે. તે જ રીતે, શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા r માટે $r \cdot s$ અને $\frac{r}{s}$ અસંમેય સંખ્યા છે.

- ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b માટે :

$$(i) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

$$(ii) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(iii) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$(iv) (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$$

$$(v) (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

- જો $a > 0$ એક વાસ્તવિક સંખ્યા હોય અને p અને q સંમેય સંખ્યા હોય, તો

$$(i) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$(ii) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$(iii) \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(iv) a^p b^p = (ab)^p$$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 1 : નીચેનામાંથી કયું $\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ ને સમાન નથી ?

$$(A) \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}}$$

$$(B) \frac{1}{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{\frac{1}{6}}}$$

$$(C) \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{30}}$$

$$(D) \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{-1}{30}}$$

ઉકેલ : આપેલ અભિવ્યક્તિ $\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5} \times -\frac{1}{6}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{1}{30}}$ (I)

A ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{6-5}{30}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{30}}$ (II)

B ની અભિવ્યક્તિ $= \frac{1}{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{\frac{1}{6}}} = \left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (III)

C ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{1}{30}} = \left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (IV)

D ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{-1}{30}} = \left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (V)

પરિણામ (I) અને (II) પરથી,

$$\text{આથી, } \left[\left(\frac{5}{6} \right)^{\frac{1}{5}} \right]^{-\frac{1}{6}} \neq \left(\frac{5}{6} \right)^{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}}$$

જવાબ (A)

સ્વાધ્યાય 1.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 21 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો:

1. દરેક સંમેય સંખ્યા છે.

(A) એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા	(B) એ પૂર્ણાંક
(C) એ વાસ્તવિક સંખ્યા	(D) એ પૂર્ણ સંખ્યા
2. બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે

(A) કોઈ સંમેય સંખ્યા નથી.	(B) માત્ર એક જ સંમેય સંખ્યા છે.
(C) અનંત સંમેય સંખ્યાઓ છે.	(D) માત્ર સંમેય સંખ્યાઓ છે અને અસંમેય સંખ્યાઓ નથી.
3. સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ સ્વરૂપ હોઈ શકે નહિ.

(A) સાન્ત	(B) અનંત
(C) અનંત પુનરાવર્તિત	(D) અનંત અને અનાવૃત્ત
4. કોઈ પણ બે અસંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર છે.

(A) હંમેશાં અસંમેય સંખ્યા	(B) હંમેશાં સંમેય સંખ્યા
(C) હંમેશાં પૂર્ણાંક	(D) કેટલીક વાર સંમેય, કેટલીક વાર અસંમેય સંખ્યા.
5. $\sqrt{2}$ ની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ છે.

(A) સાન્ત દશાંશ	(B) 1.41421
(C) અનંત આવૃત્ત	(D) અનંત અને અનાવૃત્ત
6. નીચેનામાંથી સંખ્યા અસંમેય છે.

(A) $\sqrt{\frac{4}{9}}$	(B) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$	(C) $\sqrt{7}$	(D) $\sqrt{81}$
--------------------------	----------------------------------	----------------	-----------------
7. નીચેનામાંથી સંખ્યા અસંમેય છે.

(A) 0.14	(B) $0.14\overline{16}$	(C) $\overline{0.1416}$	(D) 0.4014001400014...
----------	-------------------------	-------------------------	------------------------
8. એ $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ વચ્ચેની એક સંમેય સંખ્યા છે.

(A) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$	(B) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2}$	(C) 1.5	(D) 1.8
-------------------------------------	---	---------	---------
9. $1.999\dots$ નું $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં મૂલ્ય છે. અહીં p અને q પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$ છે :

(A) $\frac{19}{10}$	(B) $\frac{1999}{1000}$	(C) 2	(D) $\frac{1}{9}$
---------------------	-------------------------	-------	-------------------
10. $2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \dots\dots\dots$

(A) $2\sqrt{6}$	(B) 6	(C) $3\sqrt{3}$	(D) $4\sqrt{6}$
-----------------	-------	-----------------	-----------------
11. $\sqrt{10} \times \sqrt{15} = \dots\dots\dots$

(A) $6\sqrt{5}$	(B) $5\sqrt{6}$	(C) $\sqrt{25}$	(D) $10\sqrt{5}$
-----------------	-----------------	-----------------	------------------

12. $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ નાં છેદનું સંમેયીકરણ કરતાં મળતી સંખ્યા છે.

- (A) $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{7}+2}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{7}+2}{45}$

13. $\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{8}} = \dots\dots\dots$

- (A) $\frac{1}{2}(3-2\sqrt{2})$ (B) $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ (C) $3-2\sqrt{2}$ (D) $3+2\sqrt{2}$

14. $\frac{7}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$ ના છેદનું સંમેયીકરણ કર્યા પછી, છેદ મળે.

- (A) 13 (B) 19 (C) 5 (D) 35

15. $\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} = \dots\dots\dots$

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) 8

16. જો $\sqrt{2} = 1.4142$ હોય, તો $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} = \dots\dots\dots$

- (A) 2.4142 (B) 5.8282 (C) 0.4142 (D) 0.1718

17. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2}} = \dots\dots\dots$

- (A) $2^{-\frac{1}{6}}$ (B) 2^{-6} (C) $2^{\frac{1}{6}}$ (D) 2^6

18. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[12]{32} = \dots\dots\dots$

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt[12]{2}$ (D) $\sqrt[12]{32}$

19. $\sqrt[4]{(81)^{-2}} = \dots\dots\dots$

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 9 (D) $\frac{1}{81}$

20. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09} = \dots\dots\dots$

- (A) 4 (B) 16 (C) 64 (D) 256.25

21. $x = \dots\dots\dots$

- (A) $x^{\frac{12}{7}} - x^{\frac{5}{7}}$ (B) $\sqrt[12]{(x^4)^{\frac{1}{3}}}$ (C) $(\sqrt{x^3})^{\frac{2}{3}}$ (D) $x^{\frac{12}{7}} \times x^{\frac{7}{12}}$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : બે અસંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકાર બંને સંમેય હોઈ શકે. સત્યાર્થતા ચકાસો.

ઉકેલ : હા.

$3 + \sqrt{2}$ અને $3 - \sqrt{2}$ બે અસંમેય સંખ્યાઓ છે.

$(3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$, એ સંમેય સંખ્યા છે.

$(3 + \sqrt{2}) \times (3 - \sqrt{2}) = 7$, એ સંમેય સંખ્યા છે.

તેથી, આપણે કહીશું બે અસંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકાર બંને સંમેય હોઈ શકે.

ઉદાહરણ 2 : નીચેનું વિધાન સત્ય છે કે કેમ તે ચકાસો :

જો કોઈ સંખ્યા x માટે x^2 અસંમેય છે, પરંતુ x^4 સંમેય હોય તે શક્ય છે ? તમારા જવાબને ઉદાહરણ આપી પ્રમાણિત કરો.

ઉકેલ : સત્ય છે.

ધારો કે, $x = \sqrt[4]{2}$

હવે, $x^2 = (\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{2}$ એ એક અસંમેય સંખ્યા છે.

$x^4 = (\sqrt[4]{2})^4 = 2$, એ એક સંમેય સંખ્યા છે.

તેથી આપણી પાસે એક સંખ્યા x છે જેથી x^2 અસંમેય સંખ્યા, પરંતુ x^4 સંમેય સંખ્યા છે.

સ્વાધ્યાય 1.2

- ધારો કે સંખ્યાઓ x અને y અનુક્રમે સંમેય અને અસંમેય છે. $x + y$ અસંમેય સંખ્યા હોય તે જરૂરી છે ? તમારા જવાબને અનુરૂપ ઉદાહરણ આપો.
- ધારો કે x સંમેય અને y અસંમેય છે. xy અસંમેય સંખ્યા હોય તે આવશ્યક છે ? તમારા જવાબને ઉદાહરણ આપી પ્રમાણિત કરો.
- નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

(i) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ સંમેય સંખ્યા છે.

(ii) કોઈ પણ બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ વચ્ચે અનંત પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ આવેલી છે.

(iii) 15 અને 18 વચ્ચે સાન્ત સંખ્યામાં સંમેય સંખ્યાઓ આવેલી છે.

(iv) પૂર્ણાંક p અને શૂન્યેતર પૂર્ણાંક q માટે $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન હોય તેવી સંખ્યાઓનું અસ્તિત્વ છે.

(v) અસંમેય સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશાં સંમેય સંખ્યા છે.

(vi) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ સંમેય સંખ્યા નથી, કારણ કે $\sqrt{12}$ અને $\sqrt{3}$ પૂર્ણાંકો નથી.

(vii) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ ને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં લખતાં, $q \neq 0$ અને તેથી તે સંમેય સંખ્યા છે.

- નીચેની સંખ્યાઓનું સંમેય અથવા અસંમેય સંખ્યાઓમાં વર્ગીકરણ કરો અને સત્યાર્થતા ચકાસો :

(i) $\sqrt{196}$

(ii) $3\sqrt{18}$

(iii) $\sqrt{\frac{9}{27}}$

(iv) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{343}}$

(v) $-\sqrt{0.4}$

(vi) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}}$

(vii) 0.5918

(viii) $(1+\sqrt{5}) - (4+\sqrt{5})$

(ix) 10.124124...

(x) 1.010010001...

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો :

ઉદાહરણ 1 : $\sqrt{13}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

ઉકેલ : આપણે 13 ને બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગના સરવાળા બરાબર લખીશું :

$$13 = 9 + 4 = 3^2 + 2^2$$

સંખ્યારેખા પર, OA = 3 એકમ લો.

OAને લંબ, BA = 2 એકમ દોરો.

(જુઓ આકૃતિ 1.1.)

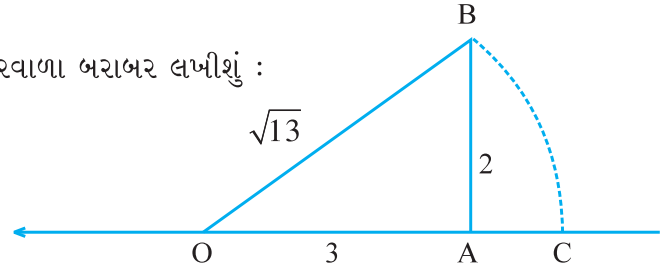
પાયથાગોરસ પ્રમેય પરથી, OB = $\sqrt{13}$

પરિકરથી O કેન્દ્ર અને OB જેટલી ત્રિજ્યા લઈ સંખ્યારેખાને C માં છેદતું એક ચાપ દોરો. તેથી બિંદુ C એ $\sqrt{13}$ ને સંગત છે.

નોંધ : આપણે OA = 2 એકમ અને AB = 3 એકમ પણ લઈ શકીએ. આ રીત હંમેશા શક્ય નથી.

$\sqrt{7}$ માટે શું કરીશું ? વળી $65 = 8^2 + 1^2 = 7^2 + 4^2$ આમ, $\sqrt{65}$ બે રીતે રચી શકાય. વધુ રીતો પણ શક્ય છે.

જેના અવિભાજ્ય અવયવો $4k + 1$ સ્વરૂપના હોય તેના માટે આ રીત ચાલે. અથવા વર્ગમૂળ કુંતલ વાપરી શકાય.



આકૃતિ 1.1

ઉદાહરણ 2 : $0.12\bar{3}$ ને જ્યાં p અને q પૂર્ણાંકો છે અને $q \neq 0$ હોય તે રીતે $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

ઉકેલ : ધારો કે, $x = 0.12\bar{3}$

$$\therefore 10x = 1.2\bar{3}$$

$$\therefore 10x - x = 1.2\bar{3} - 0.12\bar{3}$$

$$= 1.2333.. - 0.12333..$$

$$\therefore 9x = 1.11$$

$$\therefore x = \frac{1.11}{9} = \frac{111}{900}$$

$$\therefore 0.12\bar{3} = \frac{111}{900} = \frac{37}{300}$$

બીજી રીત : ધારો કે $x = 0.12\bar{3}$

$$= .12 + .0033...$$

ધારો કે $y = 0.333...$

$$\therefore 10y = 3.333...$$

$$= 3 + y$$

$$\therefore 9y = 3$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{12}{100} + \frac{1}{300} = \frac{37}{300}$$

આ રીતે તમામ પ્રશ્નો માટે ઉપયોગી છે.

ઉદાહરણ 3 : સાદું રૂપ આપો : $(3\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$

ઉકેલ : $(3\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$

$$= 12 \times 5 - 20\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 9\sqrt{5} \times \sqrt{2} - 15 \times 2$$

$$= 60 - 20\sqrt{10} + 9\sqrt{10} - 30$$

$$= 30 - 11\sqrt{10}$$

ઉદાહરણ 4 : નીચેનામાંથી a ની કિંમત શોધો :

$$\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$$

ઉકેલ : $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} \\
&= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{18-12} \\
&= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{6} \\
&= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\
\therefore 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} &= 3\sqrt{2} - a\sqrt{3} \\
\therefore a &= -2
\end{aligned}$$

ઉદાહરણ 5 : સાદું રૂપ આપો : $\left[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}}$

$$\begin{aligned}
\text{ઉકેલ : } \left[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}} &= \left[5\left((2^3)^{\frac{1}{3}}+(3^3)^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}} \\
&= \left[5(2+3)^3\right]^{\frac{1}{4}} \\
&= \left[5(5)^3\right]^{\frac{1}{4}} \\
&= \left[5^4\right]^{\frac{1}{4}} \\
&= 5
\end{aligned}$$

સ્વાધ્યાય 1.3

1. x, y, z અને u માંથી કયા સંકેત સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે અને કયા અસંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે તે શોધો.

(i) $x^2 = 5$ (ii) $y^2 = 9$ (iii) $z^2 = 0.04$ (iv) $u^2 = \frac{17}{4}$

2. આપેલ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યા શોધો :

(i) -1 અને -2 (ii) 0.1 અને 0.11 (iii) $\frac{5}{7}$ અને $\frac{6}{7}$ (iv) $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{5}$

3. આપેલ બે સંખ્યાની વચ્ચે એક સંમેય સંખ્યા અને એક અસંમેય સંખ્યા લખો :

(i) 2 અને 3 (ii) 0 અને 0.1 (iii) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{2}$ (iv) $-\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$

(v) 0.15 અને 0.16 (vi) $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ (vii) 2.357 અને 3.121

(viii) 0.0001 અને 0.01

(x) 6.375289 અને 6.375738

(ix) 3.623623 અને 0.484848

4. નીચેની સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર દર્શાવો :

$7, 7.2, -\frac{3}{2}, -\frac{12}{5}$

5. $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ અને $\sqrt{17}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

6. નીચેની સંખ્યાઓનું સંખ્યારેખા પર ભૌમિતિક નિરૂપણ કરો :

(i) $\sqrt{4.5}$ (ii) $\sqrt{5.6}$ (iii) $\sqrt{8.1}$ (iv) $\sqrt{2.3}$

7. p પૂર્ણાંક હોય, q શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં નીચેની સંખ્યાને દર્શાવો :

(i) 0.2 (ii) 0.888... (iii) $5.\bar{2}$ (iv) $0.\overline{001}$
 (v) 0.2555... (vi) $0.\overline{134}$ (vii) 0.00323232... (viii) 0.404040...

8. દર્શાવો : $0.142857142857... = \frac{1}{7}$

9. નીચેનાનું સાદું રૂપ આપો :

(i) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$ (ii) $\frac{\sqrt{24}}{8} + \frac{\sqrt{54}}{9}$
 (iii) $\sqrt[4]{12} \times \sqrt[3]{6}$ (iv) $4\sqrt{28} \div 3\sqrt{7} \div \sqrt[3]{7}$
 (v) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{27} + \frac{7}{\sqrt{3}}$ (vi) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

(vii) $\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$ (viii) $\frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ix) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

10. નીચેની સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરી સાદું રૂપ આપો :

(i) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{16}{\sqrt{41}-5}$
 (v) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ (vi) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ (vii) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (viii) $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

(ix) $\frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}}$

11. નીચેનામાં a અને b ની કિંમતો શોધો :

(i) $\frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} = a - 6\sqrt{3}$ (ii) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}} = a\sqrt{5} - \frac{19}{11}$

(iii) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = 2 - b\sqrt{6}$ (iv) $\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}} - \frac{7-\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}} = a + \frac{7}{11}\sqrt{5}b$

12. જો $a = 2 + \sqrt{3}$ હોય, તો $a - \frac{1}{a}$ ની કિંમત શોધો.

13. નીચેની દરેક સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરો અને $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ અને $\sqrt{5} = 2.236$ લઈ ત્રણ દશાંશસ્થળ સુધી મૂલ્ય મેળવો.

(i) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{6}{\sqrt{6}}$ (iii) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}$ (iv) $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ (v) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

14. સાદું રૂપ આપો :

$$(i) (1^3 + 2^3 + 3^3)^{\frac{1}{2}} \quad (ii) \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{32}{5}\right)^6 \quad (iii) \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad (iv) \left[\left((625)^{-\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{1}{4}} \right]^2$$

$$(v) \frac{9^{\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{-\frac{2}{3}}} \quad (vi) 64^{-\frac{1}{3}} \left[64^{\frac{1}{3}} - 64^{\frac{2}{3}} \right] \quad (vii) \frac{8^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}}}{32^{-\frac{1}{3}}}$$

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જો $a = 5 + 2\sqrt{6}$ અને $b = \frac{1}{a}$, હોય તો $a^2 + b^2$ ની કિંમત શું થશે ?

ઉકેલ : $a = 5 + 2\sqrt{6}$

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} \times \frac{5-2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{(5)^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{5-2\sqrt{6}}{25-24} = 5-2\sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$\text{અહીં, } a+b = (5+2\sqrt{6}) + (5-2\sqrt{6}) = 10,$$

$$ab = (5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 24 = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 &= 10^2 - 2 \times 1 \\ &= 100 - 2 \\ &= 98 \end{aligned}$$

સ્વાધ્યાય 1.4

1. p પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં $0.6 + 0.\bar{7} + 0.4\bar{7}$ ને દર્શાવો.

2. સાદું રૂપ આપો : $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{10+\sqrt{3}}} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6+\sqrt{5}}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{15+3\sqrt{2}}}$

3. જો $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ હોય, તો $\frac{4}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$ ની કિંમત શોધો.

4. જો $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ હોય, તો $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ની કિંમત શોધો.

5. જો $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ અને $y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ હોય, તો $x^2 + y^2$ ની કિંમત શોધો.

6. સાદું રૂપ આપો : $(256)^{-\left(4\frac{-3}{2}\right)}$

7. કિંમત શોધો : $\frac{4}{(216)^{-\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{-\frac{3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{-\frac{1}{5}}}$



બહુપદીઓ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- બહુપદીનો અર્થ
- બહુપદીની ઘાત
- સહગુણક
- એકપદીઓ, દ્વિપદીઓ વગેરે.
- અચળ, સુરેખ, દ્વિઘાત બહુપદીઓ વગેરે.
- આપેલ ચલની કિંમત માટે બહુપદીનું મૂલ્ય
- બહુપદીનાં શૂન્યો
- શેષ પ્રમેય
- અવયવ પ્રમેય
- દ્વિઘાત બહુપદીમાં મધ્યમ પદનું વિભાજન કરી અવયવ પાડવા.
- અવયવ પ્રમેયની મદદથી બૈજિક અભિવ્યક્તિના અવયવ પાડવા.
- બૈજિક નિત્યસમો

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : જો x ની બધી કિંમતો માટે $x^2 + kx + 6 = (x + 2)(x + 3)$, તો k ની કિંમત

- (A) 1 (B) -1 (C) 5 (D) 3

ઉકેલ : $x^2 + kx + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$$= x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6 \quad \text{આથી } k = 5$$

ઉત્તર : (C)

સ્વાધ્યાય 2.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 21 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. અભિવ્યક્તિ બહુપદી છે.

- (A) $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2}$ (B) $\sqrt{2x} - 1$ (C) $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ (D) $\frac{x-1}{x+1}$

2. બહુપદી $\sqrt{2}$ ની ઘાત છે.

- (A) 2 (B) 0 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

3. $4x^4 + 0x^3 + 0x^5 + 5x + 7$ બહુપદીની ઘાત છે.

- (A) 4 (B) 5 (C) 3 (D) 7

4. શૂન્ય બહુપદીની ઘાત છે.

- (A) 0 (B) 1 (C) કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા (D) અવ્યાખ્યાયિત

5. જો $p(x) = x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$ હોય, તો $p(2\sqrt{2}) = \dots\dots\dots$

- (A) 0 (B) 1 (C) $4\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{2} + 1$

6. $x = -1$ આગળ બહુપદી $5x - 4x^2 + 3$ ની કિંમત છે.

- (A) -6 (B) 6 (C) 2 (D) -2

7. જો $p(x) = x + 3$ હોય, તો $p(x) + p(-x) = \dots\dots\dots$ છે.

- (A) 3 (B) $2x$ (C) 0 (D) 6

8. શૂન્ય બહુપદીનું શૂન્ય છે.

- (A) 0 (B) 1 (C) કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા (D) અવ્યાખ્યાયિત

9. $p(x) = 2x + 5$ બહુપદીનું શૂન્ય છે.

- (A) $-\frac{2}{5}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$

10. બહુપદી $2x^2 + 7x - 4$ નું એક શૂન્ય છે.
- (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
11. $x^{51} + 51$ ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ છે.
- (A) 0 (B) 1 (C) 49 (D) 50
12. જો બહુપદી $2x^2 + kx$ નો એક અવયવ $x + 1$ હોય, તો k ની કિંમત છે.
- (A) -3 (B) 4 (C) 2 (D) -2
13. $x + 1$ એ બહુપદીનો અવયવ છે.
- (A) $x^3 + x^2 - x + 1$ (B) $x^3 + x^2 + x + 1$
(C) $x^4 + x^3 + x^2 + 1$ (D) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$
14. $(25x^2 - 1) + (1 + 5x)^2$ નો એક અવયવ છે.
- (A) $5 + x$ (B) $5 - x$ (C) $5x - 1$ (D) $10x$
15. $249^2 - 248^2$ ની કિંમત છે.
- (A) 1^2 (B) 477 (C) 487 (D) 497
16. $4x^2 + 8x + 3$ ના અવયવીકરણનું પરિણામ છે.
- (A) $(x + 1)(x + 3)$ (B) $(2x + 1)(2x + 3)$ (C) $(2x + 2)(2x + 5)$ (D) $(2x - 1)(2x - 3)$
17. $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$ નો એક અવયવ છે.
- (A) $x^2 + y^2 + 2xy$ (B) $x^2 + y^2 - xy$ (C) xy^2 (D) $3xy$
18. $(x + 3)^3$ ના વિસ્તરણમાં x નો સહગુણક છે.
- (A) 1 (B) 9 (C) 18 (D) 27
19. જો $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$ ($x, y \neq 0$) હોય, તો $x^3 - y^3$ ની કિંમત છે.
- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$
20. જો $49x^2 - b = \left(7x + \frac{1}{2}\right) \left(7x - \frac{1}{2}\right)$ હોય, તો b ની કિંમત છે.
- (A) 0 (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$
21. જો $a + b + c = 0$ હોય, તો $a^3 + b^3 + c^3 = \dots\dots\dots$ છે.
- (A) 0 (B) abc (C) $3abc$ (D) $2abc$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

- (i) $\frac{1}{\sqrt{5}}x^{\frac{1}{2}} + 1$ બહુપદી છે. (ii) $\frac{6\sqrt{x} + x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ બહુપદી છે, $x \neq 0$

ઉકેલ : (i) અસત્ય, કારણ કે ચલની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

(ii) સત્ય, કારણ કે $\frac{6\sqrt{x}+x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}} = 6+x$ બહુપદી છે.

સ્વાધ્યાય 2.2

1. નીચેનામાંથી કઈ અભિવ્યક્તિઓ બહુપદી છે ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

- (i) 8 (ii) $\sqrt{3}x^2 - 2x$ (iii) $1 - \sqrt{5x}$ (iv) $\frac{1}{5x^{-2}} + 5x + 7$
 (v) $\frac{(x-2)(x-4)}{x}$ (vi) $\frac{1}{x+1}$ (vii) $\frac{1}{7}a^3 - \frac{2}{\sqrt{3}}a^3 + 4a - 7$ (viii) $\frac{1}{2x}$

2. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

- (i) દ્વિપદીને વધુમાં વધુ બે પદો હોય છે.
 (ii) દરેક બહુપદી દ્વિપદી છે.
 (iii) દ્વિપદીની ઘાત 5 હોઈ શકે.
 (iv) બહુપદીનું શૂન્ય હંમેશાં શૂન્ય છે.
 (v) બહુપદીને એકથી વધારે શૂન્ય હોઈ શકે નહિ.
 (vi) 5 ઘાતવાળી બે બહુપદીઓના સરવાળાની ઘાત હંમેશાં 5 છે.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 :

- (i) $p(x) = x^3 - x + 1$ એ $g(x) = 2 - 3x$ નો ગુણિત છે કે નહીં તે ચકાસો.
 (ii) $g(x) = \frac{x}{3} - \frac{1}{4}$ એ $p(x) = 8x^3 - 6x^2 - 4x + 3$ નો અવયવ છે કે નહીં તે ચકાસો.

ઉકેલ :

(i) જો $p(x)$ ને $g(x)$ વડે ભાગતાં શેષ શૂન્ય વધે તો $p(x)$ એ $g(x)$ નો ગુણિત થશે. (અવયવ પ્રમેય)

હવે, $g(x) = 2 - 3x = 0$ લેતાં $x = \frac{2}{3}$

શેષ = $p\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right) + 1 = \frac{8}{27} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{17}{27}$

અહીં, શેષ $\neq 0$. તેથી $p(x)$ એ $g(x)$ નો ગુણિત નથી.

(ii) $g(x) = \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 0$. લેતાં $x = \frac{3}{4}$

$x = \frac{3}{4}$ લેતાં $p(x) = 0$ થાય તો $g(x)$ એ $p(x)$ નો અવયવ થશે. (અવયવ પ્રમેય)

હવે, $p\left(\frac{3}{4}\right) = 8\left(\frac{3}{4}\right)^3 - 6\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{4}\right) + 3$

$$= 8 \times \frac{27}{64} - 6 \times \frac{9}{16} - 3 + 3 = 0$$

$p\left(\frac{3}{4}\right) = 0$. તેથી $g(x)$ એ $p(x)$ નો અવયવ છે.

ઉદાહરણ 2 : જો $x - a$ એ $x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$ નો એક અવયવ હોય, તો a ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે $p(x) = x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$

$x - a$ એ $p(x)$ નો અવયવ હોવાથી, $p(a) = 0$

$$\therefore a^3 - a(a)^2 + 2a + a - 1 = 0$$

$$\therefore a^3 - a^3 + 2a + a - 1 = 0$$

$$\therefore 3a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

ઉદાહરણ 3 : (i) ઘનનું મૂલ્ય મેળવ્યા સિવાય $48^3 - 30^3 - 18^3$ ની કિંમત મેળવો.

(ii) ઘન મેળવ્યા સિવાય $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ ના અવયવો પાડો.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

જો $x + y + z = 0$ હોય, તો $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ અથવા

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

(i) આપણે $48^3 - 30^3 - 18^3$ ની કિંમત શોધીશું.

$$\text{અહીં, } 48 + (-30) + (-18) = 0$$

$$\text{તેથી, } 48^3 + (-30)^3 + (-18)^3 = 3 \times 48 \times (-30) \times (-18) = 77760$$

(ii) $(x - y) + (y - z) + (z - x) = 0$

$$\therefore (x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 3(x - y)(y - z)(z - x)$$

સ્વાધ્યાય 2.3

1. નીચે આપેલી બહુપદીઓને ચલની સંખ્યા અનુસાર વર્ગીકૃત કરો.

(i) $x^2 + x + 1$

(ii) $y^3 - 5y$

(iii) $xy + yz + zx$

(iv) $x^2 - 2xy + y^2 + 1$

2. નીચે આપેલી બહુપદીઓની ઘાત જણાવો :

(i) $2x - 1$

(ii) -10

(iii) $x^3 - 9x + 3x^5$

(iv) $y^3(1 - y^4)$

3. બહુપદી $\frac{x^3 + 2x + 1}{5} - \frac{7}{2}x^2 - x^6$ માટે

(i) બહુપદીની ઘાત,

(ii) x^3 નો સહગુણક,

(iii) x^6 નો સહગુણક અને

(iv) અચળ પદ મેળવો.

4. નીચેની પ્રત્યેક અભિવ્યક્તિમાં x^2 નો સહગુણક જણાવો :

(i) $\frac{\pi}{6}x + x^2 - 1$

(ii) $3x - 5$

(iii) $(x - 1)(3x - 4)$

(iv) $(2x - 5)(2x^2 - 3x + 1)$

5. નીચે આપેલી બહુપદીઓને અચળ, સુરેખ, દ્વિઘાત કે ત્રિઘાત બહુપદીમાં વર્ગીકૃત કરો :

(i) $2 - x^2 + x^3$

(ii) $3x^3$

(iii) $5t - \sqrt{7}$

(iv) $4 - 5y^2$

(v) 3

(vi) $2 + x$

(vii) $y^3 - y$

(viii) $1 + x + x^2$

(ix) t^2

(x) $\sqrt{2}x - 1$

6. માંગ્યા પ્રમાણે બહુપદીનાં ઉદાહરણો આપો :
- (i) એકપદીમાં 1 ઘાત (ii) દ્વિપદીમાં 20 ઘાત (iii) ત્રિપદીમાં 2 ઘાત
7. $x = 3$ માટે બહુપદી $3x^3 - 4x^2 + 7x - 5$ ની કિંમત શોધો અને $x = -3$ માટે પણ તેની કિંમત શોધો.
8. જો $p(x) = x^2 - 4x + 3$ તો $p(2) - p(-1) + p\left(\frac{1}{2}\right)$ મેળવો.
9. નીચેની બહુપદીઓ માટે $p(0)$, $p(1)$, $p(-2)$ શોધો.
- (i) $p(x) = 10x - 4x^2 - 3$ (ii) $p(y) = (y + 2)(y - 2)$
10. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ?
- (i) $x - 3$ નું શૂન્ય (-3) છે. (ii) $3x + 1$ નું શૂન્ય $\frac{-1}{3}$ છે.
- (iii) $4 - 5y$ નું શૂન્ય $\frac{-4}{5}$ છે. (iv) $t^2 - 2t$ નાં શૂન્યો 0 અને 2 છે.
- (v) $y^2 + y - 6$ નું શૂન્ય -3 છે.
11. નીચે આપેલ દરેક બહુપદીનાં શૂન્યો શોધો :
- (i) $p(x) = x - 4$ (ii) $g(x) = 3 - 6x$ (iii) $q(x) = 2x - 7$ (iv) $h(y) = 2y$
12. બહુપદી $p(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$ નાં શૂન્યો શોધો :
13. $x^4 + 1$, $x - 1$, પૈકી પ્રથમ બહુપદીને બીજી બહુપદી વડે ભાગતાં ભાગફળ અને શેષ શોધો.
14. $p(x)$ ને $g(x)$ વડે ભાગતાં શેષ પ્રમેયની મદદથી મળતી શેષ શોધો.
- (i) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$, $g(x) = x + 1$
- (ii) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 50$, $g(x) = x - 3$
- (iii) $p(x) = 4x^3 - 12x^2 + 14x - 3$, $g(x) = 2x - 1$
- (iv) $p(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$, $g(x) = 1 - \frac{3}{2}x$
15. $p(x)$ એ $g(x)$ નો ગુણિત છે કે નહિ તે ચકાસો :
- (i) $p(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$, $g(x) = x - 2$
- (ii) $p(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, $g(x) = 2x + 1$
16. દર્શાવો કે :
- (i) $x + 3$ એ $69 + 11x - x^2 + x^3$ નો અવયવ છે.
- (ii) $2x - 3$ એ $x + 2x^3 - 9x^2 + 12$ નો અવયવ છે.
17. નીચેનામાંથી કઈ બહુપદીનો એક અવયવ $(x - 2)$ છે તે જણાવો :
- (i) $3x^3 + 6x - 24$ (ii) $4x^2 + x - 2$
18. સાબિત કરો : $p - 1$ એ $p^{10} - 1$ અને $p^{11} - 1$ નો એક અવયવ છે.
19. m ની કઈ કિંમત માટે $x^3 - 2mx^2 + 16$ ને $x + 2$ વડે ભાગી શકાય ?
20. જો $x + 2a$ એ $x^5 - 4a^2x^3 + 2x + 2a + 3$ નો એક અવયવ હોય, તો a શોધો.
21. $2x - 1$ એ $8x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 10x + m$ નો એક અવયવ તો m ની કિંમત શોધો.
22. જો $x + 1$ એ $ax^3 + x^2 - 2x + 4a - 9$ નો એક અવયવ હોય, તો a ની કિંમત શોધો.

23. અવયવ પાડો :

(i) $x^2 + 9x + 18$ (ii) $6x^2 + 7x - 3$ (iii) $2x^2 - 7x - 15$ (iv) $84 - 2r - 2r^2$

24. અવયવ પાડો :

(i) $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ (ii) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
 (iii) $x^3 + x^2 - 4x - 4$ (iv) $3x^3 - x^2 - 3x + 1$

25. યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત મેળવો.

(i) 103^3 (ii) 101×102 (iii) 999^2

26. નીચેનાના અવયવ પાડો :

(i) $4x^2 + 20x + 25$ (ii) $9y^2 - 66yz + 121z^2$ (iii) $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

27. નીચેનાના અવયવ પાડો :

(i) $9x^2 - 12x + 3$ (ii) $9x^2 - 12x + 4$

28. નીચેનાનું વિસ્તરણ કરો :

(i) $(4a - b + 2c)^2$ (ii) $(3a - 5b - c)^2$ (iii) $(-x + 2y - 3z)^2$

29. નીચેનાના અવયવ પાડો :

(i) $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy - 16yz - 24xz$
 (ii) $25x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 40xy + 16yz - 20xz$
 (iii) $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 16xy - 12yz + 24xz$

30. જો $a + b + c = 9$ અને $ab + bc + ca = 26$, તો $a^2 + b^2 + c^2$ શોધો.

31. નીચેના વિસ્તરણ કરો :

(i) $(3a - 2b)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{3}\right)^3$ (iii) $\left(4 - \frac{1}{3x}\right)^3$

32. નીચેના અવયવ પાડો :

(i) $1 - 64a^3 - 12a + 48a^2$ (ii) $8p^3 + \frac{12}{5}p^2 + \frac{6}{25}p + \frac{1}{125}$

33. નીચેના ગુણાકાર મેળવો :

(i) $\left(\frac{x}{2} + 2y\right) \left(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2\right)$ (ii) $(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)$

34. અવયવ પાડો :

(i) $1 + 64x^3$ (ii) $a^3 - 2\sqrt{2}b^3$

35. નીચેના ગુણાકાર મેળવો :

$(2x - y + 3z)(4x^2 + y^2 + 9z^2 + 2xy + 3yz - 6xz)$

36. અવયવ પાડો :

(i) $a^3 - 8b^3 - 64c^3 - 24abc$ (ii) $2\sqrt{2}a^3 + 8b^3 - 27c^3 + 18\sqrt{2}abc$

37. ઘનનું મૂલ્ય મેળવ્યા સિવાય નીચેનાની કિંમત મેળવો.

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$ (ii) $(0.2)^3 - (0.3)^3 + (0.1)^3$

38. ઘનનું મૂલ્ય મેળવ્યા સિવાય અવયવ પાડો :

$(x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$

39. કિંમત મેળવો :

(i) $x^3 + y^3 - 12xy + 64$, જ્યાં $x + y = -4$

(ii) $x^3 - 8y^3 - 36xy - 216$, જ્યાં $x = 2y + 6$

40. નીચે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ દર્શાવેલ છે. તેની સંભવિત લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો :

$4a^2 + 4a - 3$

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જો $x + y = 12$ અને $xy = 27$, $x^3 + y^3$ ની કિંમત મેળવો :

ઉકેલ : $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$
 $= (x+y)[(x+y)^2 - 3xy]$
 $= 12[(12)^2 - 3 \times 27]$
 $= 12 \times 63 = 756$

વૈકલ્પિક ઉકેલ :

$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= 12^3 - 3 \times 27 \times 12$
 $= 12[12^2 - 3 \times 27]$
 $= 12 \times 63 = 756$

સ્વાધ્યાય 2.4

- જો બહુપદીઓ $az^3 + 4z^2 + 3z - 4$ અને $z^3 - 4z + a$ ને $z - 3$ વડે ભાગતાં સમાન શેષ મળે તો a ની કિંમત શોધો.
- બહુપદી $p(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$ ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ 19 હોય, તો a ની કિંમત શોધો. $p(x)$ ને $(x + 2)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ પણ શોધો.
- જો $(x - 2)$ અને $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ બંને $px^2 + 5x + r$ ના અવયવો હોય, તો સાબિત કરો કે $p = r$.
- ભાગાકારની ક્રિયા કર્યા સિવાય સાબિત કરો કે $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 2$ ને $x^2 - 3x + 2$ વડે ભાગી શકાય છે.
[સૂચન : $x^2 - 3x + 2$ ના અવયવ પાડો]
- સાદુંરૂપ આપો : $(2x - 5y)^3 - (2x + 5y)^3$
- ગુણાકાર કરો : $x^2 + 4y^2 + z^2 + 2xy + xz - 2yz$ અને $(-z + x - 2y)$
- જો a, b, c બધા શૂન્યેતર હોય અને $a + b + c = 0$, તો સાબિત કરો કે $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$.
- જો $a + b + c = 5$ અને $ab + bc + ca = 10$ હોય, તો સાબિત કરો કે $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = -25$.
- સાબિત કરો કે $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a + b)(b + c)(c + a)$.



યામભૂમિતિ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- કાર્તેઝિય પદ્ધતિ
- યામાક્ષો
- ઊગમબિંદુ
- ચરણ
- કોટિ
- ભુજ
- બિંદુના યામ
- ક્રમયુક્ત જોડ
- યામ સમતલમાં બિંદુનું નિરૂપણ :
- યામ સમતલમાં x -અક્ષ સમક્ષિતિજ રેખા છે અને y -અક્ષ શિરોલંબ રેખા છે.
- યામાક્ષો સમતલને ચાર ભાગમાં વિભાજિત કરે છે. તે દરેકને ચરણ કહે છે.
- બે અક્ષોના છેદબિંદુને ઊગમબિંદુ કહેવાય છે.
- બિંદુથી y -અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને x -યામ અથવા કોટિ અને બિંદુથી x -અક્ષ સુધીના યોગ્ય દિશામાં અંતરને y -યામ અથવા ભુજ કહેવાય છે.
- (x, y) બિંદુમાં x ને કોટિ અને y ને ભુજ કહેવાય.
- x -અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(x, 0)$ અને y -અક્ષ પરના પ્રત્યેક બિંદુનું સ્વરૂપ $(0, y)$ છે.
- ઊગમબિંદુના યામ $(0, 0)$ છે.
- પ્રથમ ચરણમાં બિંદુના યામ $(+, +)$, બીજા ચરણમાં $(-, +)$, ત્રીજા ચરણમાં $(-, -)$, અને ચોથા ચરણમાં $(+, -)$ સ્વરૂપનાં ચિહ્ન ધરાવે છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : જે બિંદુઓ (ઊગમબિંદુ સિવાય)ના કોટિ અને ભુજ સમાન હોય, તો તે હશે :

- (A) માત્ર I ચરણમાં (B) I અને II ચરણમાં (C) I અને III ચરણમાં (D) II અને IV ચરણમાં

ઉકેલ : જવાબ (C)

સ્વાધ્યાય 3.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 24 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. બિંદુ $(-3, 5)$ આવેલું છે.

- (A) પ્રથમ ચરણમાં (B) બીજા ચરણમાં (C) ત્રીજા ચરણમાં (D) ચોથા ચરણમાં

2. બીજા ચરણમાં આવેલા બિંદુની કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન અનુક્રમે છે.

- (A) +, + (B) -, - (C) -, + (D) +, -

3. બિંદુ $(0, -7)$ આવેલું છે.

- (A) x -અક્ષ પર (B) બીજા ચરણમાં (C) y -અક્ષ પર (D) ચોથા ચરણમાં

4. બિંદુ $(-10, 0)$ આવેલું છે.

- (A) x -અક્ષની ઋણ દિશામાં x -અક્ષ પર (B) y -અક્ષની ઋણ દિશામાં y -અક્ષ પર
(C) ત્રીજા ચરણમાં (D) ચોથા ચરણમાં

5. x - અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે કોટિ છે.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) કોઈ પણ સંખ્યા

6. x - અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે ભુજ છે.

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) કોઈ પણ સંખ્યા

7. બે યામાક્ષો જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુને કહેવાય છે.

- (A) કોટિ (B) ભુજ (C) ઊગમબિંદુ (D) ચરણ

8. જે બિંદુના બંને યામ ઋણ હોય તે માં હશે.

- (A) I ચરણ (B) II ચરણ (C) III ચરણ (D) IV ચરણ

9. બિંદુઓ $(1, -1)$, $(2, -2)$, $(4, -5)$, $(-3, -4)$ હોય.

- (A) II ચરણમાં (B) III ચરણમાં
(C) IV ચરણમાં (D) એક જ ચરણમાં આવેલાં

10. જો બિંદુનો y - યામ શૂન્ય, હોય તો બિંદુ હંમેશાં હશે.

- (A) I ચરણમાં (B) II ચરણમાં (C) x -અક્ષ પર (D) y -અક્ષ પર

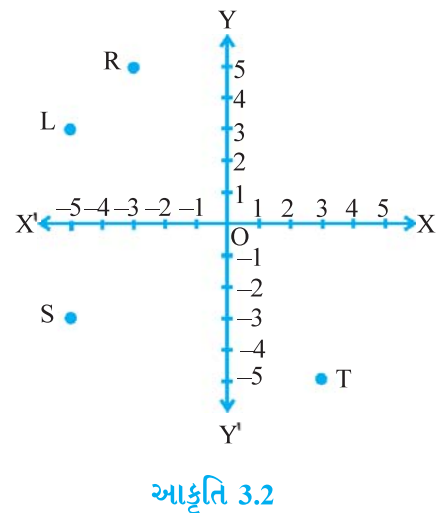
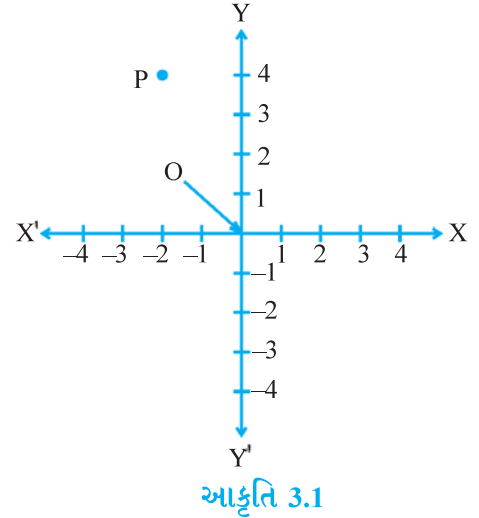
11. બિંદુઓ $(-5, 2)$ અને $(2, -5)$ માં હશે.

- (A) સમાન ચરણ (B) અનુક્રમે II અને III ચરણ
(C) અનુક્રમે II અને IV ચરણ (D) અનુક્રમે IV અને II ચરણ

12. જો બિંદુ P થી x -અક્ષ પરનું લંબ અંતર 5 એકમ હોય અને લંબનો લંબપાદ x -અક્ષની ઋણ દિશામાં આવેલો હોય, તો બિંદુ P નો છે.

- (A) x -યામ = -5 (B) y -યામ = માત્ર 5
(C) y -યામ = માત્ર -5 (D) y -યામ = 5 અથવા -5

13. બિંદુઓ O (0, 0), A (3, 0), B (3, 4), C (0, 4) નું નિરૂપણ કરો અને OA, AB, BC અને CO જોડો, તો નીચેનામાંથી આકૃતિ મળશે.
 (A) ચોરસ (B) લંબચોરસ (C) સમલંબ ચતુષ્કોણ (D) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
14. જો P (-1, 1), Q (3, -4), R (1, -1), S (-2, -3) અને T (-4, 4) નું આલેખ પત્ર ઉપર નિરૂપણ કરો ત્યારે ચોથા ચરણમાં બિંદુઓ છે.
 (A) P અને T (B) Q અને R (C) માત્ર S (D) P અને R
15. જો બે બિંદુઓના યામ P (-2, 3) અને Q (-3, 5) હોય તો (Pનો કોટિ) - (Qનો કોટિ) = છે.
 (A) -5 (B) 1 (C) -1 (D) -2
16. જો P (5, 1), Q (8, 0), R (0, 4), S (0, 5) અને O (0, 0) નું આલેખ પત્ર પર નિરૂપણ કરો તો x-અક્ષ પર બિંદુઓ છે.
 (A) P અને R (B) R અને S (C) માત્ર Q (D) Q અને O
17. માં બિંદુઓની કોટિ ધન છે.
 (A) I અને II ચરણો (B) I અને IV ચરણો (C) માત્ર I ચરણ (D) માત્ર II ચરણ
18. જે બિંદુઓની કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન જુદા જુદા હોય તે બિંદુઓ માં હશે.
 (A) I અને II ચરણો (B) II અને III ચરણો
 (C) I અને III ચરણો (D) II અને IV ચરણો
19. આકૃતિ 3.1માં, P ના યામ છે.
 (A) (-4, 2) (B) (-2, 4)
 (C) (4, -2) (D) (2, -4)
20. આકૃતિ 3.2 માં, (-5, 3) યામવાળું બિંદુ છે.
 (A) T (B) R
 (C) L (D) S
21. બિંદુનો ભુજ 4 છે અને તે y-અક્ષ પર છે.
 (A) (4, 0) (B) (0, 4)
 (C) (1, 4) (D) (4, 2)
22. બિંદુઓ P(0, 3), Q (1, 0), R(0, -1), S (-5, 0), T (1, 2) પૈકી બિંદુઓ x-અક્ષ પર નથી.
 (A) માત્ર P અને R (B) માત્ર Q અને S
 (C) P, R અને T (D) Q, S અને T
23. y-અક્ષની ઋણ દિશામાં y-અક્ષ પર 5 એકમ અંતરે બિંદુ આવેલું છે.
 (A) (0, 5) (B) (5, 0)
 (C) (0, -5) (D) (-5, 0)



24. બિંદુ P (3, 4) થી y-અક્ષ સુધીનું લંબઅંતર છે.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

- (i) બિંદુ (0, -2) એ y-અક્ષ પર છે.
 (ii) બિંદુ (4, 3) નું x-અક્ષથી લંબઅંતર 4 છે.

ઉકેલ : (i) સત્ય, કારણ કે y-અક્ષ પર બિંદુના યામ (0, y) છે.

(ii) અસત્ય, કારણ કે x-અક્ષથી બિંદુનું લંબઅંતર એ તેનો ભુજ છે. તેથી તે 3 છે, પરંતુ 4 નથી.

સ્વાધ્યાય 3.2

1. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

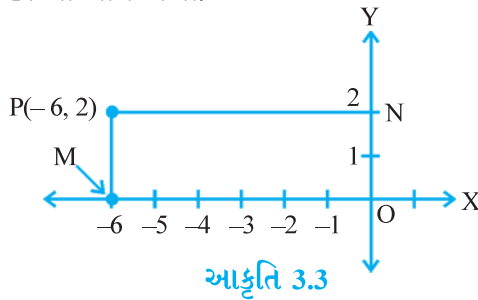
- (i) બિંદુ (3, 0) એ પ્રથમ ચરણમાં છે.
 (ii) બિંદુ (1, -1) અને (-1, 1) એ એક જ ચરણમાં છે.
 (iii) એક બિંદુના ભુજ $-\frac{1}{2}$ અને કોટિ 1 છે, તો તેના યામ $(-\frac{1}{2}, 1)$ છે.
 (iv) એક બિંદુ x-અક્ષથી 2 એકમ અંતરે y-અક્ષ પર આવેલું છે. તેના યામ (2, 0) છે.
 (v) (-1, 7) બિંદુ બીજા ચરણમાં છે.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : બિંદુ P (-6, 2) નું નિરૂપણ કરો અને PM અને PN અનુક્રમે x-અક્ષ અને y-અક્ષ પર લંબ દોરો.

બિંદુઓ M અને N ના યામ લખો.

ઉકેલ :

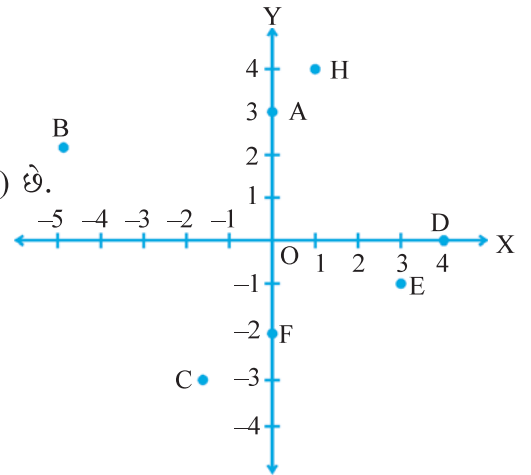


આકૃતિ 3.3

આલેખ પર, આપણે જોઈ શકીએ કે M (-6, 0) અને N (0, 2) છે.

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 3.4 પરથી નીચેના જવાબ લખો :

- (i) B, C અને E ના યામ લખો.
 (ii) (0, -2) યામવાળું બિંદુ ઓળખી બતાવો
 (iii) બિંદુ H ની કોટિ લખો.
 (iv) બિંદુ D નો ભુજ લખો.

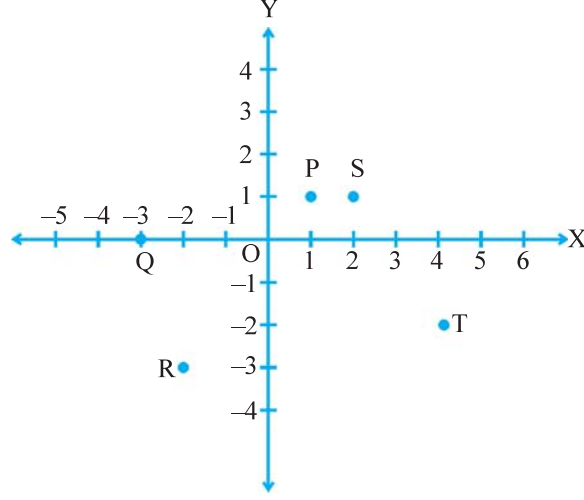


આકૃતિ 3.4

- ઉકેલ : (i) $B = (-5, 2)$, $C = (-2, -3)$, $E = (3, -1)$
(ii) F
(iii) 1
(iv) 0

સ્વાધ્યાય 3.3

1. આકૃતિ 3.5 માંથી બિંદુઓ P, Q, R, S, T અને O ના યામ લખો.



આકૃતિ 3.5

2. નીચેનાં બિંદુઓને ક્રમમાં જોડો અને બનતી આકૃતિનું નામ જણાવો.
 $P(-3, 2)$, $Q(-7, -3)$, $R(6, -3)$, $S(2, 2)$
3. નીચે કોષ્ટકમાંથી બિંદુઓ (x, y) નું નિરૂપણ કરો.

x	2	4	-3	-2	3	0
y	4	2	0	5	-3	0

4. નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો અને ચકાસો કે તેઓ સમરેખ છે કે નહિ :

(i) $(1, 3)$, $(-1, -1)$, $(-2, -3)$ (ii) $(1, 1)$, $(2, -3)$, $(-1, -2)$

(iii) $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(5, 5)$

5. નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કર્યા વગર જણાવો કે તેઓ કયા ચરણમાં આવશે.

(i) ભુજ 5 છે અને કોટિ -3 છે. (ii) કોટિ -5 છે અને ભુજ -3 છે.

(iii) કોટિ -5 છે અને ભુજ 3 છે. (iv) ભુજ 5 છે અને કોટિ 3 છે.

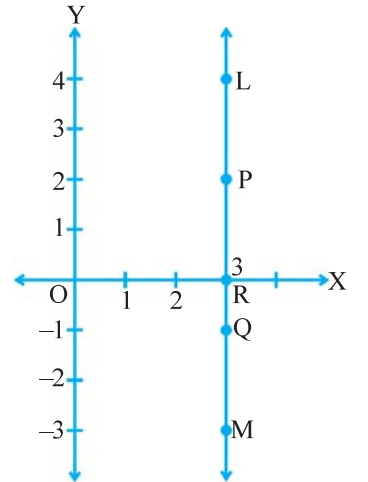
6. આકૃતિ 3.6 માં, y -અક્ષને સમાંતર 3 એકમ અંતરે LM રેખા છે.

(i) બિંદુઓ P, R અને Q ના યામ શું છે ?

(ii) બિંદુઓ L અને M ની કોટિનો તફાવત કેટલો છે ?

7. નીચેનાં બિંદુઓ કયા ચરણમાં અથવા કયા અક્ષ પર આવેલા છે ?

$(-3, 5)$, $(4, -1)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(-3, -6)$



આકૃતિ 3.6

8. નીચેનામાંથી કયાં બિંદુઓ y -અક્ષ પર છે ?

A (1, 1), B (1, 0), C (0, 1), D (0, 0), E (0, -1), F (-1, 0), G (0, 5), H (-7, 0), I (3, 3).

9. નીચેના કોષ્ટકમાંથી બિંદુઓ (x, y) નું નિરૂપણ કરો.

સ્કેલમાપ 1 સેમી = 0.25 એકમ લો.

x	1.25	0.25	1.5	-1.75
y	-0.5	1	1.5	-0.25

10. એક બિંદુ y -અક્ષથી 7 એકમ અંતરે x -અક્ષની ધન દિશા પર આવેલું છે. તેના યામ લખો. જો તે બિંદુ x -અક્ષથી 7 એકમ અંતરે y -અક્ષની ઋણ દિશામાં હોય તો તેના યામ શું હોય ?

11. નીચેના બિંદુઓના યામ શોધો :

- (i) તે x -અક્ષ અને y -અક્ષ બંને પર આવેલું છે.
- (ii) તેનો ભુજ -4 છે અને તે y -અક્ષ પર છે.
- (iii) તેની કોટિ 5 છે અને તે x -અક્ષ પર છે.

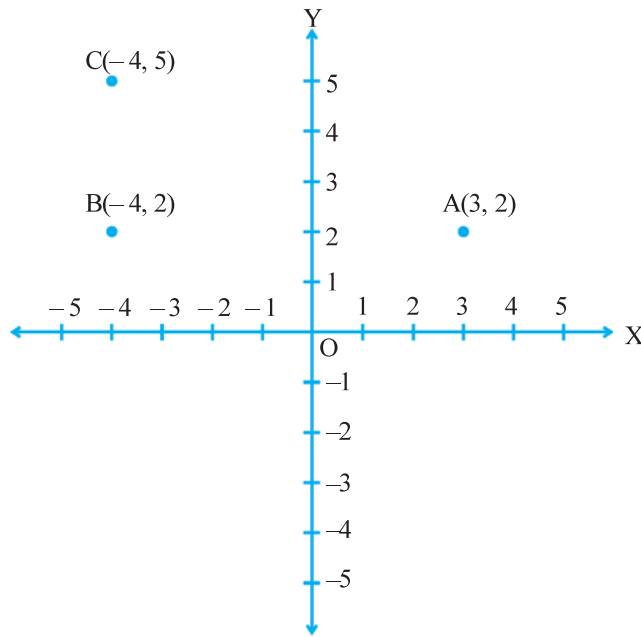
12. 0.5 સેમી = 1 એકમ સ્કેલમાપ લઈ નીચેના બિંદુઓનું આલેખપત્ર પર નિરૂપણ કરો :

A (1, 3), B (-3, -1), C (1, -4), D (-2, 3), E (0, -8), F (1, 0)

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : લંબચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ (3, 2), (-4, 2) અને (-4, 5) નું નિરૂપણ કરો અને તેના ચોથા શિરોબિંદુના યામ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ A(3, 2), B(-4, 2), C(-4, 5) નું યામ સમતલમાં નિરૂપણ કરો. (જુઓ આકૃતિ 3.7)



આકૃતિ 3.7

આપણે લંબચોરસ ABCD ના ચોથા શિરોબિંદુ D ના યામ શોધીશું. લંબચોરસમાં સામ-સામેની બાજુઓ સમાન છે. તેથી D ની કોટિ એ A ની કોટિ બરાબર છે, એટલે કે 3 અને D નો ભુજ એ C ના ભુજ બરાબર છે, એટલે કે 5 છે તેથી D ના યામ (3, 5) છે.

સ્વાધ્યાય 3.4

1. ચોરસ ABCD નાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ A (5, 3), B(-2, 3) અને D (5, -4) છે. આલેખપત્ર પર આ બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો અને બિંદુ C ના યામ શોધો.
2. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 5 અને 3 એકમ છે, એક શિરોબિંદુ ઊગમબિંદુ છે. લાંબી બાજુ x-અક્ષ પર અને એક શિરોબિંદુ ત્રીજા ચરણમાં આવેલું છે, તો લંબચોરસનાં શિરોબિંદુઓનાં યામ લખો.
3. બિંદુઓ P (1, 0), Q (4, 0) અને S (1, 3) નું નિરૂપણ કરો. PQRS ચોરસ બને તે રીતે બિંદુ R ના યામ શોધો.

4. આકૃતિ 3.8 માંથી નીચેના જવાબ આપો :

(i) જેની કોટિ 0 છે, તે બિંદુ લખો.

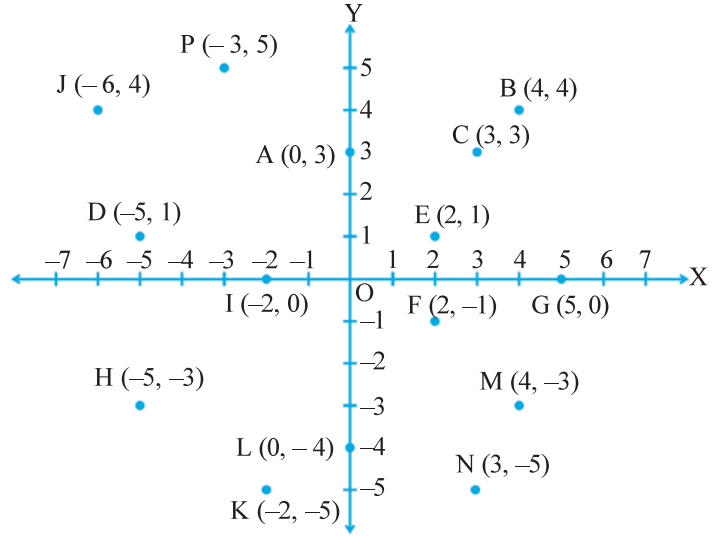
(ii) જેનો ભુજ 0 છે, તે બિંદુ લખો.

(iii) જેની કોટિ -5 છે, તે બિંદુ લખો.

5. બિંદુઓ A (1, -1) અને B (4, 5) નું નિરૂપણ કરો.

(i) આ બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ દોરો. બિંદુઓ A અને B ની વચ્ચે રેખાખંડ પર આવેલા બિંદુના યામ લખો.

(ii) આ રેખાખંડને લંબાવો અને રેખાખંડ AB ની બહાર આવેલા આ રેખા પરના બિંદુઓના યામ લખો.



આકૃતિ 3.8

દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણો

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

જો $a \neq 0$ અથવા $b \neq 0$ તથા a, b, c વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હોય, તો સમીકરણ $ax + by + c = 0$ ને દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણ કહે છે. ઉકેલ શોધવાની પદ્ધતિને સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવાની પદ્ધતિ કહીશું.

(i) સમીકરણની બંને બાજુ સમાન સંખ્યા ઉમેરો. (તેમાંથી બાદ કરો)

(ii) સમીકરણને બંને બાજુ સમાન શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણો અથવા ભાગો ત્યારે સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ બદલાતો નથી.

- દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણને અનંત ઉકેલ હોય છે. પ્રત્યેક દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ એક રેખા છે અને રેખા પરનું પ્રત્યેક બિંદુ એ તે સમીકરણનો ઉકેલ છે. આમ, પ્રત્યેક દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ સમીકરણના આલેખ પરના અનન્ય બિંદુ તરીકે દર્શાવી શકાય. તે દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણના આલેખ પરનું બિંદુ છે. $x = a$ નો આલેખ અને $y = a$ નો આલેખ અનુક્રમે y -અક્ષ અને x -અક્ષને સમાંતર (અથવા સંપાતી) રેખા છે.

વિધાન સત્ય અને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 3 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : સુરેખ સમીકરણ $3x - y = x - 1$ ને

- (A) અનન્ય ઉકેલ (B) બે ઉકેલ (C) અનંત ઉકેલ (D) ઉકેલ નથી

ઉકેલ : જવાબ (C)

ઉદાહરણ 2 : દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણનું સ્વરૂપ $ax + by + c = 0$, માટે શક્ય નથી.

- (A) $a \neq 0, b \neq 0$ (B) $a = 0, b \neq 0$ (C) $a \neq 0, b = 0$ (D) $a = 0, b = 0$

ઉકેલ : જવાબ (D)

ઉદાહરણ 3 : y -અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુનું સ્વરૂપ

- (A) $(x, 0)$ (B) (x, y) (C) $(0, y)$ (D) (y, y)

ઉકેલ : જવાબ (C)

સ્વાધ્યાય 4.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 19 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- સુરેખ સમીકરણ $2x - 5y = 7$ ને
 (A) અનન્ય ઉકેલ (B) બે ઉકેલ (C) અનંત ઉકેલ (D) ઉકેલ નથી
- જો x, y હોય, તો સમીકરણ $2x + 5y = 7$ ને અનન્ય ઉકેલ છે,
 (A) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ (B) ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ
 (C) વાસ્તવિક સંખ્યાઓ (D) સંમેય સંખ્યાઓ
- જો $(2, 0)$ સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = k$ નો એક ઉકેલ હોય, તો k ની કિંમત છે.
 (A) 4 (B) 6 (C) 5 (D) 2
- દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $2x + 0y + 9 = 0$ ના કોઈ પણ ઉકેલનું સ્વરૂપ છે.
 (A) $\left(-\frac{9}{2}, m\right)$ (B) $\left(n, -\frac{9}{2}\right)$ (C) $\left(0, -\frac{9}{2}\right)$ (D) $(-9, 0)$
- સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = 6$ નો આલેખ y -અક્ષને બિંદુમાં છેદે છે.
 (A) $(2, 0)$ (B) $(0, 3)$ (C) $(3, 0)$ (D) $(0, 2)$
- સમીકરણ $x = 7$ ને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ સ્વરૂપમાં લખાય.
 (A) $1 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ (B) $1 \cdot x + 0 \cdot y = 7$ (C) $0 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ (D) $0 \cdot x + 0 \cdot y = 7$
- x -અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુનું સ્વરૂપ છે.
 (A) (x, y) (B) $(0, y)$ (C) $(x, 0)$ (D) (x, x)
- રેખા $y = x$ અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુનું સ્વરૂપ છે.
 (A) (a, a) (B) $(0, a)$ (C) $(a, 0)$ (D) $(a, -a)$
- x -અક્ષનું સમીકરણ છે.
 (A) $x = 0$ (B) $y = 0$ (C) $x + y = 0$ (D) $x = y$
- $y = 6$ રેખાનો આલેખ
 (A) ઊગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે x -અક્ષને સમાંતર છે. (B) ઊગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે y -અક્ષને સમાંતર છે.
 (C) ઊગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે x -અક્ષને છેદે. (D) ઊગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે બંને અક્ષને છેદે
- ક્યા સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ $x = 5; y = 2$ છે.
 (A) $x + 2y = 7$ (B) $5x + 2y = 7$ (C) $x + y = 7$ (D) $5x + y = 7$
- જે સુરેખ સમીકરણના ઉકેલો $(-2, 2), (0, 0)$ અને $(2, -2)$ હોય, તેનું સ્વરૂપ
 (A) $y - x = 0$ (B) $x + y = 0$ (C) $-2x + y = 0$ (D) $-x + 2y = 0$
- સમીકરણ $ax + by + c = 0$ ના ધન ઉકેલો હંમેશાં માં રહેલા છે.
 (A) પ્રથમ ચરણ (B) બીજા ચરણ (C) ત્રીજા ચરણ (D) ચોથા ચરણ

14. સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = 6$ નો આલેખ x -અક્ષને બિંદુએ છેદે છે.
 (A) (0, 2) (B) (2, 0) (C) (3, 0) (D) (0, 3)
15. સુરેખ સમીકરણ $y = x$ નો આલેખ બિંદુમાંથી પસાર થાય છે.
 (A) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ (B) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (C) (1, 1) (D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
16. જો આપણે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણની બંને બાજુને શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણીએ અથવા ભાગીએ તો સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ :
 (A) બદલાય (B) બદલાય નહિ
 (C) માત્ર ગુણાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે (D) માત્ર ભાગાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે
17. $x = 1$ અને $y = 2$ એ x અને y ચલવાળા સુરેખ સમીકરણનું સમાધાન કરે છે.
 (A) માત્ર એક (B) બે (C) અનંત (D) ત્રણ
18. (a, a) સ્વરૂપનું બિંદુ હંમેશાં પર છે.
 (A) x -અક્ષ (B) y -અક્ષ (C) $y = x$ રેખા (D) $x + y = 0$ રેખા
19. $(a, -a)$ સ્વરૂપનું બિંદુ હંમેશાં પર છે.
 (A) $x = a$ (B) $y = -a$ (C) $y = x$ (D) $x + y = 0$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ?

તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો :

- (i) $ax + by + c = 0$, જ્યાં a, b અને c વાસ્તવિક સંખ્યા છે, દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ છે.
 (ii) સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = 5$ ને અનન્ય ઉકેલ છે.
 (iii) બધાં બિંદુઓ $(2, 0), (-3, 0), (4, 2)$ અને $(0, 5)$ x -અક્ષ પર છે.
 (iv) y -અક્ષની ડાબી બાજુએ 4 એકમ અંતરે y -અક્ષને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ $x = -4$ છે.
 (v) સમીકરણ $y = mx + c$ નો આલેખ ઊગમબિંદુમાંથી પસાર થાય છે. $c \neq 0$

- ઉકેલ : (i) અસત્ય, કારણ કે જો a અથવા b શૂન્યેતર હોય, તો $ax + by + c = 0$ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ છે.
 (ii) અસત્ય, કારણ કે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણને અનંત ઉકેલ છે.
 (iii) અસત્ય, બિંદુઓ $(2, 0), (-3, 0)$ એ x -અક્ષ પર છે. બિંદુ $(4, 2)$ એ પ્રથમ ચરણમાં છે. બિંદુ $(0, 5)$ એ y -અક્ષ પર છે.
 (iv) સત્ય, y -અક્ષની ડાબી બાજુએ a એકમ અંતરે y -અક્ષને સમાંતર સમીકરણ $x = -a$ છે.
 (v) અસત્ય, કારણ કે $x = 0, y = 0$ એ સમીકરણનો ઉકેલ નથી.

ઉદાહરણ 2 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ?

તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :

કોષ્ટકમાં બિંદુઓના યામ આપેલાં છે :

x	0	1	2	3	4
y	2	4	6	8	10

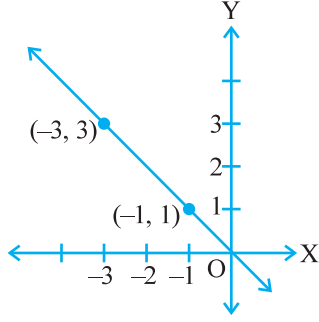
સમીકરણ $2x + 2 = y$ ના કેટલાક ઉકેલો છે.

- ઉકેલ : સત્ય, યામબિંદુઓને જોતાં, આપણને અનુમાન થશે કે y -યામ એ x -યામના બે ગણાથી બે એકમ વધારે છે.

સ્વાધ્યાય 4.2

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :

1. સુરેખ સમીકરણ $3x + 4y = 12$ ના આલેખ પર બિંદુ $(0, 3)$ આવેલું છે.
2. સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 7$ નો આલેખ બિંદુ $(0, 7)$ માંથી પસાર થાય છે.
3. સુરેખ સમીકરણ $x + y = 0$ નો આલેખ નીચે પ્રમાણે દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 4.1

4. બાજુમાં દર્શાવેલ સુરેખ સમીકરણ $x = 3$ નો આલેખ છે. (જુઓ આકૃતિ 4.2)
5. કોષ્ટકમાં બિંદુઓના યામ આપેલાં છે :

x	0	1	2	3	4
y	2	3	4	-5	6

સમીકરણ $x - y + 2 = 0$ ના કેટલાક ઉકેલો છે.

6. દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણના આલેખ પરના બધાં બિંદુઓ સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ નથી.
7. દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ રેખા હોય તે આવશ્યક નથી.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : સમીકરણ $3x + 4y = 12$ ના આલેખ પરના x -અક્ષ અને y -અક્ષ પરનાં બિંદુઓ શોધો.

ઉકેલ : સુરેખ સમીકરણ $3x + 4y = 12$ નો આલેખ x -અક્ષને છેદે તો $y = 0$ થાય. સુરેખ સમીકરણમાં $y = 0$ મૂકતાં, આપણી પાસે $3x = 12$ પરથી $x = 4$ મળશે.

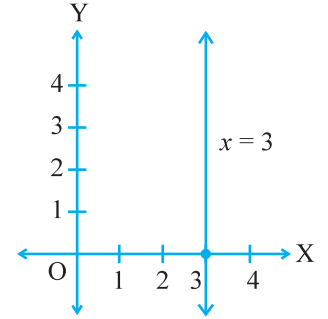
આથી, માંગેલું બિંદુ $(4, 0)$ છે.

સુરેખ સમીકરણ $3x + 4y = 12$ નો આલેખ y -અક્ષને છેદે તો $x = 0$ થાય. સુરેખ સમીકરણમાં $x = 0$ મૂકતાં, આપણી પાસે $4y = 12$ પરથી $y = 3$ મળશે.

આથી, માંગેલું બિંદુ $(0, 3)$ છે.

ઉદાહરણ 2 : એવી કઈ રેખા પરનું બિંદુ $x + y = 5$ પર મળે કે જે y -અક્ષને સમાંતર અને ઊગમબિંદુથી 2 એકમ અંતરે અને x -અક્ષની ધન દિશામાં હોય ?

ઉકેલ : y -અક્ષને સમાંતર રેખા પર કોઈ બિંદુ ઊગમબિંદુથી 2 એકમ અંતરે અને x -અક્ષની ધન દિશામાં હોય તો તેનું સ્વરૂપ $(2, a)$ છે. $x = 2, y = a$ સમીકરણ $x + y = 5$ માં મૂકતાં, આપણને $a = 3$ મળશે. જેથી માંગેલ બિંદુ $(2, 3)$ છે.



આકૃતિ 4.2

ઉદાહરણ 3 : સુરેખ સમીકરણ $2x + 5y = 20$ ના આલેખ પર એવું બિંદુ દર્શાવો કે જેનો x -યામ એ ભુજથી $\frac{5}{2}$ ગણો છે.

ઉકેલ : x -યામ એ ભુજથી $\frac{5}{2}$ ગણો છે, તેથી $x = \frac{5}{2}y$

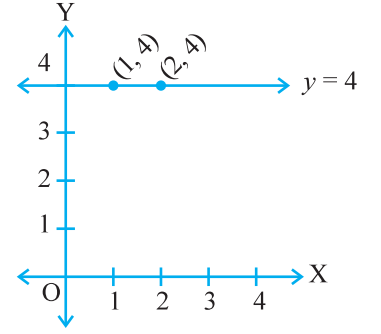
હવે $x = \frac{5}{2}y$ ને $2x + 5y = 20$ માં મૂકતાં,

$y = 2$ મળશે. આથી આપણી પાસે $x = 5$

આથી, માંગેલ બિંદુ $(5, 2)$ છે.

ઉદાહરણ 4 : x -અક્ષને સમાંતર અને તેનાથી 4 એકમ ઉપર આવેલી રેખાને દર્શાવતા સમીકરણનો આલેખ દોરો.

ઉકેલ : x -અક્ષને સમાંતર રેખા $y = k$ છે. જ્યાં k એ x -અક્ષથી રેખા સુધીનું અંતર છે. અહીં $k = 4$. તેથી રેખાનું સમીકરણ $y = 4$ છે. આ સમીકરણનો આલેખ દોરો. બિંદુઓ $(1, 4)$ અને $(2, 4)$ ને નિરૂપણ કરી જોડો. આ માંગેલ આલેખ છે. (જુઓ આકૃતિ 4.3)



આકૃતિ 4.3

સ્વાધ્યાય 4.3

- એક જ કાર્ટેઝિય સમતલમાં સુરેખ સમીકરણ $y = x$ અને $y = -x$ ના આલેખ દોરો.
તમે શું અનુમાન કરો છો ?
- સુરેખ સમીકરણ $2x + 5y = 19$ ના આલેખ પર જેનો ભુજ તેની કોટિ કરતાં $1\frac{1}{2}$ ગણો હોય એવું બિંદુ દર્શાવો.
- x -અક્ષને સમાંતર અને તેનાથી 3 એકમ નીચે આવેલી રેખાને દર્શાવતા સમીકરણનો આલેખ દોરો.
- જેના ઉકેલના બિંદુના યામોના સરવાળો 10 એકમ હોય તેવા સુરેખ સમીકરણનો આલેખ દોરો.
- સુરેખ સમીકરણના આલેખના દરેક બિંદુનો ભુજ તેની કોટિ કરતાં 3 ગણો હોય, તેવું સુરેખ સમીકરણ લખો.
- જો $3y = ax + 7$ ના આલેખ પર બિંદુ $(3, 4)$ હોય, તો a ની કિંમત શોધો.
- સમીકરણ $2x + 1 = x - 3$ ના કેટલા ઉકેલો,
(i) સંખ્યારેખા પર હોય ? (ii) કાર્ટેઝિય સમતલ પર હોય ?
- સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 8$ નો ઉકેલ (i) x -અક્ષ પર હોય (ii) y -અક્ષ પર હોય તેવા ઉકેલ શોધો.
- સુરેખ સમીકરણ $2x + cy = 8$ માં c ની કઈ કિંમત માટે x અને y નો ઉકેલ સમાન મળે ?
- ધારો કે x એ y ના સમપ્રમાણમાં છે. જ્યારે $y = 12$ ત્યારે $x = 4$, તો સુરેખ સમીકરણ લખો. જ્યારે $x = 5$ ત્યારે y ની કિંમત શું હશે ?

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : $2x + 3y = 12$ નો આલેખ દોરો.

સમીકરણનો આલેખ x -અક્ષ અને y -અક્ષને કયા બિંદુઓમાં છેદે છે ?

ઉકેલ : $2x + 3y = 12$ સમીકરણ આપેલ છે. આ સમીકરણનો આલેખ દોરવા. આપણને ઓછામાં ઓછાં બે બિંદુઓની જરૂર પડે.

સમીકરણ પરથી, આપણી પાસે, $y = \frac{12-2x}{3}$

$x = 0$, $y = 4$ માટે $(0, 4)$ આલેખ પર છે.

$y = 0$, $x = 6$ માટે $(6, 0)$ આલેખ પર છે.

હવે બિંદુઓ $A(0, 4)$ અને $B(6, 0)$ નું નિરૂપણ કરો અને તેમને જોડો (જુઓ આકૃતિ 4.4) આપણને રેખા AB મળશે. રેખા AB એ માંગેલ આલેખ છે.

તમે જોઈ શકો છો કે આલેખ (રેખા AB)

x -અક્ષને $(6, 0)$ અને y -અક્ષને $(0, 4)$ બિંદુઓમાં છેદે છે.

ઉદાહરણ 2 : સુરેખ સમીકરણ માટે નીચેની કિંમતો x અને y માટે સંગત છે.

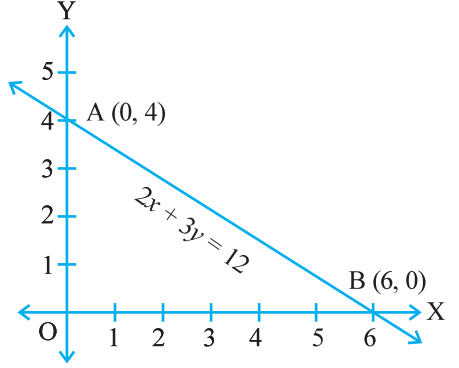
x	1	2
y	1	3

ઉપરના કોષ્ટકમાંથી x , y ની કિંમતોનો ઉપયોગ કરી આલેખ દોરો.

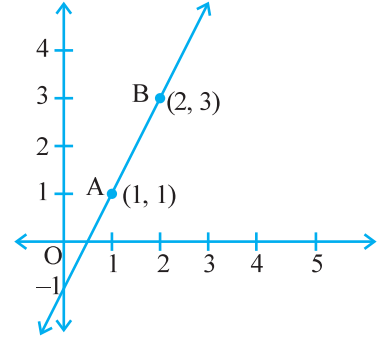
સુરેખ સમીકરણનો આલેખ

(i) x -અક્ષને કયા બિંદુએ છેદે (ii) y -અક્ષને કયા બિંદુએ છેદે

ઉકેલ : કોષ્ટકમાંથી આપણને બે બિંદુઓ $A(1, 1)$ અને $B(2, 3)$ મળશે. જે સુરેખ સમીકરણના આલેખ પર છે. દેખીતી રીતે આલેખ રેખા થશે. તેથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પ્રથમ બિંદુ A અને B નું નિરૂપણ કરી તેમને જોડો.



આકૃતિ 4.4



આકૃતિ 4.5

આકૃતિ 4.5 પરથી, આપણે જોઈ શકીએ કે આલેખ x -અક્ષને બિંદુ $(\frac{1}{2}, 0)$ માં અને y -અક્ષને બિંદુ $(0, -1)$ માં છેદશે.

ઉદાહરણ 3 : એક શહેરમાં રીક્ષા ભાડું પ્રથમ કિલોમીટર માટે ₹ 10 અને ત્યારબાદના દરેક કિલોમીટર માટે ₹ 4 પ્રતિ કિલોમીટર છે. આ માહિતી પરથી દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ લખો અને તેનો આલેખ દોરો.

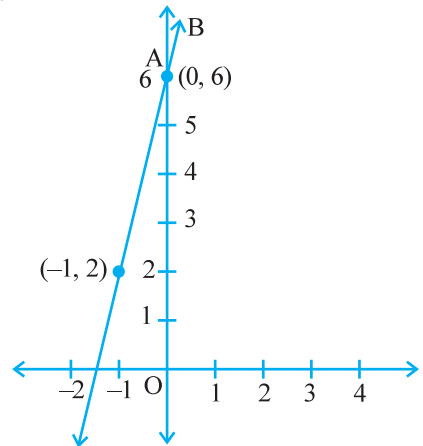
ઉકેલ : ધારો કે કાપેલું કુલ અંતર x કિમી અને કુલ ભાડું ₹ y છે.

∴ પ્રથમ કિમીનું ભાડું ₹ 10 અને બાકીનું $(x - 1)$ કિમી માટે ભાડું ₹ 4 $(x - 1)$ થશે.

∴ $y = 10 + 4(x - 1) = 4x + 6$

માટે માંગેલું સમીકરણ $y = 4x + 6$

નોંધ : માત્ર કિરણ AB જ ભાડા અને અંતર વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે.

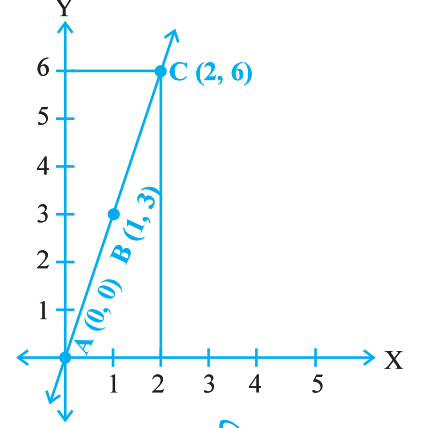


આકૃતિ 4.6

ઉદાહરણ 4 : જો અચળ બળ લગાડવાથી એક પદાર્થ પર થતું કાર્ય, અચળ બળ અને બળની દિશામાં પદાર્થ કાપેલા અંતરના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં હોય, તો આ બાબતને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણના સ્વરૂપમાં રજૂ કરો અને અચળ બળને 3 એકમ લઈ તેનો આલેખ દોરો. જ્યારે પદાર્થ 2 એકમ અંતર કાપે ત્યારે તેણે કેટલું કાર્ય કર્યું હશે ? આલેખનું નિરૂપણ કરી તે ચકાસો.

ઉકેલ : થયેલું કાર્ય = (અચળ બળ) × (અંતર)
= 3 × (અંતર)

એટલે કે $y = 3x$, જ્યાં y (એકમ) થયેલું કાર્ય અને x (એકમ) એ કાપેલું અંતર છે. $x = 2$ એકમ (આપેલ છે) થયેલું કાર્ય = 6 એકમ. સુરેખ સમીકરણ $y = 3x$ ના નિરૂપણ માટે આપણને સમીકરણના ઓછામાં ઓછા બે ઉકેલ જોઈએ. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે $x = 0, y = 0$ સમીકરણનું સમાધાન કરે છે, તથા $x = 1$ અને $y = 3$ માટે પણ સમીકરણનું સમાધાન કરે છે.



આકૃતિ 4.7

હવે, બિંદુઓ A (0, 0) અને B (1, 3) નું નિરૂપણ કરો અને AB જોડો (જુઓ આકૃતિ 4.7). સમીકરણનો આભાસી આલેખ એક રેખા છે. (આપણે સમગ્ર રેખા દર્શાવી શકશું નહિ, કારણ કે થતું કાર્ય ઋણ નથી) આલેખ કિરણ છે.

આલેખ પરથી ચકાસો કે x -અક્ષ પરના બિંદુ (2, 0) થી દોરેલો લંબ આલેખને બિંદુ C આગળ મળે છે. તેથી બિંદુ C ના યામ (2, 6) છે. તેનો અર્થ થાય છે કે થયેલું કાર્ય 6 એકમ છે.

સ્વાધ્યાય 4.4

1. દર્શાવો કે બિંદુઓ A (1, 2), B(-1, -16) અને C(0, -7) એ સુરેખ સમીકરણ $y = 9x - 7$ ના આલેખ પર આવેલા છે.
2. નીચે દર્શાવેલા x અને y નું સમાધાન કરતું સુરેખ સમીકરણ મેળવો.

x	6	-6
y	-2	6

ઉપરના કોષ્ટકમાંથી x અને y ની કિંમતનો ઉપયોગ કરી આલેખ દોરો.

કયા બિંદુઓએ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ (i) x -અક્ષને છેદે (ii) y -અક્ષને છેદે

3. $3x + 4y = 6$ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ દોરો. આલેખ x -અક્ષ અને y -અક્ષ ને ક્યાં બિંદુઓમાં છેદશે ?
4. અહીં ફેરનહીટનું સેલ્સિયસમાં રૂપાંતર કરતું સુરેખ સમીકરણ આપેલ છે.

$$C = \frac{5F - 160}{9}$$

- (i) જો તાપમાન $86^\circ F$ હોય, તો સેલ્સિયસમાં શું તાપમાન થાય ?
- (ii) જો તાપમાન $35^\circ C$ હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન થાય ?
- (iii) જો તાપમાન $0^\circ C$ હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન હોય અને જો તાપમાન $0^\circ F$ હોય, તો સેલ્સિયસમાં તાપમાન કેટલું હોય?

(iv) ફેરનહીટ અને સેલ્સિયસમાં સંખ્યાત્મક રીતે સમાન હોય, તેવું તાપમાન મળે ? જો હા, તો કયું તાપમાન મળે ?

5. જો પ્રવાહીના તાપમાનનું માપન કેલ્વિન એકમ x K અથવા ફેરનહીટ એકમ y° F ના માપનમાં માપી શકાય છે. બે સ્કેલના માપના તાપમાનનું સંબંધ ધરાવતું સુરેખ સમીકરણ નીચે પ્રમાણે આપેલ છે :

$$y = \frac{9}{5} (x - 273) + 32$$

- (i) જો પ્રવાહીનું તાપમાન 313 K હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન થાય ?
(ii) જો પ્રવાહીનું તાપમાન 158° F તો કેલ્વિનમાં શું તાપમાન થાય ?
6. એક ગાડું ખેંચવા માટે લગાવવામાં આવતું બળ એ તેના પ્રવેગના સમપ્રમાણમાં છે. આ વિધાનને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ તરીકે દર્શાવો અને તેનો આલેખ દોરો. અચળ દળ 6 કિગ્રા લો. આલેખ પરથી (i) 5 મી/સેકન્ડ² (ii) 6 મી/સેકન્ડ² પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરવા માટે જરૂરી બળ શોધો.



યુક્લિડની ભૂમિતિનો પરિચય

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- બિંદુ, રેખા, સમતલ અથવા પૃષ્ઠ, સ્વયંસિદ્ધ સત્ય, પૂર્વધારણા અને પ્રમેય, ‘Elements’, પ્રાચીન ભારતમાં અગ્નિકુંડો અને વેદીઓના આકાર, યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને સમકક્ષ વિધાનો, સ્વયંસિદ્ધ સત્યોના માળખાની સુસંગતતા.

પ્રાચીન ભારત

- વૈદિકકાળમાં ભૂમિતિનો ઉદ્ભવ પૂજા માટેની આવશ્યક વિવિધ પ્રકારની વેદીઓ અને અગ્નિકુંડોના નિર્માણ કાર્યથી થયો હતો. ગૃહસ્થ કર્મકાંડ માટે ચોરસ અને વર્તુળાકાર વેદીઓનો ઉપયોગ થતો હતો. જાહેર પૂજા સ્થળો માટે લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને સમલંબ ચતુષ્કોણના સંયોજનથી બનતા આકારના પ્રયોગ કરવા આવશ્યક હતા.

ઈજિપ્ત, બેબીલોનિયા અને ગ્રીસ

- ઈજિપ્તના નાગરિકોએ ક્ષેત્રફળની ગણતરી માટેના સરળ નિયમો તેમજ સરળ રચના કરવા માટે ભૌમિતિક તકનીક વિકસાવી. બેબીલોન અને ઈજિપ્તવાસીઓએ ભૂમિતિનો ઉપયોગ મોટાભાગે વ્યાવહારિક કાર્ય માટે જ કર્યો તથા તેને એક ક્રમબદ્ધ વિજ્ઞાનના રૂપમાં વિકસિત કરવા માટે ખૂબ જ ઓછું કામ કર્યું. ગ્રીસવાસીઓની રુચિ અનુમાનિત તર્કનો ઉપયોગ કરીને તેમણે સ્થાપિત કરેલાં વિધાનોની સત્યાર્થતા ચકાસવામાં હતી. સૌપ્રથમ જ્ઞાત સાબિતી આપવાનો શ્રેય ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી થેલ્સ (Thales) ને જાય છે.

યુક્લિડનું એલિમેન્ટ્સ (Euclid's Elements)

ઈ. પૂ. 300ની આસપાસ યુક્લિડે એ સમય સુધી જાણીતા ગણિતના બધા જ જ્ઞાનને એકત્રિત કર્યું અને ‘Elements’ નામના તેમના પ્રસિદ્ધ ગ્રંથના રૂપમાં તેને વ્યવસ્થિત કર્યું. યુક્લિડે કેટલાક ગુણધર્મોને સાબિત કર્યા વગર સત્ય વિધાન માનવાની કલ્પના કરી. આ કલ્પનાઓ વાસ્તવમાં ‘સ્પષ્ટપણે વૈશ્વિક સત્ય’ હતી. તેમણે તેને બે ભાગમાં વિભાજિત કર્યાં.

સ્વયંસિદ્ધ સત્યો

1. એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજીને સમાન થાય.
2. સમાનમાં સમાન ઉમેરીએ તો પરિણામ સમાન રહે.
3. સમાનમાંથી સમાન બાદ કરીએ તો શેષફળ સમાન રહે.
4. એકબીજા પર બંધબેસતી આવતી વસ્તુઓ એકબીજીને સમાન રહે.
5. આખું તેના ભાગ કરતા મોટું હોય છે.
6. સમાન વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.
7. એક જ વસ્તુઓના અડધાં એકબીજાને સમાન થાય.

પૂર્વધારણા :

1. એક બિંદુમાંથી બીજા બિંદુ સુધી થઈને પસાર થતી એક સીધી રેખા દોરી શકાય.
2. સાન્ત રેખાને અનંત સુધી લંબાવી શકાય.
3. કોઈ પણ બિંદુને કેન્દ્ર લઈ તથા કોઈ પણ લંબાઈની ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ રચી શકાય.
4. બધા જ કાટખૂણા એકબીજાને સમાન થાય.
5. જો બે રેખાઓને કોઈ ત્રીજી રેખા છેદે અને આ રેખાની એક જ બાજુ તરફના બે અંતઃકોણોનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો હોય, તો પ્રથમ બે રેખાઓને આ ખૂણાઓ તરફ અનંત સુધી લંબાવતા તે એકબીજીને છેદે છે.

યુક્લિડે પૂર્વધારણા શબ્દનો ઉપયોગ વિશિષ્ટ રીતે ભૂમિતિથી સંબંધિત હોય એવી સંકલ્પનાઓ માટે કર્યો. તે સિવાયની સંકલ્પનાઓ ને તેણે સ્વયંસિદ્ધ સત્યો કહ્યા. આનુમાનિક તર્ક દ્વારા જેની સત્યાર્થતા સ્થાપિત થયેલ હોય તેવા ગાણિતિક વિધાનને **પ્રમેય** કહે છે.

વર્તમાન ભૂમિતિ :

- પૂર્વધારણાઓ, વ્યાખ્યાઓ અને અવ્યાખ્યાયિત પદોનું બનેલું ગાણિતિક માળખું.
- બિંદુ, રેખા અને સમતલને અવ્યાખ્યાયિત પદોના રૂપમાં લેવામાં આવે છે.
- જો સ્વયંસિદ્ધ સત્યો અને તેના પરથી સાબિત કરેલા પ્રમેયો પરસ્પર વિરોધાભાસી ના હોય તો સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનું માળખું સુસંગત કહેવાય.
- આપેલાં બે ભિન્ન બિંદુઓમાંથી પસાર થતી અનન્ય રેખા હોય છે.
- બે ભિન્ન રેખાઓમાં એકથી વધુ સામાન્ય બિંદુ ન હોઈ શકે.
- **પ્લેફેર (playfair)** ની પૂર્વધારણા (યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને સમકક્ષ વિધાન)

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 6 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 1 : યુક્લિડનું બીજું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (ધોરણ-IX ના પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ ક્રમ અનુસાર)

- (A) એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજીને સમાન થાય.
- (B) સમાનમાં સમાન ઉમેરીએ તો શેષફળ સમાન રહે.
- (C) સમાનમાંથી સમાન બાદ કરીએ તો શેષફળ સમાન રહે.
- (D) એકબીજા પર બંધબેસતી આવતી વસ્તુઓ એકબીજીને સમાન રહે.

ઉકેલ : જવાબ (B)

ઉદાહરણ 2 : યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણા કઈ છે ?

- (A) આખું તેના ભાગ કરતા મોટું હોય છે.
- (B) કોઈ પણ બિંદુને કેન્દ્ર લઈ તથા કોઈ પણ લંબાઈની ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ રચી શકાય.
- (C) બધા જ કાટખૂણા એકબીજાને સમાન થાય.

(D) જો બે રેખાઓને કોઈ ત્રીજી રેખા છેદે અને આ રેખાની એક જ બાજુ તરફના બે અંતઃકોણોનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો હોય, તો પ્રથમ બે રેખાઓને આ ખૂણાઓ તરફ અનંત સુધી લંબાવતાં તે એકબીજાને છેદે છે.

ઉકેલ : જવાબ (D)

ઉદાહરણ 3 : સરખી વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને હોય છે.

- (A) સમાન (B) અસમાન
(C) સમાન વસ્તુઓના અડધા (D) સમાન વસ્તુઓના બમણાં

ઉકેલ : જવાબ (A)

ઉદાહરણ 4 : સ્વયંસિદ્ધ સત્યો સંકલ્પનાઓ છે.

- (A) ગણિતશાસ્ત્રની બધી જ શાખાઓ માટે વૈશ્વિક સત્ય (B) ફક્ત ભૂમિતિ માટે વૈશ્વિક સત્ય
(C) પ્રમેયો (D) વ્યાખ્યાઓ

ઉકેલ : જવાબ (A)

ઉદાહરણ 5 : જહોનની ઉંમર અને મોહનની ઉંમર સમાન છે. રામની ઉંમર પણ મોહનની ઉંમર જેટલી જ છે. જહોન અને રામની ઉંમર વચ્ચેનો સંબંધ સ્પષ્ટ કરતું યુક્લિડનું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય કયું છે ?

- (A) પહેલું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (B) બીજું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (C) ત્રીજું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (D) ચોથું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય

ઉકેલ : જવાબ (A)

ઉદાહરણ 6 : બે રેખાઓને કોઈ ત્રીજી રેખા એવી રીતે છેદે છે જેથી આ છેદિકા રેખાની કોઈ એક બાજુ તરફના અંતઃકોણોનો સરવાળો 120° થાય તો પ્રથમ બે રેખાઓને અનંત સુધી લંબાવતાં તેઓ ત્રીજી રેખાની એ બાજુ તરફ પરસ્પર છેદશે જ્યાં અંતઃકોણોનો સરવાળો હોય.

- (A) 120° થી ઓછો (B) 120° થી મોટો (C) 120° (D) 180° થી મોટો

ઉકેલ : જવાબ (C)

સ્વાધ્યાય 5.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 22 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. ઘન પદાર્થથી બિંદુઓ સુધીનાં ત્રણ ચરણ છે.

- (A) ઘન પદાર્થ - સમતલ - રેખાઓ - બિંદુઓ (B) ઘન પદાર્થ - રેખાઓ - સમતલ - બિંદુઓ
(C) રેખાઓ - બિંદુઓ - સમતલ - ઘન પદાર્થ (D) રેખાઓ - સમતલ - બિંદુઓ - ઘન પદાર્થ

2. ઘન પદાર્થનું પરિમાણ હોય છે.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0

3. સમતલનું પરિમાણ હોય છે.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0

4. બિંદુનું પરિમાણ હોય છે.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

5. યુક્લિડે તેના પ્રસિદ્ધ ગ્રંથ 'Elements' નું માં વિભાજન કર્યું.

- (A) 13 પ્રકરણ (B) 12 પ્રકરણ (C) 11 પ્રકરણ (D) 9 પ્રકરણ

6. 'Elements' માં અનુમાનિત સાધ્યની કુલ સંખ્યા છે.
 (A) 465 (B) 460 (C) 13 (D) 55
7. ઘન પદાર્થની સીમાઓને કહે છે.
 (A) પૃષ્ઠ (B) વક્ર (C) રેખા (D) બિંદુ
8. પૃષ્ઠની સીમાને કહે છે.
 (A) પૃષ્ઠ (B) વક્ર (C) રેખા (D) બિંદુ
9. સિંધુખીણની સંસ્કૃતિમાં (અંદાજે ઈ.પૂ. 3000) બાંધકામમાં ઉપયોગમાં લેવાતી ઈંટોનાં પરિમાણનો ગુણોત્તર હતો.
 (A) 1 : 3 : 4 (B) 4 : 2 : 1 (C) 4 : 4 : 1 (D) 4 : 3 : 2
10. જેનો પાયો એવી એક ઘન આકૃતિ પેન્સિલ છે.
 (A) માત્ર ત્રિકોણ (B) માત્ર ચોરસ (C) માત્ર લંબચોરસ (D) કોઈ પણ બહુકોણ
11. પિરામિડની બાજુની સપાટીઓ હોય છે.
 (A) ત્રિકોણ (B) ચોરસ (C) બહુકોણ (D) સમલંબ
12. આપણે જાણીએ છીએ કે જો $x + y = 10$ હોય, તો $x + y + z = 10 + z$ થાય. યુક્લિડનું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય આ વિધાનને દર્શાવે છે.
 (A) પ્રથમ (B) દ્વિતીય (C) તૃતીય (D) ચતુર્થ
13. પ્રાચીન ભારતમાં ગૃહસ્થ કર્મકાંડ માટે વપરાતી વેદીનો આકાર હતો.
 (A) ચોરસ અને વર્તુળાકાર (B) ત્રિકોણ અને લંબચોરસ (C) સમલંબ અને પિરામિડ (D) લંબચોરસ અને ચોરસ
14. શ્રીયંત્ર (અથર્વવેદમાં આપેલ) એ અંદરોઅંદર ગૂંથાયેલા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણોનું સંયોજન છે.
 (A) સાત (B) આઠ (C) નવ (D) અગિયાર
15. ગ્રીસવાસીઓની રુચિ માં હતી.
 (A) તાર્કિક તર્ક (B) અનુમાનિત તર્ક
 (C) A અને B બંને (D) ભૂમિતિના વ્યાવહારિક ઉપયોગ
16. પ્રાચીન ભારતમાં લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને સમલંબના સંયોજનથી બનાવવામાં આવેલ વેદી માટે વપરાતી હતી.
 (A) જાહેર પૂજા (B) ગૃહસ્થ કર્મકાંડ
 (C) A અને B બંને (D) A, B અને C માંથી એકપણ નહિ
17. યુક્લિડ દેશના હતા.
 (A) બેબીલોનિયા (B) ઈજિપ્ત (C) ગ્રીસ (D) ભારત
18. થેલ્સ દેશના હતા.
 (A) બેબીલોનિયા (B) ઈજિપ્ત (C) ગ્રીસ (D) રોમ
19. પાયથાગોરસ, ના વિદ્યાર્થી હતા.
 (A) થેલ્સ (B) યુક્લિડ (C) A અને B બંને (D) આર્કિમીડીઝ
20. નીચેનામાંથી ને સાબિતીની જરૂર છે.
 (A) પ્રમેય (B) સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (C) વ્યાખ્યા (D) પૂર્વધારણા
21. યુક્લિડ સ્વરૂપમાં કહ્યું કે બધા કાટખૂણા એકબીજાને સમાન હોય છે.
 (A) સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (B) વ્યાખ્યા (C) પૂર્વધારણા (D) સાબિતી
22. 'છેદતી ન હોય તેવી રેખાઓ સમાંતર હોય છે' આ વિધાન સ્વરૂપમાં છે.
 (A) સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (B) વ્યાખ્યા (C) પૂર્વધારણા (D) સાબિતી

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચે આપેલ વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો. તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

- (i) પિરામિડ એક ઘન આકૃતિ છે. તેનો પાયો ત્રિકોણ, ચોરસ કે અન્ય બહુકોણ હોય છે અને તેની બાજુની સપાટીઓ ઉપરનું કોઈ એક બિંદુ શિરોબિંદુ હોય, તેવા સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવે છે.
- (ii) વૈદિક કાળમાં ગૃહસ્થ કર્મકાંડ માટે ચોરસ અને વર્તુળાકાર વેદીઓનો ઉપયોગ થતો હતો અને જાહેર પૂજા સ્થળો માટે લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને સમલંબ ચતુષ્કોણના સંયોજનથી બનતા આકારની વેદીઓ વપરાતી હતી.
- (iii) ભૂમિતિમાં આપણે બિંદુ, રેખા અને સમતલને અવ્યાખ્યાયિત પદ તરીકે લઈએ છીએ.
- (iv) જો એક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ એક લંબચોરસના ક્ષેત્રફળની બરાબર હોય અને આ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ કોઈ ચોરસના ક્ષેત્રફળની બરાબર હોય, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ પણ ચોરસના ક્ષેત્રફળની બરાબર હોય.
- (v) યુક્લિડનું ચોથું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય એવું બતાવે છે કે કોઈ પણ વસ્તુ પોતાને સમાન હોય છે.
- (vi) યુક્લિડીય ભૂમિતિ માત્ર એક જ સમતલમાં બનતી આકૃતિઓ માટે જ માન્ય છે.

- ઉકેલ :**
- (i) અસત્ય : પિરામિડની બાજુની સપાટીઓ ત્રિકોણ હોય છે, પરંતુ તે સમબાજુ ત્રિકોણ જ હોય તે જરૂરી નથી.
 - (ii) સત્ય : વૈદિકકાળમાં ભૂમિતિનો ઉદ્ભવ પૂજા માટેની જરૂરી વિવિધ પ્રકારની વેદીઓ અને અગ્નિકુંડોના નિર્માણ કાર્યથી થયો હતો. પવિત્ર અગ્નિને વધુ પ્રભાવશાળી બનાવવા માટે તેના સ્થાન, આકાર અને ક્ષેત્રફળની બાબતમાં સ્પષ્ટ રીતે નક્કી થયેલ આદેશોનું પાલન થતું હતું.
 - (iii) સત્ય : ભૂમિતિમાં બિંદુ, રેખા અને સમતલને અવ્યાખ્યાયિત કરવા માટે આપણે અનેક વસ્તુઓને અવ્યાખ્યાયિત કરવાની જરૂર પડે છે અને કોઈ અંત વગરની અવ્યાખ્યાઓની લાંબી શૃંખલા પ્રાપ્ત થઈ શકે છે. આ કારણથી ગણિતશાસ્ત્રીઓને કેટલાંક ભૌમિતિક પદોને અવ્યાખ્યાયિત માની લેવામાં આવે એ સુવિધાજનક લાગ્યું.
 - (iv) સત્ય : એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજાને સમાન થાય.
 - (v) સત્ય : આ એકબીજાની ઉપર મૂકવાના સિદ્ધાંતની તર્કસંગતતા પ્રગટ કરે છે.
 - (vi) સત્ય : વક્રસપાટીમાં તે નિષ્ફળ જાય છે. ઉદાહરણ તરીકે વક્ર સપાટી પર રહેલા ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° થી વધુ હોઈ શકે.

સ્વાધ્યાય 5.2

નીચે આપેલ વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો. તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

1. યુક્લિડીય ભૂમિતિ માત્ર વક્રસપાટી માટે જ માન્ય છે.
2. ઘન પદાર્થની સીમાઓ વક્ર હોય છે.
3. પૃષ્ઠની સીમાઓ વક્ર હોય છે.
4. સરખી વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.
5. જો કોઈ રાશિ B કોઈ અન્ય રાશિ A નો એક ભાગ હોય, તો રાશિ A ને રાશિ B અને એક અન્ય રાશિ C ના સરવાળાના રૂપમાં લઈ શકાય છે.
6. સાબિત કરી શકાય તેવા વિધાનને પૂર્વધારણા કહે છે.
7. “દરેક રેખા l અને તેના પર ન હોય તેવા પ્રત્યેક બિંદુ P માટે એક અનન્ય રેખા m એવી હોય છે જે P માંથી પસાર થાય છે અને l ને સમાંતર છે.” આ વિધાન પ્લેકેરની પૂર્વધારણા તરીકે જાણીતું છે.
8. બે છેદતી ભિન્ન રેખાઓ એક જ રેખાને સમાંતર ન હોઈ શકે.
9. યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને અન્ય પૂર્વધારણાઓ અને સ્વયંસિદ્ધ સત્યોની સહાયતાથી સાબિત કરવાના પ્રયત્નોને કારણે અન્ય ભૂમિતિઓની શોધ થઈ.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : રામ અને રવીનાં વજન સમાન છે. હવે, જો આ બંનેમાં પ્રત્યેકના વજનમાં 2 કિગ્રાનો વધારો થાય તો તેમનાં નવા વજનની સરખામણી કેવી રીતે થશે ?

ઉકેલ : ધારો કે રામ અને રવી પ્રત્યેકનું વજન x કિગ્રા છે. હવે વજનમાં 2 કિગ્રાનો વધારો થતાં રામ અને રવી પ્રત્યેકનું વજન $(x + 2)$ થશે. હવે યુક્લિડના બીજા સ્વયંસિદ્ધ સત્ય પ્રમાણે, સરખામાં સરખું ઉમેરીએ તો પરિણામ સરખા રહે. આમ રામ અને રવીનાં વજન પુનઃ સમાન થાય.

ઉદાહરણ 2 : સમીકરણ $a - 15 = 25$ નો ઉકેલ મેળવો અને કહો કે આ ઉકેલ મેળવવા કયા સ્વયંસિદ્ધ સત્યનો ઉપયોગ થયો.

ઉકેલ : $a - 15 = 25$. બંને બાજુ 15 ઉમેરતાં, આપણને $a - 15 + 15 = 25 + 15 = 40$ મળે (યુક્લિડનાં બીજા સ્વયંસિદ્ધ સત્યનો ઉપયોગ કરતાં)

અથવા $a = 40$

ઉદાહરણ 3 : આપેલ આકૃતિ 5.1 માં $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ અને $\angle 3 = \angle 4$ હોય તો યુક્લિડના સ્વયંસિદ્ધ સત્યનો ઉપયોગ કરી $\angle 1$ અને $\angle 2$ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવો.

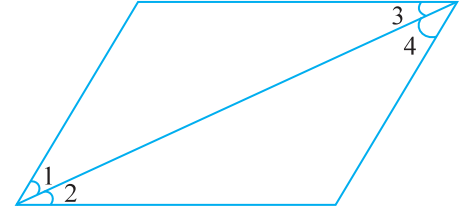
ઉકેલ : અહીં, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$ આપેલ છે. યુક્લિડના પહેલા સ્વયંસિદ્ધ સત્ય પ્રમાણે એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજાને સમાન થાય.

માટે $\angle 1 = \angle 2$

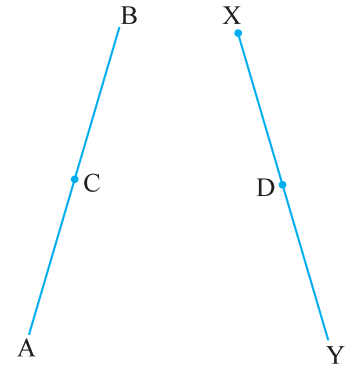
ઉદાહરણ 4 : આકૃતિ 5.2 માં $AC = XD$ આપેલ છે. બિંદુ C એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને બિંદુ D, XY નું મધ્યબિંદુ છે. યુક્લિડના સ્વયંસિદ્ધ સત્યનો ઉપયોગ કરી દર્શાવો કે $AB = XY$ થાય.

ઉકેલ : $AB = 2 AC$ (બિંદુ C, AB નું મધ્યબિંદુ છે.)
 $XY = 2 XD$ (બિંદુ D, XY નું મધ્યબિંદુ છે.)
 અને $AC = XD$ (આપેલ છે.)

માટે $AB = XY$ કારણ કે સરખી વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.



આકૃતિ 5.1



આકૃતિ 5.2

સ્વાધ્યાય 5.3

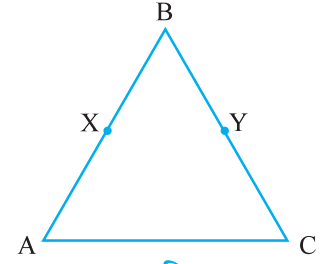
યુક્લિડના સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનો ઉપયોગ કરી નીચે આપેલ પ્રશ્નોના ઉકેલ મેળવો :

1. બે સેલ્સમેનનું ઓગસ્ટ માસનું વેચાણ સમાન હતું. સપ્ટેમ્બર માસમાં પ્રત્યેક સેલ્સમેને તેમનું વેચાણ તેમના ઓગસ્ટ માસના વેચાણ કરતાં બમણું કર્યું. સપ્ટેમ્બર માસમાં તેમણે કરેલા વેચાણની સરખામણી કરો.
2. જો $x + y = 10$ અને $x = z$ આપેલ હોય, તો સાબિત કરો કે $z + y = 10$.
3. આકૃતિ 5.3 જુઓ અને સાબિત કરો કે $AH > AB + BC + CD$



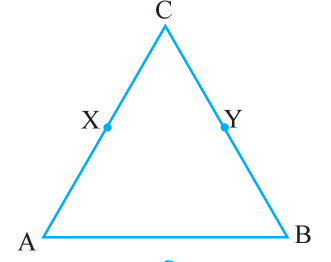
આકૃતિ 5.3

4. આકૃતિ 5.4 માં, $AB = BC$ તથા $BX = BY$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $AX = CY$



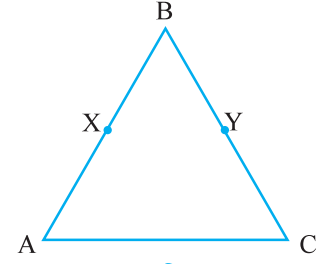
આકૃતિ 5.4

5. આકૃતિ 5.5 માં, X અને Y અનુક્રમે AC અને BC નાં મધ્યબિંદુઓ છે અને $AX = CY$, તો સાબિત કરો કે $AC = BC$.



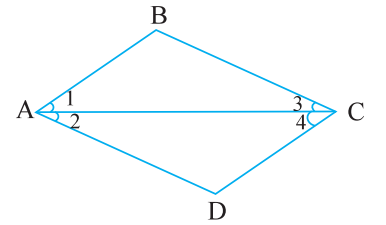
આકૃતિ 5.5

6. આકૃતિ 5.6 માં, $BX = \frac{1}{2} AB$, $BY = \frac{1}{2} BC$ અને $AB = BC$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $BX = BY$.



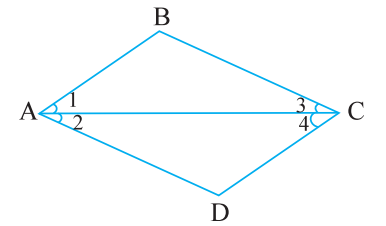
આકૃતિ 5.6

7. આકૃતિ 5.7 માં, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle 1 = \angle 3$



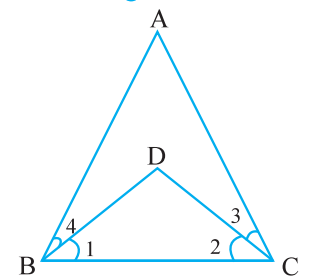
આકૃતિ 5.7

8. આકૃતિ 5.8 માં, $\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle A = \angle C$.



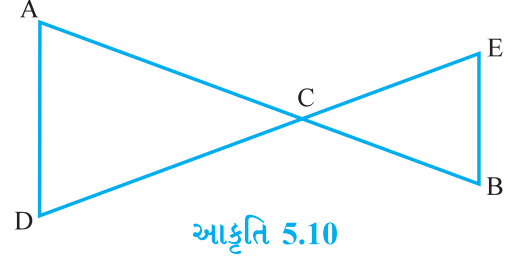
આકૃતિ 5.8

9. આકૃતિ 5.9 માં, $\angle ABC = \angle ACB$ અને $\angle 3 = \angle 4$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle 1 = \angle 2$.



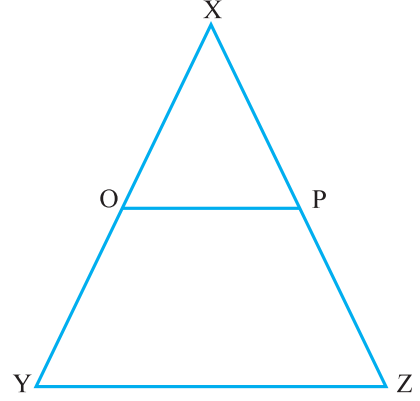
આકૃતિ 5.9

10. આકૃતિ 5.10 માં, $AC = DC$, $CB = CE$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $AB = DE$.



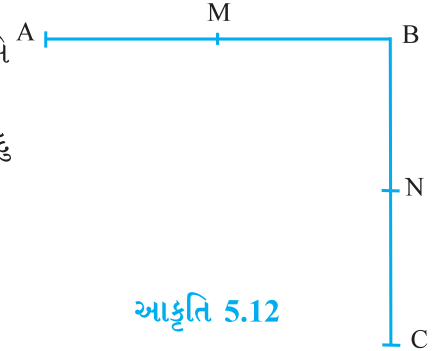
આકૃતિ 5.10

11. આકૃતિ 5.11 માં, જો $OX = \frac{1}{2} XY$,
 $PX = \frac{1}{2} XZ$ અને $OX = PX$ હોય, તો
 સાબિત કરો કે $XY = XZ$.



આકૃતિ 5.11

12. આકૃતિ 5.12 માં,
 (i) જો $AB = BC$, બિંદુ M એ AB નું મધ્યબિંદુ હોય અને બિંદુ N એ BC નું મધ્યબિંદુ હોય, તો સાબિત કરો કે $AM = NC$.
 (ii) જો $BM = BN$ તથા બિંદુ M એ AB નું મધ્યબિંદુ હોય અને બિંદુ N એ BC નું મધ્યબિંદુ હોય, તો સાબિત કરો કે $AB = BC$.



આકૃતિ 5.12

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : નીચે આપેલ વિધાનને વાંચો :

“ચોરસ, ચાર રેખાખંડોથી બનતો એવો બહુકોણ છે જેમાં ત્રણ રેખાખંડોની લંબાઈ ચોથા રેખાખંડની લંબાઈને સમાન હોય અને તેના બધા જ ખૂણા કાટખૂણા હોય.”

ઉપરોક્ત વ્યાખ્યામાં તમને જરૂરી લાગતાં પદોને વ્યાખ્યાયિત કરો. શું તેમાં કોઈ અવ્યાખ્યાયિત પદો છે ? શું તમે ચકાસી શકશો કે ચોરસના બધા જ ખૂણા અને બાજુઓ સમાન હોય છે ?

ઉકેલ : વ્યાખ્યાયિત કરવા જરૂરી હોય તેવાં પદ :

બહુકોણ : ત્રણ અથવા વધુ રેખાખંડોથી બનતી સાદી બંધ આકૃતિ.

રેખાખંડ : બે અંત્યબિંદુ ધરાવતો રેખાનો એક ભાગ.

રેખા : અવ્યાખ્યાયિત પદ

બિંદુ : અવ્યાખ્યાયિત પદ

ખૂણો : સમાન ઉદ્ભવબિંદુ ધરાવતાં બે કિરણોથી બનતી આકૃતિ.

કિરણ : એક અંત્યબિંદુ ધરાવતો રેખાનો એક ભાગ.

કાટખૂણો : 90° માપનો ખૂણો.

ઉદ્ભવ થયેલ અવ્યાખ્યાયિત પદો : રેખા, બિંદુ

યુક્લિડની ચોથી પૂર્વધારણા પ્રમાણે “બધા જ કાટખૂણા એકબીજાને સમાન હોય છે.”

ચોરસમાં બધા જ ખૂણા કાટખૂણા છે, માટે બધા જ ખૂણાઓ સમાન હોય છે. (યુક્લિડની પૂર્વધારણા 4 પરથી)

ત્રણ રેખાખંડોની લંબાઈ ચોથા રેખાખંડની લંબાઈને સમાન આપેલ છે. માટે, ચોરસની ચારેય બાજુઓ સમાન છે.

(યુક્લિડના સ્વયંસિદ્ધ સત્ય-1 પ્રમાણે “એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજાને સમાન થાય.”)

સ્વાધ્યાય 5.4

1. નીચે આપેલ વિધાન વાંચો :

“સમબાજુ ત્રિકોણ ત્રણ રેખાખંડોથી બનતો એવો બહુકોણ છે જેમાં બે રેખાખંડોની લંબાઈ ત્રીજા રેખાખંડની લંબાઈ જેટલી હોય અને તેના બધા જ ખૂણાનું માપ 60° હોય.”

ઉપરોક્ત વ્યાખ્યામાં ઉદ્ભવ થયેલ તમને જરૂરી લાગતાં પદોને વ્યાખ્યાયિત કરો. શું તેમાં કોઈ અવ્યાખ્યાયિત પદ છે ? તમે ચકાસી શકશો કે સમબાજુ ત્રિકોણના બધા જ ખૂણા અને બાજુઓ સમાન હોય છે ?

2. નીચે આપેલ વિધાનનો અભ્યાસ કરો :

સમતલમાં “બે છેદતી ભિન્ન રેખાઓ તે જ સમતલની એક જ રેખાને લંબ ન હોઈ શકે.” આપેલ વિધાન, યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને સમકક્ષ વિધાન છે કે નહિ તે ચકાસો. (સૂચન : ઉપરોક્ત વિધાનમાં બે છેદતી રેખાઓને l અને m તથા અન્ય એક રેખાને n તરીકે લો)

3. નીચે આપેલાં વિધાનો પૂર્વધારણાઓ તરીકે લો :

(i) જો એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે તો, અનુકોણની પ્રત્યેક જોડ સમાન હોય તે જરૂરી નથી.

(ii) જો એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે તો, અંત:યુગ્મકોણની પ્રત્યેક જોડ સમાન હોય છે.

શું આપેલ સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનું માળખું સુસંગત છે ? તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

4. નીચે આપેલ વિધાનોને પૂર્વધારણાઓ તરીકે લો :

(i) પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણોનાં માપ અસમાન હોય છે.

(ii) જે કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ રેખા પર હોય તે કિરણ અને રેખાથી બનતા બંને ખૂણાઓનો સરવાળો 180° થાય છે. શું આપેલ સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનું માળખું સુસંગત છે ? તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

5. નીચેની પૂર્વધારણાઓ વાંચો :

(i) એક વસ્તુને સમાન હોય તેવી વસ્તુઓ એકબીજાને સમાન થાય.

(ii) સમાનમાં સમાન ઉમેરીએ તો શેષફળ સમાન રહે.

(iii) સમાન વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.

આપેલ સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનું માળખું સુસંગત છે કે નહિ તે ચકાસો.



રેખાઓ અને ખૂણાઓ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- કોટિકોણ, પૂરકકોણ, આસન્નકોણ, રૈખિક જોડના ખૂણા, અભિકોણો.
- જે કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ રેખા પર હોય તેવા કિરણ અને રેખાથી બનતા બંને આસન્નકોણનો સરવાળો 180° થાય અને તેનું પ્રતીપ.
- પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણ સમાન હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
- જો એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે, તો
 - (i) અનુકોણની પ્રત્યેક જોડના ખૂણા સમાન હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
 - (ii) અંતઃયુગ્મકોણની પ્રત્યેક જોડના ખૂણા સમાન હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
 - (iii) છેદિકાની એક જ તરફના અંતઃકોણની પ્રત્યેક જોડના ખૂણા પૂરક હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
- જે રેખાઓ કોઈ રેખાને સમાંતર હોય તે રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.
- ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનો સરવાળો 180° હોય છે.
- ત્રિકોણના બહિષ્કોણનું માપ તેના બંને અંતઃસંમુખકોણના માપના સરવાળા જેટલું હોય છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : બે સમાંતર રેખાઓની છેદિકાથી બનતા એક જ તરફના અંતઃકોણના માપનો ગુણોત્તર $2 : 3$ હોય, તો બંને ખૂણાઓ પૈકી મોટા ખૂણાનું માપ છે.

(A) 54°

(B) 108°

(C) 120°

(D) 136°

ઉકેલ : ધારો કે અંતઃકોણના માપ x અને y છે.

$$\therefore x : y = 2 : 3$$

ધારો કે $x = 2k, y = 3k, k > 0$

હવે, બે સમાંતર રેખાઓ છેદિકાથી બનતા અંતઃકોણોનો સરવાળો 180 થાય.

$$\therefore x + y = 180^\circ$$

$$\therefore 2k + 3k = 180^\circ$$

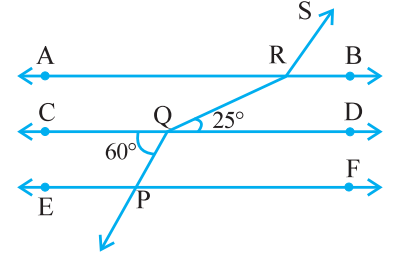
$$\begin{aligned} \therefore 5k &= 180^\circ \\ \therefore k &= 36^\circ \\ \therefore x &= 2 \times k = 2 \times 36 = 72^\circ \\ y &= 3 \times k = 3 \times 36 = 108^\circ \\ \therefore \text{મોટા ખૂણાનું માપ } &108^\circ \text{ છે.} \end{aligned}$$

જવાબ (B)

સ્વાધ્યાય 6.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 8 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. આકૃતિ 6.1 માં, જો $AB \parallel CD \parallel EF$, $PQ \parallel RS$, $\angle RQD = 25^\circ$ અને $\angle CQP = 60^\circ$ હોય, તો $\angle QRS = \dots\dots\dots$



આકૃતિ 6.1

- (A) 85°
 (B) 135°
 (C) 145°
 (D) 110°
2. જો ત્રિકોણના બે ખૂણાના માપનો સરવાળો તે જ ત્રિકોણના ત્રીજા ખૂણાના માપ બરાબર હોય, તો તે છે.
 (A) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (B) ગુરુકોણ ત્રિકોણ (C) સમબાજુ ત્રિકોણ (D) કાટકોણ ત્રિકોણ
3. ત્રિકોણના કોઈ એક બહિષ્કોણનું માપ 105° હોય અને તેના અંતઃસંમુખકોણ સમાન હોય, તો પ્રત્યેક અંતઃસંમુખકોણનું માપ છે.

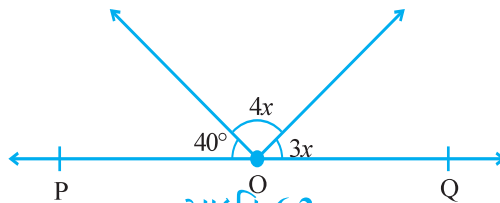
(A) $37\frac{1}{2}^\circ$ (B) $52\frac{1}{2}^\circ$ (C) $72\frac{1}{2}^\circ$ (D) 75°

4. ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર $5 : 3 : 7$ હોય, તો તે છે.
 (A) લઘુકોણ ત્રિકોણ (B) ગુરુકોણ ત્રિકોણ (C) કાટકોણ ત્રિકોણ (D) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ
5. જો ત્રિકોણના એક ખૂણાનું માપ 130° હોય, તો તે જ ત્રિકોણના બાકીના બે ખૂણાઓના દ્વિબાજકથી બનતા ખૂણાનું માપ હશે.

(A) 50° (B) 65° (C) 145° (D) 155°

6. આકૃતિ 6.2 માં, રેખા PQ પર બિંદુ O આવેલું છે. POQ રેખા છે. તો x નું મૂલ્ય છે.

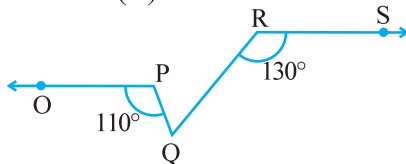
(A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35°



આકૃતિ 6.2

7. આકૃતિ 6.3 માં જો $OP \parallel RS$, $\angle OPQ = 110^\circ$ અને $\angle QRS = 130^\circ$, તો $\angle PQR = \dots\dots\dots$

(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70°



આકૃતિ 6.3

8. જો ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 2 : 4 : 3 હોય, તો સૌથી નાના ખૂણાનું માપ છે.
 (A) 60° (B) 40° (C) 80° (D) 20°

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જો OA, OB, OC અને OD એ અનુક્રમે વિષમઘડી દિશામાં આવેલાં એવાં કિરણો છે કે જેથી $\angle AOB = \angle COD = 100^\circ$, $\angle BOC = 82^\circ$ અને $\angle AOD = 78^\circ$ થાય. AOC અને BOD રેખા છે તે સત્ય વિધાન છે ?

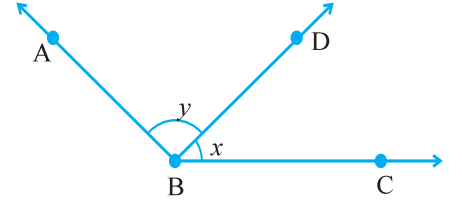
ઉકેલ : AOC રેખા નથી, કારણ કે $\angle AOB + \angle COB = 100^\circ + 82^\circ = 182^\circ$, જે 180° જેટલો નથી. તે જ પ્રમાણે BOD પણ રેખા નથી.

ઉદાહરણ 2 : એક છેદિકા બે રેખાઓને છેદિકાની એક જ તરફના અંતઃકોણોની એક જોડના ખૂણાઓ સમાન થાય તે રીતે છેદે છે. આ બે રેખાઓ હંમેશા પરસ્પર સમાંતર થશે ? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

ઉકેલ : સામાન્ય રીતે, બંને રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર નહીં થાય, કારણ કે બે સમાન ખૂણાઓનો સરવાળો હંમેશા 180° થાય તે જરૂરી નથી. જો બંને સમાન ખૂણાઓનું માપ 90° હોય, તો બંને રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર થશે.

સ્વાધ્યાય 6.2

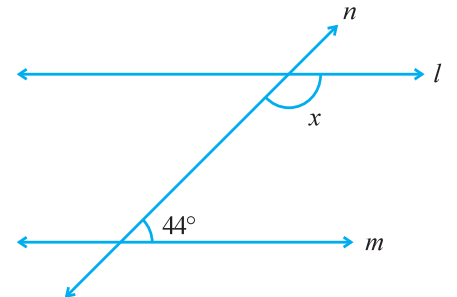
1. આકૃતિ 6.4 માં, $x + y$ ના કયા મૂલ્ય માટે ABC રેખા થાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.



આકૃતિ 6.4

2. કોઈ એક ત્રિકોણના પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ 60° થી ઓછું હોઈ શકે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
 3. કોઈ એક ત્રિકોણમાં બે ખૂણાઓ ગુરુકોણ હોય તે શક્ય છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
 4. જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 45° , 64° અને 72° હોય તેવા કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
 5. જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 53° , 64° અને 63° હોય તેવા કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

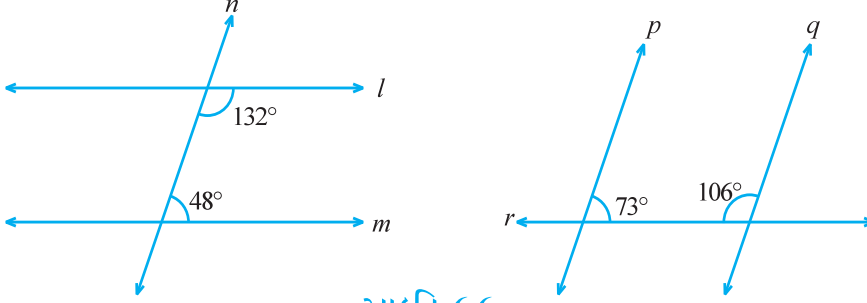
6. આકૃતિ 6.5 માં રેખાઓ l અને m પરસ્પર સમાંતર હોય તો x નું મૂલ્ય શોધો.



આકૃતિ 6.5

7. જો બે આસન્નકોણનાં માપ સમાન હોય તો તે બંને ખૂણા કાટકોણ જ હોય તે જરૂરી છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

8. પરસ્પર છેદતી બે રેખાઓથી બનતા ખૂણાઓ પૈકી કોઈ એક ખૂણો કાટકોણ છે, તો અન્ય ખૂણાના માપ વિશે શું કહી શકાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
9. આકૃતિ 6.6 માં કઈ બે રેખાઓ સમાંતર છે અને કેમ ?



આકૃતિ 6.6

10. બે ભિન્ન રેખાઓ l અને m કોઈ એક રેખા n ને લંબ છે. શું l અને m પણ પરસ્પર લંબ છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 6.7 માં, ત્રણ સંગામી રેખાઓ AB, CD અને EF નું સંગમ બિંદુ O છે. તો y નું મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : $\angle AOE = \angle BOF = 5y$ (અભિકોણ)

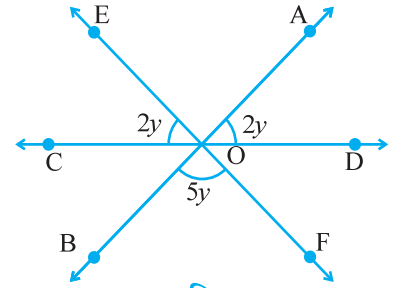
અને

$$\angle COE + \angle AOE + \angle AOD = 180^\circ$$

$$\text{તેથી, } 2y + 5y + 2y = 180^\circ$$

$$\text{માટે, } 9y = 180^\circ$$

$$\text{તેથી, } y = 20^\circ.$$



આકૃતિ 6.7

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 6.8 માં, $x = y$ અને $a = b$ હોય, તો સાબિત કરો કે $l \parallel n$

ઉકેલ : $x = y$ (આપેલ છે)

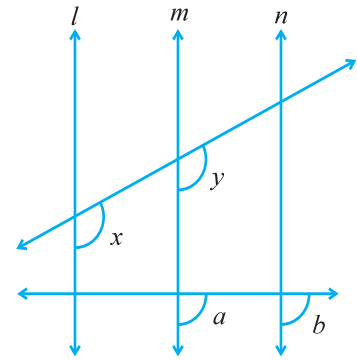
માટે, $l \parallel m$ (અનુકોણ) (1)

અને, $a = b$ (આપેલ છે)

માટે, $n \parallel m$ (અનુકોણ) (2)

(1) અને (2) પરથી,

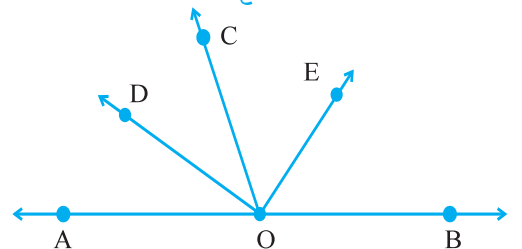
$l \parallel n$ (એક જ રેખાને સમાંતર રેખાઓ)



આકૃતિ 6.8

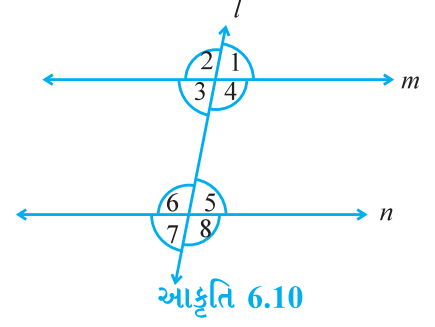
સ્વાધ્યાય 6.3

1. આકૃતિ 6.9 માં, OD અને OE અનુક્રમે $\angle AOC$ અને $\angle BOC$ ના દ્વિભાજક છે અને $OD \perp OE$, તો સાબિત કરો કે બિંદુઓ A, O અને B સમરેખ છે.

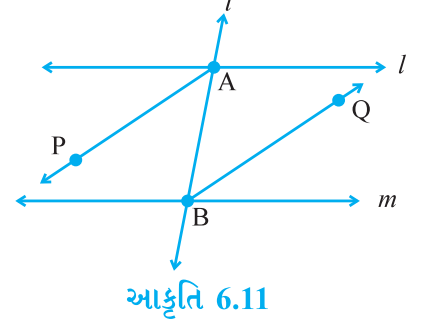


આકૃતિ 6.9

2. આકૃતિ 6.10 માં, $\angle 1 = 60^\circ$ અને $\angle 6 = 120^\circ$ તો સાબિત કરો કે રેખાઓ m અને n પરસ્પર સમાંતર છે.



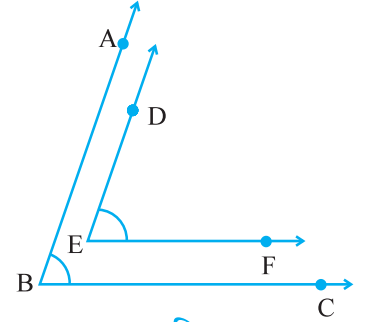
3. AP અને BQ અનુક્રમે બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓ l અને m ની છેદિકા t થી બનતા અંત:યુગ્મકોણોના દ્વિભાજકો છે. (આકૃતિ 6.11) સાબિત કરો કે $AP \parallel BQ$



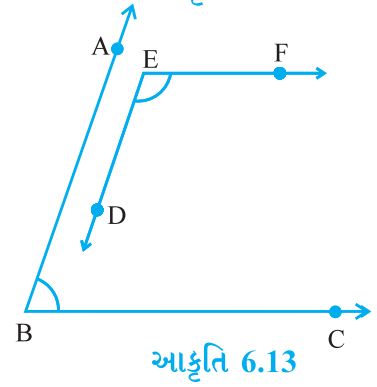
4. જો આકૃતિ 6.11 માં, અંત:યુગ્મકોણોના દ્વિભાજકો AP અને BQ પરસ્પર સમાંતર હોય, તો સાબિત કરો કે $l \parallel m$.

5. આકૃતિ 6.12 માં, $BA \parallel ED$ અને $BC \parallel EF$. સાબિત કરો $\angle ABC = \angle DEF$.

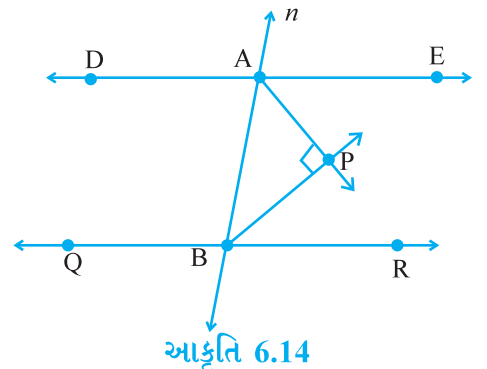
[સૂચન : DE ને લંબાવો કે જેથી તે BC ને એક બિંદુ P માં છેદે.]



6. આકૃતિ 6.13 માં, $BA \parallel ED$ અને $BC \parallel EF$ હોય, તો સાબિત કરો $\angle ABC + \angle DEF = 180^\circ$.



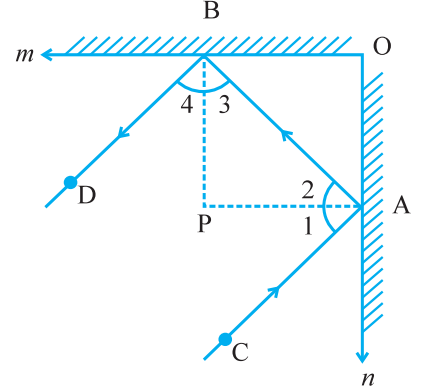
7. આકૃતિ 6.14 માં, $DE \parallel QR$ તથા AP અને BP અનુક્રમે $\angle EAB$ અને $\angle RBA$ ના દ્વિભાજકો હોય, તો $\angle APB$ શોધો.



8. એક ત્રિકોણના ખૂણાઓના માપનો ગુણોત્તર 2 : 3 : 4 છે. આ ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનાં માપ શોધો.
9. ત્રિકોણ ABC માં ખૂણો A કાટકોણ છે. $AL \perp BC$ થાય તેવું બિંદુ L એ BC પર આવેલ છે. સાબિત કરો કે $\angle BAL = \angle ACB$.
10. બે ભિન્ન રેખાઓ અનુક્રમે બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓને લંબ છે. સાબિત કરો કે આ બે રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર છે.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 6.15 માં, પરસ્પર લંબ હોય તેવા બે સાદા અરીસા m અને n આપેલ છે. સાબિત કરો કે આપાત કિરણ CA અને પરાવર્તિત કિરણ BD પરસ્પર સમાંતર છે.



આકૃતિ 6.15

ઉકેલ : ધારો કે બિંદુ A અને B પર દોરેલ લંબ બિંદુ P માં મળે છે.

અહીં અરીસાઓ પરસ્પર લંબ છે. માટે $BP \parallel OA$ અને $AP \parallel OB$.

તેથી $BP \perp PA$ એટલે કે $\angle BPA = 90^\circ$

માટે, $\angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$

અને, $\angle 1 = \angle 2$ અને $\angle 4 = \angle 3$

માટે, $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$ [(1) પરથી]

(1) અને (2) નો સરવાળો કરતાં,

આપણને $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ મળે.

એટલે કે, $\angle CAB + \angle DBA = 180^\circ$

માટે, $CA \parallel BD$

(ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ) (1)

(આપાત કોણ = પરાવર્તન કોણ)

(2)

ઉદાહરણ 2 : સાબિત કરો કે ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનો સરવાળો 180° થાય છે.

ઉકેલ : ધોરણ-IX ના ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ પ્રમેય 6.7 ની સાબિતી જુઓ.

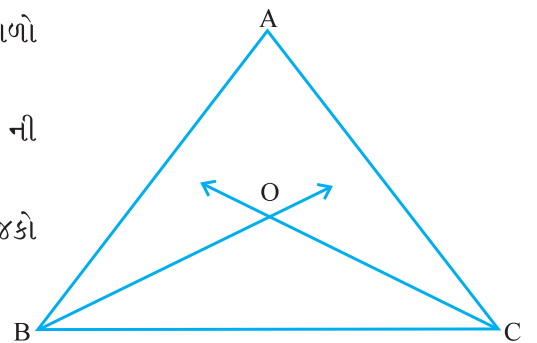
ઉદાહરણ 3 : ત્રિકોણ ABC માં ખૂણા B અને ખૂણા C ના દ્વિભાજકો એકબીજાને બિંદુ O માં છેદતા હોય, તો સાબિત કરો કે,

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

ઉકેલ : ચાલો, આકૃતિ 6.16 માં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિ દોરીએ.

$$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\text{માટે, } \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$



આકૃતિ 6.16

(ત્રિકોણના ખૂણાઓના સરવાળાનો નિયમ)

એટલે કે, $\frac{1}{2} \angle A + \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$

(BO અને CO અનુક્રમે $\angle B$ અને $\angle C$ ના દ્વિભાજક હોવાથી) (1)

પણ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

(ત્રિકોણના ખૂણાઓના સરવાળાનો નિયમ) (2)

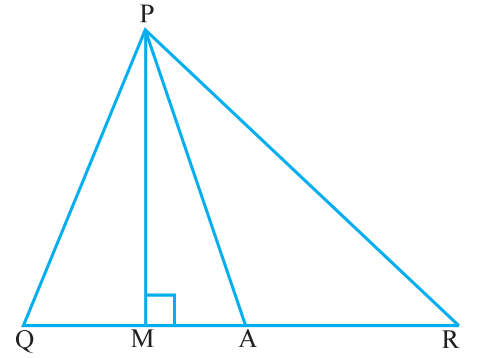
પરિણામ (1) ને પરિણામ (2)માંથી બાદ કરતાં, આપણને

$$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB - \frac{1}{2} \angle A - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - 90^\circ \text{ મળે.}$$

એટલે કે, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

સ્વાધ્યાય 6.4

1. સાબિત કરો કે પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણો સમાન હોય છે.
2. $\triangle ABC$ માં અંતઃકોણ $\angle B$ નો દ્વિભાજક અને બહિષ્કોણ $\angle ACD$ નો દ્વિભાજક બિંદુ T માં છેદતા હોય, તો સાબિત કરો કે $\angle BTC = \frac{1}{2} \angle BAC$.
3. એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે છે. સાબિત કરો કે આ સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અનુકોણની કોઈ એક જોડના દ્વિભાજકો પરસ્પર સમાંતર હોય છે.
4. સાબિત કરો કે આપેલ રેખાને, આપેલ બિંદુમાંથી એક અને માત્ર એક જ લંબરેખા દોરી શકાય.
(સૂચન : વિરોધાભાસની પદ્ધતિથી સાબિતી આપો.)
5. બે રેખાઓ અનુક્રમે પરસ્પર છેદતી રેખાઓને લંબ છે. સાબિત કરો કે આ બે રેખાઓ પણ પરસ્પર છેદે છે.
(સૂચન : વિરોધાભાસની પદ્ધતિથી સાબિતી આપો.)
6. સાબિત કરો કે ત્રિકોણના ઓછામાં ઓછા બે ખૂણા લઘુકોણ જ હોય.
7. આકૃતિ 6.17 માં, $\angle Q > \angle R$. $\angle QPR$ નો દ્વિભાજક PA છે અને $PM \perp QR$. સાબિત કરો કે $\angle APM = \frac{1}{2} (\angle Q - \angle R)$.



આકૃતિ 6.17



ત્રિકોણ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- ત્રિકોણ અને તેનાં અંગો, ત્રિકોણની એકરૂપતા, શિરોબિંદુઓની સંગતતા, ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરતો :
 - બાબૂબા (ii) ખૂબાખૂ (iii) બાબાબા (iv) કાકબા
- ખૂબાખૂ શરતની એક વિશિષ્ટ પરિસ્થિતિમાં ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની ખૂખૂબા શરત.
- ત્રિકોણની સમાન બાજુઓની સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય છે.
- ત્રિકોણના સમાન ખૂણાઓની સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.
- બે ભિન્ન બિંદુઓથી સમાન અંતરે આવેલ કોઈ પણ બિંદુ આપેલ બે બિંદુઓને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજક પર આવેલું હોય છે અને તેનું પ્રતીક.
- બે પરસ્પર છેદતી રેખાઓથી સમાન અંતરે આવેલ કોઈ પણ બિંદુ તે રેખાઓ દ્વારા બનતા ખૂણાના દ્વિભાજક પર આવેલું હોય છે અને તેનું પ્રતીક.
- ત્રિકોણમાં,
 - મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય છે.
 - મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો હોય છે.
 - કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો તેની ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે હોય.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

ઉદાહરણ 1 : જો $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ અને ΔABC અને ΔRPQ એકરૂપ ના હોય તો નીચે આપેલ વિકલ્પોમાંથી કયો વિકલ્પ સત્ય નથી ?

(A) $BC = PQ$

(B) $AC = PR$

(C) $QR = BC$

(D) $AB = PQ$

ઉકેલ : સંગતતા $ABC \leftrightarrow \Delta PQR$ એકરૂપતા લેતાં,

$$\Delta ABC \cong \Delta PQR$$

$$\therefore BC \neq PQ$$

(આથી $BC = PQ$ શક્ય નથી.)

ઉત્તર : (A)

સ્વાધ્યાય 7.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 11 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- આપેલ શરતો પૈકી કઈ શરત ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરત નથી ?
(A) બાબૂબા (B) ખૂબાખૂ (C) બાબાખૂ (D) બાબાબા
- જો $AB = QR$, $BC = PR$ અને $CA = PQ$, તો
(A) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ (B) $\Delta CBA \cong \Delta PRQ$ (C) $\Delta BAC \cong \Delta RPQ$ (D) $\Delta PQR \cong \Delta BCA$
- જો ΔABC માં, $AB = AC$ અને $\angle B = 50^\circ$ હોય, તો $\angle C = \dots\dots\dots$
(A) 40° (B) 50° (C) 80° (D) 130°
- જો ΔABC માં, $BC = AB$ અને $\angle B = 80^\circ$ હોય, તો $\angle A = \dots\dots\dots$
(A) 80° (B) 40° (C) 50° (D) 100°
- જો ΔPQR માં, $\angle R = \angle P$, $QR = 4$ સેમી અને $PR = 5$ સેમી હોય, તો PQ ની લંબાઈ છે.
(A) 4 સેમી (B) 5 સેમી (C) 2 સેમી (D) 2.5 સેમી
- જો ΔABC માં બાજુ BC પર બિંદુ D આવેલ છે અને AD એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક હોય, તો
(A) $BD = CD$ (B) $BA > BD$ (C) $BD > BA$ (D) $CD > CA$
- જો $\Delta ABC \cong \Delta FDE$ તથા $AB = 5$ સેમી, $\angle B = 40^\circ$ અને $\angle A = 80^\circ$ આપેલ હોય, તો નીચેનામાંથી વિકલ્પ સાચો છે.
(A) $DF = 5$ સેમી, $\angle F = 60^\circ$ (B) $DF = 5$ સેમી, $\angle E = 60^\circ$
(C) $DE = 5$ સેમી, $\angle E = 60^\circ$ (D) $DE = 5$ સેમી, $\angle D = 40^\circ$
- ત્રિકોણની બે બાજુઓનાં માપ અનુક્રમે 5 સેમી અને 1.5 સેમી છે. તો ત્રીજી બાજુનું માપ શક્ય નથી.
(A) 3.6 સેમી (B) 4.1 સેમી (C) 3.8 સેમી (D) 3.4 સેમી
- ΔPQR માં જો $\angle R > \angle Q$ હોય, તો
(A) $QR > PR$ (B) $PQ > PR$ (C) $PQ < PR$ (D) $QR < PR$
- ત્રિકોણ ABC અને ત્રિકોણ PQR માં, $AB = AC$, $\angle C = \angle P$ અને $\angle B = \angle Q$ હોય, તો આ બંને ત્રિકોણ
(A) સમદ્વિબાજુ છે, પરંતુ એકરૂપ નથી. (B) સમદ્વિબાજુ અને એકરૂપ છે.
(C) એકરૂપ છે, પરંતુ સમદ્વિબાજુ નથી. (D) સમદ્વિબાજુ પણ નથી અને એકરૂપ પણ નથી.
- ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, $AB = FD$ અને $\angle A = \angle D$ છે. જો હોય, તો આપેલ બંને ત્રિકોણો બાબૂબા પૂર્વધારણા પ્રમાણે એકરૂપ હશે.
(A) $BC = EF$ (B) $AC = DE$ (C) $AC = EF$ (D) $BC = DE$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, $AB = DE$ અને $AC = EF$ છે. આપેલ બંને ત્રિકોણના કયા બે ખૂણા સમાન થાય તો આ ત્રિકોણો એકરૂપ થાય. કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ઉકેલ : જરૂરી બે ખૂણાઓ, $\angle A$ અને $\angle E$ સમાન હોય આવશ્યક છે. જો $\angle A = \angle E$ થાય તો બાબૂબા શરત પ્રમાણે $\Delta ABC \cong \Delta EDF$.

ઉદાહરણ 2 : ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ અને $AB = EF$ તો આ બે ત્રિકોણોને એકરૂપ કહી શકાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ઉકેલ : આ બે ત્રિકોણો એકરૂપ હોય તે જરૂરી નથી, કારણ કે આપેલ ત્રિકોણોમાં AB અને EF અનુરૂપ બાજુઓ નથી.

સ્વાધ્યાય 7.2

1. ΔABC અને ΔPQR માં, $\angle A = \angle Q$ અને $\angle B = \angle R$ છે. ΔPQR ની કઈ બાજુ ΔABC ની બાજુ AB ને સમાન હોય તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
2. ત્રિકોણ ABC અને PQR માં, $\angle A = \angle Q$ અને $\angle B = \angle R$ છે. ΔPQR ની કઈ બાજુ ΔABC ની બાજુ BC ને સમાન હોય તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
3. “જો કોઈ એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણો, બીજા ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણાને સમાન હોય તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય.” આ વિધાન સત્ય છે ? શા માટે ?
4. “જો કોઈ એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુને સમાન હોય તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય” આ વિધાન સત્ય છે ? શા માટે ?
5. બાજુઓની લંબાઈ 4 સેમી, 3 સેમી અને 7 સેમી લઈ કોઈ ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
6. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ આપેલ છે. તો $BC = QR$ કહેવું સત્ય છે ? શા માટે ?
7. જો $\Delta PQR \cong \Delta EDF$ હોય, તો $PR = EF$ છે તેવું કહી શકાય ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
8. ΔPQR માં, $\angle P = 70^\circ$ અને $\angle R = 30^\circ$ છે. આ ત્રિકોણની કઈ બાજુ સૌથી લાંબી છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
9. ΔABC માં, AD મધ્યગા છે. તો $AB + BC + CA > 2AD$ સત્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
10. ΔABC ની બાજુ BC પર બિંદુ M આવેલ છે જેથી AM એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક થાય. એ કહેવું સત્ય છે કે ત્રિકોણ ABC ની પરિમિતિ $2AM$ થી મોટી છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
11. જેની બાજુઓની લંબાઈ 9 સેમી, 7 સેમી અને 17 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
12. જેની બાજુઓની લંબાઈ 8 સેમી, 7 સેમી અને 4 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 7.1 માં, $PQ = PR$ અને $\angle Q = \angle R$ છે. સાબિત કરો કે $\Delta PQS \cong \Delta PRT$.

ઉકેલ : ΔPQS અને ΔPRT માં,

$$PQ = PR \quad (\text{આપેલ છે.})$$

$$\angle Q = \angle R \quad (\text{આપેલ છે.})$$

અને $\angle QPS = \angle RPT$ (સામાન્ય ખૂણો)

માટે, $\Delta PQS \cong \Delta PRT$. (ખૂબાખૂ)

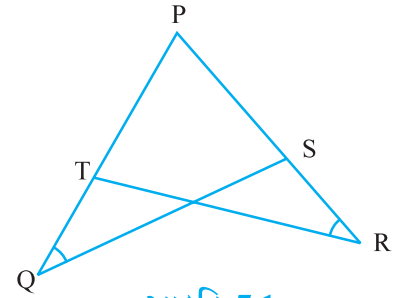
ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 7.2 માં, બે રેખાઓ AB અને CD પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. $BC \parallel DA$ અને $BC = DA$. સાબિત કરો કે AB અને CD નું મધ્યબિંદુ O છે.

ઉકેલ : $BC \parallel AD$ (આપેલ છે.)

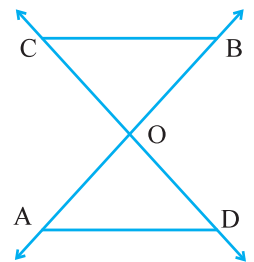
માટે, $\angle CBO = \angle DAO$ (અંત:યુગ્મ કોણ)

અને $\angle BCO = \angle ADO$ (અંત:યુગ્મ કોણ)

હવે, $BC = DA$ (આપેલ છે.)



આકૃતિ 7.1



આકૃતિ 7.2

તેથી, $\Delta BOC \cong \Delta AOD$

માટે, $OB = OA$ અને $OC = OD$

એટલે કે બિંદુ O, AB અને CD નું મધ્યબિંદુ છે.

ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 7.3 માં, $PQ > PR$ તથા QS અને RS અનુક્રમે $\angle Q$ અને $\angle R$ ના દ્વિભાજકો છે. સાબિત કરો કે $SQ > SR$

ઉકેલ : $PQ > PR$

(આપેલ છે.)

માટે, $\angle R > \angle Q$

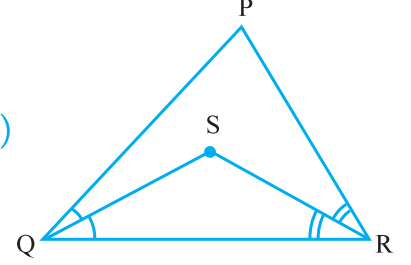
(મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો હોય છે.)

તેથી, $\angle SRQ > \angle SQR$

(પ્રત્યેક ખૂણાના અડધા)

માટે, $SQ > SR$

(મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય.)

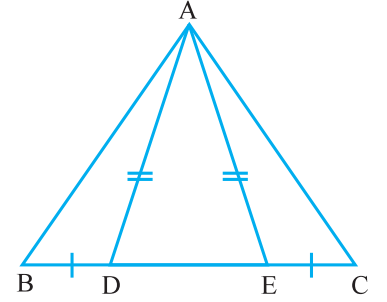


આકૃતિ 7.3

સ્વાધ્યાય 7.3

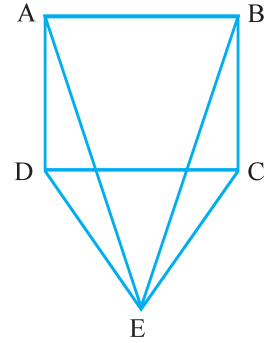
1. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC માં, $AB = AC$ છે તથા BD અને CE તેની બે મધ્યગાઓ છે. સાબિત કરો કે $BD = CE$.

2. આકૃતિ 7.4 માં, ΔABC ની બાજુ BC પર $BD = CE$ અને $AD = AE$ થાય તેવાં બે બિંદુઓ D અને E છે. સાબિત કરો કે $\Delta ABD \cong \Delta ACE$.



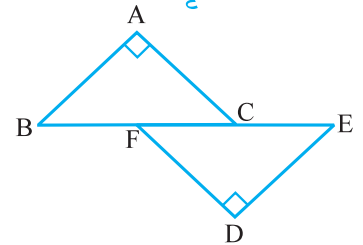
આકૃતિ 7.4

3. ΔCDE એ ચોરસ ABCD ની બાજુ CD પર બનતો સમબાજુ ત્રિકોણ છે. (આકૃતિ 7.5) સાબિત કરો કે $\Delta ADE \cong \Delta BCE$.



આકૃતિ 7.5

4. આકૃતિ 7.6 માં, $BA \perp AC$ અને $DE \perp DF$ આપેલ છે, તથા $BA = DE$ અને $BF = EC$. સાબિત કરો કે $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.



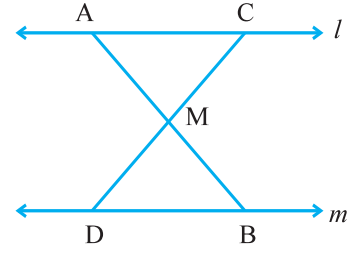
આકૃતિ 7.6

5. ΔPSR ની બાજુ SR પર $PQ = PR$ થાય તેવું બિંદુ Q છે. સાબિત કરો કે $PS > PQ$.

6. ΔPQR ની બાજુ QR પર બિંદુ S આવેલ છે. સાબિત કરો કે $PQ + QR + RP > 2PS$.

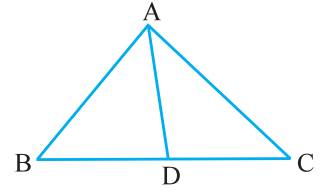
7. ΔABC ની બાજુ AC પર $AB = AC$ થાય તેવું બિંદુ D છે. સાબિત કરો કે $CD < BD$.

8. આકૃતિ 7.7 માં, $l \parallel m$ અને રેખાખંડ AB નું મધ્યબિંદુ M છે. સાબિત કરો કે બિંદુ M એ જેના અંત્યબિંદુઓ અનુક્રમે રેખા l અને m પર આવેલ હોય એવા કોઈ પણ રેખાખંડ CD નું મધ્યબિંદુ હોય.



આકૃતિ 7.7

9. $AB = AC$ હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા B અને C ના દ્વિભાજકો પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. BO ને બિંદુ M સુધી લંબાવેલ છે. સાબિત કરો કે $\angle MOC = \angle ABC$.
10. $AB = AC$ હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC ના ખૂણા B અને C ના દ્વિભાજકો પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $\angle ABC$ ને આસન્ન હોય તેવો બહિષ્કોણ $\angle BOC$ ને સમાન હશે.
11. આકૃતિ 7.8 માં, AD એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક છે. સાબિત કરો કે $AB > BD$.



આકૃતિ 7.8

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 7.9 માં, $\angle B$ કાટખૂણો હોય તેવો કાટકોણ ત્રિકોણ ABC છે વળી, $\angle BCA = 2\angle BAC$. સાબિત કરો કે કર્ણ $AC = 2BC$.

ઉકેલ : CB ને બિંદુ D સુધી લંબાવો જેથી $BC = BD$ થાય. AD જોડો.

ΔABC અને ΔABD માં,

$$BC = BD$$

$$AB = AB$$

$$\angle ABC = \angle ABD$$

માટે, $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

તેથી, $\angle CAB = \angle DAB$

અને $AC = AD$

આમ, $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = x + x = 2x$

અને $\angle ACD = \angle ADB = 2x$

અર્થાત્, ΔACD સમબાજુ છે.

અથવા $AC = CD$

એટલે કે, $AC = 2BC$

(રચના દ્વારા)

(સામાન્ય બાજુ)

(પ્રત્યેક 90° છે.)

(બાખૂબા)

(CPCT, એકરૂપ ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુઓ) (1)

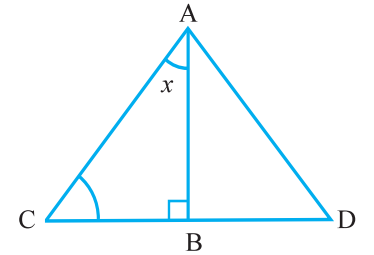
(2) (2)

[(1) પરથી] (3)

(2) પરથી, $AC = AD$ (4)

((3) અને (4) પરથી)

(BC = BD હોવાથી) (1)



આકૃતિ 7.9

ઉદાહરણ 2 : સાબિત કરો કે જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુને સમાન હોય તો આ બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

ઉકેલ : ધોરણ IX ના ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાં પ્રમેય 7.1 ની સાબિતી જુઓ.

ઉદાહરણ 3 : ત્રિકોણના કોઈ એક ખૂણાનો દ્વિભાજક જો આ ખૂણાની સામેની બાજુને પણ દ્વિભાગે તો સાબિત કરો કે આપેલ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉકેલ : આપણને ΔABC ની બાજુ BC પર બિંદુ D આપેલ છે. જેથી $\angle BAD = \angle CAD$ અને $BD = CD$ થાય. (જુઓ આકૃતિ 7.10)

આપણે $AB = AC$ સાબિત કરવાનું છે.

AD ને બિંદુ E સુધી લંબાવો જેથી $AD = DE$ થાય. CE જોડો.

હવે ΔABD અને ΔECD માં, આપણને

$$BD = CD \quad (\text{આપેલ છે.})$$

$$AD = ED \quad (\text{રચના દ્વારા})$$

$$\text{અને } \angle ADB = \angle EDC \quad (\text{અભિકોણ})$$

$$\text{માટે, } \Delta ABD \cong \Delta ECD \quad (\text{બાખૂબા})$$

$$\text{તેથી, } AB = EC \quad (\text{CPCT, એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો}) \quad (1)$$

$$\text{અને } \angle BAD = \angle CED \quad (2)$$

$$\text{વળી, } \angle BAD = \angle CAD \quad (\text{આપેલ છે.})$$

$$\text{માટે, } \angle CAD = \angle CED \quad [(2) \text{ પરથી}]$$

$$\text{તેથી, } AC = EC \quad (\text{સમાન ખૂણાની સામેની બાજુઓ}) \quad (3)$$

$$\text{માટે, } AB = AC \quad [(1) \text{ અને } (3) \text{ પરથી}]$$

ઉદાહરણ 4 : બિંદુ S એ ΔPQR ની અંદરના ભાગમાં છે. સાબિત કરો કે

$$SQ + SR < PQ + PR$$

ઉકેલ : QS ને લંબાવો જેથી તે PR ને બિંદુ T માં છેદે (જુઓ આકૃતિ 7.11)

ΔPQT પરથી, આપણને $PQ + PT > QT$ મળશે. (કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે હોય છે.)

$$\text{એટલે કે, } PQ + PT > SQ + ST \quad (1)$$

$$\Delta TSR \text{ પરથી, આપણને } ST + TR > SR \text{ મળશે.} \quad (2)$$

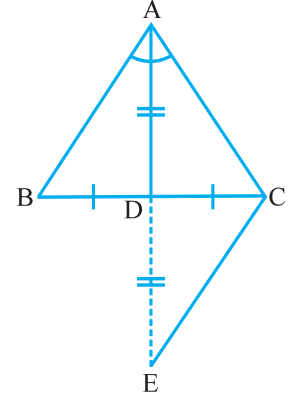
પરિણામ (1) અને (2)નો સરવાળો કરતાં,

$$PQ + PT + ST + TR > SQ + ST + SR \text{ મળશે.}$$

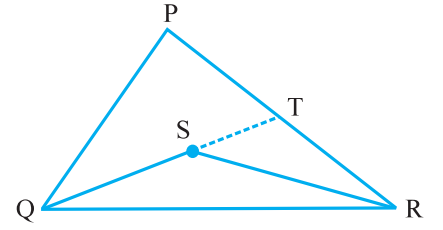
$$\text{એટલે કે, } PQ + PT + TR > SQ + SR$$

$$\text{એટલે કે, } PQ + PR > SQ + SR$$

$$\text{અથવા, } SQ + SR < PQ + PR$$



આકૃતિ 7.10



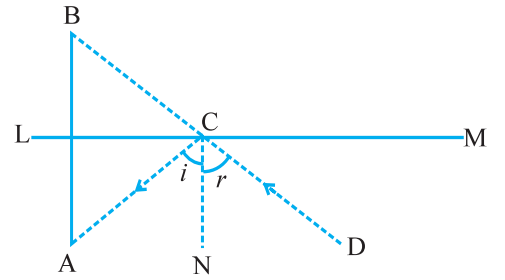
આકૃતિ 7.11

સ્વાધ્યાય 7.4

- સમબાજુ ત્રિકોણના બધા જ ખૂણાઓનાં માપ શોધો.
- આકૃતિ 7.12 માં બતાવ્યા પ્રમાણે બિંદુ D પર રહેલા નિરીક્ષકને સમતલ અરીસા LM ની સામે કોઈ એક બિંદુ A પર રાખેલ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ બિંદુ B પર જોવા મળે છે. સાબિત કરો કે આ પ્રતિબિંબ અરીસાની પાછળ એટલા જ અંતરે મળશે જેટલા અંતરે અરીસાની સામે વસ્તુ રાખેલ હશે.

(સૂચન : CN એ અરીસાને દોરેલ લંબ છે. તેમજ, આપાતકોણ = પરાવર્તન કોણ)

- $AB = AC$ હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC છે અને $AD \perp BC$ થાય તેવું બિંદુ D બાજુ AC પર આપેલ છે. (જુઓ આકૃતિ 7.13). $\angle BAD = \angle CAD$ સાબિત કરવા માટે વિદ્યાર્થી નીચે પ્રમાણે શરૂઆત કરે છે :



આકૃતિ 7.12

ΔABD અને ΔACD માં,

$$AB = AC$$

(આપેલ છે.)

$$\angle B = \angle C$$

($AB = AC$ હોવાથી)

અને $\angle ADB = \angle ADC$

માટે, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

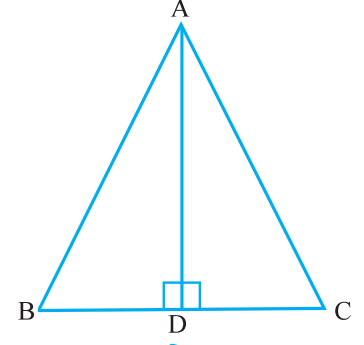
(ખૂબૂબા)

તેથી, $\angle BAD = \angle CAD$

(એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો)

ઉપર આપેલ તર્કમાં શું ભૂલ છે ?

(સૂચન : યાદ કરો કે જ્યારે $AB = AC$ આપેલ હોય ત્યારે $\angle B = \angle C$ કેવી રીતે સાબિત કરી શકાય.)



આકૃતિ 7.13

4. P એ $\angle ABC$ ના દ્વિભાજક પર આવેલ બિંદુ છે. P માંથી પસાર થતી અને બાજુ BA ને સમાંતર રેખા બાજુ BC ને Q માં છેદે, તો સાબિત કરો કે ત્રિકોણ BPQ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.
5. ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB = BC$ અને $AD = CD$ છે. સાબિત કરો કે BD બંને ખૂણા $\angle ABC$ અને $\angle ADC$ નો દ્વિભાજક છે.
6. કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $AB = AC$ છે. $\angle A$ નો દ્વિભાજક BC ને D માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $BC = 2AD$.
7. OAB એક સમબાજુ ત્રિકોણ બને તે રીતે ચોરસ ABCD ના અંદરના ભાગમાં બિંદુ O આવેલ છે. સાબિત કરો કે ΔOCD સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.
8. ABC અને DBC એ સમાન પાયા BC પર આવેલા બે ત્રિકોણ છે. A અને D પાયા BC ની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. $AB = AC$ અને $DB = DC$ છે. સાબિત કરો કે AD એ રેખાખંડ BC નો લંબદ્વિભાજક છે.
9. જેમાં $AC = BC$ હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC છે. AD અને BE અનુક્રમે બાજુ BC અને AC પરના વેધ છે. સાબિત કરો કે $AE = BD$.
10. સાબિત કરો કે ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો તેની ત્રીજી બાજુને સંગત મધ્યગાના બમણાથી વધારે હોય છે.
11. સાબિત કરો કે ચતુષ્કોણ ABCD માં, $AB + BC + CD + DA < 2(BD + AC)$.
12. સાબિત કરો કે ચતુષ્કોણ ABCD માં, $AB + BC + CD + DA > AC + BD$.
13. કોઈ એક ત્રિકોણ ABC માં, D એ બાજુ AC નું મધ્યબિંદુ છે જેથી $BD = \frac{1}{2}AC$ થાય. સાબિત કરો કે $\angle ABC$ કાટકોણ છે.
14. સાબિત કરો કે કાટકોણ ત્રિકોણમાં, કર્ણના મધ્યબિંદુને અને તેની સામેના શિરોબિંદુને જોડતા રેખાખંડનું માપ કર્ણના માપ કરતાં અડધું હોય છે.
15. પરસ્પર O બિંદુએ છેદતી બે રેખાઓ l અને m થી સમાન અંતરે આવેલું બિંદુ P, બિંદુ O માંથી પસાર થતી કોઈ એક રેખા n પર આવેલ છે. સાબિત કરો કે રેખા n, રેખા l અને m થી બનતા ખૂણાને દુભાગે છે.
16. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD ની સમાંતર બાજુઓ AB અને DC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે M અને N ને જોડતો રેખાખંડ બંને સમાંતર બાજુઓ AB અને DC ને લંબ છે. સાબિત કરો કે $AD = BC$.
17. ચતુષ્કોણ ABCD માં વિકર્ણ AC, $\angle A$ અને $\angle C$ ને દુભાગે છે તો સાબિત કરો કે $AB = AD$ અને $CB = CD$.
18. કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $AB = AC$ છે તથા $\angle C$ નો દ્વિભાજક બાજુ AB ને D માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $AC + AD = BC$.
19. AB અને CD એ ચતુષ્કોણ ABCD ની અનુક્રમે સૌથી નાની અને સૌથી મોટી બાજુઓ છે. $\angle B$ અને $\angle D$ માં કયો ખૂણો મોટો હશે તે નક્કી કરો.
20. સાબિત કરો કે સમબાજુ ન હોય તેવા કોઈ પણ ત્રિકોણમાં સૌથી મોટી બાજુની સામેના ખૂણાનું માપ કાટખૂણાના $\frac{2}{3}$ ભાગ કરતાં મોટું હોય છે.
21. જેમાં $AB = AD$ અને $CB = CD$ હોય તેવો ચતુષ્કોણ ABCD છે. સાબિત કરો કે AC એ BD નો લંબદ્વિભાજક છે.



ચતુષ્કોણ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- ચતુષ્કોણની બાજુઓ, ખૂણાઓ અને વિકર્ણો, અલગ અલગ પ્રકારના ચતુષ્કોણો :
 - સમલંબ ચતુષ્કોણ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, લંબચોરસ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ અને ચોરસ.
 - ચતુષ્કોણના ચારે ય ખૂણાનો સરવાળો 360° છે.
 - સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેને બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરે છે.
 - સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં,
 - (i) સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે.
 - (ii) સામસામેની બાજુઓ સમાન છે.
 - (iii) વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે.
 - જો ચતુષ્કોણમાં,
 - (i) સામસામેના ખૂણાઓ સમાન હોય
 - (ii) સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય
 - (iii) વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે
 - (iv) સામસામેની બાજુઓની એક જોડની બાજુઓ સમાન અને સમાંતર હોય, તો તે ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
 - લંબચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે અને સમાન છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.
 - સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.
 - ચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે અને સમાન છે અને તેનું પ્રતીપ પણ સત્ય છે.
 - ત્રિકોણની બે બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ એ ત્રીજી બાજુને સમાંતર છે અને તેનાથી અડધો છે.
 - ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને બીજી બાજુને સમાંતર રેખા ત્રીજી બાજુને દુભાગે છે.
 - ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

નોંધ : ચતુષ્કોણનો અર્થ બહિર્મુખ ચતુષ્કોણ સમજીશું.

વિધાન સત્ય અને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો બિંદુ O માં છેદે છે. જો $\angle BOC = 90^\circ$ અને $\angle BDC = 50^\circ$ હોય, તો $\angle OAB = \dots\dots$

- (A) 90° (B) 50° (C) 40° (D) 10°

ઉકેલ : $\angle BOC + \angle COD = 180^\circ$

$\therefore 90^\circ + \angle COD = 180^\circ$

$\therefore \angle COD = 90^\circ$

ΔCOD માં

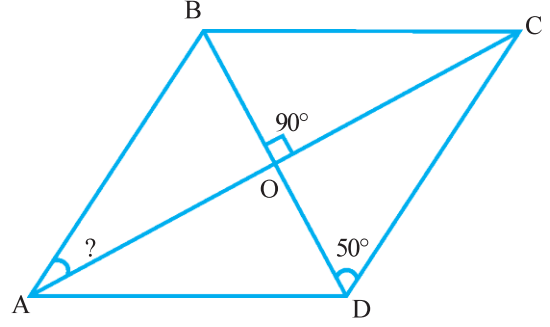
$\angle COD + \angle ODC + \angle OCD = 180^\circ$

$\therefore 90^\circ + 50^\circ + \angle OCD = 180^\circ$

$\therefore \angle OCD = 40^\circ$

$\angle OAB = \angle OCD = 40^\circ$ (અંતઃ યુગ્મકોણ)

જવાબ (C)



બીજી રીત : $\angle OCD = 90^\circ - \angle ODC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ કારણ કે ΔBOC એ ΔOCD નો બહિષ્કોણ છે.

સ્વાધ્યાય 8.1

વિધાન સત્ય અને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 14 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- કોઈ એક ચતુષ્કોણના ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે 75° , 90° અને 75° હોય, તો ચોથા ખૂણાનું માપ છે.
(A) 90° (B) 95° (C) 105° (D) 120°
- લંબચોરસનો વિકર્ણ લંબચોરસની કોઈ એક બાજુ સાથે 25° માપનો ખૂણો બનાવે છે. તો બે વિકર્ણોથી બનતા લઘુકોણનું માપ છે.
(A) 55° (B) 50° (C) 40° (D) 25°
- સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં $\angle ACB = 40^\circ$ છે. તો $\angle ADB = \dots\dots\dots$
(A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 60°
- જો
(A) PQRS લંબચોરસ હોય, તો (B) PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો
(C) PQRS ના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો (D) PQRS ના વિકર્ણો સમાન હોય, તો
ચતુષ્કોણ PQRS ની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ હોય.
- જો
(A) PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો (B) PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો
(C) PQRS ના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો (D) PQRS ના વિકર્ણો સમાન હોય, તો
ચતુષ્કોણ PQRS, ની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય.
- ચતુષ્કોણ ABCD ના ખૂણાઓ A, B, C અને D નો ગુણોત્તર 3 : 7 : 6 : 4 હોય, તો ABCD એ છે.
(A) સમબાજુ ચતુષ્કોણ (B) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
(C) સમલંબ ચતુષ્કોણ (D) પતંગ

7. ચતુષ્કોણ ABCD માં $\angle A$ અને $\angle B$ ના દ્વિભાજકો બિંદુ P માં, $\angle B$ અને $\angle C$ ના દ્વિભાજકો બિંદુ Q માં, $\angle C$ અને $\angle D$ ના બિંદુ R માં અને $\angle D$ અને $\angle A$ ના દ્વિભાજકો બિંદુ S માં છે, તો ચતુષ્કોણ PQRS એ છે.
- (A) લંબચોરસ
(B) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
(C) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
(D) સામસામેના ખૂણાઓ પૂરક કોણ હોય તેવો ચતુષ્કોણ
8. જો APB અને CQD બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓ હોય, તો ખૂણાઓ APQ, BPQ, CQP અને PQD ના દ્વિભાજકો બનાવે છે.
- (A) ચોરસ
(B) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
(C) લંબચોરસ
(D) કોઈ બીજો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
9. સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતી આકૃતિ છે.
- (A) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
(B) લંબચોરસ
(C) ચોરસ
(D) કોઈ પણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
10. ΔABC માં, બાજુઓ AB અને AC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D અને E છે તથા બાજુ BC પર કોઈ બિંદુ O આવેલ છે. O ને A સાથે જોડેલ છે. જો OB અને OC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P અને Q હોય, તો DEQP છે.
- (A) ચોરસ
(B) લંબચોરસ
(C) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
(D) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
11. જો
- (A) ચતુષ્કોણ ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો
(B) ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો સમાન હોય, તો
(C) ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ હોય, તો
(D) ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો
- ચતુષ્કોણ ABCD નાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતી આકૃતિ ચોરસ હોય.
12. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો AC અને BD પરસ્પર બિંદુ O માં છે. જો $\angle DAC = 32^\circ$ અને $\angle AOB = 70^\circ$, તો $\angle DBC = \dots\dots\dots$
- (A) 24° (B) 86° (C) 38° (D) 32°
13. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ માટે નીચે આપેલ વિધાનોમાંથી વિધાન સત્ય નથી.
- (A) સામસામેની બાજુઓ સમાન છે. (B) સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે.
(C) વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને દુભાગે છે. (D) વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે
14. ΔABC માં બાજુઓ AB અને AC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D અને E છે. DE ને F સુધી લંબાવેલ છે. CF એ DA ને સમાન અને સમાંતર છે તેવું સાબિત કરવા માટે નીચે આપેલ પૈકી વધારાની માહિતીની જરૂર પડશે.
- (A) $\angle DAE = \angle EFC$ (B) $AE = EF$ (C) $DE = EF$ (D) $\angle ADE = \angle ECF$.

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. જો તેના વિકર્ણો સમાન હોય, તો $\angle ABC$ નું માપ શોધો.

ઉકેલ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો સમાન છે, તેથી તે લંબચોરસ છે.

માટે, $\angle ABC = 90^\circ$

ઉદાહરણ 2 : “સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ છે.” આ વિધાન સત્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ઉકેલ : આપેલ વિધાન અસત્ય છે, કારણ કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય છે, પરંતુ સમાન હોય તે જરૂરી નથી.

ઉદાહરણ 3 : ચતુષ્કોણ ABCD ના ત્રણ ખૂણાઓ સમાન છે. તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ? કેમ અથવા કેમ નહીં ?

ઉકેલ : તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય તે જરૂરી નથી, કારણ કે આપણે $\angle A = \angle B = \angle C = 80^\circ$ અને $\angle D = 120^\circ$. લઈએ તો $\angle B \neq \angle D$ થશે.

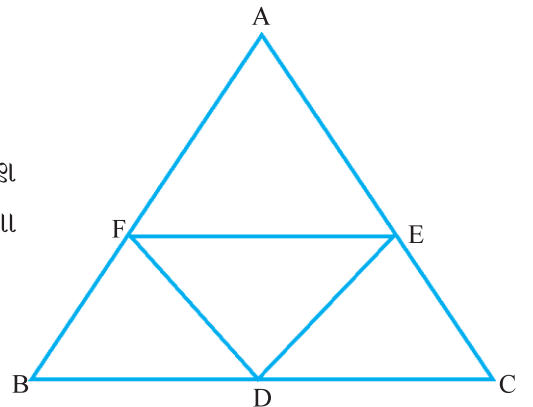
ઉદાહરણ 4 : ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો AC અને BD એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે જેથી $OA : OC = 3 : 2$ છે. ચતુષ્કોણ ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહીં ?

ઉકેલ : ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ નથી, કારણ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે. અહીં $OA \neq OC$.

સ્વાધ્યાય 8.2

1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો AC અને BD એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે. જો $OA = 3$ સેમી અને $OD = 2$ સેમી હોય તો AC અને BD ની લંબાઈ શોધો.
2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય છે. આ વિધાન સત્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
3. 110° , 80° , 70° અને 95° એ કોઈ ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનાં માપ હોઈ શકે ? કેમ ? અથવા કેમ નહીં ?
4. ચતુષ્કોણ ABCD માં, $\angle A + \angle D = 180^\circ$ છે. આ કયા વિશિષ્ટ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં શક્ય છે ?
5. ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ સમાન છે. આ કયા વિશિષ્ટ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં શક્ય છે ?
6. લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ છે. આ વિધાન સત્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
7. કોઈ એક ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ ગુરુકોણ હોઈ શકે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
8. $\triangle ABC$ માં, $AB = 5$ સેમી, $BC = 8$ સેમી અને $CA = 7$ સેમી છે. જો D અને E અનુક્રમે AB અને BCનાં મધ્યબિંદુઓ હોય, તો DE ની લંબાઈ શોધો.

9. આકૃતિ 8.1 માં, BDEF અને FDCE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ આપેલ છે. શું તમે કહી શકશો કે $BD = CD$? હા, તો શા માટે ? અથવા ના, તો શા માટે નહીં ?



આકૃતિ 8.1

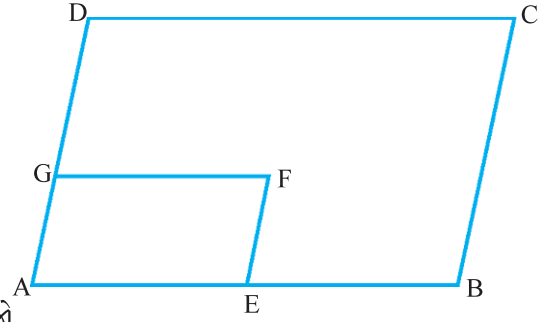
10. આકૃતિ 8.2 માં, બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD અને AEFG છે. જો $\angle C = 55^\circ$ હોય, તો $\angle F$ શોધો.

11. ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ લઘુકોણ હોઈ શકે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

12. ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ કાટકોણ હોઈ શકે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

13. ચતુષ્કોણ ABCD ના વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે. જો $\angle A = 35^\circ$ હોય, તો $\angle B$ શોધો.

14. ચતુષ્કોણ ABCD ના સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે. જો $AB = 4$ સેમી હોય, તો CD શોધો.



આકૃતિ 8.2

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : એક ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો ગુણોત્તર 3 : 4 : 4 : 7 છે. આ ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે ચતુષ્કોણના ખૂણાઓ $3x$, $4x$, $4x$ અને $7x$ છે.

તેથી, $3x + 4x + 4x + 7x = 360^\circ$

અથવા $18x = 360^\circ$, એટલે કે, $x = 20^\circ$

આમ, માંગેલ ખૂણાઓ 60° , 80° , 80° અને 140° છે.

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 8.3 માં, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની સામસામેની બાજુઓ AD અને BC ના મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે X અને Y છે. તથા BX અને DY એ AC ને અનુક્રમે બિંદુ P અને Q માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $AP = PQ = QC$.

ઉકેલ : $AD = BC$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ)

માટે, $DX = BY$ $\left[\frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC \right]$

તથા $DX \parallel BY$ (**AD \parallel BC હોવાથી**)

તેથી, XBYD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાન અને સમાંતર)

એટલે કે, $PX \parallel QD$

માટે, $AP = PQ$

($\triangle AQD$ પરથી, જ્યાં X એ AD નું મધ્યબિંદુ છે.)

તે જ પ્રમાણે, $\triangle CPB$ પરથી $CQ = PQ$

(1)

આમ, $AP = PQ = CQ$ [**પરિણામ (1) અને (2) પરથી**]

(2)

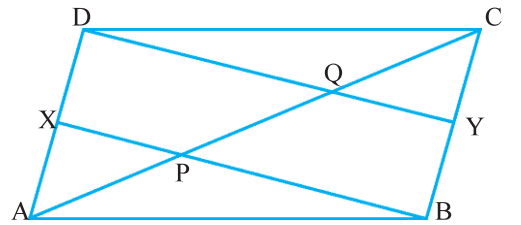
ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 8.4 માં, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં, AX અને CY એ અનુક્રમે ABCD માં, સામસામેના ખૂણાઓ $\angle A$ અને $\angle C$ ના દ્વિભાજકો છે.

સાબિત કરો કે $AX \parallel CY$.

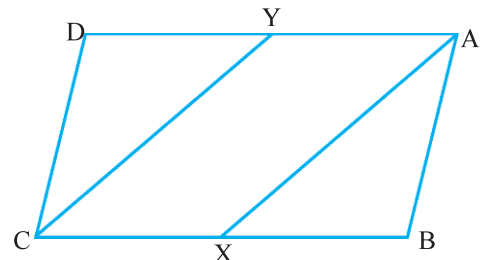
ઉકેલ : $\angle A = \angle C$

(સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણા)

માટે, $\frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle C$



આકૃતિ 8.3



આકૃતિ 8.4

એટલે કે, $\angle YAX = \angle YCX$ (1)

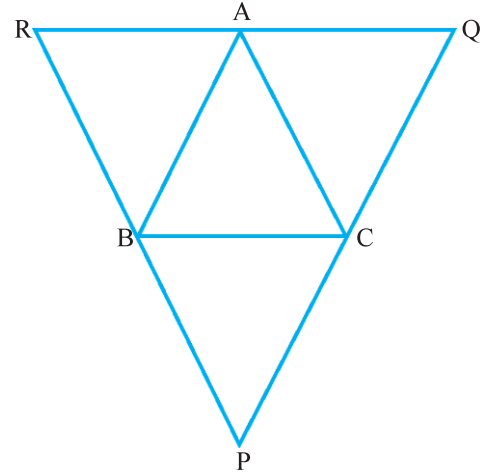
$\angle AYC + \angle YCX = 180^\circ$ (કારણ કે $YA \parallel CX$) (2)

માટે, $\angle AYC + \angle YAX = 180^\circ$ [પરિણામ (1) અને (2) પરથી]

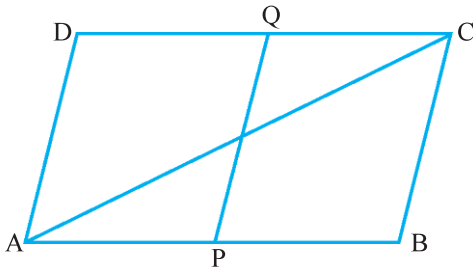
તેથી, $AX \parallel CY$ (છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણો પૂરકકોણ હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય)

સ્વાધ્યાય 8.3

1. ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણાનું માપ 108° છે અને બાકીના ત્રણેય ખૂણાઓ સમાન છે. પ્રત્યેક સમાન ખૂણાનાં માપ શોધો.
2. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB \parallel DC$ તથા $\angle A = \angle B = 45^\circ$ છે. સમલંબ ચતુષ્કોણના ખૂણા C અને D નાં માપ શોધો.
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં ગુરુકોણ હોય તેવા એક ખૂણાના શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા બે વેધ વચ્ચેનો ખૂણો 60° છે. આ ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ શોધો.
4. સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં, D પરથી બાજુ AB ને દોરેલ વેધ AB ને દુભાગે છે. આ સમબાજુ ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ શોધો.
5. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં વિકર્ણ AC પર બે બિંદુઓ E અને F એવાં લીધાં છે કે જેથી $AE = CF$ થાય. સાબિત કરો કે BFDE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
6. $AB \parallel DC$ હોય તેવા સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં, E એ બાજુ AD નું મધ્યબિંદુ છે. E માંથી પસાર થતી અને AB ને સમાંતર દોરેલી રેખા BC ને F માં છેદે છે. સાબિત કરો કે F એ BC નું મધ્યબિંદુ છે. [સૂચન : AC ને જોડો.]
7. આકૃતિ 8.5 માં બતાવ્યા પ્રમાણે ΔABC નાં શિરોબિંદુઓ A, B અને C માંથી અનુક્રમે બાજુઓ BC, CA અને AB ને સમાંતર હોય તેવી રેખાઓ RQ, PR અને QP દોરેલ છે. સાબિત કરો કે $BC = \frac{1}{2}QR$.
8. સમબાજુ ત્રિકોણ ABC માં બાજુઓ BC, CA અને AB નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D, E અને F છે. સાબિત કરો કે ΔDEF પણ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.



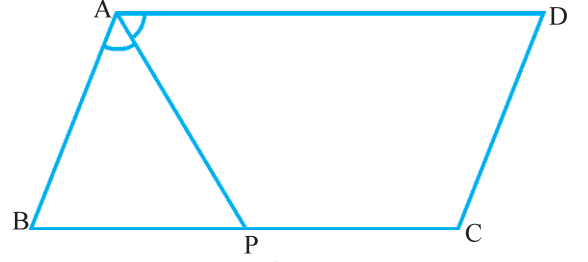
આકૃતિ 8.5



આકૃતિ 8.6

9. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં P અને Q એ અનુક્રમે સામસામેની બાજુઓ AB અને CD, પરનાં એવાં બિંદુઓ છે કે જેથી $AP = CQ$ થાય. (જુઓ આકૃતિ 8.6). સાબિત કરો કે AC અને PQ પરસ્પર દુભાગે છે.

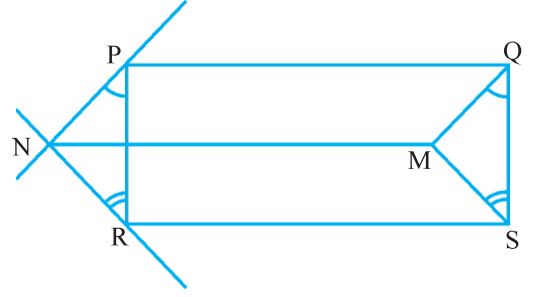
10. આકૃતિ 8.7 માં, P એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની બાજુ BC નું મધ્યબિંદુ છે તથા $\angle BAP = \angle DAP$ છે. સાબિત કરો કે $AD = 2CD$.



આકૃતિ 8.7

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : PQ અને RS, બે સમાન અને સમાંતર રેખાખંડો છે. PQ અને RS પર ના હોય તેવા કોઈ બિંદુ M ને બિંદુઓ Q અને S સાથે જોડેલ છે. તથા P માંથી QM ને સમાંતર હોય અને R માંથી SM ને સમાંતર હોય તેવી રેખાઓ એકબીજાને બિંદુ N માં છેદે છે. સાબિત કરો કે રેખાખંડો MN અને PQ સમાન અને પરસ્પર સમાંતર છે.



આકૃતિ 8.8

ઉકેલ : આપણે આપેલ શરતો પ્રમાણે આકૃતિ દોરીશું. (આકૃતિ 8.8).

PQ = RS અને PQ || RS આપેલ છે માટે PQSR સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

તેથી, $PR = QS$ તથા $PR \parallel QS$ (1)

હવે, $PR \parallel QS$

માટે, $\angle RPQ + \angle PQS = 180^\circ$ (છેદિકાની એક જ બાજુ પરના અંતઃકોણ)

એટલે કે, $\angle RPQ + \angle PQM + \angle MQS = 180^\circ$ (2)

અને $PN \parallel QM$ (રચના દ્વારા)

માટે, $\angle NPQ + \angle PQM = 180^\circ$

એટલે કે, $\angle NPR + \angle RPQ + \angle PQM = 180^\circ$ (3)

તેથી, $\angle NPR = \angle MQS$ [પરિણામ (2) અને (3) પરથી] (4)

તે જ પ્રમાણે, $\angle NRP = \angle MSQ$ (5)

માટે, $\triangle PNR \cong \triangle QMS$ [ખૂબાખૂ, (1), (4) અને (5)નો ઉપયોગ કરતાં]

તેથી, $PN = QM$ અને $NR = MS$ (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગ)

હવે, $PN = QM$ અને $PN \parallel QM$ છે.

તેથી PQMN સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ મળશે.

તેથી, $MN = PQ$ અને $NM \parallel PQ$.

ઉદાહરણ 2 : સાબિત કરો કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો કોઈ પણ વિકર્ણ તેનું બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં વિભાજન કરે છે.

ઉકેલ : પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ પ્રમેય 8.1 ની સાબિતી જુઓ.

ઉદાહરણ 3 : સાબિત કરો કે સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ હોય છે.

ઉકેલ : ધારો કે ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે તથા P, Q, R અને S અનુક્રમે બાજુઓ AB, BC, CD અને DA નાં મધ્યબિંદુઓ છે. (આકૃતિ 8.9). AC અને BD ને જોડો.

ત્રિકોણ ABD પરથી, આપણને

$$SP = \frac{1}{2} BD \text{ અને}$$

$$SP \parallel BD \text{ મળશે.}$$

તે જ પ્રમાણે, $RQ = \frac{1}{2} BD$ અને $RQ \parallel BD$

માટે, $SP = RQ$ અને $SP \parallel RQ$

તેથી, PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ થશે. (1)

વળી, $AC \perp BD$ છે.

અને $PQ \parallel AC$

અહીં, $SP \parallel BD$, $PQ \parallel AC$ અને $AC \perp BD$ હોવાથી,

આપણને $SP \perp PQ$, મળશે, એટલે કે $\angle SPQ = 90^\circ$. (2)

માટે, PQRS લંબચોરસ છે. (અન્યથા $PR = QS$ હોવાથી PQRS લંબચોરસ છે.)

[પરિણામ (1) અને

(2) પરથી]

ઉદાહરણ 4 : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેના કોઈ એક ખૂણાને દુભાગે છે. સાબિત કરો કે તે આપેલ ખૂણાની સામેના ખૂણાને પણ દુભાગશે.

ઉકેલ : ચાલો આપેલી શરત પ્રમાણે આકૃતિ દોરીએ (આકૃતિ 8.10). તેમાં, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં વિકર્ણ AC, $\angle BAD$ ને દુભાગે છે. એટલે કે $\angle BAC = \angle DAC$ આપેલ છે. આપણે $\angle BCA = \angle DCA$ સાબિત કરવાનું છે.

$AB \parallel CD$ અને AC તેની છેદિકા છે.

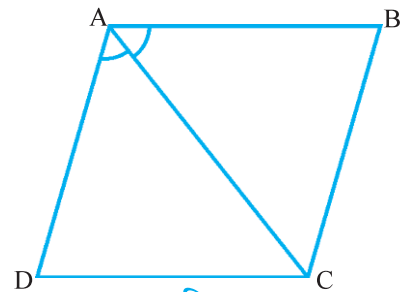
માટે, $\angle BAC = \angle DCA$ (અંતઃયુગ્મકોણ) (1)

તે જ પ્રમાણે, $\angle DAC = \angle BCA$ (AD \parallel BC પરથી) (2)

પરંતુ, $\angle BAC = \angle DAC$ આપેલ છે. (3)

માટે, પરિણામ (1), (2) અને (3), પરથી

$$\angle BCA = \angle DCA$$



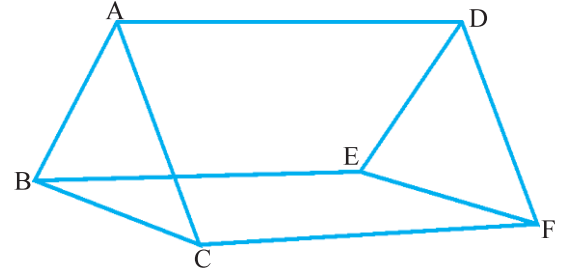
આકૃતિ 8.10

સ્વાધ્યાય 8.4

1. એક સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણને અંતર્ગત એક ચોરસ એવી રીતે આવેલો છે કે જેથી ચોરસ અને ત્રિકોણમાં એક ખૂણો સામાન્ય હોય. સાબિત કરો કે સામાન્ય ખૂણાના શિરોબિંદુની સામે આવેલ ચોરસનું શિરોબિંદુ ત્રિકોણના કર્ણને દુભાગે છે.

2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં AB = 10 સેમી અને AD = 6 સેમી છે. $\angle A$ નો દ્વિભાજક DC ને E માં મળે છે. AE અને BC ને લંબાવતા તે બિંદુ F માં મળે છે. CF ની લંબાઈ શોધો.
3. AC = BD હોય તેવા ચતુષ્કોણ ABCD માં બાજુઓ AB, BC, CD અને DA નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P, Q, R અને S છે. સાબિત કરો કે PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
4. AC \perp BD હોય તેવા ચતુષ્કોણ ABCD માં, બાજુઓ AB, BC, CD અને DA નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P, Q, R અને S છે. સાબિત કરો કે PQRS લંબચોરસ છે.
5. AC = BD અને AC \perp BD હોય તેવા ચતુષ્કોણ ABCD માં, બાજુઓ AB, BC, CD અને DA નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P, Q, R અને S છે. સાબિત કરો કે PQRS ચોરસ છે.
6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેના એક ખૂણાને દુભાગે તો સાબિત કરો કે તે સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
7. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં P અને Q એ અનુક્રમે સામસામેની બાજુઓ AB અને CD નાં મધ્યબિંદુઓ છે. જો AQ એ DP ને S માં છેદે અને BQ એ CP ને R માં છેદે તો સાબિત કરો કે PRQS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
8. ચતુષ્કોણ ABCD માં AB \parallel DC અને AD = BC છે. સાબિત કરો કે $\angle A = \angle B$ અને $\angle C = \angle D$ છે.

9. આકૃતિ 8.11 માં, AB \parallel DE, AB = DE, AC \parallel DF અને AC = DF છે. સાબિત કરો કે BC \parallel EF અને BC = EF.



આકૃતિ 8.11

10. $\triangle ABC$ માં, મધ્યગા AD નું મધ્યબિંદુ E છે તથા BE ને લંબાવતા તે AC ને F માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $AF = \frac{1}{3} AC$.

11. સાબિત કરો કે ચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ પણ ચોરસ છે.
12. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં, સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ AD અને BC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે E અને F છે.

સાબિત કરો કે EF \parallel AB અને $EF = \frac{1}{2} (AB + CD)$.

[સૂચન : BE ને જોડો અને તેને લંબાવો કે જેથી તે લંબાવેલ બાજુ CD ને G માં છેદે.]

13. સાબિત કરો કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ખૂણાઓના દ્વિભાજકોથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.
14. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં P અને Q એ અનુક્રમે સામસામેની બાજુઓ AD અને BC પર આવેલા એવાં બિંદુઓ છે કે જેથી PQ વિકર્ણ AC અને BD ના છેદબિંદુ O માંથી પસાર થાય. સાબિત કરો કે બિંદુ O એ PQ ને દુભાગે છે.
15. લંબચોરસ ABCD માં વિકર્ણ BD એ $\angle B$ ને દુભાગે છે. સાબિત કરો કે ABCD ચોરસ છે.
16. $\triangle ABC$ માં, બાજુઓ AB, BC અને CA નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D, E અને F છે. મધ્યબિંદુઓ D, E અને F, ને જોડતાં $\triangle ABC$ ચાર એકરૂપ ત્રિકોણોમાં વિભાજિત થાય છે તેમ સાબિત કરો.
17. સાબિત કરો કે સમલંબ ચતુષ્કોણમાં, વિકર્ણોનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતી રેખા સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓને સમાંતર હોય છે.
18. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં બાજુ CD નું મધ્યબિંદુ P છે. C માંથી પસાર થતી અને PA ને સમાંતર હોય તેવી રેખા, AB ને Q માં અને લંબાવેલ રેખા DA ને R માં છેદે છે. સાબિત કરો કે DA = AR અને CQ = QR.

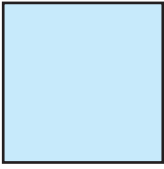


સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ અને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

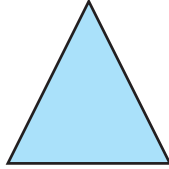
વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

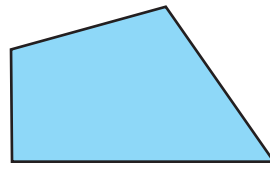
બંધ સમતલીય આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ એ આકૃતિની અંદરના પ્રદેશનું માપ છે.



(i)



(ii)



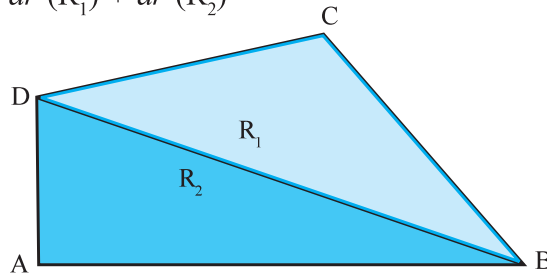
(iii)

આકૃતિ 9.1

બંધ આકૃતિ દ્વારા ઘેરાયેલો સમતલીય ભાગ (આકૃતિ 9.1) જેનું ક્ષેત્રફળ સાદા ભૌમિતિક પરિણામો દ્વારા નક્કી કરી શકાય એવો પ્રદેશ દર્શાવે છે. આવી આકૃતિઓના ક્ષેત્રફળનું માપ શોધવા માટે ચોરસ એકમ એ પ્રમાણભૂત એકમ છે.

- જો $\Delta ABC \cong \Delta PQR$, તો $ar(\Delta ABC) = ar(\Delta PQR)$

સમતલીય આકૃતિ ABCD નું કુલ ક્ષેત્રફળ R એ બે ત્રિકોણીય પ્રદેશ R_1 અને R_2 નાં ક્ષેત્રફળોના સરવાળા જેટલું થાય છે. એટલે કે, $ar(R) = ar(R_1) + ar(R_2)$



આકૃતિ 9.2

- બે એકરૂપ આકૃતિઓનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં હોય છે, પણ તેનું પ્રતીપ હંમેશાં સાચું નથી.

- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું બે સમક્ષેત્ર ત્રિકોણોમાં વિભાજન કરે છે.
- (i) એક જ પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની એક જોડ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણોનાં ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.
- (ii) એક જ પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની એક જોડ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.
- સમાન પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણોનાં ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.
- એક જ પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની એક જોડ વચ્ચે આવેલા ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.
- એક જ પાયા પર આવેલા અને સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ત્રિકોણોના અનુરૂપ વેધ સમાન હોય છે.
- ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ, એક જ પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ/લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ કરતાં અડધું હોય છે.
- જો ત્રિકોણ અને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એક જ પાયા પર આવેલા હોય અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા હોય, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ કરતાં અડધું થાય છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

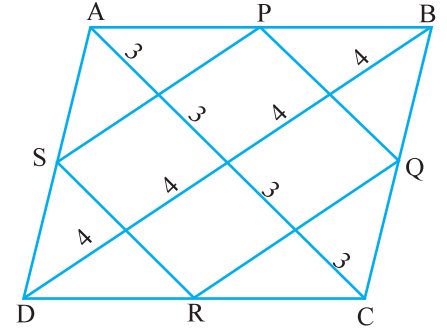
ઉદાહરણ 1 : જેના વિકર્ણોનાં માપ 12 સેમી અને 16 સેમી છે, તેવા સમબાજુ ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતાં રચાતી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ

- (A) 48 સેમી² (B) 64 સેમી²
 (C) 96 સેમી² (D) 192 સેમી²

ઉકેલ : આકૃતિમાં ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે, તેની પાસપાસેની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતાં રચાતી આકૃતિ લંબચોરસ PQRS થશે.

લંબચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ = 48 સેમી²

જવાબ : (A)

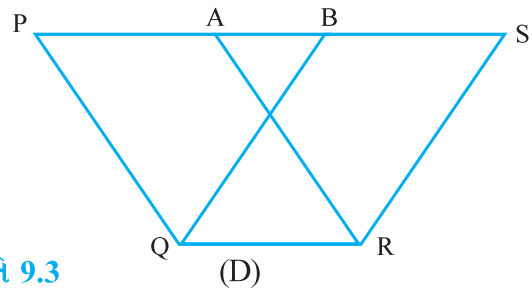
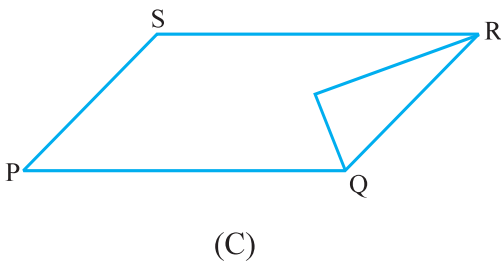
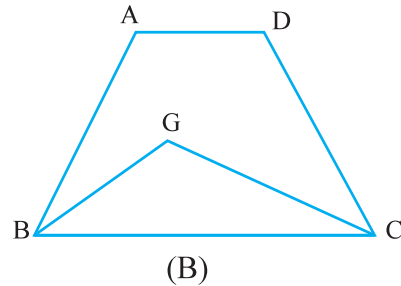
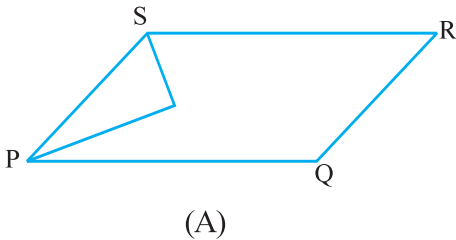


સ્વાધ્યાય 9.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 10 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. ત્રિકોણની મધ્યગા તેને બે માં વિભાજન કરે છે.

(A) સમાન ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણો (B) એકરૂપ ત્રિકોણો
 (C) કાટકોણ ત્રિકોણો (D) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો
2. નીચેની આકૃતિઓમાં (આકૃતિ 9.3), એક જ સમાન પાયા પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આકૃતિ આવેલી છે.



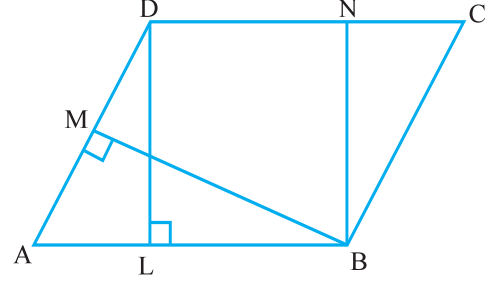
આકૃતિ 9.3

3. 8 સેમી અને 6 સેમી બાજુઓવાળા લંબચોરસની પાસપાસેની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતાં બનતી આકૃતિ

- (A) ક્ષેત્રફળ 24 સેમી² વાળો લંબચોરસ (B) ક્ષેત્રફળ 25 સેમી² વાળો ચોરસ
(C) ક્ષેત્રફળ 24 સેમી² વાળો સમલંબ ચતુષ્કોણ (D) ક્ષેત્રફળ 24 સેમી² વાળો સમબાજુ ચતુષ્કોણ

4. આકૃતિ 9.4 માં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ

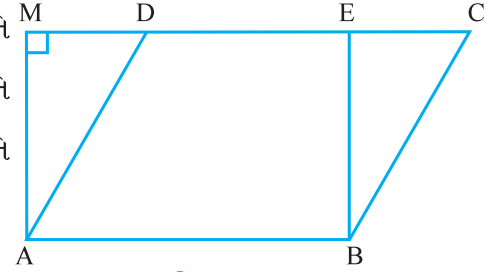
- (A) $AB \times BM$
(B) $BC \times BN$
(C) $DC \times DL$
(D) $AD \times DL$



આકૃતિ 9.4

5. આકૃતિ 9.5માં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD અને લંબચોરસ ABEM નાં ક્ષેત્રફળ સમાન હોય, તો

- (A) સ.બા.ચ. ABCD ની પરિમિતિ = ચતુષ્કોણ ABEM ની પરિમિતિ
(B) સ.બા.ચ. ABCD ની પરિમિતિ < ચતુષ્કોણ ABEM ની પરિમિતિ
(C) સ.બા.ચ. ABCD ની પરિમિતિ > ચતુષ્કોણ ABEM ની પરિમિતિ
(D) સ.બા.ચ. ABCD ની પરિમિતિ =
ચતુષ્કોણ $\frac{1}{2}$ (ABEM ની પરિમિતિ)



આકૃતિ 9.5

6. ત્રિકોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓ અને તેનાં શિરોબિંદુઓ પૈકી કોઈ એક ને ચોથા બિંદુ તરીકે લઈ રચાતા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ

- (A) $\frac{1}{2} ar$ (ABC) (B) $\frac{1}{3} ar$ (ABC) (C) $\frac{1}{4} ar$ (ABC) (D) ar (ABC)

7. એક જ પાયા પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણો આવેલા છે. તેમના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર

- (A) 1 : 2 (B) 1 : 1 (C) 2 : 1 (D) 3 : 1

8. ચતુષ્કોણ ABCD નો વિકર્ણ AC તેને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ભાગમાં વિભાજિત કરે છે. ABCD

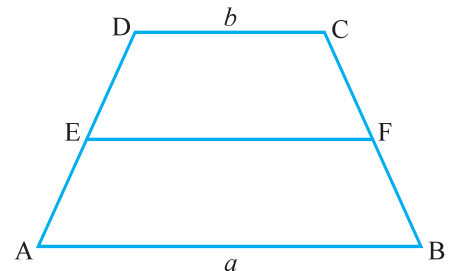
- (A) લંબચોરસ છે. (B) સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
(C) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. (D) (A), (B) કે (C) માંથી કોઈ હોય તે જરૂરી નથી.

9. જો ત્રિકોણ અને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એક જ પાયા પર અને સમાન સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા હોય, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ અને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર

- (A) 1 : 3 (B) 1 : 2 (C) 3 : 1 (D) 1 : 4

10. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD ની સમાંતર બાજુઓ $AB = a$ સેમી અને $DC = b$ સેમી છે. (આકૃતિ 9.6). E અને F સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓ છે. ar (ABFE) અને ar (EFCD) નો ગુણોત્તર

- (A) $a : b$ (B) $(3a + b) : (a + 3b)$
(C) $(a + 3b) : (3a + b)$ (D) $(2a + b) : (3a + b)$



આકૃતિ 9.6

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારો જવાબ ચકાસો.

ઉદાહરણ 1 : જો P એ ΔABC ની મધ્યગા AD નું કોઈ બિંદુ હોય, તો $ar(ABP) \neq ar(ACP)$.

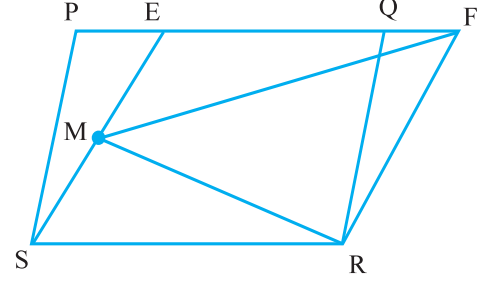
ઉકેલ : અસત્ય, કારણ કે $ar(ABD) = ar(ACD)$ અને $ar(PBD) = ar(PCD)$,

એટલે, $ar(ABP) = ar(ACP)$.

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 9.7 માં PQRS અને EFRS બે સમાંતરબાજુ

ચતુષ્કોણો છે, તો $ar(MFR) = \frac{1}{2} ar(PQRS)$.

ઉકેલ : સત્ય, કારણ કે $ar(PQRS) = ar(EFRS) = 2 ar(MFR)$.



આકૃતિ 9.7

સ્વાધ્યાય 9.2

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારો જવાબ ચકાસો :

1. ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને X એ AB નું મધ્યબિંદુ છે. જો $ar(AXCD) = 24$ સેમી², તો $ar(ABC) = 24$ સેમી².

2. લંબચોરસ PQRS, 13 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના ચતુર્થાંશમાં આવેલો છે. A એ PQ પરનું કોઈ બિંદુ છે. જો PS = 5 સેમી, તો $ar(PAS) = 30$ સેમી².

3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS નું ક્ષેત્રફળ 180 સેમી² છે અને A એ વિકર્ણ QS નું કોઈ બિંદુ છે. ΔASR નું ક્ષેત્રફળ = 90 સેમી².

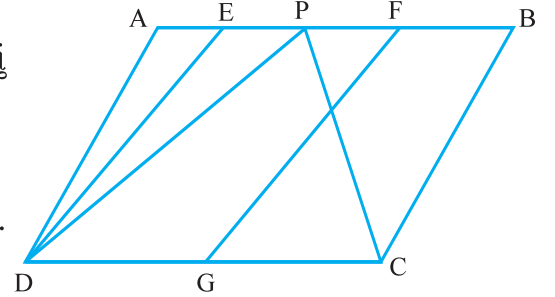
4. બે સમબાજુ ત્રિકોણો ABC અને BDE આપ્યા છે અને D એ BC નું

મધ્યબિંદુ છે. તો $ar(BDE) = \frac{1}{4} ar(ABC)$.

5. આકૃતિ 9.8 માં ABCD અને EFGD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણો છે.

G એ CD નું મધ્યબિંદુ છે. તો

$ar(DPC) = \frac{1}{2} ar(EFGD)$.



આકૃતિ 9.8

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

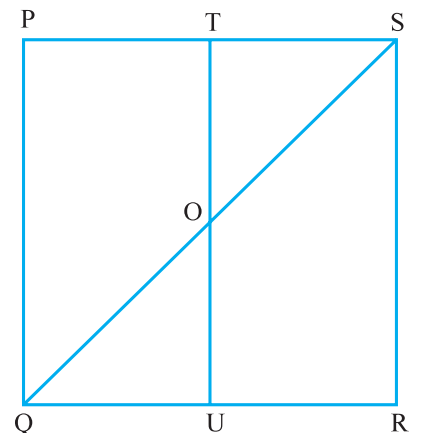
ઉદાહરણ 1 : PQRS એક ચોરસ છે. T અને U અનુક્રમે PS અને QR નાં મધ્યબિંદુઓ છે (આકૃતિ 9.9). જો PQ = 8 સેમી, તો ΔOTS નું ક્ષેત્રફળ શોધો, જ્યાં O એ TU અને QSનું છેદબિંદુ છે.

ઉકેલ : PS = PQ = 8 સેમી અને TU \parallel PQ

$$\therefore ST = \frac{1}{2} PS = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ સેમી}$$

$$\therefore PQ = TU = 8 \text{ સેમી}$$

$$\therefore OT = \frac{1}{2} TU = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ સેમી}$$



આકૃતિ 9.9

$$\text{OTS નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{ST} \times \text{OT}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \text{ સેમી}^2 = 8 \text{ સેમી}^2$$

[જ્યાં OTS કાટકોણ ત્રિકોણ છે]

ઉદાહરણ 2 : ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને BC ને બિંદુ Q સુધી લંબાવો કે જેથી AD = CQ (આકૃતિ 9.10). જો AQ એ DC ને P બિંદુમાં છેદે, તો સાબિત કરો કે $ar(BPC) = ar(DPQ)$

ઉકેલ : $ar(ACP) = ar(BCP)$ (1)

[સમાન પાયા પર આવેલા અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા ત્રિકોણો]

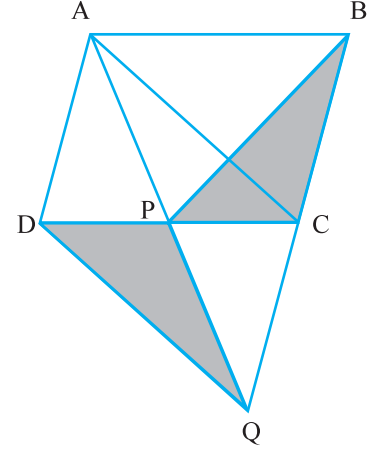
$$ar(ADQ) = ar(ADC) \quad (2)$$

$$\therefore ar(ADC) - ar(ADP) = ar(ADQ) - ar(ADP)$$

$$\therefore ar(APC) = ar(DPQ) \quad (3)$$

(1) અને (3), પરથી,

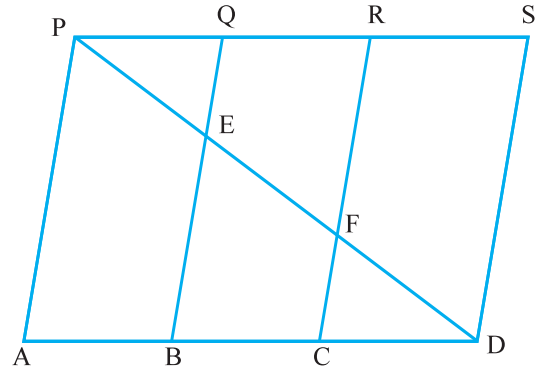
$$ar(BCP) = ar(DPQ)$$



આકૃતિ 9.10

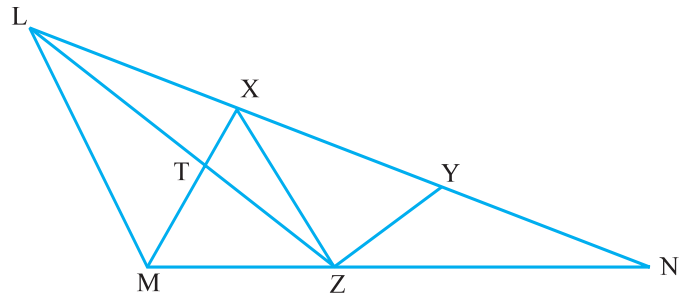
સ્વાધ્યાય 9.3

1. આકૃતિ 9.11માં PSDA સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. PS ઉપર એવાં બિંદુઓ Q અને R છે કે, જેથી $PQ = QR = RS$ અને $PA \parallel QB \parallel RC$. સાબિત કરો કે $ar(PQE) = ar(CFD)$.



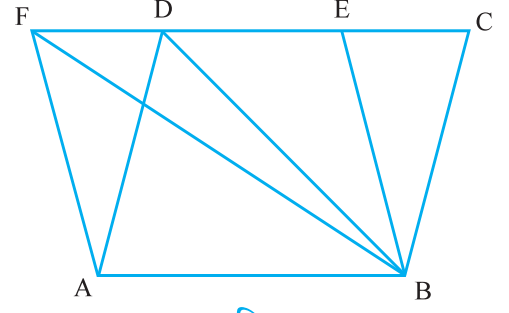
આકૃતિ 9.11

2. બિંદુઓ X અને Y ત્રિકોણ LMN ની બાજુ LN પર એવાં છે, કે જેથી $LX = XY = YN$. X માંથી LM ને સમાંતર દોરેલી રેખા, MN ને Z માં મળે છે (આકૃતિ 9.12). સાબિત કરો કે, $ar(LZY) = ar(MZYX)$



આકૃતિ 9.12

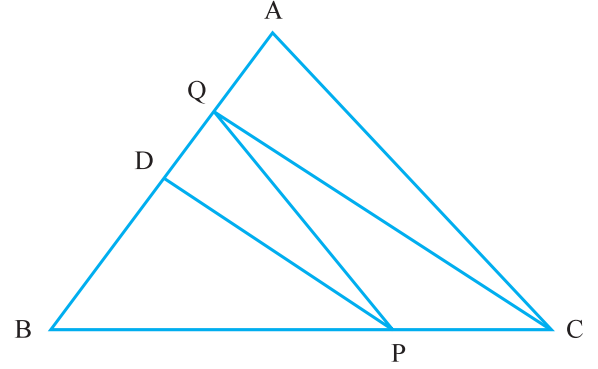
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ 90 સેમી² (આકૃતિ 9.13) છે.
(i) ar (ABEF) (ii) ar (ABD) (iii) ar (BEF) મેળવો.



આકૃતિ 9.13

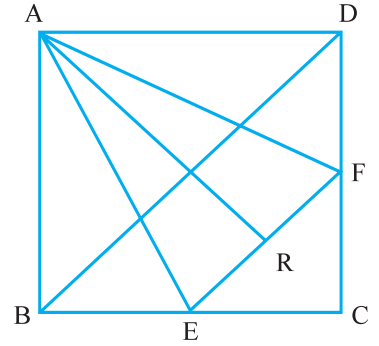
4. ΔABC માં D એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને P એ BC પરનું કોઈ બિંદુ છે. જો PD ને સમાંતર રેખા CQ એ AB ને બિંદુ Q માં મળે (આકૃતિ 9.14), તો સાબિત કરો કે,

$$ar (BPQ) = \frac{1}{2} ar (ABC).$$



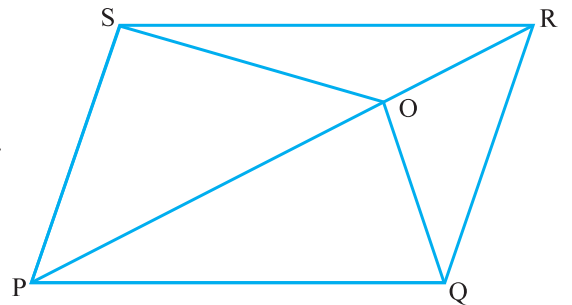
આકૃતિ 9.14

5. ABCD એ ચોરસ છે. E અને F અનુક્રમે BC અને CD નાં મધ્યબિંદુઓ છે. જો R એ EF નું મધ્યબિંદુ (આકૃતિ 9.15) હોય, તો સાબિત કરો કે,
 ar (AER) = ar (AFR)



આકૃતિ 9.15

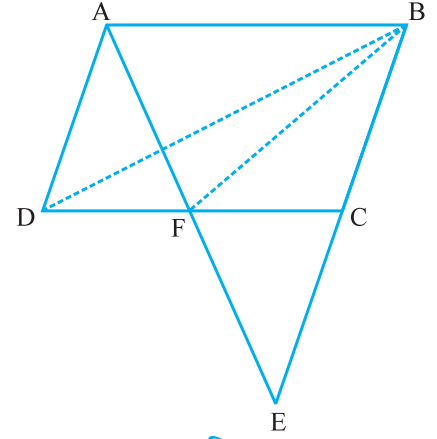
6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS ના વિકર્ણ PR પર કોઈ બિંદુ O છે (આકૃતિ 9.16). સાબિત કરો કે,
 ar (PSO) = ar (PQO).



આકૃતિ 9.16

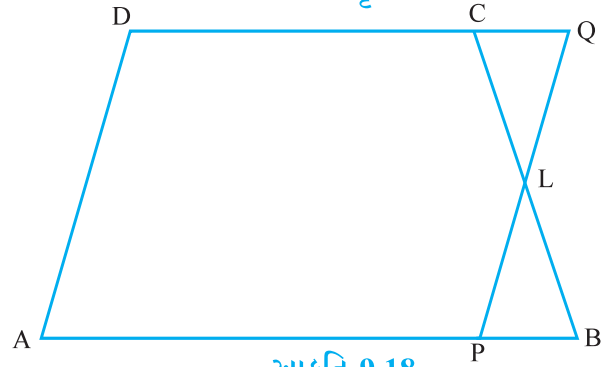
7. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં BC ને એવી રીતે લંબાવી છે કે જેથી $BC = CE$ (આકૃતિ 9.17) થાય. AE એ CD ને F માં છેદે છે.

જો $ar(DFB) = 3$ સેમી², તો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 9.17

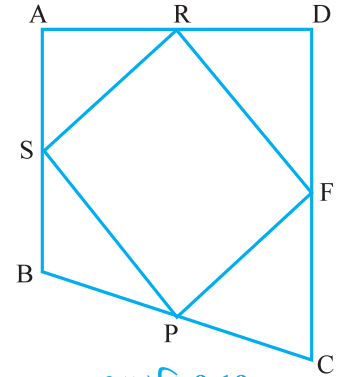
8. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB \parallel DC$ અને L એ BC નું મધ્યબિંદુ છે. L માંથી પસાર થતી રેખા PQ, AD ને સમાંતર છે અને AB ને P માં તથા DC ને લંબાવતાં Q માં મળે છે. સાબિત કરો કે,
 $ar(ABCD) = ar(APQD)$



આકૃતિ 9.18

9. જો ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવામાં આવે તો, સાબિત કરો કે, તેથી રચાતાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ આપેલા ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ કરતાં અડધું હોય છે (આકૃતિ 9.19).

[સૂચન : BD જોડો અને A માંથી BD પર લંબ દોરો]

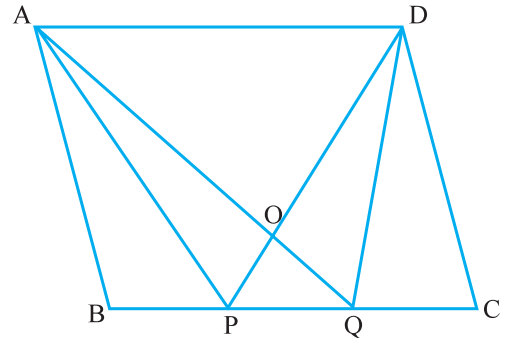


આકૃતિ 9.19

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 9.20 માં ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. BC પરનાં બિંદુઓ P અને Q, BC નું ત્રણ સમાન ભાગમાં વિભાજન કરે છે. સાબિત કરો કે,

$$ar(APQ) = ar(DPQ) = \frac{1}{6} ar(ABCD)$$



આકૃતિ 9.20

ઉકેલ : P અને Q માંથી AB ને સમાંતર હોય તેમ PS અને QR દોરો. હવે PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને તેનો પાયો $PQ = \frac{1}{3} BC$.

$$ar (APD) = \frac{1}{2} ar (ABCD) \text{ [સમાંતર પાયો AD અને BC } \parallel \text{ AD] (1)}$$

$$ar (AQD) = \frac{1}{2} ar (ABCD) \quad (2)$$

(1) અને (2), પરથી,

$$ar (APD) = ar (AQD) \quad (3)$$

બંને બાજુથી $ar (AOD)$ બાદ કરતાં,

$$ar (APD) - ar (AOD) = ar (AQD) - ar (AOD) \quad (4)$$

$$ar (APO) = ar (OQD)$$

બંને બાજુ $ar (OPQ)$ ઉમેરતાં,

$$ar (APO) + ar (OPQ) = ar (OQD) + ar (OPQ)$$

$$ar (APQ) = ar (DPQ)$$

$$\text{પરંતુ, } ar (APQ) = \frac{1}{2} ar (PQRS),$$

$$\text{તેથી } ar (DPQ) = \frac{1}{2} ar (PQRS)$$

$$\text{હવે, } ar (PQRS) = \frac{1}{3} ar (ABCD)$$

$$\text{તેથી, } ar (APQ) = ar (DPQ)$$

$$= \frac{1}{2} ar (PQRS)$$

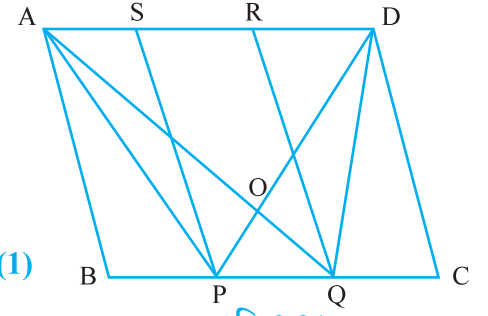
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} ar (ABCD)$$

$$= \frac{1}{6} ar (ABCD)$$

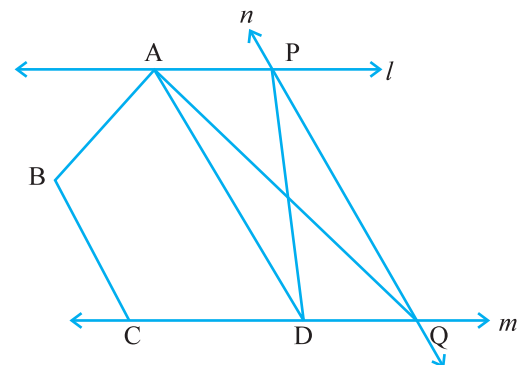
ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 9.22 માં, રેખાઓ l , m અને n એવી છે કે $l \parallel m$ અને રેખા n એ રેખા l ને P માં અને રેખા m ને Q માં છેદે છે. ચતુષ્કોણ ABCD નું શિરોબિંદુ A રેખા l પર છે અને શિરોબિંદુઓ C અને D એ રેખા m પર છે અને $AD \parallel n$. દર્શાવો કે,

$$ar (ABCQ) = ar (ABCDP)$$

$$\text{ઉકેલ : } ar (APD) = ar (AQD) \quad (1)$$



આકૃતિ 9.21



આકૃતિ 9.22

[સમાન પાયા AD અને સમાંતર રેખાઓ AD અને n ની વચ્ચે આવેલા].

પરિણામ (1) માં બંને બાજુ $ar(ABCD)$ ઉમેરતાં,

$$ar(APD) + ar(ABCD) = ar(AQD) + ar(ABCD)$$

એટલે કે, $ar(ABCDP) = ar(ABCQ)$

ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 9.23 માં $BD \parallel CA$. E એ CA નું મધ્યબિંદુ છે અને $BD = \frac{1}{2} CA$. સાબિત કરો કે

$$ar(ABC) = 2 \times ar(DBC)$$

ઉકેલ : DE જોડો. અહીં BCED એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, કે જ્યાં

$$BD = CE \text{ અને } BD \parallel CE$$

$$ar(DBC) = ar(EBC) \quad (1)$$

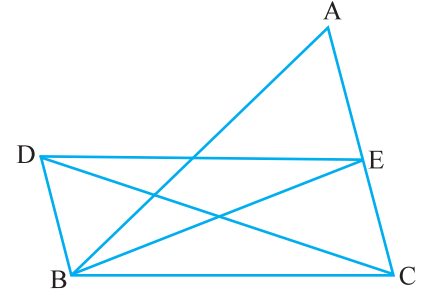
[સમાન પાયા BC અને સમાંતર રેખાઓની જોડ વચ્ચે આવેલા]

ΔABC માં BE મધ્યગા છે.

$$\text{તેથી, } ar(EBC) = \frac{1}{2} ar(ABC)$$

$$\text{તથા } ar(ABC) = 2 ar(EBC),$$

$$\text{તેથી, } ar(ABC) = 2 ar(DBC).$$



આકૃતિ 9.23

સ્વાધ્યાય 9.4

1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની બાજુ BC પર એક બિંદુ E છે. AE અને DC ને લંબાવતા તે F માં મળે છે. સાબિત કરો કે,

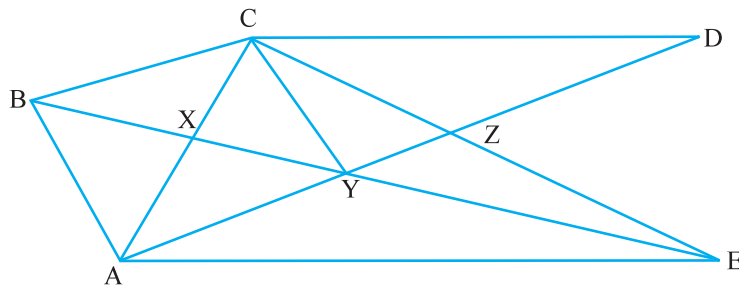
$$ar(ADF) = ar(ABFC)$$

2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો O બિંદુમાં છેદે છે. બિંદુ O માંથી દોરેલી રેખા AD ને P માં અને BC ને Q માં છેદે છે. દર્શાવો કે PQ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ભાગમાં વિભાજન કરે છે.

3. ત્રિકોણ ABC ની મધ્યગાઓ BE અને CF, G માં છેદે છે.

સાબિત કરો કે, ΔGBC નું ક્ષેત્રફળ = ચતુષ્કોણ AFGEનું ક્ષેત્રફળ.

4. આકૃતિ 9.24 માં, $CD \parallel AE$ અને $CY \parallel BA$. સાબિત કરો કે, $ar(CBX) = ar(AXY)$

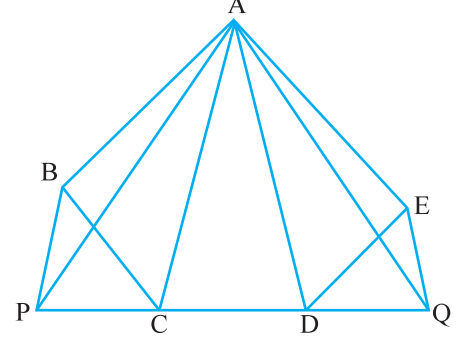


આકૃતિ 9.24

5. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB \parallel DC$. $DC = 30$ સેમી અને $AB = 50$ સેમી. જો X અને Y અનુક્રમે AD અને BC નાં મધ્યબિંદુઓ હોય, તો સાબિત કરો કે $ar(DCYX) = \frac{7}{9} ar(XYBA)$

6. ΔABC માં L અને M અનુક્રમે $LM \parallel BC$ થાય તેવાં AB અને AC પરનાં બિંદુઓ છે. સાબિત કરો કે $ar(LOB) = ar(MOC)$

7. આકૃતિ 9.25 માં ABCDE એક પંચકોણ છે. AC ને સમાંતર BP એવી રીતે દોરેલ છે કે તે DC ને લંબાવતા P માં અને AD ને સમાંતર EQ, CD ને લંબાવતા Q માં મળે છે. સાબિત કરો કે, $ar(ABCDE) = ar(APQ)$

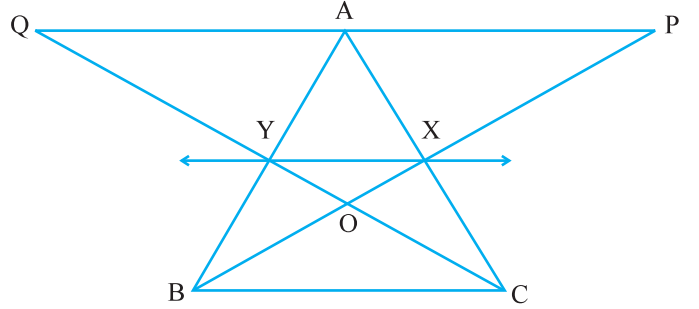


આકૃતિ 9.25

8. ΔABC ની મધ્યગાઓ એકબીજાને G માં છેદે છે, દર્શાવો કે,

$$ar(AGB) = ar(AGC) = ar(BGC) = \frac{1}{3} ar(ABC)$$

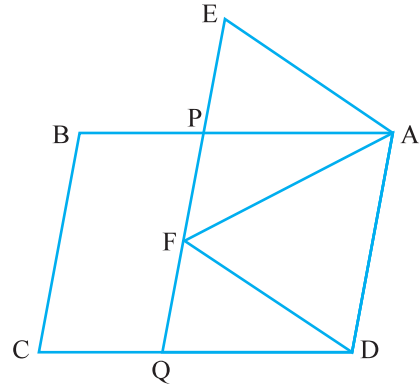
9. આકૃતિ 9.26 માં X અને Y અનુક્રમે AC અને AB નાં મધ્યબિંદુઓ છે. $QP \parallel BC$ અને CYQ અને BXP રેખાઓ છે. સાબિત કરો કે $ar(ABP) = ar(ACQ)$.



આકૃતિ 9.26

10. આકૃતિ 9.27 માં, ABCD અને AEFD બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણો છે. સાબિત કરો કે

$$ar(PEA) = ar(QFD) \text{ [સૂચન : PD જોડો].}$$



આકૃતિ 9.27

વર્તુળ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

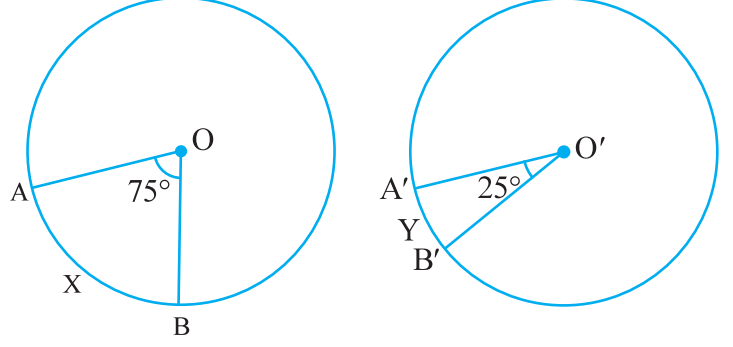
વર્તુળ, ત્રિજ્યા, વ્યાસ, જીવા, વૃત્તખંડ, ચક્રીય ચતુષ્કોણ.

- વર્તુળ (અથવા એકરૂપ વર્તુળો)ની સમાન જીવાઓ કેન્દ્ર આગળ સમાન ખૂણા આંતરે છે.
- જો વર્તુળ (અથવા એકરૂપ વર્તુળો)ની જીવાઓએ કેન્દ્ર (અથવા કેન્દ્રો) આગળ આંતરેલા ખૂણાઓ સમાન હોય, તો તે જીવાઓ સમાન હોય છે.
- વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી જીવા પર દોરેલો લંબ જીવાને દુભાગે છે.
- જો વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી દોરેલી રેખા જીવાને દુભાગે તો તે રેખા જીવાને લંબ હોય છે.
- ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓમાંથી એક અને માત્ર એક વર્તુળ પસાર થાય છે.
- વર્તુળ (અથવા એકરૂપ વર્તુળો)ની સમાન જીવાઓ તેના કેન્દ્ર (અથવા કેન્દ્રો)થી સમાન અંતરે હોય છે.
- વર્તુળના કેન્દ્રથી સમાન અંતરે આવેલી જીવાઓની લંબાઈ સમાન હોય છે.
- જો વર્તુળની બે જીવાઓ સમાન હોય, તો તેમને અનુરૂપ ચાપ એકરૂપ હોય છે, અને તેનું પ્રતીપ. જો બે ચાપ એકરૂપ હોય તો તેમને અનુરૂપ જીવાઓ સમાન હોય છે.
- વર્તુળનાં એકરૂપ ચાપ કેન્દ્ર આગળ સમાન ખૂણાઓ આંતરે છે.
- વર્તુળના ચાપે કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખૂણો, તેણે વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ પણ બિંદુ આગળ આંતરેલા ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.
- વર્તુળના એક જ વૃત્તખંડમાં આવેલા ખૂણાઓ સમાન હોય છે.
- જો બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ, રેખાખંડને સમાવતી રેખાની એક તરફ આવેલા બીજા બે બિંદુઓ આગળ સમાન ખૂણાઓ આંતરે, તો ચારેય બિંદુઓ વૃત્તીય હોય છે.

- ચક્રીય ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓની જોડનો સરવાળો 180° હોય છે.
- જો કોઈ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓની જોડનો સરવાળો 180° હોય, તો તે ચતુષ્કોણ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 અને 2 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 10.1 માં બે એકરૂપ વર્તુળોનાં કેન્દ્રો O અને O' છે. ચાપ AXB કેન્દ્ર O આગળ 75° નો ખૂણો આંતરે છે. અને ચાપ A'YB' કેન્દ્ર O' આગળ 25° નો ખૂણો આંતરે છે. તો ચાપ AXB અને A'YB' નો ગુણોત્તર



આકૃતિ 10.1

- (A) 2 : 1 (B) 1 : 2
(C) 3 : 1 (D) 1 : 3

જવાબ (C)

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 10.2 માં AB અને CD, O કેન્દ્રિત વર્તુળની બે સમાન જીવાઓ છે. OP અને OQ અનુક્રમે જીવાઓ AB અને CD પરના લંબ છે. જો $\angle POQ = 150^\circ$, તો $\angle APQ = \dots\dots\dots$

- (A) 30° (B) 75°
(C) 15° (D) 60°

ઉકેલ : ΔOPQ માં $OP = OQ$

$$\therefore \angle OQP = \angle OPQ = k$$

$$\text{હવે, } \angle OQP + \angle OPQ + \angle POQ = 180^\circ$$

$$k + k + 150 = 180^\circ$$

$$2k = 30$$

$$k = 15$$

$$\therefore \angle OPQ = 15^\circ$$

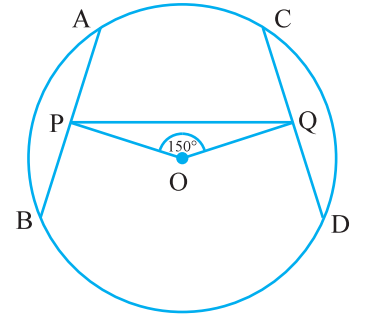
વળી, $\angle OPA = 90^\circ$ છે.

$$\therefore \angle OPA = \angle OPQ + \angle APQ$$

$$90^\circ = 15^\circ + \angle APQ$$

$$75^\circ = \angle APQ$$

જવાબ (B)



આકૃતિ 10.2

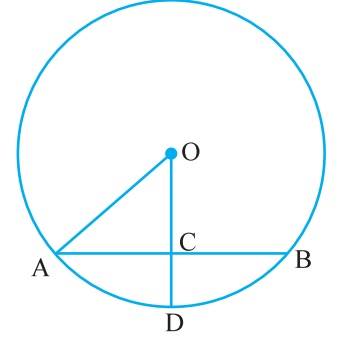
સ્વાધ્યાય 10.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 10 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. AD એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને AB એ જીવા છે. જો $AD = 34$ સેમી, $AB = 30$ સેમી, તો વર્તુળના કેન્દ્રથી AB નું અંતર
- (A) 17 સેમી (B) 15 સેમી (C) 4 સેમી (D) 8 સેમી

2. આકૃતિ 10.3 માં જો $OA = 5$ સેમી, $AB = 8$ સેમી અને OD એ AB ને લંબ હોય, તો $CD = \dots\dots\dots$

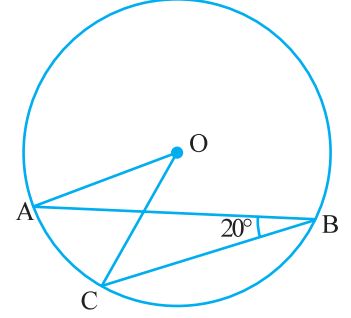
- (A) 2 સેમી (B) 3 સેમી
(C) 4 સેમી (D) 5 સેમી



આકૃતિ 10.3

3. જો $AB = 12$ સેમી, $BC = 16$ સેમી અને AB એ BC ને લંબ હોય, તો બિંદુઓ A, B અને C માંથી પસાર થતા વર્તુળની ત્રિજ્યા $\dots\dots\dots$

- (A) 6 સેમી (B) 8 સેમી
(C) 10 સેમી (D) 12 સેમી



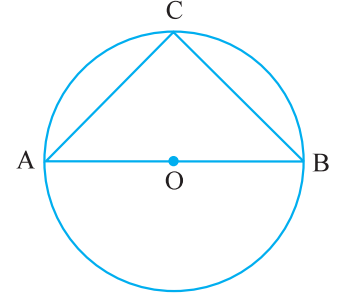
આકૃતિ 10.4

4. જો આકૃતિ 10.4 માં $\angle ABC = 20^\circ$ હોય, તો $\angle AOC = \dots\dots\dots$

- (A) 20° (B) 40°
(C) 60° (D) 10°

5. જો આકૃતિ 10.5 માં AOB એ વર્તુળનો વ્યાસ હોય અને $AC = BC$, તો $\angle CAB = \dots\dots\dots$

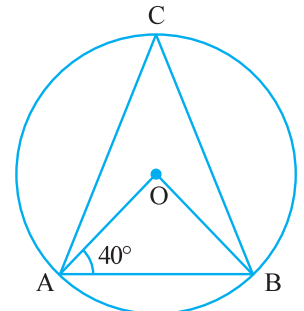
- (A) 30° (B) 60°
(C) 90° (D) 45°



આકૃતિ 10.5

6. જો આકૃતિ 10.6 માં $\angle OAB = 40^\circ$ હોય, તો $\angle ACB = \dots\dots\dots$

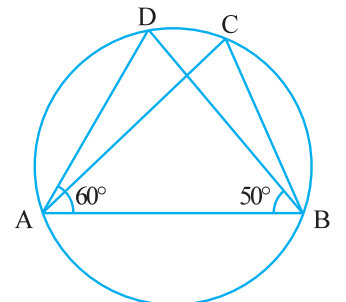
- (A) 50° (B) 40°
(C) 60° (D) 70°



આકૃતિ 10.6

7. જો આકૃતિ 10.7 માં $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle ABD = 50^\circ$ હોય, તો $\angle ACB = \dots\dots\dots$

- (A) 60° (B) 50°
(C) 70° (D) 80°



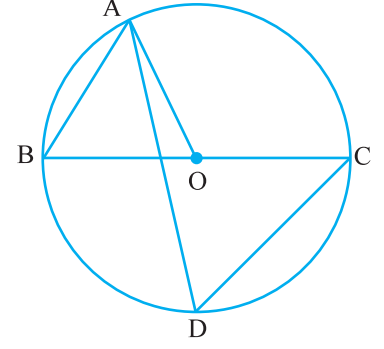
આકૃતિ 10.7

8. જેમાં AB એ પરિવૃત્તનો વ્યાસ હોય તેવો ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD છે. જો $\angle ADC = 140^\circ$ હોય, તો $\angle BAC = \dots\dots\dots$

- (A) 80° (B) 50° (C) 40° (D) 30°

9. આકૃતિ 10.8 માં BC એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને $\angle BAO = 60^\circ$, તો $\angle ADC = \dots\dots\dots$

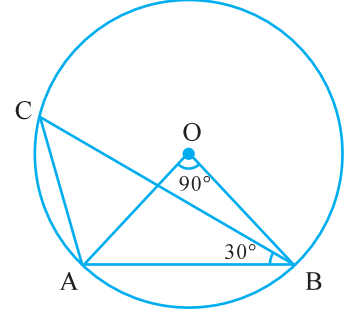
- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120°



આકૃતિ 10.8

10. આકૃતિ 10.9 માં $\angle AOB = 90^\circ$ અને $\angle ABC = 30^\circ$ હોય, તો $\angle CAO = \dots\dots\dots$

- (A) 30° (B) 45° (C) 90° (D) 60°



આકૃતિ 10.9

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો :

ઉદાહરણ 1 : વર્તુળના કોઈ પણ બે બિંદુઓ આગળ જવાએ આંતરેલા ખૂણાઓ સમાન હોય છે.

ઉકેલ : અસત્ય. જો બે બિંદુઓ એક જ વૃત્તખંડ (લઘુ કે ગુરુ) પર આવેલાં હોય, તો ખૂણાઓ સમાન હોય, અન્યથા સમાન ન હોય.

ઉદાહરણ 2 : 10 સેમી અને 8 સેમી લંબાઈની વર્તુળની બે જવાઓ કેન્દ્રથી અનુક્રમે 8.0 સેમી અને 3.5 સેમી અંતરે છે.

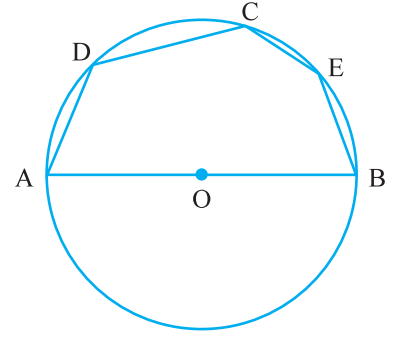
ઉકેલ : અસત્ય. કારણ કે મોટી જવા કેન્દ્રથી ઓછા અંતરે હોય.

સ્વાધ્યાય 10.2

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો :

1. વર્તુળની બે જવાઓ AB અને CD કેન્દ્રથી 4 સેમી અંતરે હોય, તો $AB = CD$.
2. O કેન્દ્રિત વર્તુળની બે જવાઓ AB અને AC એ OA ની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય, તો $\angle OAB = \angle OAC$.
3. O અને O' કેન્દ્રવાળાં બે એકરૂપ વર્તુળો એકબીજાને A અને B બિંદુઓમાં છેદે તો $\angle AOB = \angle AO'B$.
4. ત્રણ સમરેખ બિંદુઓમાંથી એક વર્તુળ દોરી શકાય.
5. એકબીજાથી 6 સેમી દૂર આવેલાં બે બિંદુઓ A અને B માંથી પસાર થતું 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરી શકાય.
6. જો AOB વર્તુળનો વ્યાસ હોય અને C એ વર્તુળ પરનું બિંદુ હોય તો $AC^2 + BC^2 = AB^2$.
7. જેમાં $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 95^\circ$ અને $\angle D = 105^\circ$ હોય તેવો ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD મળે.
8. જો A, B, C, D ચાર બિંદુઓ હોય, કે જેમાં $\angle BAC = 30^\circ$ અને $\angle BDC = 60^\circ$, તો D એ A, B અને C માંથી પસાર થતાં વર્તુળનું કેન્દ્ર હોય.

9. જો ચાર બિંદુઓ A, B, C અને D માટે, $\angle BAC = 45^\circ$ અને $\angle BDC = 45^\circ$ હોય, તો A, B, C, D વૃત્તીય છે.
10. આકૃતિ 10.10 માં જો AOB વ્યાસ હોય અને $\angle ADC = 120^\circ$, તો $\angle CAB = 30^\circ$.



આકૃતિ 10.10

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 10.11 માં AOC એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને ચાપ $AXB = \frac{1}{2}$ ચાપ BYC તો $\angle BOC$ શોધો.

ઉકેલ : ચાપ $AXB = \frac{1}{2}$ ચાપ BYC હોવાથી,

$$\angle AOB = \frac{1}{2} \angle BOC$$

પરંતુ, $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$

તેથી, $\frac{1}{2} \angle BOC + \angle BOC = 180^\circ$

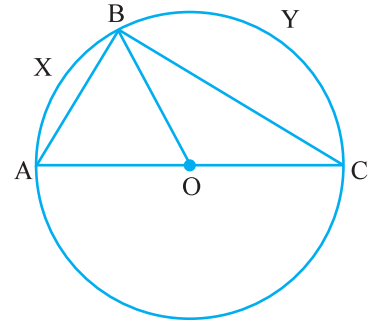
અથવા $\angle BOC = \frac{2}{3} \times 180^\circ = 120^\circ$

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 10.12 માં $\angle ABC = 45^\circ$ હોય, તો સાબિત કરો કે $OA \perp OC$.

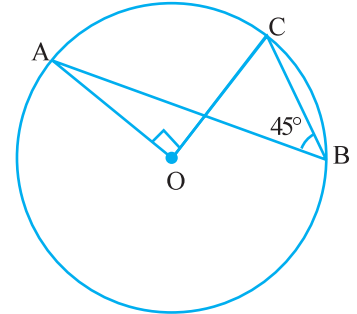
ઉકેલ : $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$

એટલે કે, $\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

અથવા $OA \perp OC$



આકૃતિ 10.11

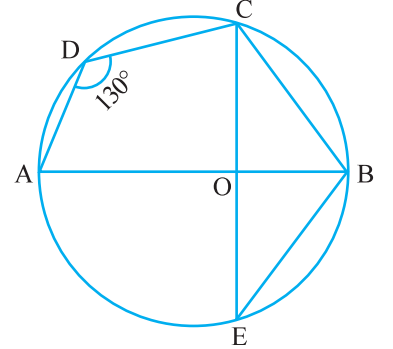


આકૃતિ 10.12

સ્વાધ્યાય 10.3

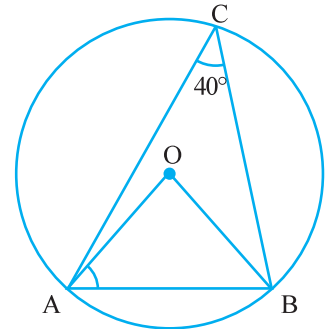
- જો કોઈ વર્તુળનાં ચાપ AXB અને CYD એકરૂપ હોય, તો AB અને CD નો ગુણોત્તર શોધો.
- જો વર્તુળ $PXAQBY$ ની જવા AB નો લંબદ્વિભાજક, વર્તુળને P અને Q માં છેદે, તો સાબિત કરો કે, ચાપ $PXA \cong$ ચાપ PYB .
- A, B અને C વર્તુળ પરનાં ત્રણ બિંદુઓ છે. સાબિત કરો કે, AB , BC અને CA નાં લંબદ્વિભાજકો સંગામી છે.
- AB અને AC વર્તુળની બે સમાન જવાઓ છે. સાબિત કરો કે, $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે.
- વર્તુળની બે જવાઓના મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ, વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય, તો સાબિત કરો કે બંને જવાઓ સમાંતર છે.

6. ABCD એક ચતુષ્કોણ છે. A કેન્દ્રવાળું વર્તુળ B, C અને D માંથી પસાર થાય છે. સાબિત કરો કે,
 $\angle CBD + \angle CDB = \frac{1}{2} \angle BAD$
7. O એ ΔABC નું પરિકેન્દ્ર છે અને D એ આધાર BC નું મધ્યબિંદુ છે. સાબિત કરો કે $\angle BOD = \angle A$.
8. સામાન્ય કર્ણ AB પર બે કાટકોણ ત્રિકોણો ACB અને ADB એકબીજાથી વિરુદ્ધ અર્ધતલમાં આવેલા છે. સાબિત કરો કે $\angle BAC = \angle BDC$.
9. વર્તુળની બે જિવાઓ AB અને AC કેન્દ્ર આગળ અનુક્રમે 90° અને 150° ના ખૂણાઓ આંતરે છે. જો AB અને AC કેન્દ્રની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય, તો $\angle BAC$ શોધો.
10. જો BM અને CN ત્રિકોણ ABC ની બાજુઓ AC અને AB પર દોરેલા લંબ હોય, તો સાબિત કરો કે બિંદુઓ B, C, M અને N વૃત્તીય છે.
11. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને સમાંતર દોરેલી રેખા, સમાન બાજુઓને છેદે, તો સાબિત કરો કે, તેથી રચાતો ચતુષ્કોણ ચક્રીય છે.
12. જો ચક્રીય ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાન હોય, તો સાબિત કરો કે તેના વિકર્ણો પણ સમાન હોય છે.
13. ત્રિકોણ ABC નું પરિકેન્દ્ર O છે. સાબિત કરો કે $\angle OBC + \angle BAC = 90^\circ$.
14. વર્તુળની જિવા તેની ત્રિજ્યા જેટલી છે. આ જિવા દ્વારા ગુરુવૃત્તખંડ પર આંતરેલા ખૂણાનું માપ શોધો.



આકૃતિ 10.13

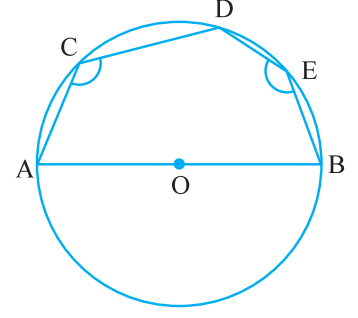
15. આકૃતિ 10.13 માં, $\angle ADC = 130^\circ$ અને જિવા BC = જિવા BE.
 $\angle CBE$ શોધો.



આકૃતિ 10.14

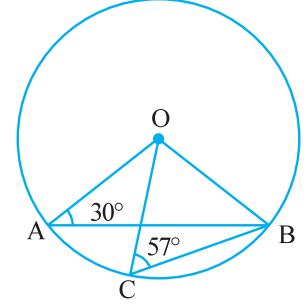
16. આકૃતિ 10.14 માં $\angle ACB = 40^\circ$ હોય, તો $\angle OAB$ શોધો.
17. ચતુષ્કોણ ABCD એ વર્તુળમાં અંતર્ગત છે અને AB એ તેનો વ્યાસ છે અને $\angle ADC = 130^\circ$ હોય, તો $\angle BAC$ શોધો.
18. O અને O' કેન્દ્રિત બે વર્તુળો, બે બિંદુઓ A અને B માં છેદે છે. બિંદુ A (અથવા B)માંથી પસાર થતી રેખા PQ, OO' ને સમાંતર છે અને વર્તુળોને P અને Q માં છેદે છે. સાબિત કરો કે, $PQ = 2 OO'$.

19. આકૃતિ 10.15 માં, AOB એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને C, D, E અર્ધવર્તુળનાં કોઈ ત્રણ બિંદુઓ છે. $\angle ACD + \angle BED$ નું માપ શોધો.



આકૃતિ 10.15

20. આકૃતિ 10.16માં $\angle OAB = 30^\circ$ અને $\angle OCB = 57^\circ$ છે. $\angle BOC$ અને $\angle AOC$ શોધો.



આકૃતિ 10.16

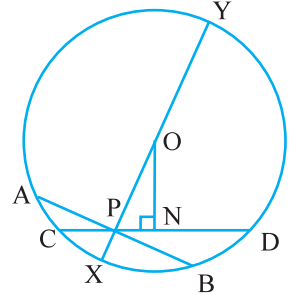
વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : સાબિત કરો કે બે ભિન્ન વર્તુળો બે થી વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકે નહિ.

ઉકેલ : ધારો કે બે વર્તુળો એકબીજાને ત્રણ બિંદુઓ A, B અને C માં છેદે છે. દેખીતી રીતે જ A, B અને C સમરેખ નથી. આપણે જાણીએ છીએ કે ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ A, B અને C માંથી એક અને માત્ર એક વર્તુળ પસાર થાય છે. તેથી, A, B અને C માંથી બે વર્તુળો પસાર થઈ શકે નહિ. બીજા શબ્દોમાં બે વર્તુળો બે થી વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકે નહિ.

ઉદાહરણ 2 : સાબિત કરો કે, વર્તુળની અંદર આપેલા બિંદુમાંથી પસાર થતી વર્તુળની તમામ જવાઓમાંની સૌથી નાની જવા તે બિંદુમાંથી પસાર થતા વ્યાસને લંબ છે.

ઉકેલ : ધારો કે, O કેન્દ્રિત વર્તુળના અંદરના ભાગમાં આપેલું બિંદુ P છે. P માંથી પસાર થાય તેવી જવા AB, વ્યાસ XY ને લંબ હોય તેમ દોરો. ધારો કે, P માંથી બીજી કોઈ જવા CD પસાર થાય છે. O માંથી CD ને લંબ ON દોરો. તેથી $\triangle ONP$ એ કાટકોણ ત્રિકોણ છે. (આકૃતિ 10.17). તેથી તેનો કર્ણ OP એ ON કરતાં મોટો છે. આપણે જાણીએ છીએ કે કેન્દ્રની નજીકની જવા, કેન્દ્રથી દૂરની જવા કરતાં મોટી હોય છે. તેથી, $CD > AB$. બીજા શબ્દોમાં બધી જ જવાઓમાં AB એ સૌથી નાની જવા છે. તે P માંથી પસાર થાય છે.

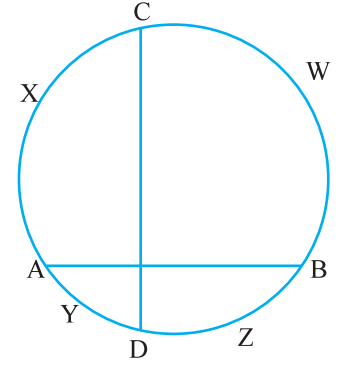


આકૃતિ 10.17

સ્વાધ્યાય 10.4

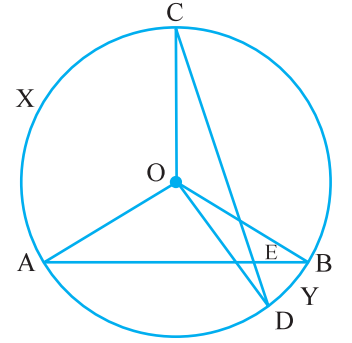
- જો વર્તુળની બે સમાન જવાઓ એકબીજાને છેદે, તો સાબિત કરો કે, એક જવાના જવાખંડ, બીજી જવાના અનુરૂપ જવાખંડને સમાન હોય છે.
- જો સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ સમાન હોય, તો સાબિત કરો કે તે ચક્રીય છે.
- જો ત્રિકોણની બાજુઓ BC, CA અને AB નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P, Q અને R હોય અને AD એ A થી BC પરનો લંબ હોય, તો સાબિત કરો કે P, Q, R અને D વૃત્તીય છે.
- ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. A અને B માંથી એક વર્તુળ એવું દોરેલ છે કે તે AD ને P માં અને BC ને Q માં છેદે છે. સાબિત કરો કે, P, Q, C અને D એ વૃત્તીય છે.
- સાબિત કરો કે, ત્રિકોણના કોઈ એક ખૂણાનો કોણદ્વિભાજક અને તેની સામેની બાજુનો લંબદ્વિભાજક છેદે તો તે ત્રિકોણના પરિવૃત્તને છેદે છે.

6. વર્તુળ AYDZBWCX ની બે જીવાઓ AB અને CD એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે (આકૃતિ 10.18). સાબિત કરો કે,
ચાપ CXA + ચાપ DZB = ચાપ AYD + ચાપ BWC = અર્ધવર્તુળ



આકૃતિ 10.18

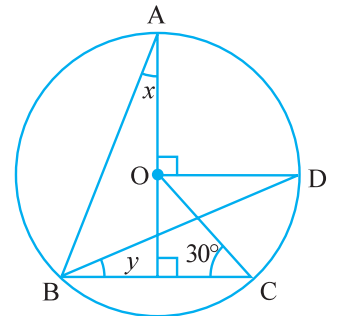
7. જો સમબાજુ ત્રિકોણ ABC વર્તુળને અંતર્ગત હોય અને P એ લઘુ ચાપ BC પરનું B અને C સિવાયનું બિંદુ હોય, તો સાબિત કરો કે PA એ $\angle BPC$ નો કોણ દ્વિભાજક છે.
8. આકૃતિ 10.19 માં વર્તુળની બે જીવાઓ AB અને CD એકબીજાને E બિંદુમાં છેદે છે. સાબિત કરો કે, $\angle AEC = \frac{1}{2}$ (ચાપ CXA એ કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખૂણો + ચાપ DYB એ કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખૂણો).



આકૃતિ 10.19

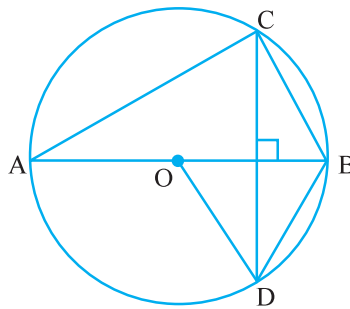
9. ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD ના સામસામેના ખૂણાઓના દ્વિભાજકો તેના પરિવૃત્તને P અને Q માં છેદે, તો સાબિત કરો કે PQ એ વર્તુળનો વ્યાસ છે.
10. વર્તુળની ત્રિજ્યા $\sqrt{2}$ સેમી છે. 2 સેમી લંબાઈની જીવા તેનું બે ભાગમાં વિભાજન કરે છે. સાબિત કરો કે, ગુરુવૃત્તખંડ પર જીવાએ આંતરેલો ખૂણો 45° નો છે.
11. વર્તુળની બે સમાન જીવાઓ AB અને CD ને લંબાવતાં તે P બિંદુમાં છેદે, તો સાબિત કરો કે $PB = PD$.
12. r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની બે જીવાઓ AB અને AC એવી છે કે જેથી $AB = 2AC$. જો p અને q એ કેન્દ્રથી AB અને AC નાં અંતર હોય, તો સાબિત કરો કે $4q^2 = p^2 + 3r^2$.

13. આકૃતિ 10.20 માં O એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. $\angle BCO = 30^\circ$. x અને y શોધો.



આકૃતિ 10.20

14. આકૃતિ 10.21 માં O એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે, $BD = OD$ અને $CD \perp AB$. $\angle CAB$ શોધો.



આકૃતિ 10.21

રચનાઓ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- આપેલા ખૂણાને દુભાગવો,
- રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક દોરવો,
- 15° , 30° , 45° , 60° , 90° વિગેરેના ખૂણાઓ રચવા,
- જેનો પાયો, પાયા પરનો એક ખૂણો અને બાકીની બે બાજુઓનો સરવાળો આપેલો હોય, તેવો ત્રિકોણ રચવો.
- જેનો પાયો, પાયા પરનો ખૂણો અને બાકીની બે બાજુઓનો તફાવત આપેલો હોય, તેવો ત્રિકોણ રચવો.
- જેના પાયાના બે ખૂણાઓ અને પરિમિતિ આપેલી હોય, તેવો ત્રિકોણ રચવો.
- ભૌમિતિક રચના એટલે ભૌમિતિક ઉપકરણો જેવાં કે, ફક્ત અંકિત માપપટ્ટી અને પરિકરની જોડનો ઉપયોગ કરીને કરાતી રચના.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 2 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : અંકિત માપપટ્ટી અને પરિકરની મદદથી ખૂણાની રચના શક્ય છે.

- (A) 35° (B) 40° (C) 37.5° (D) 47.5°

ઉકેલ : જવાબ (C)

ઉદાહરણ 2 : જ્યારે BC અને AC નો તફાવત હોય ત્યારે ત્રિકોણ ABC ની રચનામાં $AB = 4$ સેમી, $\angle A = 60^\circ$ શક્ય નથી.

- (A) 3.5 સેમી (B) 4.5 સેમી (C) 3 સેમી (D) 2.5 સેમી

ઉકેલ : ત્રિકોણની રચના માટે, ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુનો તફાવત તેની ત્રીજી બાજુથી નાનો હોવો જરૂરી છે.

$$\therefore AB > |BC - AC|$$

$$\therefore 4 > |BC - AC|$$

જો $BC - AC = 4.5$ સેમી હોય તો $4 < 4.5$ થાય.

\therefore તફાવત 4.5 સેમી શક્ય નથી.

જવાબ (B)

સ્વાધ્યાય 11.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 3 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- અંકિત માપપટ્ટી અને પરિકરની મદદથી ખૂણાની રચના શક્ય નથી.
(A) 37.5° (B) 40° (C) 22.5° (D) 67.5°
- જ્યારે AB અને AC નો તફાવત હોય ત્યારે $BC = 6$ સેમી અને $\angle B = 45^\circ$ આપેલ હોય તો ત્રિકોણ ABCની રચના શક્ય નથી.
(A) 6.9 સેમી (B) 5.2 સેમી (C) 5.0 સેમી (D) 4.0 સેમી
- જ્યારે AB અને AC નો તફાવત હોય ત્યારે $BC = 3$ સેમી, $\angle C = 60^\circ$ આપેલ હોય તો ત્રિકોણ ABC ની રચના શક્ય છે.
(A) 3.2 સેમી (B) 3.1 સેમી (C) 3 સેમી (D) 2.8 સેમી

(D) ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

નીચેનું વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.

ઉદાહરણ 1 : 67.5° નો ખૂણો રચી શકાય છે.

ઉકેલ : સત્ય. કારણ કે $67.5^\circ = \frac{135^\circ}{2} = \frac{1}{2}(90^\circ + 45^\circ)$.

સ્વાધ્યાય 11.2

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો :

- 52.5° નો ખૂણો રચી શકાય.
- 42.5° નો ખૂણો રચી શકાય.
- જેમાં $AB = 5$ સેમી, $\angle A = 45^\circ$ અને $BC + AC = 5$ સેમી હોય તેવો $\triangle ABC$ રચી શકાય.
- જેમાં $BC = 6$ સેમી, $\angle C = 30^\circ$ અને $AC - AB = 4$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ ABC રચી શકાય.
- જેમાં $\angle B = 105^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ અને $AB + BC + AC = 10$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ ABC રચી શકાય.
- જેમાં $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ અને $AB + BC + AC = 12$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ ABC રચી શકાય.

(D) ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જેમાં $BC = 7.5$ સેમી, $\angle B = 45^\circ$ અને $AB - AC = 4$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ ABC રચો.

ઉકેલ : ધોરણ IXનું ગણિતનું પાઠ્યપુસ્તક જુઓ.

સ્વાધ્યાય 11.3

- કોણમાપકની મદદથી 110° નો ખૂણો દોરો અને તેનો દ્વિભાજક દોરો. દરેક ખૂણાને માપો.
- 4 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ AB દોરો. અનુક્રમે A અને B, માંથી પસાર થાય અને AB ને લંબ હોય, તેવી રેખા દોરો. શું આ રેખાઓ સમાંતર છે ?
- કોણમાપકની મદદથી 80° નો ખૂણો દોરો. હવે (i) 40° (ii) 160° અને (iii) 120° ના ખૂણાઓ રચો.
- જેની બાજુઓ 3.6 સેમી, 3.0 સેમી અને 4.8 સેમી હોય, તેવો ત્રિકોણ રચો. સૌથી નાના ખૂણાનો દ્વિભાજક દોરો

અને દરેક ભાગનું માપ લખો.

5. જેમાં $BC = 5$ સેમી, $\angle B = 60^\circ$ અને $AC + AB = 7.5$ સેમી હોય તેવો $\triangle ABC$ રચો.
6. 3 સેમી બાજુવાળો ચોરસ રચો.
7. જેની પાસપાસેની બાજુઓની લંબાઈઓ 5 સેમી અને 3.5 સેમી હોય એવો લંબચોરસ રચો.
8. જેની બાજુની લંબાઈ 3.4 સેમી અને કોઈ એક ખૂણો 45° નો હોય એવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ રચો.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

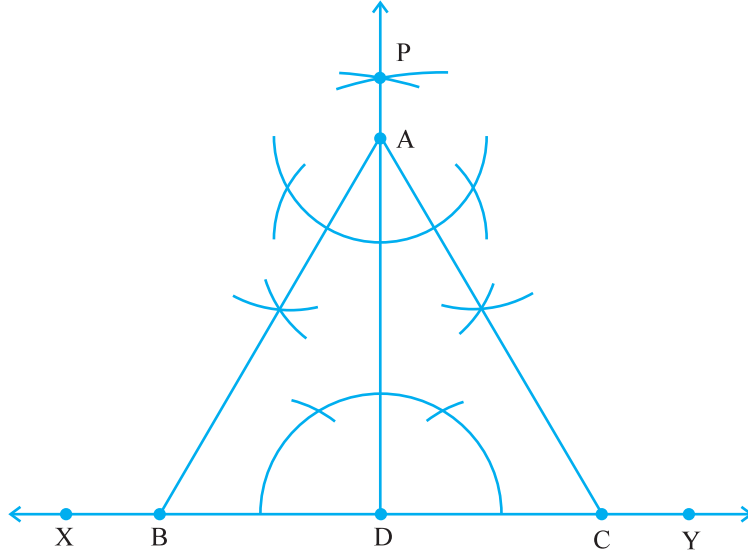
ઉદાહરણ 1 : જેનો વેધ 6 સેમી હોય તેવો સમબાજુ ત્રિકોણ રચો. તમારી રચનાની યથાર્થતા ચકાસો.

ઉકેલ : રેખા XY દોરો. આ રેખા પર કોઈ બિંદુ D લો. XY પર લંબ PD રચો. બિંદુ D થી 6 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ AD કાપો.

AD ની બંને બાજુએ, A આગળ 30° ના ખૂણા બનાવો. તેમને $\angle CAD$ અને $\angle BAD$ કહો. B અને C બિંદુઓ XY પર છે. આમ, ABC એ માંગેલો ત્રિકોણ છે.

યથાર્થતા :

$\angle A = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ હોવાથી, અને $AD \perp BC$, તેથી જેમાં વેધ $AD = 6$ સેમી હોય તેવો $\triangle ABC$ એ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.



આકૃતિ 11.1

સ્વાધ્યાય 11.4

નીચેના દરેકની રચના કરો અને યથાર્થતા ચકાસો :

1. જેની પરિમિતિ 10.4 સેમી અને બે ખૂણાઓ 45° અને 120° હોય તેવો ત્રિકોણ.
2. જેમાં $QR = 3$ સેમી, $\angle PQR = 45^\circ$ અને $QP - PR = 2$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ PQR
3. જેની એક બાજુ 3.5 સેમી અને બીજી બાજુ અને કર્ણના માપનો સરવાળો 5.5 સેમી હોય તેવો કાટકોણ ત્રિકોણ.
4. જેનો વેધ 3.2 સેમી હોય તેવો સમબાજુ ત્રિકોણ.
5. જેના વિકર્ણોની લંબાઈ 4 સેમી અને 6 સેમી હોય તેવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ.



હેરોનનું સૂત્ર

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- લંબચોરસ

- (a) ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ \times પહોળાઈ
- (b) પરિમિતિ = 2 (લંબાઈ + પહોળાઈ)
- (c) વિકર્ણ = $\sqrt{(\text{લંબાઈ})^2 + (\text{પહોળાઈ})^2}$

- ચોરસ

- (a) ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)²
- (b) પરિમિતિ = 4 \times બાજુ
- (c) વિકર્ણ = $\sqrt{2}$ \times બાજુ

- જેનો પાયો (b) અને વેધ (h) હોય તેવો ત્રિકોણ

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

- બાજુઓ a, b, c હોય તેવો ત્રિકોણ

- (i) અર્ધ પરિમિતિ = $\frac{a+b+c}{2} = s$

- (ii) ક્ષેત્રફળ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(હેરોનનું સૂત્ર)

- જેનો પાયો a અને સમાન બાજુઓ b હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

$$\text{સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

- જેની બાજુ a હોય તેવો સમબાજુ ત્રિકોણ

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- જેનો પાયો b અને વેધ h હોય તેવો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = bh$$

- જેના વિકર્ણ d_1 અને d_2 હોય તેવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ

$$(a) \text{ ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} d_1 \times d_2$$

$$(b) \text{ પરિમિતિ} = 2\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

- જેની સમાંતર બાજુઓ a અને b અને બે સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર h હોય તેવો સમલંબ ચતુષ્કોણ

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} (a + b) \times h$$

- જેની બાજુ a હોય તેવો નિયમિત ષટ્કોણ

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = 6 \times a \text{ બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2$$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : કાટકોણ ત્રિકોણનો પાયો 8 સેમી અને કર્ણ 10 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ

- (A) 24 સેમી² (B) 40 સેમી² (C) 48 સેમી² (D) 80 સેમી²

ઉકેલ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$\therefore 10^2 = AB^2 + 8^2$$

$$\therefore 100 - 64 = AB^2$$

$$\therefore 36 = AB^2$$

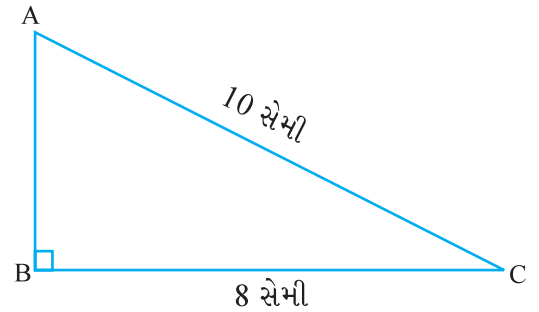
$$\therefore 6 \text{ સેમી} = AB$$

$$\therefore \text{કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} bh$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24 \text{ સેમી}^2$$

જવાબ (A)



સ્વાધ્યાય 12.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 9 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 8 સેમી² છે. તેના કર્ણની લંબાઈ
 (A) $\sqrt{32}$ સેમી (B) $\sqrt{16}$ સેમી (C) $\sqrt{48}$ સેમી (D) $\sqrt{24}$ સેમી
- સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ 60 મી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ
 (A) $10\sqrt{3}$ મી² (B) $15\sqrt{3}$ મી² (C) $20\sqrt{3}$ મી² (D) $100\sqrt{3}$ મી²
- ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈ 56 સેમી, 60 સેમી અને 52 સેમી છે. તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
 (A) 1322 સેમી² (B) 1311 સેમી² (C) 1344 સેમી² (D) 1392 સેમી²
- $2\sqrt{3}$ સેમી બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
 (A) 5.196 સેમી² (B) 0.866 સેમી² (C) 3.496 સેમી² (D) 1.732 સેમી²
- સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $9\sqrt{3}$ સેમી² છે. તેની દરેક બાજુની લંબાઈ
 (A) 8 સેમી (B) 36 સેમી (C) 4 સેમી (D) 6 સેમી
- જો સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $16\sqrt{3}$ સેમી² હોય, તો તે ત્રિકોણની પરિમિતિ
 (A) 48 સેમી (B) 24 સેમી (C) 12 સેમી (D) 36 સેમી
- ત્રિકોણની બાજુઓનાં માપ અનુક્રમે 35 સેમી, 54 સેમી અને 61 સેમી હોય, તો તેના સૌથી મોટા વેધનું માપ
 (A) $16\sqrt{5}$ સેમી (B) $10\sqrt{5}$ સેમી (C) $24\sqrt{5}$ સેમી (D) 28 સેમી
- જેનો પાયો 2 સેમી અને સમાન બાજુઓ પૈકી એક બાજુની લંબાઈ 4 સેમી હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
 (A) $\sqrt{15}$ સેમી² (B) $\sqrt{\frac{15}{2}}$ સેમી² (C) $2\sqrt{15}$ સેમી² (D) $4\sqrt{15}$ સેમી²
- ત્રિકોણીય બોર્ડની ધારનાં માપ 6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી છે. 9 પૈસા પ્રતિ સેમી² ના દરે તેને રંગ કરવાનો ખર્ચ
 (A) ₹ 2.00 (B) ₹ 2.16 (C) ₹ 2.48 (D) ₹ 3.00

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો :

ઉદાહરણ 1 : જો a, b, c ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ હોય, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$,

જ્યાં s = ત્રિકોણની પરિમિતિ

ઉકેલ : ખોટું. હેરોનના સૂત્ર મુજબ,

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2} (\text{ત્રિકોણની પરિમિતિ})$$

સ્વાધ્યાય 12.2

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો :

1. પાયો 4 સેમી અને ઊંચાઈ 6 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી² છે.
2. જેમાં AB = AC = 4 સેમી અને $\angle A = 90^\circ$ હોય તેવા ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 8 સેમી² છે.
3. જેની પરિમિતિ 11 સેમી અને પાયો 5 સેમી હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\frac{5}{4}\sqrt{11}$ સેમી² છે.
4. જેની દરેક બાજુ 8 સેમી હોય તેવા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $20\sqrt{3}$ સેમી² છે.
5. સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુ 10 સેમી છે અને એક વિકર્ણ 16 સેમી છે. આ સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 96 સેમી² છે.
6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો પાયો અને અનુરૂપ વેધ અનુક્રમે 10 સેમી અને 3.5 સેમી છે. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 30 સેમી² છે.
7. 'a' બાજુવાળાં નિયમિત પટ્ટકોણનું ક્ષેત્રફળ, a બાજુવાળા પાંચ સમબાજુ ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળના સરવાળા જેટલું હોય છે.
8. જેની બાજુઓ 51 મી, 37 મી અને 20 મી હોય, તેવી ત્રિકોણાકાર જમીનને સમથળ કરવાનો ખર્ચ, ₹ 3 પ્રતિ મી² લેખે ₹ 918 થાય.
9. એક ત્રિકોણની બાજુઓ 11 સેમી, 12 સેમી અને 13 સેમી આપેલી છે. 12 સેમી લંબાઈની બાજુના અનુરૂપ વેધની લંબાઈ 10.25 સેમી છે.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ત્રિકોણાકાર ખેતરની બાજુઓ 41 મી, 40 મી અને 9 મી છે. જો દરેક ગુલાબની ક્યારીને સરેરાશ 900 સેમી² જગ્યા જરૂરી હોય, તો ખેતરમાં બનાવેલ ગુલાબની ક્યારીઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે $a = 41$ મી, $b = 40$ મી, $c = 9$ મી.

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{41+40+9}{2} \text{ મી} = 45 \text{ મી}$$

$$\begin{aligned} \text{ત્રિકોણીય ખેતરનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{45(45-41)(45-40)(45-9)} \\ &= \sqrt{45 \times 4 \times 5 \times 36} = 180 \text{ મી}^2 \end{aligned}$$

$$\text{તેથી, ગુલાબ-ક્યારીઓની સંખ્યા} = \frac{180}{0.09} = 2000$$

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 12.1 માં રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : ત્રિકોણની બાજુઓ 122 મી, 120 મી અને 22 મી છે :

$$s = \frac{122 + 120 + 22}{2} = 132$$

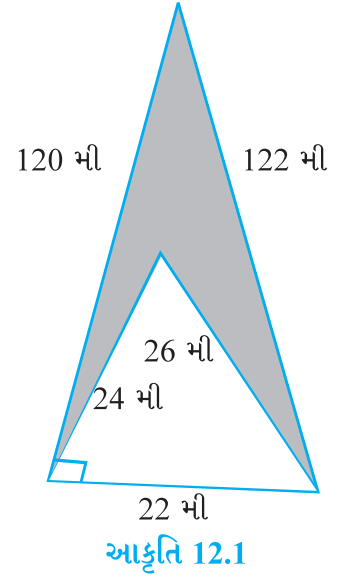
$$\begin{aligned}
\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
&= \sqrt{132(132-122)(132-120)(132-22)} \\
&= \sqrt{132 \times 10 \times 12 \times 110} \\
&= 1320 \text{ મી}^2
\end{aligned}$$

ત્રિકોણની બાજુઓ 22 મી, 24 મી અને 26 મી લેતાં,

$$s = \frac{22 + 24 + 26}{2} = 36$$

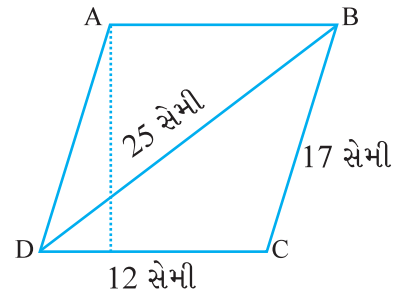
$$\begin{aligned}
\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{36(36-22)(36-24)(36-26)} \\
&= \sqrt{36 \times 14 \times 12 \times 10} \\
&= 24\sqrt{105} \\
&= 24 \times 10.25 \text{ મી}^2 \text{ (આશરે)} \\
&= 246 \text{ મી}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{તેથી, રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= (1320 - 246) \text{ મી}^2 \\
&= 1074 \text{ મી}^2
\end{aligned}$$

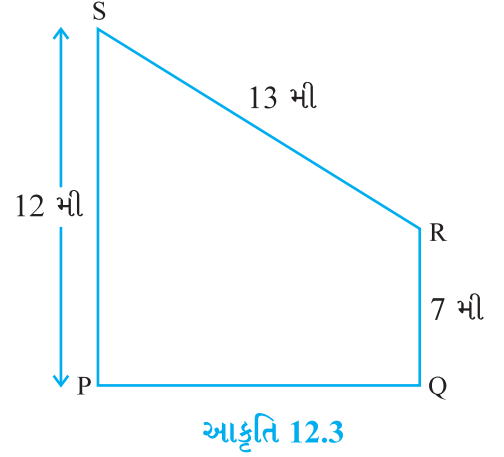


સ્વાધ્યાય 12.3

- 1 એક ત્રિકોણાકાર ખેતરની બાજુઓ 50 મી, 65 મી અને 65 મી છે. તો તેમાં ₹ 7 પ્રતિ મી² લેખે ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ શોધો.
- 2 એક ફ્લાયઓવરની ત્રિકોણાકાર દિવાલોનો ઉપયોગ જાહેરાત માટે કરવામાં આવે છે. આ દિવાલો પૈકીની એક દિવાલની બાજુઓ 13 મી, 14 મી અને 15 મી છે. જાહેરાત પ્રતિ વર્ષ ₹ 2000 પ્રતિ મી² ના દરે કમાણી કરી આપે છે. એક કંપની આ દિવાલ 6 મહિના માટે ભાડે રાખે છે. તો તેણે કેટલું ભાડું ચૂકવવું પડે ?
- 3 સમબાજુ ત્રિકોણના અંતર્ભાગમાં આવેલા કોઈ બિંદુથી ત્રણેય બાજુ પર લંબ દોરવામાં આવે છે. લંબની લંબાઈઓ 14 સેમી, 10 સેમી અને 6 સેમી છે. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- 4 સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ 32 સેમી છે. સમાન બાજુ અને પાયાનો ગુણોત્તર 3 : 2 છે. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- 5 આકૃતિ 12.2 માં આપેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. શિરોબિંદુ A થી બાજુ DC પર દોરેલા વેધની લંબાઈ પણ શોધો.
- 6 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ આકારના ખેતરની બાજુઓ 60 મી અને 40 મી અને તેના એક વિકર્ણની લંબાઈ 80 મી છે. આ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



- 7 ત્રિકોણાકાર ખેતરની પરિમિતિ 420 મી અને તેની બાજુઓનો ગુણોત્તર 6 : 7 : 8 છે. આ ત્રિકોણાકાર ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- 8 ચતુષ્કોણ ABCD ની બાજુઓ અનુક્રમે 6 સેમી, 8 સેમી, 12 સેમી અને 14 સેમી છે અને પહેલી બે બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો કાટકોણ છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- 9 જેની પરિમિતિ 40 સેમી અને એક વિકર્ણ 12 સેમી હોય તેવા, સમબાજુ ચતુષ્કોણ આકારના એક કાગળની બંને બાજુ ₹ 5 પ્રતિ સેમી² ના દરથી રંગ કરેલ છે. તો રંગ કરવાનો ખર્ચ શોધો.
- 10 આકૃતિ 12.3 માં આપેલ સમલંબ ચતુષ્કોણ PQRS ની ઊંચાઈ PQ છે, તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જો ત્રિકોણની દરેક બાજુને બમણી કરવામાં આવે, તો નવા રચાતા ત્રિકોણ અને આપેલા ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે a, b, c એ આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ છે અને s એ તેની અર્ધ પરિમિતિ છે.

$$\text{તો, } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\text{અથવા, } 2s = a + b + c \tag{1}$$

$$\text{આપેલા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \Delta, \text{ કહો.}$$

આપેલા વિધાન પ્રમાણે, નવા ત્રિકોણની બાજુઓ $2a, 2b$ અને $2c$ હશે. ધારો કે S એ નવા ત્રિકોણની અર્ધ પરિમિતિ છે.

$$S = \frac{2a+2b+2c}{2} = a+b+c \tag{2}$$

(1) અને (2) પરથી,

$$S = 2s \tag{3}$$

નવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$$= \sqrt{S(S-2a)(S-2b)(S-2c)}$$

કિંમતો મૂકતાં,

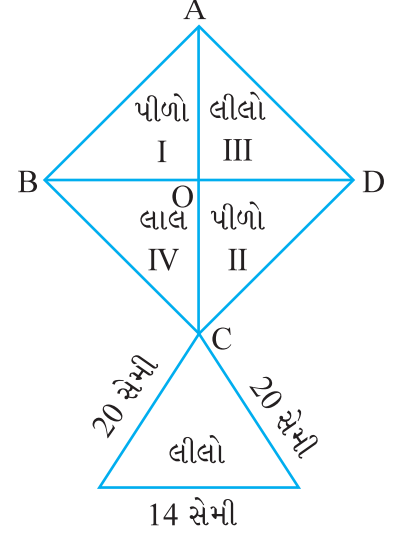
$$= \sqrt{2s(2s-2a)(2s-2b)(2s-2c)}$$

$$= \sqrt{16s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= 4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 4\Delta$$

તેથી માંગેલો ગુણોત્તર 4:1 છે.

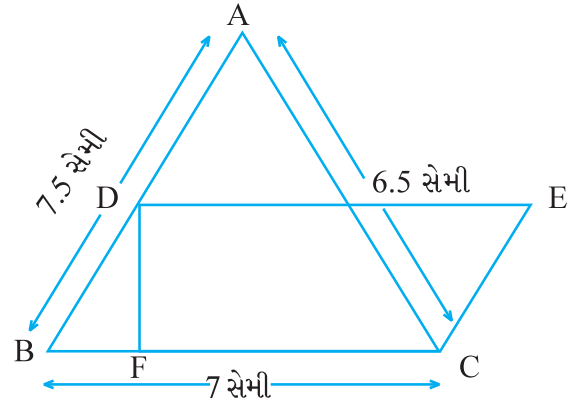
સ્વાધ્યાય 12.4



આકૃતિ 12.4

- આકૃતિ 12.4 માં આપેલ પતંગ બનાવવા માટે દરેક રંગનો કેટલો કાગળ જરૂરી છે. ABCD ચોરસ છે, અને તેનો વિકર્ણ 44 સેમી છે.

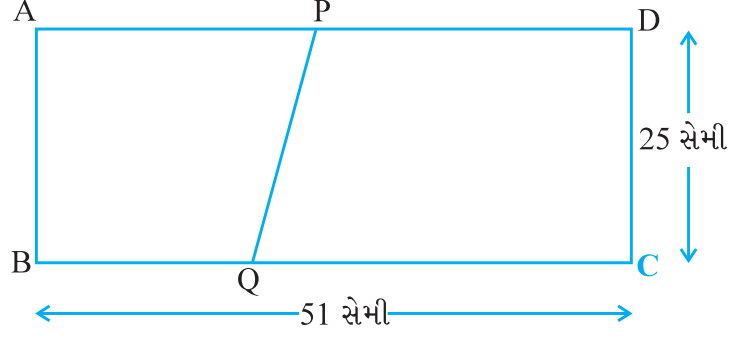
- એક ત્રિકોણની પરિમિતિ 50 સેમી છે. ત્રિકોણની એક બાજુ તેની નાની બાજુ કરતાં 4 સેમી લાંબી અને ત્રીજી બાજુ, નાની બાજુના બમણા કરતાં 6 સેમી ઓછી છે. તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 475 સેમી² અને ઊંચાઈ 19 સેમી છે. જો તેની એક સમાંતર બાજુ, બીજી સમાંતર બાજુ કરતાં 4 સેમી વધુ હોય, તો તેની બંને સમાંતર બાજુઓની લંબાઈઓ શોધો.
- ઘર બનાવવા માટે એક લંબચોરસ જમીનનો ટુકડો આપેલો છે. જે 40 મી લંબાઈનો અને આગળથી 15 મી પહોળાઈનો છે. નિયમ પ્રમાણે આગળ અને પાછળની બાજુએ ઓછામાં ઓછી 3 મી જગ્યા છોડવાની છે અને બાકીની દરેક બાજુથી 2 મી જગ્યા છોડવાની છે. તો જેમાં ઘર બનાવી શકાય એવું મહત્તમ ક્ષેત્રફળ શોધો.
- સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારના એક ખેતરની સમાંતર બાજુઓ 90 મી અને 30 મી છે. આ બાજુઓ ત્રીજી બાજુને કાટકોણમાં મળે છે. ચોથી બાજુની લંબાઈ 100 મી છે. જો 1 મી² નો ખેતર ખેડવાનો ખર્ચ ₹ 4 હોય, તો ખેતર ખેડવાનો કુલ ખર્ચ શોધો.



આકૃતિ 12.5

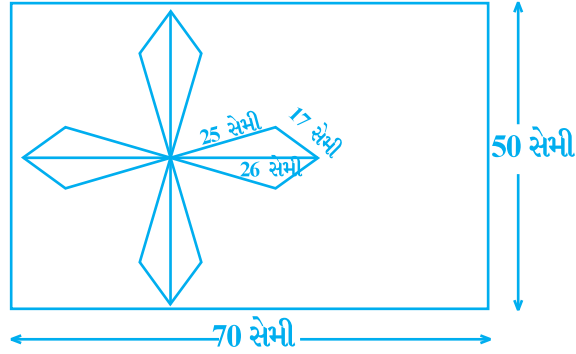
- આકૃતિ 12.5 માં, ΔABC ની બાજુઓ $AB = 7.5$ સેમી, $AC = 6.5$ સેમી અને $BC = 7$ સેમી. ΔABC જેટલો જ ક્ષેત્રફળ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ DBCE એ પાયા BC પર રચેલો છે. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ DF શોધો.

7. લંબચોરસ ABCD નાં પરિમાણ 51 સેમી × 25 સેમી છે. આકૃતિ 12.6 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જેની સમાંતર બાજુઓ QC અને PD નો ગુણોત્તર 9 : 8 થાય તેવો સમલંબ ચતુષ્કોણ PQCD લંબચોરસમાંથી કાપવામાં આવે છે. જો સમલંબ ચતુષ્કોણ PQCD નું ક્ષેત્રફળ, લંબચોરસના ક્ષેત્રફળના $\frac{5}{6}$ માં ભાગનું હોય તો QC અને PD ની લંબાઈઓ શોધો.



આકૃતિ 12.6

8. આકૃતિ 12.7 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, 50 સેમી × 70 સેમી પરિમાણની લંબચોરસ લાદીમાં એક ભાત કરેલી છે. ભાતમાં 8 ત્રિકોણ છે, દરેક બાજુ 26 સેમી, 17 સેમી અને 25 સેમી છે. ભાતનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો અને લાદીની બાકીની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 12.7



પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- લંબઘનની લંબાઈ l , પહોળાઈ b અને ઊંચાઈ h
 - (a) લંબઘનનું ઘનફળ = lbh
 - (b) લંબઘનનાં પાર્શ્વપૃષ્ઠોનું ક્ષેત્રફળ = $2h(l + b)$
 - (c) લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2(lb + bh + hl)$
 - (d) લંબઘનનો વિકર્ણ = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
- સમઘનની ધાર = a
 - (a) સમઘનનું ઘનફળ = a^3
 - (b) સમઘનનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ = $4a^2$
 - (c) સમઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $6a^2$
 - (d) સમઘનનો વિકર્ણ = $a\sqrt{3}$
- નળાકારની ત્રિજ્યા r , ઊંચાઈ h
 - (a) નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$
 - (b) નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi r h$
 - (c) નળાકારની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ = $2\pi r(r + h)$
- શંકુની ઊંચાઈ h , ત્રિજ્યા r અને તિર્યક ઊંચાઈ l
 - (a) શંકુનું ઘનફળ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 - (b) શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r l$

(c) શંકુની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ = $\pi r (l + r)$

(d) શંકુની તિર્યક (ત્રાંસી) ઊંચાઈ $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$

• ગોળાની ત્રિજ્યા = r

(a) ગોળાનું ઘનફળ = $\frac{4}{3}\pi r^3$

(b) ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $4\pi r^2$

• અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા = r

(a) અર્ધગોળાનું ઘનફળ = $\frac{2}{3}\pi r^3$

(b) અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi r^2$

(c) અર્ધગોળાની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ = $3\pi r^2$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : એક નળાકારની ત્રિજ્યા અડધી અને ઊંચાઈ બમણી કરીએ તો ઘનફળ પર શું અસર થશે ?

- (A) સરખું (B) બમણું (C) અડધું (D) ચાર ગણું

ઉકેલ : ધારો કે નળાકારની ત્રિજ્યા r અને ઊંચાઈ h છે.

તેથી નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

હવે નળાકારની ત્રિજ્યા $R = \frac{r}{2}$ અને ઊંચાઈ $H = 2h$ કરીએ,

તો તેથી બનતા નવા નળાકારનું ઘનફળ = $\pi R^2 H$

$$= \pi \frac{r^2}{4} \times 2h$$

$$= \frac{1}{2}(\pi r^2 h)$$

$$= \frac{1}{2} (\text{મૂળ નળાકારનું ઘનફળ})$$

જવાબ (C)

સ્વાધ્યાય 13.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 10 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. એક ગોળાની ત્રિજ્યા $2r$ છે, તો તેનું ઘનફળ

- (A) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (B) $4\pi r^3$ (C) $\frac{8\pi r^3}{3}$ (D) $\frac{32}{3}\pi r^3$

2. ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ 96 સેમી² છે. તો ઘનનું ઘનફળ
 (A) 8 સેમી³ (B) 512 સેમી³ (C) 64 સેમી³ (D) 27 સેમી³
3. એક શંકુની ઊંચાઈ 8.4 સેમી અને પાયાની ત્રિજ્યા 2.1 સેમી છે. તેને પીગાળીને ગોળામાં રૂપાંતરિત કરવામાં આવે છે. તે ગોળાની ત્રિજ્યા
 (A) 4.2 સેમી (B) 2.1 સેમી (C) 2.4 સેમી (D) 1.6 સેમી
4. એક નળાકારની ત્રિજ્યા બમણી અને ઊંચાઈ અડધી કરતાં તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ થશે.
 (A) અડધું (B) બમણું (C) સરખું (D) ચાર ગણું
5. જેની ત્રિજ્યા $\frac{r}{2}$ અને તિર્યક ઊંચાઈ 2l હોય એવા શંકુની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ
 (A) $2\pi r (l + r)$ (B) $\pi r \left(l + \frac{r}{4} \right)$ (C) $\pi r (l + r)$ (D) $2\pi r l$
6. બે નળાકારની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર 2:3 છે અને તેમની ઊંચાઈઓનો ગુણોત્તર 5:3 છે. તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર
 (A) 10 : 17 (B) 20 : 27 (C) 17 : 27 (D) 20 : 37
7. સમઘનનું પાર્શ્વ પૃષ્ઠફળ 256 મી² છે. તે સમઘનનું ઘનફળ
 (A) 512 મી³ (B) 64 મી³ (C) 216 મી³ (D) 256 મી³
8. 16 મી લંબાઈ, 12 મી પહોળાઈ અને 4 મી ઊંડાઈ ધરાવતા ખાડામાં 4 મી × 50 સેમી × 20 સેમી પરિમાણ ધરાવતા પાટિયાં સમાઈ શકે.
 (A) 1900 (B) 1920 (C) 1800 (D) 1840
9. 10 મી × 10 મી × 5 મી પરિમાણવાળા ઓરડામાં મૂકી શકાય એવા લાંબામાં લાંબા થાંભલાની લંબાઈ
 (A) 15 મી (B) 16 મી (C) 10 મી (D) 12 મી
10. અર્ધગોળાકાર કૂગ્ગામાં હવા ભરતાં તેની ત્રિજ્યા 6 સેમી થી વધીને 12 સેમી થાય છે. તો બંને કિસ્સામાં કૂગ્ગાની વક્રસપાટીનાં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર
 (A) 1 : 4 (B) 1 : 3 (C) 2 : 3 (D) 2 : 1

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો :

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 13.1 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે r ત્રિજ્યાવાળો એક ગોળો, એક લંબવૃત્તીય નળાકારમાં ચુસ્ત બંધ કરેલો છે. ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ એ નળાકારની વક્રસપાટીના ક્ષેત્રફળ જેટલું થાય.

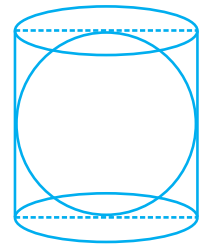
ઉકેલ : સત્ય.

અહીં, ગોળાની ત્રિજ્યા = નળાકારની ત્રિજ્યા = r

ગોળાનો વ્યાસ = નળાકારની ઊંચાઈ = $2r$

ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $4\pi r^2$

નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi r (2r) = 4\pi r^2$



આકૃતિ 13.1

ઉદાહરણ 2 : એક ઘનની ધાર r સેમી માપની છે. જો આ ઘનમાંથી શક્ય તેટલો મોટામાં મોટો લંબવૃત્તીય શંકુ કાપવામાં આવે, તો શંકુનું ઘનફળ $\frac{1}{6}\pi r^3$ સેમી³ થાય.

ઉકેલ : અસત્ય.

શંકુની ઊંચાઈ = r સેમી, પાયાનો વ્યાસ = r સેમી

$$\begin{aligned} \text{તેથી, શંકુનું ઘનફળ} &= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot r \\ &= \frac{1}{12}\pi r^3 \end{aligned}$$

સ્વાધ્યાય 13.2

નીચેનાં પૈકી પ્રત્યેક વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

1. ગોળાનું ઘનફળ, જેની ઊંચાઈ અને વ્યાસ ગોળાના વ્યાસ જેટલો છે તેવા નળાકારના ઘનફળના બે તૃતીયાંશ જેટલું છે.
2. જો લંબવૃત્તીય શંકુની ત્રિજ્યા અડધી અને ઊંચાઈ બમણી કરીએ તો તેનું ઘનફળ બદલાતું નથી.
3. એક લંબવૃત્તીય શંકુમાં ઊંચાઈ, ત્રિજ્યા અને તિર્યક ઊંચાઈ હંમેશાં કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુઓ ન હોઈ શકે.
4. જો નળાકારની ત્રિજ્યા બમણી કરીએ અને વકસપાટીનું ક્ષેત્રફળ બદલવામાં ન આવે તો તેની ઊંચાઈ અડધી જ થાય.
5. એક $2r$ ધારવાળા ઘનમાં બંધબેસતો હોય તેવા સૌથી મોટા લંબવૃત્તીય શંકુનું ઘનફળ r ત્રિજ્યાવાળા અર્ધગોળાના ઘનફળ બરાબર હોય છે.
6. એક નળાકાર અને એક લંબવૃત્તીય શંકુ સમાન પાયાના અને સમાન ઊંચાઈના છે. નળાકારનું ઘનફળ, શંકુના ઘનફળ કરતાં ત્રણ ગણું હોય.
7. એક શંકુ, અર્ધગોળો અને નળાકાર સમાન પાયા પર અને સમાન ઊંચાઈ ધરાવે છે. તેમનાં ઘનફળનો ગુણોત્તર $1 : 2 : 3$ થાય.
8. જો એક ઘનના વિકર્ણની લંબાઈ $6\sqrt{3}$ સેમી હોય, તો તે ઘનની ધારની લંબાઈ 3 સેમી છે.
9. જો એક ગોળો, ઘનની અંતર્ગત હોય, તો ઘનના ઘનફળ અને ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર $6 : \pi$.
10. જો નળાકારની ત્રિજ્યા બમણી અને ઊંચાઈ અડધી કરીએ તો તેનું ઘનફળ બમણું થશે.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : 5 સેમી ત્રિજ્યાના ગોળાની વકસપાટીનું ક્ષેત્રફળ, 4 સેમી ત્રિજ્યાના શંકુની વકસપાટીના ક્ષેત્રફળ કરતાં પાંચ ગણું છે. તો શંકુનું ઘનફળ અને ઊંચાઈ શોધો. $\pi = \frac{22}{7}$ લો.

ઉકેલ : ગોળાની વકસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $4\pi \times 5 \times 5$ સેમી².

શંકુની વકસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $\pi \times 4 \times l$ સેમી²,

અહીં l એ શંકુની તિર્યક ઊંચાઈ છે,

આપેલા વિધાન પ્રમાણે,

$$4\pi \times 5 \times 5 = 5 \times \pi \times 4 \times l$$

$$\therefore l = 5 \text{ સેમી}$$

હવે $l^2 = h^2 + r^2$

તેથી, $(5)^2 = h^2 + (4)^2$

જ્યાં h એ શંકુની ઊંચાઈ છે.

$$\therefore (5)^2 - (4)^2 = h^2$$

$$\therefore 9 = h^2$$

$$\therefore h = 3 \text{ સેમી}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{શંકુનું ઘનફળ} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 3 \text{ સેમી}^3 \\
&= \frac{22 \times 16}{7} \text{ સેમી}^3 \\
&= \frac{352}{7} \text{ સેમી}^3 = 50.29 \text{ સેમી}^3 \text{ (આશરે)}
\end{aligned}$$

ઉદાહરણ 2 : ગોળાની ત્રિજ્યા 10% વધે છે. સાબિત કરો કે તેનું ઘનફળ આશરે 33.1% વધે છે.

$$\text{ઉકેલ : ગોળાનું ઘનફળ} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{ત્રિજ્યામાં 10% વધારો} = \frac{r}{10}$$

$$\text{વધેલી ત્રિજ્યા} = r + \frac{1}{10}r = \frac{11r}{10}$$

$$\begin{aligned}
\text{હવે ગોળાનું ઘનફળ} \quad \frac{4}{3}\pi \left(\frac{11r}{10}\right)^3 &= \frac{4}{3}\pi \times \frac{1331}{1000}r^3 \\
&= \frac{4}{3}\pi \times 1.331r^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ઘનફળમાં થતો વધારો} &= \frac{4}{3}\pi \times 1.331r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \\
&= \frac{4}{3}\pi r^3 (1.331-1) = \frac{4}{3}\pi r^3 \times 0.331
\end{aligned}$$

$$\text{ઘનફળમાં થતો પ્રતિશત વધારો} = \left[\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \times 0.331}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times 100 \right] = 33.1$$

સ્વાધ્યાય 13.3

1. એક લંબઘન ખોખાનાં અંદરનાં પરિમાણ 16 સેમી \times 8 સેમી \times 8 સેમી છે. જો આ ખોખાને 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળા 16 ગોળા અને સંરક્ષક પ્રવાહીથી સંપૂર્ણ ભરવામાં આવે, તો આ પ્રવાહીનું ઘનફળ શોધો. તમારો જવાબ નજીકના પૂર્ણાંકમાં આપો. ($\pi = 3.14$ લો.)
2. એક સંગ્રાહક ટાંકી ઘનાકાર છે. જ્યારે તે પાણીથી પૂરેપૂરી ભરેલી હોય, ત્યારે તેમાં સમાઈ શકતા પાણીનું ઘનફળ 15.625 મી³ છે. જો પાણીની ઊંડાઈ 1.3 મી હોય, તો ટાંકીમાંથી વપરાયેલા પાણીનું ઘનફળ શોધો.
3. 4.2 સેમી વ્યાસના ઘન ગોળાકાર દડાને પાણીમાં સંપૂર્ણપણે ડૂબાડતાં, તેણે ખસેડેલા પાણીનો જથ્થો શોધો.
4. એક શંકુ આકારના તંબુની ઊંચાઈ 3.5 મી અને પાયાની ત્રિજ્યા 12 મી છે. આવા તંબુને બનાવવા કેટલા ચોરસ મીટર તાડપત્રી જોઈએ ?
5. એક જ ધાતુના બનેલા બે નક્કર ગોળાઓનાં વજન અનુક્રમે 5920 ગ્રામ અને 740 ગ્રામ છે. જો નાના ગોળાનો વ્યાસ 5 સેમી હોય, તો મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.
6. એક શાળા વિદ્યાર્થીઓને રોજ 7 સેમી વ્યાસના નળાકાર ગ્લાસમાં દૂધ આપે છે. જો ગ્લાસમાં 12 સેમીની ઊંચાઈ સુધી દૂધ ભરેલું હોય તો 1600 વિદ્યાર્થીઓને આપવા માટે કેટલા લિટર દૂધ જોઈએ ?

7. એક નળાકાર રોલરની લંબાઈ 2.5 મી અને ત્રિજ્યા 1.75 મી છે. તેને રોડ પર ફેરવતાં તે 5500 મી² નું ક્ષેત્રફળ આવરે છે. તેના માટે કેટલાં પરિભ્રમણ કરવાં પડે ?
8. એક નાના ગામની વસ્તી 5000 છે, દરરોજ એક વ્યક્તિ દીઠ 75 લિટર પાણીની જરૂર પડે છે. ગામમાં આવેલી ટાંકીનું માપ 40 મી × 25 મી × 15 મી છે. આ ટાંકીનું પાણી કેટલા દિવસ ચાલશે ?
9. એક દુકાનદાર પાસે 5 સેમી ત્રિજ્યાનો ગોળાકાર લાડુ છે. એક સમાન વસ્તુના 2.5 સેમી ત્રિજ્યાના આવા કેટલા લાડુ બનાવી શકાય ?
10. બાજુઓ 6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી વાળા કાટકોણ ત્રિકોણને 8 સેમી બાજુ તરફથી ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. તેથી બનતી આકૃતિની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ શોધો.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : 6 મી લંબાઈ અને 4 મી પહોળાઈની એક સમથળ લંબચોરસ સપાટી પર વરસાદનું પાણી પડે છે તેની અંદરની ત્રિજ્યા 20 સેમી હોય તેવા નળાકાર પાત્રમાં ભરાય છે. જો વરસાદ 1 સેમી પડે તો નળાકાર પાત્રમાં પાણીની ઊંચાઈ કેટલી હશે ? તમારો જવાબ નજીકના પૂર્ણાંકમાં આપો. ($\pi = 3.14$ લો.)

ઉકેલ : ધારો કે નળાકાર પાત્રમાં પાણીની સપાટીની ઊંચાઈ h સેમી છે.

વરસાદી પાણીનું ઘનફળ = $600 \times 400 \times 1$ સેમી³

નળાકાર પાત્રમાં પાણીનું ઘનફળ = $\pi (20)^2 \times h$ સેમી³

વિધાન પ્રમાણે

$$600 \times 400 \times 1 = \pi (20)^2 \times h$$

અથવા
$$h = \frac{600}{3.14} \text{ સેમી} = 191 \text{ સેમી}$$

સ્વાધ્યાય 13.4

1. લોખંડના પતરામાંથી બનેલી 2 સેમી જાડી નળાકાર નળી બંને છેડેથી ખુલ્લી છે. જો બહારનો વ્યાસ 16 સેમી અને તેની લંબાઈ 100 સેમી હોય, તો આ નળી બનાવવા કેટલા ઘન સેમી લોખંડની જરૂર પડી હશે ?
2. એક અર્ધવર્તુળાકાર ધાતુના પતરાનો વ્યાસ 28 સેમી છે. તેને વાળીને ખુલ્લો શંકુ આકાર કપ બનાવવામાં આવે છે. આ કપની ક્ષમતા શોધો.
3. 5 મી ત્રિજ્યાનો શંકુ આકારનો તંબુ, 165 મી² ક્ષેત્રફળવાળા કાપડમાંથી બનાવવામાં આવ્યો છે,
 - (i) જો એક વિદ્યાર્થી, જમીન પર સરેરાશ $\frac{5}{7}$ મી² જગ્યા રોકે, તો આ તંબુમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ બેસી શકે ?
 - (ii) આ શંકુનું ઘનફળ શોધો.
4. એક કારખાના માટેનું પાણી એક 14 મી અંદરના વ્યાસવાળી અર્ધગોળાકાર ટાંકીમાં ભરેલું છે. ટાંકીમાં 50 કિલોલિટર પાણી ભરેલું છે. ટાંકીની ક્ષમતા જેટલું પાણી તેમાં ભરવામાં આવે છે. ટાંકીમાં ભરવામાં આવેલા પાણીનું ઘનફળ શોધો.
5. બે ગોળાઓના ઘનફળનો ગુણોત્તર 64 : 27 છે. તેમની વક્સપાટીનાં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.
6. 4 સેમી બાજુવાળા એક ઘનમાં તેની બાજુઓને અડે તેમ એક ગોળો ગોઠવેલો છે. તો વચ્ચેની ખાલી જગ્યાનું ઘનફળ શોધો.
7. સમાન ત્રિજ્યાવાળા એક ગોળા અને વૃત્તીય નળાકારનાં ઘનફળ સમાન છે. નળાકારનો વ્યાસ તેની ઊંચાઈથી કેટલા ટકા વધુ હોય ?
8. 30 વર્તુળાકાર તાસક પૈકી પ્રત્યેકની ત્રિજ્યા 14 સેમી અને જાડાઈ 3 સેમી છે તેને એકબીજા પર મૂકીને ઘન નળાકાર બનાવવામાં આવે છે. તો
 - (i) કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
 - (ii) તેથી બનતા નળાકારનું ઘનફળ શોધો.

આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

આંકડાશાસ્ત્ર

- ‘આંકડાશાસ્ત્ર’નો અર્થ, પ્રાથમિક માહિતી અને ગૌણ માહિતી, કાર્યી/અવર્ગીકૃત માહિતી, માહિતીનો વિસ્તાર, વર્ગીકૃત માહિતી - વર્ગ અંતરાલ, વર્ગની મધ્યકિંમત, માહિતીની રજૂઆત-આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક, અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ અને સતત આવૃત્તિ-વિતરણ .
- માહિતીની આલેખાત્મક રજૂઆત :
 - (i) લંબાલેખ
 - (ii) સમાન પહોળાઈ અને અસમાન પહોળાઈના સ્તંભાલેખ
 - (iii) આવૃત્તિ બહુકોણો.
- મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનાં માપ
 - (a) મધ્યક
 - (i) કાર્યી માહિતીનો મધ્યક

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{જ્યાં } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ એ } n \text{ અવલોકનો છે.}$$

- (ii) અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}, \text{જ્યાં, } f_i \text{ એ } x_i \text{ ની આવૃત્તિ છે.}$$

(b) મધ્યસ્થ

જ્યારે માહિતીના અવલોકનોને ચડતા (અથવા ઉતરતા) ક્રમમાં ગોઠવેલાં હોય, ત્યારે માહિતીને બે સમાન ભાગમાં વિભાજિત કરતા અવલોકનોને મધ્યસ્થ કહે છે.

મધ્યસ્થની ગણતરી

જ્યારે અવર્ગીકૃત માહિતીના અવલોકનોને ચડતા (અથવા ઉતરતા) ક્રમમાં ગોઠવ્યાં હોય, ત્યારે મધ્યસ્થની ગણતરી નીચે પ્રમાણે કરવામાં આવે છે :

- (i) જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા (n) અયુગ્મ હોય, ત્યારે મધ્યસ્થ એ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ મા અવલોકનનું મૂલ્ય છે.
- (ii) જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા (n) યુગ્મ હોય, ત્યારે મધ્યસ્થ એ $\left(\frac{n}{2}\right)$ અને $\frac{n}{2}+1$ મા અવલોકનોના મૂલ્યની સરેરાશ અથવા તેમનો મધ્યક છે.

(c) બહુલક

જે અવલોકન મહત્તમ વખત પુનરાવર્તિત થાય છે, તે અવલોકનના મૂલ્યને બહુલક કહે છે, અર્થાત્ જે અવલોકનની આવૃત્તિ સૌથી વધારે છે, તે અવલોકન બહુલક છે. અવર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક માત્ર નિરીક્ષણથી મળે છે.

સંભાવના

- યાદચ્છિક પ્રયોગ
- પ્રયોગનાં પરિણામો
- પ્રયોગના પ્રયત્નનો અર્થ
- ઘટનાની પ્રાયોગિક (અથવા આનુભાવિક) સંભાવના

$$P(E) = \frac{\text{ઘટના ઉદ્ભવે તે માટેના પ્રયત્નોની સંખ્યા}}{\text{પ્રયત્નોની કુલ સંખ્યા}}$$

- ઘટના E ની સંભાવના 0 થી 1 સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા હોઈ શકે છે. કેટલાક વિશિષ્ટ કિસ્સાઓમાં તે 0 અથવા 1 પણ હોઈ શકે છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 3 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 1 : ગણિતની પરીક્ષામાં (100 ગુણમાંથી) 17 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ નીચે આપ્યાં છે :

91, 82, 100, 100, 96, 65, 82, 76, 79, 90, 46, 64, 72, 68, 66, 48, 49.

માહિતીનો વિસ્તાર છે.

- (A) 46 (B) 54 (C) 90 (D) 100

ઉકેલ : માહિતીનો વિસ્તાર = (મહત્તમ ગુણ) – (ન્યૂનતમ ગુણ) = 100 – 46 = 54

જવાબ (B)

ઉદાહરણ 2 : વર્ગ 130-150 ની મધ્યકિંમત છે.

- (A) 130 (B) 135 (C) 140 (D) 145

ઉકેલ : વર્ગની મધ્યકિંમત = $\frac{(\text{અધ:સીમા}) + (\text{ઉર્ધ્વસીમા})}{2} = 140$

જવાબ (C)

ઉદાહરણ 3 : એક પાસાને 1000 વખત ફેંકવામાં આવે છે અને તેથી મળતાં પરિણામોની નોંધ નીચે કરવામાં આવે છે :

પરિણામ	1	2	3	4	5	6
આવૃત્તિ	180	150	160	170	150	190

જો પાસાને એક વધારે વખત ફેંકવામાં આવે, તો 5 મળે તેની સંભાવના છે.

- (A) $\frac{9}{50}$ (B) $\frac{3}{20}$ (C) $\frac{4}{25}$ (D) $\frac{7}{25}$

ઉકેલ : પાસાને એક વખત વધારે ફેંકવામાં આવે, તો 5 મળે તેની સંભાવના = $\frac{\text{પાસાને ફેંકવાથી 5 મળે તેની સંખ્યા}}{\text{પ્રયત્નોની કુલ સંખ્યા}}$
 $= \frac{3}{20}$

જવાબ (B)

સ્વાધ્યાય 14.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 30 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

- વર્ગ 90-120 ની મધ્યકિંમત છે.
 (A) 90 (B) 105 (C) 115 (D) 120
- માહિતી 25, 18, 20, 22, 16, 6, 17, 15, 12, 30, 32, 10, 19, 8, 11, 20 નો વિસ્તાર છે.
 (A) 10 (B) 15 (C) 18 (D) 26
- એક આવૃત્તિ-વિતરણમાં વર્ગની મધ્યકિંમત 10 છે અને વર્ગની વર્ગલંબાઈ 6 છે. વર્ગની અધ:સીમા થશે.
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12
- એક આવૃત્તિ-વિતરણના સતત પાંચ વર્ગોની વર્ગલંબાઈ 5 છે અને સૌથી ન્યૂનતમ વર્ગની અધ:સીમા 10 છે. સૌથી મહત્તમ વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા હશે.
 (A) 15 (B) 25 (C) 35 (D) 40
- સતત આવૃત્તિ-વિતરણના એક વર્ગની મધ્યકિંમત m અને ઊર્ધ્વસીમા l છે. આ વર્ગની અધ:સીમા છે.
 (A) $2m + l$ (B) $2m - l$ (C) $m - l$ (D) $m - 2l$
- એક આવૃત્તિ-વિતરણના વર્ગોની મધ્યકિંમત નીચે પ્રમાણે છે :
 15, 20, 25, ...
 જે વર્ગની મધ્યકિંમત 20 છે, તે વર્ગ છે.
 (A) 12.5 – 17.5 (B) 17.5 – 22.5
 (C) 18.5 – 21.5 (D) 19.5 – 20.5
- વર્ગો 10-20, 20-30 પૈકી વર્ગમાં સંખ્યા 20 નો સમાવેશ કરેલો છે :
 (A) 10-20 (B) 20-30
 (C) બંને વર્ગોમાં (D) આ પૈકી એકપણ વર્ગમાં નહિ

8. નીચે આપેલી માહિતી માટે સમાન વર્ગલંબાઈના વર્ગોવાળું એક વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવામાં આવ્યું છે. તેનો એક વર્ગ 250-270 (અવલોકન 270 નો આ વર્ગમાં સમાવેશ કરેલો નથી) છે :

268, 220, 368, 258, 242, 310, 272, 342, 310, 290, 300, 320, 319, 304, 402,
318, 406, 292, 354, 278, 210, 240, 330, 316, 406, 215, 258, 236.

310-330 વર્ગની આવૃત્તિ છે.

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

9. એક વર્ગ 63-72 (72 નો સમાવેશ કરેલો છે) હોય, તેવા સમાન લંબાઈના વર્ગોનું એક વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણ નીચેની માહિતી માટે બનાવ્યું છે :

30, 32, 45, 54, 74, 78, 108, 112, 66, 76, 88,
40, 14, 20, 15, 35, 44, 66, 75, 84, 95, 96,
102, 110, 88, 74, 112, 14, 34, 44.

આ વિતરણના વર્ગોની સંખ્યા હશે.

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

10. નીચેનું આવૃત્તિ-વિતરણ દર્શાવવા એક સ્તંભાલેખ દોરવો છે :

વર્ગો	5-10	10-15	15-25	25-45	45-75
આવૃત્તિ	6	12	10	8	15

વર્ગ 25-45 ની સપ્રમાણ આવૃત્તિ છે.

- (A) 6 (B) 5 (C) 3 (D) 2

11. પાંચ સંખ્યાઓનો મધ્યક 30 છે. એક સંખ્યા દૂર કરવામાં આવે, તો મધ્યક 28 થાય છે. દૂર કરેલી સંખ્યા છે.

- (A) 28 (B) 30 (C) 35 (D) 38

12. જો અવલોકનો $x, x + 3, x + 5, x + 7, x + 10$ નો મધ્યક 9 હોય, તો છેલ્લા ત્રણ અવલોકનોનો મધ્યક છે.

- (A) $10\frac{1}{3}$ (B) $10\frac{2}{3}$ (C) $11\frac{1}{3}$ (D) $11\frac{2}{3}$

13. જો n અવલોકનો x_1, x_2, \dots, x_n નો મધ્યક \bar{x} હોય તો $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$ નું મૂલ્ય છે.

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) $n - 1$

14. જો માહિતીનું પ્રત્યેક અવલોકન 5 જેટલું વધારવામાં આવે, તો તેમનો મધ્યક

- (A) સમાન રહે (B) મૂળ મધ્યકથી 5 ગણો થશે
(C) 5 જેટલો ઘટશે (D) 5 જેટલો વધશે

15. ધારો કે x_1, x_2, \dots, x_n નો મધ્યક \bar{x} અને y_1, y_2, \dots, y_n નો મધ્યક \bar{y} છે. જો $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ નો મધ્યક \bar{z} હોય, તો $\bar{z} = \dots$

- (A) $\bar{x} + \bar{y}$ (B) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{2}$ (C) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{n}$ (D) $\frac{\bar{x} + \bar{y}}{2n}$

16. જો x_1, x_2, \dots, x_n નો મધ્યક \bar{x} હોય, તો $a \neq 0$; માટે $ax_1, ax_2, \dots, ax_n, \frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{a}, \dots, \frac{x_n}{a}$ નો મધ્યક
=

(A) $\left(a + \frac{1}{a}\right)\bar{x}$ (B) $\left(a + \frac{1}{a}\right)\frac{\bar{x}}{2}$ (C) $\left(a + \frac{1}{a}\right)\frac{\bar{x}}{n}$ (D) $\frac{\left(a + \frac{1}{a}\right)\bar{x}}{2n}$

17. જેમનાં અવલોકનોની સંખ્યા n_1, n_2, \dots, n_n છે તેવાં n જૂથના મધ્યક અનુક્રમે $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n$ હોય, તો
આ બધાં જૂથને ભેગાં કરતાં બનતાં જૂથનો મધ્યક $\bar{x} = \dots\dots\dots$

(A) $\sum_{i=1}^n n_i \bar{x}_i$ (B) $\frac{\sum_{i=1}^n n_i \bar{x}_i}{n^2}$ (C) $\frac{\sum_{i=1}^n n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n n_i}$ (D) $\frac{\sum_{i=1}^n n_i \bar{x}_i}{2n}$

18. 100 અવલોકનોનો મધ્યક 50 છે. જો એક અવલોકન 50 ને બદલે 150 લેવામાં આવે, તો તેમનો મધ્યક

(A) 50.5 (B) 51 (C) 51.5 (D) 52

19. કુલ 50 સંખ્યાઓ આપી છે. પ્રત્યેક સંખ્યાને 53 માંથી બાદ કરતાં મળતી સંખ્યાઓનો મધ્યક -3.5 મળે છે.
આપેલ સંખ્યાઓનો મધ્યક

(A) 46.5 (B) 49.5 (C) 53.5 (D) 56.5

20. 25 અવલોકનોનો મધ્યક 36 છે. આ અવલોકનોમાંથી જો પ્રથમ 13 અવલોકનોનો મધ્યક 32 અને છેલ્લા 13
અવલોકનોનો મધ્યક 40 હોય, તો 13મું અવલોકન

(A) 23 (B) 36 (C) 38 (D) 40

21. અવલોકનો 78, 56, 22, 34, 45, 54, 39, 68, 54, 84 નો મધ્યસ્થ =

(A) 45 (B) 49.5 (C) 54 (D) 56

22. સતત આવૃત્તિ-વિતરણનો આવૃત્તિ બહુકોણ દોરવા માટે આપણે અનુરૂપ વર્ગોની આવૃત્તિના બિંદુઓ y -અક્ષ પર
લઈએ છીએ અને x -અક્ષ પર

(A) વર્ગોની ઊર્ધ્વસીમા (B) વર્ગોની અધઃસીમા
(C) વર્ગોની મધ્યકિંમત (D) આગળના વર્ગોની ઊર્ધ્વસીમા

23. સંખ્યાઓ 4, 4, 5, 7, 6, 7, 7, 12, 3 નો મધ્યસ્થ

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

24. અવલોકનો 15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15 નો બહુલક

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17

25. 642 વ્યક્તિઓના નિદર્શનમાં, 514 વ્યક્તિઓ પાસે માધ્યમિક શાળાનું પ્રમાણપત્ર છે તેમ જાણવા મળ્યું. જો એક
વ્યક્તિની યાદચ્છિક પસંદગી કરવામાં આવે, તો તે વ્યક્તિ માધ્યમિક શાળાનું પ્રમાણપત્ર ધરાવે છે તેની સંભાવના
..... છે.

(A) 0.5 (B) 0.6 (C) 0.7 (D) 0.8

26. જેમની ઉંમર 19-36 મહિનાની છે તેવા 364 બાળકોનું સર્વેક્ષણ કરવામાં આવ્યું. 91 બાળકો બટાકાની વેફર ખાવાનું પસંદ કરે છે તેમ જાણવા મળ્યું. જો એક બાળકની યાદચ્છિક પસંદગી કરતાં, તે બટાકાની વેફર ખાવાનું પસંદ ન કરે તેની સંભાવના છે.

- (A) 0.25 (B) 0.50 (C) 0.75 (D) 0.80

27. એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની દાક્તરી તપાસમાં નીચે પ્રમાણે રૂધિરના જૂથની નોંધ કરવામાં આવી :

રૂધિરનું જૂથ	A	AB	B	O
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	10	13	12	5

વર્ગમાંથી એક વિદ્યાર્થીને યાદચ્છિક પસંદ કરતાં, તે B રૂધિરજૂથનો હોય તેની સંભાવના છે.

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{13}{40}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{1}{8}$

28. બે સિક્કાને 1000 વખત ઉછાળતાં મળતાં પરિણામોની નોંધ નીચે પ્રમાણે છે :

છાપની સંખ્યા	2	1	0
આવૃત્તિ	200	550	250

ઉપરની માહિતીના આધારે વધુમાં વધુ એક છાપ મળે તેની સંભાવના છે.

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$

29. એક જથ્થામાંથી યાદચ્છિક રીતે 80 વીજળીના ગોળા પસંદ કરવામાં આવ્યા અને તેમનું આયુષ્ય (કલાકમાં) નીચે આપેલા આવૃત્તિ કોષ્ટકમાં નોંધવામાં આવ્યું :

આયુષ્ય (કલાકમાં)	300	500	700	900	1100
આવૃત્તિ	10	12	23	25	10

જથ્થામાંથી એક વીજળીના ગોળાની પસંદગી કરવામાં આવી. આ ગોળાનું આયુષ્ય 1150 કલાક હોય તેની સંભાવના છે.

- (A) $\frac{1}{80}$ (B) $\frac{7}{16}$ (C) 0 (D) 1

30. પ્રશ્ન 29 ની રકમ જુઓ :

જથ્થામાંથી પસંદ કરેલ વીજળીના ગોળાનું આયુષ્ય 900 કલાક કરતાં ઓછું હોય તેની સંભાવના છે.

- (A) $\frac{11}{40}$ (B) $\frac{5}{16}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{9}{16}$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : માહિતી 2, 8, 6, 5, 4, 5, 6, 3, 6, 4, 9, 1, 5, 6, 5 નો મધ્યક 5 આપેલો છે. આ સૂચનાને આધારે, માહિતી 10, 12, 10, 2, 18, 8, 12, 6, 12, 10, 8, 10, 12, 16, 4 નો મધ્યક 10 છે, તેમ કહેવું સત્ય છે ? કારણ આપો.

ઉકેલ : તે સત્ય છે. આપેલી પ્રથમ માહિતીના પ્રત્યેક અવલોકનને 2 વડે ગુણવાથી બીજી માહિતી મળે છે, આથી પ્રથમ માહિતીના મધ્યકને 2 વડે ગુણતાં બીજી માહિતીનો મધ્યક મળે.

ઉદાહરણ 2 : સ્તંભાલેખમાં, લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ એ આવૃત્તિના સપ્રમાણમાં હોય છે. આપણે એમ કહી શકીએ કે લંબચોરસની લંબાઈ પણ આવૃત્તિના સપ્રમાણમાં છે ?

ઉકેલ : ના. જ્યારે વર્ગલંબાઈ સમાન હોય ત્યારે જ આ સત્ય છે.

ઉદાહરણ 3 : માહિતી : 2, 3, 9, 16, 9, 3, 9. નો વિચાર કરો. આપેલા અવલોકનોમાં મહત્તમ કિંમત ધરાવતું અવલોકન 16 છે. માહિતીનો બહુલક આ અવલોકન છે તેવું કહેવું યોગ્ય છે ?

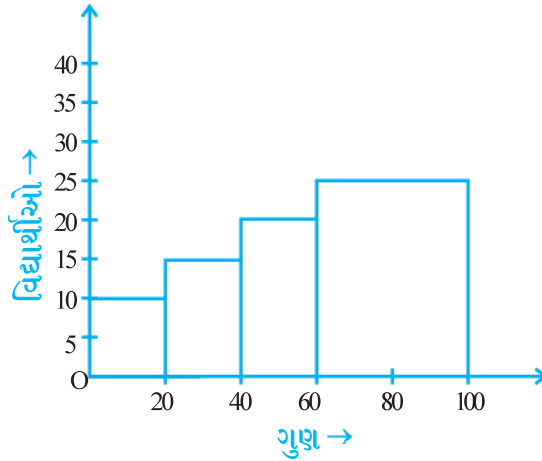
ઉકેલ : આપેલી માહિતીનો બહુલક 16 નથી. મહત્તમ કિંમત ધરાવતું અવલોકન એ માહિતીનો બહુલક નથી, પરંતુ જે અવલોકન વધુ વખત આવૃત્તિ (પુનરાવર્તિત) હોય તે આપેલી માહિતીનો બહુલક છે.

સ્વાધ્યાય 14.2

1. આવૃત્તિ-વિતરણ :

ગુણ	0-20	20-40	40-60	60-100
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	10	15	20	25

તેના માટે આલેખાત્મક રજૂઆત આ પ્રમાણે છે :



આકૃતિ 14.1

તમે વિચારો છો કે આ રજૂઆત સત્ય છે ? શા માટે ?

2. વિદ્યાર્થીઓને ગણિતની એક નિદાનાત્મક કસોટી આપવામાં આવી, મેળવેલાં ગુણની (100માંથી) નોંધ નીચે કરી છે :

46, 52, 48, 11, 41, 62, 54, 53, 96, 40, 98, 44

માહિતીની સારી રજૂઆત માટે 'સરેરાશ'નું કયું માપ યોગ્ય છે ? અને શા માટે ?

3. એક બાળક કહે છે કે 3, 14, 18, 20, 5 નો મધ્યસ્થ 18 છે. મધ્યસ્થ શોધવા માટે બાળક શું સમજ્યું નથી ?

4. એક ફૂટબોલના ખેલાડીએ 10 મેચમાં (હરિકાઈમાં) કરેલા ગોલની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે.

1, 3, 2, 5, 8, 6, 1, 4, 7, 9

મેચની સંખ્યા 10 (યુગ્મ સંખ્યા) હોવાથી,

$$\text{મધ્યસ્થ} = \frac{5 \text{ મું અવલોકન} + 6 \text{ ટું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{8+6}{2} = 7$$

આ જવાબ સત્ય છે અને શા માટે ?

5. સંભાલેખમાં, પ્રત્યેક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ અનુરૂપ વર્ગની વર્ગલંબાઈના સપ્રમાણમાં છે એમ કહેવું સત્ય છે ? જો ના, તો વિધાનને પરિવર્તિત કરી સત્ય વિધાન મેળવો.
6. એક સતત આવૃત્તિ-વિતરણના વર્ગોની મધ્યકિંમત :
1.04, 1.14, 1.24, 1.34, 1.44, 1.54 અને 1.64 છે.
છેલ્લો વર્ગ 1.55 - 1.73 છે. તેમ કહેવું સત્ય છે ? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.
7. 30 બાળકોને છેલ્લા અઠવાડિયામાં TV પરના કાર્યક્રમ કેટલા કલાક જોયા તે વિશે પૂછવામાં આવ્યું હતું. પરિણામની નીચે પ્રમાણે નોંધ કરી :

કલાકની સંખ્યા	0-5	5-10	10-15	15-20
આવૃત્તિ	8	16	4	2

અઠવાડિયામાં 10 કે તેથી વધારે કલાક TV જોનાર બાળકોની સંખ્યા 22 છે. તેમ આપણે કહી શકીએ ? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

8. ઘટનાની પ્રયોગાત્મક સંભાવના ઋણ સંખ્યા હોઈ શકે ? જો ના, તો શા માટે ?
9. ઘટનાની પ્રયોગાત્મક સંભાવના 1 કરતાં વધારે હોઈ શકે ? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.
10. જેમ જેમ સિક્કો ઉછાળવાની સંખ્યા વધારતા જઈએ, તેમ તેમ છાપની સંખ્યાના સિક્કાને ઉછાળવાની કુલ સંખ્યા સાથેનો ગુણોત્તર $\frac{1}{2}$ થાય. તે સત્ય છે ?

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ધોરણ IX ની 30 છોકરીઓની ઊંચાઈ (સેમીમાં) નીચે પ્રમાણે છે :

140, 140, 160, 139, 153, 153, 146, 150, 148, 150, 152,
146, 154, 150, 160, 148, 150, 148, 140, 148, 153, 138,
152, 150, 148, 138, 152, 140, 146, 148.

આ માહિતીનું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

ઉકેલ : 30 છોકરીઓનું આવૃત્તિ-વિતરણ

ઊંચાઈ (સેમી માં)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
138		2
139		1
140		4
146		3
148		6
150		5
152		3
153		3
154		1
160		2
કુલ 30		

ઉદાહરણ 2 : નીચેનાં અવલોકનો ચડતા ક્રમમાં ગોઠવેલાં છે :

26, 29, 42, 53, x , $x + 2$, 70, 75, 82, 93

જો મધ્યસ્થ 65 હોય, તો x નું મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : અવલોકનોની સંખ્યા (n) = 10, યુગ્મ છે. આથી, $\left(\frac{n}{2}\right)$ અને $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ માં અવલોકનોનો મધ્યક એ મધ્યસ્થ થશે, અર્થાત્ 5 માં અને 6 ઠા અવલોકનોની સરેરાશ લખીએ.

અહીં, 5 મું અવલોકન = x

6 ઠું અવલોકન = $x + 2$

$$\text{મધ્યસ્થ} = \frac{x+(x+2)}{2} = x+1$$

હવે, $x + 1 = 65$ (આપેલું છે)

આથી, $x = 64$

આમ x નું મૂલ્ય 64 છે.

ઉદાહરણ 3 : મર્ત્યતાનું કોષ્ટક અહીં આપ્યું છે.

ઉંમર (વર્ષમાં)	દસ લાખના નિદર્શમાંથી હયાત વ્યક્તિઓની સંખ્યા
60	16090
61	11490
62	8012
63	5448
64	3607
65	2320

(i) આ જાણકારીને આધારે ‘60 વર્ષ ઉંમરની’ વ્યક્તિ એક વર્ષમાં મરી જશે તેની સંભાવના કેટલી ?

(ii) ‘61 વર્ષ ઉંમર’ ની વ્યક્તિ 4 વર્ષ જીવશે તેની સંભાવના કેટલી ?

ઉકેલ :

(i) આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે 60 વર્ષની ઉંમરના 16090 વ્યક્તિ છે, (16090-11490) એટલે કે 4600 વ્યક્તિ 61 વર્ષના જન્મદિવસ સુધી પહોંચે, તે પહેલાં મૃત્યુ પામ્યા છે.

$$\text{આથી, } P(60 \text{ વર્ષની ઉંમરના વ્યક્તિ 1 વર્ષની અંદર મૃત્યુ પામે}) = \frac{4600}{16090} = \frac{460}{1609}$$

(ii) 61 વર્ષની ઉંમરની વ્યક્તિની સંખ્યા = 11490

4 વર્ષ સુધી હયાત રહે તેવી વ્યક્તિની સંખ્યા = 2320

$$P(61 \text{ વર્ષની વ્યક્તિ 4 વર્ષ જીવે}) = \frac{2320}{11490} = \frac{232}{1149}$$

સ્વાધ્યાય 14.3

1. 30 વિદ્યાર્થીઓના રૂધિરના જૂથની નોંધ નીચે પ્રમાણે છે :

A, B, O, A, AB, O, A, O, B, A, O, B, A, AB, B, A, AB, B,
A, A, O, A, AB, B, A, O, B, A, B, A

માહિતી પરથી આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

2. 35 દશાંશ ચિહ્ન સુધીનું π નું મૂલ્ય નીચે આપ્યું છે :

3. 14159265358979323846264338327950288

દશાંશ ચિહ્ન પછીના 0 થી 9 અંકોનું આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો.

3. 100 માંથી ગણિતની પરીક્ષામાં 33 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ નીચે પ્રમાણે છે :

69, 48, 84, 58, 48, 73, 83, 48, 66, 58, 84

66, 64, 71, 64, 66, 69, 66, 83, 66, 69, 71

81, 71, 73, 69, 66, 66, 64, 58, 64, 69, 69

આ માહિતીને આવૃત્તિ-વિતરણના સ્વરૂપમાં રજૂ કરો.

4. નીચે આપેલી માહિતીનું સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો અને વર્ગની વર્ગલંબાઈ પણ શોધો.

મધ્યકિંમત	આવૃત્તિ
5	4
15	8
25	13
35	12
45	6

5. આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણને સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં પરિવર્તિત કરો તથા અવલોકનો 153.5 અને 157.5 નો કયા વર્ગમાં સમાવેશ થશે તે જણાવો.

વર્ગ	આવૃત્તિ
150-153	7
154-157	7
158-161	15
162-165	10
166-169	5
170-173	6

6. એક મહિનામાં એક કુટુંબના ખર્ચની વિગતો નીચે આપી છે :

વિભાગ	ખોરાક	શિક્ષણ	કપડાં	ઘરનું ભાડું	અન્ય ખર્ચ	બચત
હિસાબ (₹ માં)	4000	2500	1000	3500	2500	1500

ઉપરની માહિતી રજૂ કરતો લંબાલેખ દોરો.

7. એક દેશના પાંચ વર્ષના સમયગાળા (2002-2006) માં શિક્ષણ પાછળ કરેલો ખર્ચ કરોડ રૂપિયામાં નીચે આપેલો છે :

પ્રાથમિક શિક્ષણ	240
માધ્યમિક શિક્ષણ	120
ઉચ્ચ શિક્ષણ	190
શિક્ષકની તાલીમ	20
સામાજિક શિક્ષણ	10
અન્ય શૈક્ષણિક કાર્યક્રમો	115
સાંસ્કૃતિક કાર્યક્રમો	25
તકનીકી શિક્ષણ	125

ઉપરની માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ દ્વારા કરો.

8. પુસ્તકના એક પાનામાં સામાન્ય રીતે વધુ વખત ઉપયોગ થતા અક્ષરો a, e, i, o, r, t, u ની આવૃત્તિ નીચેના કોષ્ટકમાં આપી છે :

અક્ષર	a	e	i	o	r	t	u
આવૃત્તિ	75	125	80	70	80	95	75

ઉપરની માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ દ્વારા કરો.

9. નીચેની માહિતીનો મધ્યક 20.2 હોય, તો p નું મૂલ્ય શોધો :

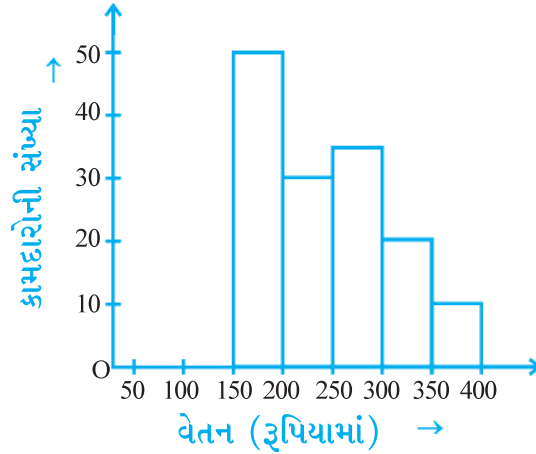
x	10	15	20	25	30
f	6	8	p	10	6

10. નીચેના વિતરણનો મધ્યક મેળવો.

આવૃત્તિ	ચલ
4	4
8	6
14	8
11	10
3	12

11. એક વર્ગમાં 50 વિદ્યાર્થીઓ છે તેમાં 30 છોકરીઓ છે. એક પરીક્ષામાં છોકરીઓએ મેળવેલાં ગુણનો મધ્યક 73 (100 ગુણમાંથી) છે અને છોકરાઓએ મેળવેલાં ગુણનો મધ્યક 71 છે. સમગ્ર વર્ગના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલાં ગુણનો મધ્યક શોધો.
12. 50 અવલોકનોનો મધ્યક 80.4 મળ્યો. પરંતુ પાછળથી માલૂમ પડ્યું કે એક સ્થાન પર 96 ના બદલે ભૂલથી 69 વાંચવામાં આવ્યું. સાચો મધ્યક શોધો.

13. દસ અવલોકનો 6, 14, 15, 17, $x + 1$, $2x - 13$, 30, 32, 34, 43 ચડતા ક્રમમાં લખ્યાં છે. માહિતીનો મધ્યસ્થ 24 છે. x નું મૂલ્ય શોધો.
14. બાસ્કેટ બોલની ટીમે એક પ્રતિયોગિતાની શ્રૃંખલામાં મેળવેલા અંક નીચે પ્રમાણે છે :
17, 2, 7, 27, 25, 5, 14, 18, 10, 24, 48, 10, 8, 7, 10, 28
માહિતીનો મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.
15. આકૃતિ 14.2 નો સંભાલેખ એક કારખાનાના કામદારોનું દૈનિક વેતન દર્શાવે છે. તેના આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટકની રચના કરો.



આકૃતિ 14.2

16. એક કંપનીએ યાદચ્છિક રીતે 4000 પરિવારની પસંદગી કરી અને તેમની મોજણીમાં આવકના સ્તર અને પરિવારમાં રાખેલા ટેલિવિઝન (દૂરદર્શન) સેટ વચ્ચેનો સંબંધ શોધી કાઢ્યો. મેળવેલી માહિતીની યાદી નીચેના કોષ્ટકમાં છે :

માસિક આવક (₹ માં)	ટેલિવિઝન/પરિવારની સંખ્યા			
	0	1	2	2 થી વધારે
< 10000	20	80	10	0
10000 - 14999	10	240	60	0
15000 - 19999	0	380	120	30
20000 - 24999	0	520	370	80
25000 અને તેથી વધારે	0	1100	760	220

નીચે પ્રમાણેના પરિવારની સંભાવના શોધો :

- એક વર્ષમાં ₹ 10000 – ₹ 14999 કમાતા અને બરાબર એક ટેલિવિઝન ધરાવતા,
- એક વર્ષમાં ₹ 25000 કે તેથી વધારે કમાતા અને 2 ટેલિવિઝન ધરાવતા,
- જે પરિવારમાં ટેલિવિઝન ન હોય તેવા.

17. બે પાસાઓને વારાફરતી 500 વખત ફેંકવામાં આવે છે. પ્રત્યેક વખતે ઉપરના ભાગમાં જોવા મળતી સંખ્યાઓના સરવાળાની નોંધ નીચેના કોષ્ટકમાં આપી છે :

સરવાળો	આવૃત્તિ
2	14
3	30
4	42
5	55
6	72
7	75
8	70
9	53
10	46
11	28
12	15

જો બે પાસા એક વખત ફેંકવામાં આવે, તો સરવાળો

- (i) 3 (ii) 10 થી વધારે
(iii) 5 અથવા 5 થી ઓછો (iv) 8 અને 12 ની વચ્ચે
મળે તેની સંભાવના શોધો.

18. વીજળીના 40 ગોળા સમાય તેવા ખોખામાં વીજળીના ગોળા રાખ્યા છે. ખામીવાળા ગોળા માટે 700 ખોખાની તપાસ કરતાં મળેલાં પરિણામો નીચેના કોષ્ટકમાં આપ્યા છે :

ખામીવાળા ગોળાની સંખ્યા	0	1	2	3	4	5	6	6 થી વધારે
આવૃત્તિ	400	180	48	41	18	8	3	2

યાદચ્છિક રીતે એક ખોખું પસંદ કરતાં

- (i) એક પણ ગોળો ખામીવાળો ન હોય.
(ii) 2 થી 6 ખામીવાળા ગોળા હોય.
(iii) 4 કરતાં ઓછી ખામીવાળા ગોળા હોય, તેની સંભાવના શોધો.

19. કામના છેલ્લા 200 દિવસ દરમિયાન, એક યંત્ર દ્વારા બનેલા ખામીવાળા ભાગની સંખ્યા નીચેના કોષ્ટકમાં આપી છે :

ખામીવાળા ભાગની સંખ્યા	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
દિવસો	50	32	22	18	12	12	10	10	10	8	6	6	2	2

આવતી કાલનું ઉત્પાદન નીચે પ્રમાણે હોય, તેની સંભાવના શોધો.

- (i) ખામીરહિત હોય,
(ii) ઓછામાં ઓછો એક ભાગ ખામીવાળો હોય,
(iii) 5 કરતાં વધારે ખામીવાળા ભાગ ન હોય
(iv) 13 કરતાં વધારે ખામીવાળા ભાગ હોય.

20. તાજેતરની મોજણીમાં જાણવા મળ્યું કે કારખાનાના કામદારોની ઉંમરનું વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

ઉંમર (વર્ષમાં)	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 કે તેથી વધારે
કામદારોની સંખ્યા	38	27	86	46	3

એક વ્યક્તિની યાદચ્છિક પસંદગી કરતાં તે વ્યક્તિ

- (i) 40 વર્ષ અથવા તેથી વધારે ઉંમરની હોય
- (ii) 40 વર્ષથી ઓછી ઉંમરની હોય
- (iii) 30 થી 39 વર્ષની હોય
- (iv) 60 થી નાની, પરંતુ 39 વર્ષથી મોટી હોય, તેની સંભાવના શોધો.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ધોરણ VIII ના ભિન્ન-ભિન્ન વર્ગોના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા કુલ ગુણનું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે :

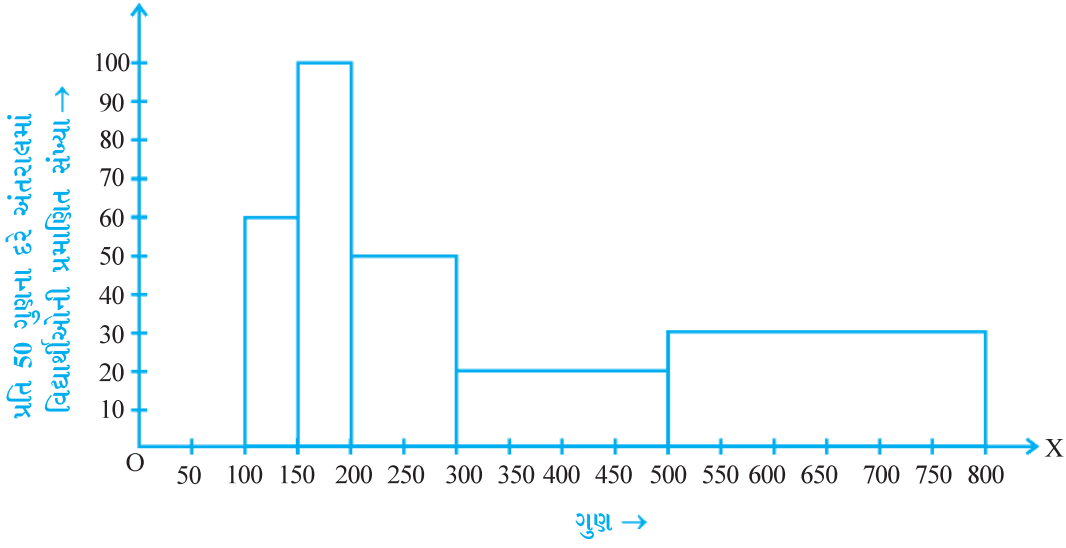
ગુણ	100 - 150	150 - 200	200 - 300	300 - 500	500 - 800
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	60	100	100	80	180

ઉપરના વિતરણનો સ્તંભલેખ દોરો.

ઉકેલ : આપેલા આવૃત્તિ-વિતરણમાં, વર્ગોની વર્ગલંબાઈ સમાન નથી. આથી, આપણે સ્તંભલેખના લંબચોરસોની લંબાઈમાં ફેરફાર કરીશું કે જેથી લંબચોરસનાં ક્ષેત્રફળ તેમની આવૃત્તિના સપ્રમાણમાં થાય.

ગુણ	આવૃત્તિ	વર્ગની લંબાઈ	લંબચોરસની લંબાઈ
100 - 150	60	50	$\frac{50}{50} \times 60 = 60$
150 - 200	100	50	$\frac{50}{50} \times 100 = 100$
200 - 300	100	100	$\frac{50}{100} \times 100 = 50$
300 - 500	80	200	$\frac{50}{200} \times 80 = 20$
500 - 800	180	300	$\frac{50}{300} \times 180 = 30$

હવે, આપણે ઉપરના કોષ્ટકના છેલ્લા ખાનામાંની સંખ્યા પ્રમાણેની લંબાઈવાળા લંબચોરસ દોરીશું. આપેલી માહિતીનો સ્તંભલેખ આગળ પ્રમાણે દોરાશે.



આકૃતિ 14.3

ઉદાહરણ 2 : ધોરણ IX ના બે વર્ગોના પ્રત્યેક વર્ગમાં 30 વિદ્યાર્થીઓ ગણિતની ઓલિમ્પિયાડની પરીક્ષામાં ઉપસ્થિત રહ્યા. તેમણે મેળવેલા ગુણ નીચે પ્રમાણે દર્શાવ્યાં છે.

46 31 74 68 42 54 14 61 83 48 37 26 8 64 57
 93 72 53 59 38 16 88 75 56 46 66 45 61 54 27
 27 44 63 58 43 81 64 67 36 49 50 76 38 47 55
 77 62 53 40 71 60 58 45 42 34 46 40 59 42 29

ઉપરની માહિતીને 0-9, 10-19 વગેરે જેવા વર્ગોના ઉપયોગથી વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણની રચના કરો, અને તે પરથી 49 ગુણથી વધારે ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ :

વર્ગ	આવૃત્તિચિહ્ન	આવૃત્તિ
0-9		1
10-19		2
20-29		4
30-39		5
40-49		5
50-59		5
60-69		5
70-79		5
80-89		4
90-99		1
કુલ		60

ઉપરનું કોષ્ટક જોતાં, 49 થી વધારે ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા (12 + 10 + 6 + 3 + 1), અર્થાત્ 32 છે.

સ્વાધ્યાય 14.4

1. ગણિતમાં 60 વિદ્યાર્થીઓનાં ગુણ (100 ગુણમાંથી) નીચે પ્રમાણે છે :

16, 13, 5, 80, 86, 7, 51, 48, 24, 56, 70, 19, 61, 17, 16, 36, 34, 42, 34, 35, 72, 55, 75, 31, 52, 28, 72, 97, 74, 45, 62, 68, 86, 35, 85, 36, 81, 75, 55, 26, 95, 31, 7, 78, 92, 62, 52, 56, 15, 63, 25, 36, 54, 44, 47, 27, 72, 17, 4, 30.

પ્રત્યેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ 10 હોય અને 0 - 9 વર્ગથી શરૂઆત થાય તેવું વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણ રચો.

2. ઉપરના પ્રશ્ન-1 નો સંદર્ભ લો. એક વર્ગ 10 - 20 (20 નો સમાવેશ નથી) હોય તેવા 10 વર્ગલંબાઈવાળા વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણની રચના કરો.

3. નીચેના વિતરણનો સ્તંભાલેખ દોરો :

ઊંચાઈ (સેમીમાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
150 - 153	7
153 - 156	8
156 - 159	14
159 - 162	10
162 - 165	6
165 - 168	5

4. નીચેના વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ દોરો.

ઉંમર (વર્ષમાં)	શિક્ષકની સંખ્યા
20 - 24	10
25 - 29	28
30 - 34	32
35 - 39	48
40 - 44	50
45 - 49	35
50 - 54	12

5. એક છોડના 62 પાંદડાંની લંબાઈ મિલિમીટરમાં માપી અને તે માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં રજૂ કરી છે તે પરથી માહિતી દર્શાવતો સ્તંભાલેખ દોરો.

લંબાઈ (મિલિમીટરમાં)	પાંદડાંની સંખ્યા
118 - 126	8
127 - 135	10
136 - 144	12
145 - 153	17
154 - 162	7
163 - 171	5
172 - 180	3

6. એક વર્ગના 80 વિદ્યાર્થીઓએ 100 ગુણમાંથી મેળવેલા ગુણ નીચે આપ્યા છે. તે પરથી માહિતીની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ દોરો.

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
10 - 20	6
20 - 30	17
30 - 50	15
50 - 70	16
70 - 100	26

7. ધોરીમાર્ગ પરના એક ચોક્કસ સ્થળ આગળથી પસાર થતી મોટરકારની ઝડપ નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટકમાં બતાવી છે. તે પરથી માહિતીની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ અને આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

વર્ગ (કિમી/કલાક)	આવૃત્તિ
30 - 40	3
40 - 50	6
50 - 60	25
60 - 70	65
70 - 80	50
80 - 90	28
90 - 100	14

8. પ્રશ્ન 7 નો સંદર્ભ લો :

સ્તંભાલેખ દોર્યા સિવાય ઉપરની માહિતી પરથી આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

9. એક ધોરણના બે વર્ગો A અને B ના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણનું વિતરણ નીચેના કોષ્ટકમાં આપ્યું છે :

વર્ગ A		વર્ગ B	
ગુણ	આવૃત્તિ	ગુણ	આવૃત્તિ
0 - 15	5	0 - 15	3
15 - 30	12	15 - 30	16
30 - 45	28	30 - 45	25
45 - 60	30	45 - 60	27
60 - 75	35	60 - 75	40
75 - 90	13	75 - 90	10

બંને વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના ગુણની રજૂઆત કરતો આવૃત્તિ બહુકોણ એક જ આલેખપત્ર પર દોરો અને તે પરથી તમે શું અવલોકન કરશો ?

10. નીચેના વિતરણનો મધ્યક 50 છે.

અવલોકન	આવૃત્તિ
10	17
30	$5a + 3$
50	32
70	$7a - 11$
90	19

a નું મૂલ્ય શોધો અને તે પરથી 30 અને 70 ની આવૃત્તિ મેળવો.

11. એક પરીક્ષામાં છોકરાઓ અને છોકરીઓના ગુણ (100 ગુણમાંથી) નો મધ્યક અનુક્રમે 70 અને 73 છે. જો બધા જ વિદ્યાર્થીઓના ગુણનો મધ્યક 71 હોય, તો છોકરાઓની સંખ્યા અને છોકરીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
12. એક દવાખાનામાં લોહીમાં શર્કરાની માત્રા (મિગ્રા/ડેસીલિ) ના સ્તરની ચકાસણી માટે 25 દર્દીઓને દાખલ કરવામાં આવ્યા અને પરિણામો નીચે પ્રમાણે મળ્યાં.

87	71	83	67	85
77	69	76	65	85
85	54	70	68	80
73	78	68	85	73
81	78	81	77	75

ઉપરની માહિતીનો મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક (મિગ્રા/ડેસીલિ) શોધો.



પ્રશ્નપત્રનું પરિરૂપ (ઢાંચો) (CBSE)

ગણિત-ધોરણ IX

સમય : 3 કલાક

મહત્તમ ગુણ : 80

પ્રશ્નપત્રના જુદા-જુદા પરિમાણનો ગુણભાર અથવા ગુણનું વિતરણ

1. વિષય સામગ્રી/વિષયના એકમનો ગુણભાર

અનુ. નં.	એકમ	ગુણ
1.	સંખ્યા પદ્ધતિ	06
2.	બીજગણિત	20
3.	યામભૂમિતિ	06
4.	ભૂમિતિ	22
5.	ક્ષેત્રમાપન	14
6.	આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના	12

2. પ્રશ્નોના પ્રકાર પ્રમાણે ગુણભાર

અનુ. નં.	પ્રશ્નોના પ્રકાર	દરેક પ્રશ્નના ગુણ	પ્રશ્નની સંખ્યા	કુલ ગુણ
1.	બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો	01	10	10
2.	કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો	02	05	10
3.	ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો	03	10	30
4.	વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો	06	05	30
		કુલ	30	80

3. વિકલ્પની રૂપરેખા

બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે, એટલે કે, કોઈ સમગ્ર વિકલ્પ નથી. છતાંય, પ્રત્યેક 3 ગુણના બે પ્રશ્નોમાં અને 6 ગુણના એક પ્રશ્નમાં આંતરિક વિકલ્પ આપ્યા છે.

4. કઠિનતા મૂલ્ય પ્રમાણે પ્રશ્નોનો ગુણભાર

અનુ. નં.	પ્રશ્નોનું અંદાજિત કઠિનતા મૂલ્ય	ગુણની ટકાવારી
1.	સરળ	20
2.	મધ્યમ	60
3.	કઠિન	20

નોંધ

વ્યક્તિ-વ્યક્તિ પ્રમાણે કઠિનતાનું મૂલ્ય બદલાઈ શકે છે. પ્રત્યેક પ્રશ્નનું પરીક્ષણ પ્રશ્નપત્ર તૈયાર કરનાર/પરીક્ષા લેનારના સમગ્ર જૂથની સામાન્ય અપેક્ષાને ધ્યાનમાં રાખીને કરવામાં આવે છે. આ વ્યવસ્થા દરેક તબક્કે માર્કની રચના આદર્શ રહે તે માટે પ્રશ્નપત્રને તેના ગુણભાર પ્રમાણે સંતુલિત બનાવવા માટે છે.

પ્રશ્નપત્રની રૂપરેખા

ગણિત – ધોરણ IX

પ્રશ્નોના પ્રકાર → વિષય સામગ્રીના એકમો ↓	બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો	કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો	ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો	વિસ્તૃત પ્રશ્નો	કુલ
સંખ્યા પદ્ધતિ	1 (1)	2 (1)	3 (1)	–	6 (3)
બીજગણિત					
બહુપદી, દ્વિયલ સુરેખ સમીકરણ	1 (1)	4 (2)	9 (3)	6 (1)	20 (7)
યામભૂમિતિ	1 (1)	2 (1)	3 (1)	–	6 (3)
ભૂમિતિ યુક્લિડની ભૂમિતિનો પરિચય, રેખાઓ અને ખૂણાઓ, ત્રિકોણ, ચતુષ્કોણ, ક્ષેત્રફળ, વર્તુળ, રચના	4 (4)	–	6 (2)	12 (2)	22 (8)
ક્ષેત્રમાપન ક્ષેત્રફળ, પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ	2 (2)	–	6 (2)	6 (1)	14 (5)
આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના આંકડાશાસ્ત્ર, સંભાવના	1 (1)	2 (1)	3 (1)	6 (1)	12 (4)
કુલ	10 (10)	10 (05)	30 (10)	30 (05)	80 (30)

સારાંશ

બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો

પ્રશ્નોની સંખ્યા : 10

ગુણ: 10

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

પ્રશ્નોની સંખ્યા : 05

ગુણ: 10

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

પ્રશ્નોની સંખ્યા : 10

ગુણ: 30

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

પ્રશ્નોની સંખ્યા : 05

ગુણ: 30

કુલ

30

80

ગણિત
ધોરણ IX

સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 80

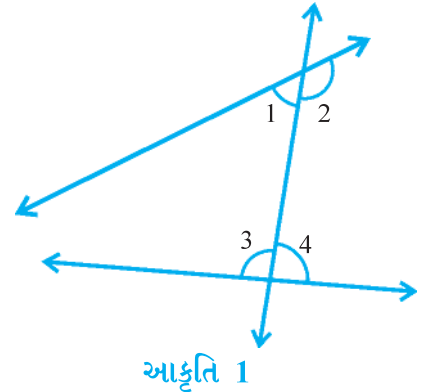
સામાન્ય સૂચનાઓ

- બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- પ્રશ્નપત્રમાં A, B, C અને D એમ ચાર વિભાગો છે. A વિભાગમાં પ્રત્યેક 1 ગુણના 10 પ્રશ્નો, B વિભાગમાં પ્રત્યેક 2 ગુણના 5 પ્રશ્નો, C વિભાગમાં પ્રત્યેક 3 ગુણના 10 પ્રશ્નો અને વિભાગ D માં પ્રત્યેક 6 ગુણના 5 પ્રશ્નો છે.
- 3 ગુણના 2 પ્રશ્નોમાં અને 6 ગુણના 1 પ્રશ્નમાં આંતરિક વિકલ્પ આપવામાં આવેલ છે, પરંતુ સમગ્ર વિકલ્પ નથી.
- રચના સ્વચ્છ અને બરાબર આપેલા માપ પ્રમાણે દોરવી.
- ગણનયંત્ર (કેલક્યુલેટર)નો ઉપયોગ કરવાની પરવાનગી નથી.

વિભાગ A

પ્રશ્નો 1 થી 10 માં, પ્રત્યેકમાં જવાબના ચાર વિકલ્પો આપ્યા છે, તે પૈકી માત્ર એક જ જવાબ સાચો છે. સાચો વિકલ્પ લખો:

- પ્રત્યેક સંમેય સંખ્યા એ છે.
(A) પ્રાકૃતિક સંખ્યા (B) પૂર્ણાંક સંખ્યા (C) વાસ્તવિક સંખ્યા (D) પૂર્ણ સંખ્યા
- બિંદુ (2, 4) નું x -અક્ષથી અંતર છે.
(A) 2 એકમ (B) 4 એકમ (C) 6 એકમ (D) $\sqrt{2^2 + 4^2}$ એકમ
- બહુપદી $(x^3 + 7)(3 - x^2)$ ની ઘાત છે.
(A) 5 (B) 3 (C) 2 (D) -5
- આકૃતિ 1 માં ચુકિલડની 5 મી પૂર્વધારણા અનુસાર, ખૂણાઓની જોડનો સરવાળો 180° થી ઓછો છે.
(A) 1 અને 2 (B) 2 અને 4
(C) 1 અને 3 (D) 3 અને 4
- 13 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના કેન્દ્રથી 12 સેમીના અંતરે આવેલી જીવાની લંબાઈ છે.
(A) 5 સેમી (B) 12 સેમી (C) 13 સેમી (D) 10 સેમી
- જો ગોલકનું ઘનફળ સંખ્યાની દૃષ્ટિએ તેના પૃષ્ઠફળની બરાબર હોય, તો તેનો વ્યાસ છે.
(A) 2 એકમ (B) 1 એકમ (C) 3 એકમ (D) 6 એકમ
- એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ 5 સેમી અને 13 સેમી છે અને તેની પરિમિતિ 30 સેમી છે. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ છે.
(A) 30 સેમી² (B) 60 સેમી² (C) 32.5 સેમી² (D) 65 સેમી²



8. ઘટનાની આનુભાવિક સંભાવના નીચે આપેલામાંથી નથી.

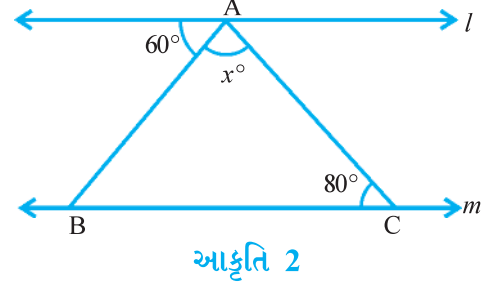
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 0 (D) 1

9. આકૃતિ 2 માં, જો $l \parallel m$ હોય, તો x નું મૂલ્ય છે.

- (A) 60 (B) 80
(C) 40 (D) 140

10. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો છે.

- (A) સમાન હોય (B) એકબીજાને દુભાગે
(C) એકબીજાને લંબ (D) એકબીજાને કાટખૂણે દુભાગે



વિભાગ B

11. -5 એ સંમેય સંખ્યા છે ? તમારા જવાબનું કારણ આપો.

12. $p(5)$ શોધ્યા સિવાય, $p(x) = x^3 - 7x^2 + 16x - 12$ નો એક અવયવ $(x-5)$ છે કે નહિ તે નક્કી કરો. તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

13. $(1, 8)$ એ $y = 3x + 5$ નો એક માત્ર ઉકેલ છે? કારણ આપો.

14. x -અક્ષની ધન દિશામાં ઊગમબિંદુથી 4 એકમ દૂર x -અક્ષ પર આવેલા બિંદુના યામ લખો અને તમારા જવાબની યોગ્યતા ચકાસો.

15. બે સિક્કાઓ વારાફરતી 500 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો આપણને 100 વખત બે છાપ, 270 વખત એક છાપ અને 130 વખત એક પણ છાપ ન મળે, તો એક અથવા એકથી વધારે વખત છાપ મળે તેની સંભાવના શોધો. તમારા જવાબનું કારણ પણ આપો.

વિભાગ C

16. નીચેની અભિવ્યક્તિનું સાદું રૂપ આપો :

$$(\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{12})+\frac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$$

અથવા

$0.12\bar{3}$ ને $\frac{p}{q}, q \neq 0$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો, p અને q ધનપૂર્ણાંક છે.

17. ચકાસો :

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x+y+z)[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

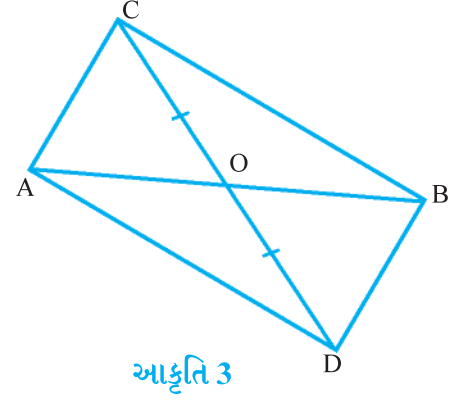
18. જો $(x-2)$ એ $4x^3 + 3x^2 - 4x + k$ નો એક અવયવ હોય, તો k નું મૂલ્ય શોધો.

19. નીચેના પ્રત્યેક બિંદુ જે ચરણમાં આવેલાં હોય તે લખો :

- (i) $(-3, -5)$
(ii) $(2, -5)$
(iii) $(-3, 5)$

વળી, તેમને કાર્તેઝિય સમતલમાં દર્શાવીને ચકાસો.

20. આકૃતિ 3 માં, ABC અને ABD એક જ પાયા AB પર આવેલા બે ત્રિકોણ છે. જો AB એ રેખાખંડ CD નું O બિંદુએ દ્વિભાજન કરે તો સાબિત કરો કે, ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = ΔABD નું ક્ષેત્રફળ



21. સમીકરણ $3x + 2 = 2x - 2$ ઉકેલો અને તેના ઉકેલને કાર્તેઝિય સમતલમાં દર્શાવો.
22. આધાર 12 સેમી હોય અને કર્ણ તથા બીજી બાજુની લંબાઈનો તફાવત 8 સેમી હોય તેવા કાટકોણ ત્રિકોણની રચના કરો. તમારી રચનાના મુદ્દાઓની યથાર્થતા પણ ચકાસો.
23. ચતુષ્કોણ ABCD માં, $AB = 9$ સેમી, $BC = 12$ સેમી, $CD = 5$ સેમી, $AD = 8$ સેમી અને $\angle C = 90^\circ$ છે. ΔABD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.
24. પાણી ગરમ કરવાના એક સાધનમાં, 35 મી લંબાઈ અને 10 સેમી વ્યાસવાળી એક નળાકાર નળી છે. તો આ સાધનનું કુલ ઉષ્માસર્જક પૃષ્ઠ શોધો.

અથવા

એક લંબાકાર સભાખંડના ભોંયતળિયાની પરિમિતિ 150 મી છે. જો તેની ચાર દિવાલોને રંગ કરવાનો ખર્ચ ₹ 10 પ્રતિ મી^2 ના હિસાબે ₹ 9000 થાય, તો સભાખંડની ઊંચાઈ શોધો.

25. ત્રણ સિક્કાઓને વારાફરતી 200 વખત ઉછાળતાં મળતાં ભિન્ન-ભિન્ન પરિણામોની આવૃત્તિ નીચે પ્રમાણે છે :

પરિણામ	3 કાંટા	2 કાંટા	1 કાંટો	એક પણ કાંટો નહિ
આવૃત્તિ	20	68	82	30

જો ત્રણ સિક્કા ફરીથી વારાફરતી ઉછાળવામાં આવે, તો 3 થી ઓછી વખત કાંટો મળે તે સંભાવનાની ગણતરી કરો.

વિભાગ D

26. એક શહેરમાં ટેક્ષીનું ભાડું નીચે પ્રમાણે છે :

પ્રથમ કિલોમીટરના ₹ 10 અને ત્યારપછીના અનુગામી અંતર માટે ₹ 6 પ્રતિ કિમી છે. કપાયેલા અંતરને x કિમી અને કુલ ભાડાને ₹ y લઈએ, તો આ માહિતી માટે સુરેખ સમીકરણ લખો અને તેનો આલેખ દોરો.

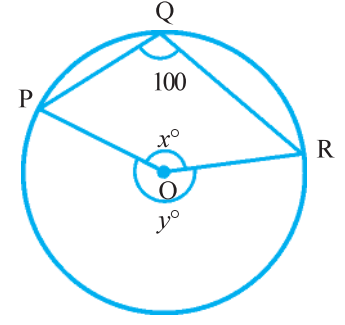
આલેખ પરથી, 4 કિમીની મુસાફરી માટેનું ભાડું શોધો.

27. સાબિત કરો કે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમાન બાજુઓના સામેના ખૂણા સમાન છે.

ઉપરના વિધાનનો ઉપયોગ કરી, કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $\angle A$ કાટખૂણો હોય અને $AB = AC$ હોય, તો $\angle B$ શોધો.

28. સાબિત કરો કે વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરાયેલો ખૂણો એ તે ચાપે વર્તુળના બાકી રહેલા ભાગ પરના કોઈ પણ બિંદુ આગળ આંતરેલા ખૂણાથી બમણો છે.

ઉપરના પરિણામનો ઉપયોગ કરી, આકૃતિ 4 ના O કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં x શોધો.



આકૃતિ 4

29. ઘઉંનો એક ઢગલો 48 મી વ્યાસ હોય અને 7 મી ઊંચાઈ હોય તેવો શંકુ આકારનો છે. તેનું ઘનફળ શોધો. જો આ ઢગલાને વરસાદથી બચાવવા માટે કેનવાસના કાપડથી ઢાંકવામાં આવે, તો જરૂરી કેનવાસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

અથવા

એક મકાનનો ઘુમ્મટ અર્ધગોળાકાર છે. તેની અંદરની બાજુએ સફેદો લગાવવાનો ખર્ચ ₹ 498.96 થાય છે. જો સફેદો લગાવવાનો દર પ્રતિ ચોરસ મીટર ₹ 2.00 હોય, તો ઘુમ્મટની અંદરની બાજુએ રહેલી હવાનું ઘનફળ શોધો.

30. 400 નિયોન ગોળાનું આયુષ્ય નીચેના કોષ્ટકમાં આપ્યું છે :

આયુષ્ય (કલાકમાં)	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
ગોળાની સંખ્યા	14	56	60	86	74	62	48

(i) આપેલી માહિતીને સંતુલ્યતામાં રજૂ કરો.

(ii) 600 કલાક કરતાં ઓછું આયુષ્ય ધરાવતા ગોળાની સંખ્યા કેટલી ?

ગુણપ્રદાન યોજના

ગણિત-ધોરણ IX

વિભાગ-A

ગુણ

1. C 2. B 3. A 4. C 5. D
6. D 7. A 8. B 9. C 10. B

(1 × 10 = 10)

વિભાગ B

11. હા ($\frac{1}{2}$)

$-5 = \frac{-5}{1}$ અને -5 , 1 પૂર્ણાંક તથા $1 \neq 0$ હોવાથી ($1\frac{1}{2}$)

12. $(x - 5)$ એ $p(x)$ નો અવયવ નથી, ($\frac{1}{2}$)

કારણ કે, 5 એ -12 નો ભાજક નથી ($1\frac{1}{2}$)

13. ના $\left(\frac{1}{2}\right)$

કારણ કે, $y = 3x + 5$ ને $(-1, 2)$, $(2, 11)$ વગેરે જેવા ઘણા ઉકેલ છે. $\left(1\frac{1}{2}\right)$

14. $(4, 0)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

કારણ કે, x - અક્ષ પર આવેલા કોઈપણ બિંદુના યામ $(x, 0)$ છે, જ્યાં x એ બિંદુનું ઊગમબિંદુથી યોગ્ય દિશામાં અંતર દર્શાવે છે. $\left(1\frac{1}{2}\right)$

15. $p = \frac{37}{50}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

એક અથવા એક કરતાં વધારે છાપની આવૃત્તિ = $100 + 270 = 370$

આથી, P (એક અથવા વધારે છાપ) = $\frac{370}{500} = \frac{37}{50}$ $\left(1\frac{1}{2}\right)$

વિભાગ C

16. $(\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{12}) + \frac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{12}}$ અથવા

$$= (\sqrt{3}-\sqrt{36}+1-\sqrt{12}) + \frac{9}{\sqrt{12}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}} \quad (\sqrt{3}+1)(1-2\sqrt{3}) + \frac{9}{\sqrt{3}+2\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$= (\sqrt{3}-5-\sqrt{12}) + \frac{9(\sqrt{12}-\sqrt{3})}{(12-3)} \quad = 1 - \sqrt{3} - 2 \times 3 + \frac{9}{3\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$= (\sqrt{3}-5-\sqrt{12}) + (\sqrt{12}-\sqrt{3}) = -5. \quad = 5 - \sqrt{3} + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$= -5 \quad = -5 \quad (1)$$

અથવા

$$x = 0.12\bar{3} = 0.123333... \text{ લેતાં}$$

$$100x = 12.\bar{3} \quad (1)$$

$$\text{અને } 1000x = 123.\bar{3} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{તેથી, } 900x = 111, \text{ એટલે કે, } x = \frac{111}{900} \quad \left(1\frac{1}{2}\right)$$

17. ડા.બા. $= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ (1)

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$$

$$= \frac{1}{2}(x + y + z)(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2xz) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(x + y + z)[(x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + z^2 - 2xz) + (y^2 + z^2 - 2yz)] \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2}(x + y + z)[(x - y)^2 + (z - x)^2 + (y - z)^2] \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

18. જ્યારે $(x - 2)$ એ $p(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + k$, નો અવયવ હોય, તો $p(2) = 0$ (1)

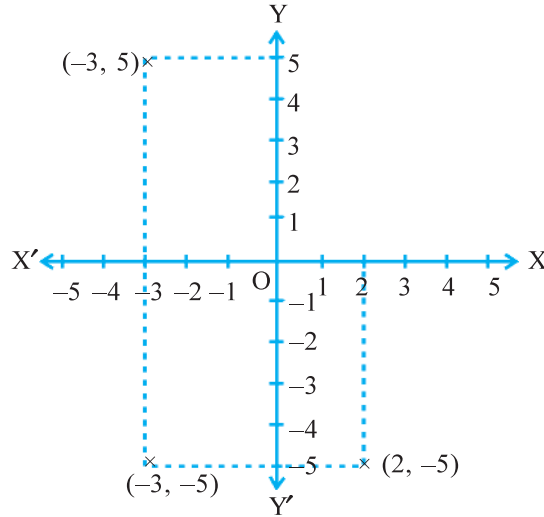
માટે, $4(2)^3 + 3(2)^2 - 4(2) + k = 0$ (1)

અથવા $32 + 12 - 8 + k = 0$, અથવા $k = -36$ (1)

19. $(-3, -5)$ ત્રીજા ચરણમાં છે,

$(2, -5)$ ચોથા ચરણમાં છે,

$(-3, 5)$ બીજા ચરણમાં છે,



$$\left(\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}\right)$$

બિંદુઓનું આલેખન યોગ્ય કરે, તો

$$\left(\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}\right)$$

20. $CL \perp AB$ અને $DM \perp AB$ દોરો.

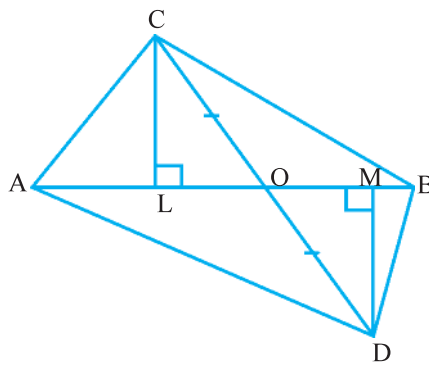
$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\Delta COL \cong \Delta DOM$ (ખૂબૂબા)

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

તેથી, $CL = DM$

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$



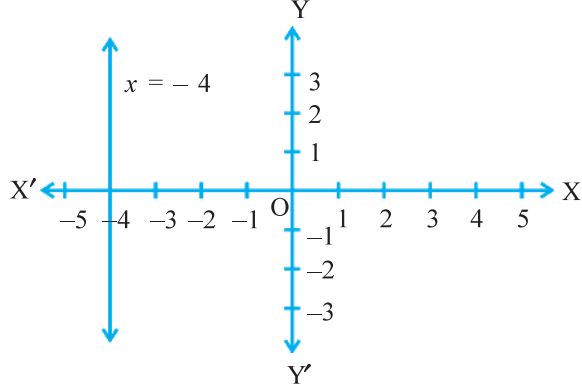
$$\text{તેથી, } \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} AB \cdot CL \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} AB \cdot DM \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \Delta ABD \text{ નું ક્ષેત્રફળ} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

21. $3x + 2 = 2x - 2$

અર્થાત્, $3x - 2x = -2 - 2$, એટલે કે, $x = -4$ (1)



(2)

22. સાચી ભૌમિતિક રચના માટે

(2)

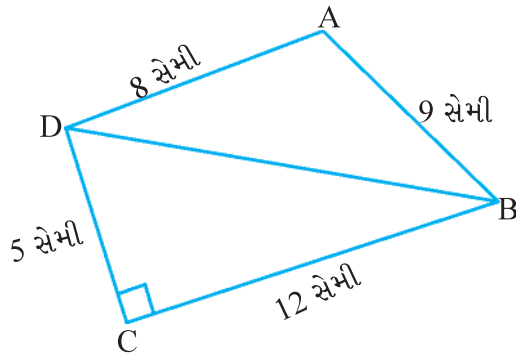
યથાર્થતા માટે

(1)

23. $BD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ સેમી મેળવે, તો

(1)

$$s = \frac{13+9+8}{2} = 15 \text{ સેમી}$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\Delta ABD = \sqrt{(15)(15-13)(15-8)(15-9)}$$

$$= \sqrt{840} = 28.98 \text{ સેમી}^2 = 29 \text{ સેમી}^2 \text{ (લગભગ)}$$

 $\left(1\frac{1}{2}\right)$

24. ઉખ્માસર્જક કરતું પૃષ્ઠ = નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠ

$(\frac{1}{2})$

$$= 2\pi rh$$

$(\frac{1}{2})$

$$= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{5}{100} 35 \text{મી}^2$$

$(1\frac{1}{2})$

$$= 11 \text{ મી}^2$$

$(\frac{1}{2})$

અથવા

જો સભાખંડની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b હોય, તો

$$2(l + b) = 150 \text{ મી}$$

$(\frac{1}{2})$

ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ = $2(l+b)h$, જ્યાં h ઊંચાઈ છે.

(1)

$$\text{આથી, } 2(l + b)h \cdot 10 = 9000$$

$(\frac{1}{2})$

અથવા $(150)h(10) = 9000$ એટલે કે, $h = 6$ મી

આથી, સભાખંડની ઊંચાઈ = 6 મી

(1)

25. પ્રયત્નોની કુલ સંખ્યા = 200

$(\frac{1}{2})$

3 કરતાં ઓછી વખત કાંટો મળે તેની આવૃત્તિ

$$= 68 + 82 + 30 = 180$$

(1)

$$\text{માટે, જરૂરી સંભાવના} = \frac{180}{200} = \frac{9}{10}$$

$(1\frac{1}{2})$

વિભાગ D

26. ધારો કે કાપેલું અંતર x કિમી

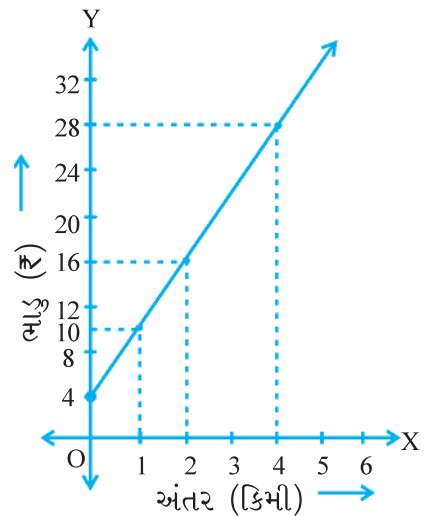
અને x કિમીનું કુલ ભાડુ = ₹ y

$$\text{આથી, } 10 + 6(x - 1) = y$$

$$\text{અથવા } 6x - y + 4 = 0$$

x	0	1	2
y	4	10	16

આલેખ પરથી, જ્યારે $x = 4$, ત્યારે $y = 28$



(2)

(1)

(2)

તેથી 4 કિમી અંતરનું ભાડુ ₹ 28 છે.

(1)

27. પક્ષ, સાધ્ય, કરેલી રચના અને આકૃતિ સાચાં હોય, તો

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 = 2\right)$$

સાચી સાબિતી માટે

(2)

$$\angle B = 90^\circ \text{ હોવાથી, } \angle A + \angle C = 90^\circ$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$

AB = AC પરથી $\angle A = \angle C$ મળે.

(1)

$$\text{તેથી, } \angle A = \angle C = 45^\circ$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$

28. પક્ષ, સાધ્ય, રચના અને આકૃતિ સાચાં હોય, તો

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 = 2\right)$$

સાચી સાબિતી માટે,

(2)

$$\angle PQR = 100^\circ \text{ હોવાથી,}$$

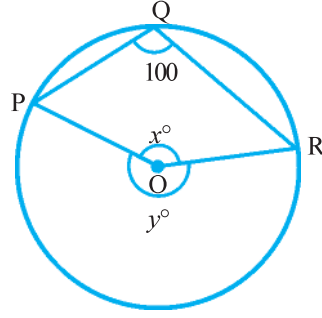
$$\angle y = 200^\circ$$

(1)

$$\angle x + \angle y = 360^\circ \text{ હોવાથી}$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\angle x = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ \text{ થાય.}$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$ 

29. શંકુ આકારના ઢગલાની ત્રિજ્યા = 24 મી

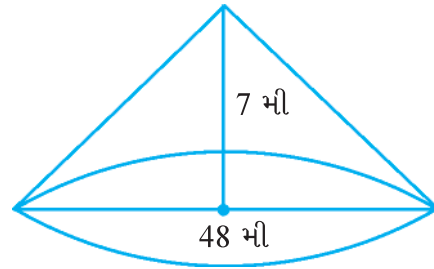
ઊંચાઈ = 7 મી

$$\text{ઘનફળ} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

(1)

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 24 \cdot 24 \cdot 7 \text{ મી}^3$$

$$= 4224 \text{ મી}^3$$

 $\left(1\frac{1}{2}\right)$

$$\text{કેનવાસનું ક્ષેત્રફળ} = \text{શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r l$$

 $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\text{જ્યાં } l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ મી}$$

(1)

$$\text{તેથી, ક્ષેત્રફળ} = \frac{22}{7} \times 24 \times 25 = 1885.7 \text{ મી}^2$$

(2)

અથવા

$$\text{કુલ ખર્ચ} = ₹ 498.96, \text{ દર} = ₹ 2 \text{ પ્રતિ મી}^2$$

$$\text{તેથી, ક્ષેત્રફળ} = \frac{498.96}{2} = 249.48 \text{ મી}^2$$

$$(1 + 1 = 2)$$

જો ત્રિજયા r હોય, તો

$$2\pi r^2 = 249.47, \text{ એટલે કે, } r^2 = 249.48 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$(1)$$

$$\text{માટે, } r^2 = \frac{567 \times 7}{100} \text{ પરથી } r = 6.3 \text{ મી}$$

$$(1)$$

$$\text{આથી, ઘુમ્મટનું ઘનફળ} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{63}{10}\right)^3$$

$$(1)$$

$$= 523.91 \text{ મી}^3$$

$$(1)$$

30. સ્તંભાલેખ સાચો દોરે, તો

$$(4)$$

600 કલાક કરતાં ઓછું આયુષ્ય ધરાવતા ગોળાની સંખ્યા

$$= 14 + 56 + 60 = 130$$

$$(2)$$



સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 80

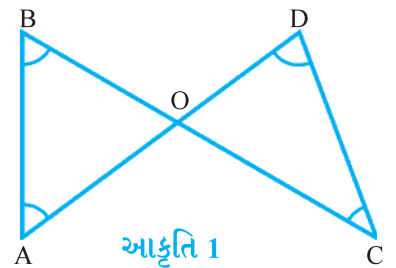
સામાન્ય સૂચનાઓ

- બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- પ્રશ્નપત્રમાં ચાર વિભાગો A, B, C અને D છે. વિભાગ A માં પ્રત્યેક 1 ગુણના 10 પ્રશ્નો, વિભાગ B માં પ્રત્યેક 2 ગુણના 5 પ્રશ્નો છે, વિભાગ C માં પ્રત્યેક 3 ગુણના 10 પ્રશ્નો અને વિભાગ D માં પ્રત્યેક 6 ગુણના 5 પ્રશ્નો છે.
- કોઈ સમગ્ર વિકલ્પ નથી. 3 ગુણના 2 પ્રશ્નોમાં અને 6 ગુણના 1 પ્રશ્નમાં આંતરિક વિકલ્પ આપ્યા છે.
- રચના સ્વચ્છ અને બરાબર આપેલા માપ અનુસાર દોરવી.
- ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરવાની છૂટ નથી.

વિભાગ A

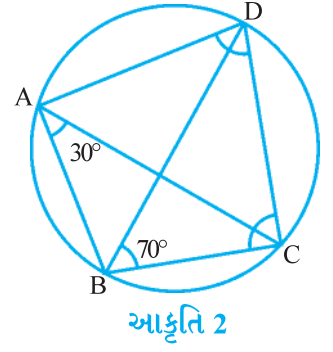
પ્રશ્નો 1 થી 10 માં, પ્રત્યેકમાં જવાબના ચાર વિકલ્પો આપ્યા છે, તેમાંથી માત્ર એક જ જવાબ સાચો છે. સાચો જવાબ લખો :

- નીચેનામાંથી રેખા x -અક્ષને સમાંતર છે.
(A) $x + y = 3$ (B) $2x + 3 = 7$ (C) $2y - 3 = y + 1$ (D) $x + 3 = 0$
- બહુપદી $p(x) = 3x + 5$ નું શૂન્ય છે.
(A) 0 (B) -5 (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{-5}{3}$
- કાર્તેઝિય સમતલમાં બિંદુ P ની કોટિ એ P નું થી લંબઅંતર છે.
(A) y -અક્ષ (B) x -અક્ષ (C) ઊગમબિંદુ (D) રેખા $x = y$
- ખૂણાનો વિપરિત કોણ હોય છે.
(A) 90° કરતાં નાનો (B) 90° કરતાં મોટો
(C) 180° કરતાં નાનો (D) 180° કરતાં મોટો
- $l \parallel m$ અને $m \parallel n$ થાય તેવી રેખાઓ l , m અને n હોય, તો
(A) $l \parallel n$ (B) $l \perp n$
(C) l અને n છેદક રેખાઓ છે (D) $l = n$
- આકૃતિ 1 માં, જો $\angle B < \angle A$ અને $\angle D > \angle C$ હોય, તો
(A) $AD > BC$
(B) $AD = BC$
(C) $AD < BC$
(D) $AD = 2BC$



7. આકૃતિ 2 માં, $\angle BCD$ નું માપ

- (A) 100°
 (B) 70°
 (C) 80°
 (D) 30°



8. જો એક શંકુની તિર્યક ઊંચાઈ 13 સેમી અને વ્યાસ 10 સેમી હોય, તો તેની ઊંચાઈ

- (A) $\sqrt{69}$ સેમી (B) 12 સેમી (C) 13 સેમી (D) $\sqrt{194}$ સેમી

9. r ત્રિજ્યાવાળા નક્કર અર્ધગોળાનું પૃષ્ઠફળ

- (A) $4\pi r^2$ (B) $2\pi r^2$ (C) $3\pi r^2$ (D) $\frac{2}{3}\pi r^3$

10. જો નીચેની માહિતીનો બહુલક 15 હોય, તો x નું મૂલ્ય

10, 11, 12, 10, 15, 14, 15, 13, 12, x , 9, 7

- (A) 10 (B) 15 (C) 12 (D) $\frac{21}{2}$

વિભાગ B

11. $\frac{1}{7}$ અને $\frac{2}{7}$ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા શોધો અને તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો. $\frac{1}{7} = 0.142857$ આપ્યું છે.

12. ભાગાકાર કર્યા સિવાય $x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 1$ ને $x - 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ શોધો. તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

13. બિંદુ (2, 10) માંથી પસાર થતી બે રેખાનાં સમીકરણ આપો. આવી કેટલી રેખાઓ છે અને શા માટે ?

14. જો બે બિંદુઓ (2, 3) અને (2, -1) એક રેખા પર આવેલાં હોય, તો આ રેખા કયા અક્ષને સમાંતર છે ? તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

15. એક પાસાને 100 વખત ગબડાવતાં અંક 6 ઉપરના ભાગમાં જેટલા વખત આવે તે સંખ્યા નોંધો. જો આ માહિતી પરથી પ્રાયોગિક સંભાવનાની ગણતરી કરતાં $\frac{2}{5}$ મળે, તો અંક 6 કેટલા વખત ઉપર આવ્યો હશે ? તમારા ઉત્તરની યથાર્થતા ચકાસો.

વિભાગ C

16. $\frac{2}{5}$ અને $\frac{3}{5}$ વચ્ચે ત્રણ સંમેય સંખ્યા શોધો.

17. $54a^3 - 250b^3$ ના અવયવ મેળવો.

18. બહુપદી $p(y) = 2y^3 + y^2 + 4y - 15$ એ $(2y - 3)$ ની ગુણિત છે કે નહિ તે ચકાસો.

19. જો સમીકરણ $2y = ax + 6$ ના આલેખ પર બિંદુ (3, 4) આવેલું હોય, તો (6, 5) પણ આ આલેખ પર આવેલું છે કે નહિ તે શોધો.
20. કાર્તેઝિય સમતલમાં $(-3, 0)$, $(5, 0)$ અને $(0, 4)$ નું આલેખન કરો. આ બિંદુઓને જોડતાં મળતી આકૃતિનું નામકરણ કરો અને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
21. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB \parallel DC$ છે. તેના વિકર્ણો AC અને BD એકબીજાને O માં છેદે છે. સાબિત કરો કે (AOD) નું ક્ષેત્રફળ = (BOC) નું ક્ષેત્રફળ.

અથવા

લંબચોરસ ABCD નો વિકર્ણ AC એ $\angle A$ તેમજ $\angle C$ ને દુભાગે છે તેમ દર્શાવો તથા સાબિત કરો કે ABCD ચોરસ છે.

22. $\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 45^\circ$ અને $PQ + QR + PR = 11$ સેમી હોય, તેવા ત્રિકોણ PQR ની રચના કરો.
23. જે ત્રિકોણની બે બાજુઓ 18 સેમી અને 10 સેમી છે તથા પરિમિતિ 42 સેમી હોય, તેવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
24. એક નળાકાર થાંભલાનો વ્યાસ 50 સેમી અને ઊંચાઈ 3.5 મી છે. ₹ 12.50 પ્રતિ m^2 ના દરે થાંભલાની વક્સપાટી રંગવાનો ખર્ચ શોધો.

અથવા

એક નક્કર શંકુની ઊંચાઈ 16 સેમી અને તેના આધારની ત્રિજ્યા 12 સેમી છે. શંકુનું પૃષ્ઠફળ શોધો.

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ લેવું}\right)$$

25. એક પાસાને 400 વખત ફેંકતા, ઉદ્ભવતી ઘટનાના પરિણામોની આવૃત્તિ નીચે પ્રમાણે આપી છે.

પરિણામ	1	2	3	4	5	6
આવૃત્તિ	70	65	60	75	63	67

અયુગ્મ સંખ્યા મળે તેની સંભાવના શોધો.

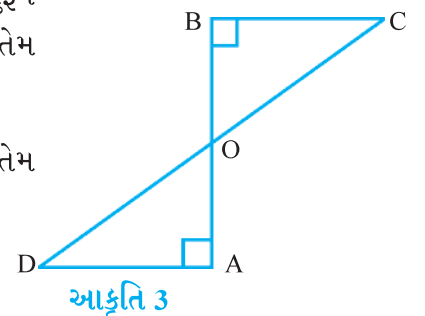
વિભાગ D

26. એક સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારના ખેતરની સમાંતર બાજુઓ 25 મી અને 10 મી છે. તેની સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ 14 મી અને 13 મી છે. ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
27. નીચે આપેલા વિતરણનો સ્તંભાલેખ અને આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો :

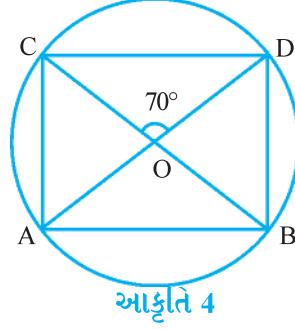
મેળવેલા ગુણ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	7	10	6	8	12	3	2	2

28. જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને અંતર્ગત બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુને સમાન હોય, તો આ બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે તેમ સાબિત કરો.

ઉપરના પરિણામનો ઉપયોગ કરી, આકૃતિ 3 માં CD એ AB ને દુભાગે છે તેમ સાબિત કરો, જ્યાં AD અને BC એ રેખાખંડ AB પરના સમાન લંબ છે.



29. સાબિત કરો કે વર્તુળની સમાન જીવાઓ AB અને CD એ વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ સમાન ખૂણા આંતરે છે. ઉપરના વિધાનનો ઉપયોગ કરી આકૃતિ 4 માં O કેન્દ્રવાળા વર્તુળનો $\angle ABO$ શોધો.



30. અભિવ્યક્તિ

$8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$ ના અવયવ શોધો.

અથવા

ફેરનહીટને સેલ્સિયસમાં ફેરવવાનું સુરેખ સમીકરણ $^{\circ}\text{F} = \left(\frac{9}{5}\right)^{\circ}\text{C} + 32$ છે.

x -અક્ષ પર સેલ્સિયસ અને y -અક્ષ પર ફેરનહીટ લઈ આ સમીકરણનો આલેખ દોરો.

આલેખ પરથી 30°C ઉષ્ણતામાનને સંગત ફેરનહીટ ઉષ્ણતામાન શોધો.

ગુણપ્રદાન યોજના

ગણિત - ધોરણ IX

વિભાગ A

1. C 2. D 3. A 4. D 5. A
6. C 7. C 8. B 9. C 10. B

(1 × 10 = 10)

વિભાગ B

11. $\frac{1}{7} = 0.142857\ 142857 \dots$ અને $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\frac{2}{7} = 0.285714\ 285714 \dots$ હોવાથી, $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{7}$ અને $\frac{2}{7}$ ની વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા $\left(\frac{1}{2}\right)$

0.1501500 15000 ... હોઈ શકે. $\left(\frac{1}{2}\right)$

12. ધારો કે $p(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 1$,

આથી, શેષ પ્રમેય પ્રમાણે $x - 1$ વડે ભાગતાં, શેષ $p(1)$ મળે. $\left(1\frac{1}{2}\right)$

માટે, શેષ = $1 + 1 - 2 + 1 + 1 = 2$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

13. $3x - y + 4 = 0$, $x - y + 8 = 0$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

એક બિંદુમાંથી, અનંત રેખાઓ પસાર થાય.

આથી, આવી અનંત રેખાઓ મળે. $\left(1\frac{1}{2}\right)$

14. y -અક્ષને સમાંતર $\left(\frac{1}{2}\right)$

બંને બિંદુઓના x -યામ 2 છે,

માટે, બંને બિંદુઓ $x = 2$ રેખા પર આવેલાં છે અને તે y -અક્ષને સમાંતર છે. $\left(1\frac{1}{2}\right)$

15. જવાબ 40 છે. $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\text{ઘટનાની સંભાવના} = \frac{\text{ઘટનાના ઉદ્ભવની આવૃત્તિ}}{\text{કુલ પ્રયત્નોની સંખ્યા}}$$

આથી, $\frac{2}{5} = \frac{x}{100}$, એટલે કે, $x = 40$

(1 $\frac{1}{2}$)

વિભાગ C

16. $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ અને $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$

(1)

આથી, ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{9}{20}, \frac{10}{20}, \frac{11}{20}$ થશે.

(2)

17. $54a^3 - 250b^3 = 2[27a^3 - 125b^3]$

(1)

$$= 2[(3a)^3 - (5b)^3]$$

($\frac{1}{2}$)

$$= 2(3a - 5b)(9a^2 + 15ab + 25b^2)$$

(1 $\frac{1}{2}$)

18. જો $(2y - 3)$ એ $p(y)$ નો અવયવ હોય, તો $p(y)$ એ $(2y - 3)$ નો ગુણિત છે.

(1)

આથી, $p\left(\frac{3}{2}\right)$ શૂન્ય થાય.

$$p\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{3}{2}\right) - 15$$

(1)

$$= \frac{27}{4} + \frac{9}{4} + 6 - 15 = 9 + 6 - 15 = 0$$

તેથી, $p(y)$ એ $(2y - 3)$ નો ગુણિત છે.

(1)

19. રેખા $2y = ax + 6$ પર $(3, 4)$ આવેલું હોવાથી, $8 = 3a + 6$. તેથી, $a = \frac{2}{3}$

(1)

હવે, $2y = \frac{2}{3}x + 6$

($\frac{1}{2}$)

$x = 6, y = 5$, મૂકતાં, $10 = \frac{2}{3} \cdot 6 + 6 = 4 + 6 = 10$

(1)

તેથી, $(6, 5)$ આલેખ પર આવેલું છે.

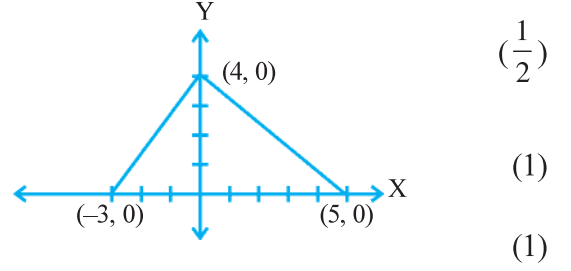
($\frac{1}{2}$)

20. ત્રિકોણની આકૃતિ બનાવે, આલેખન સાચું કરે.

(1 $\frac{1}{2}$)

તૈયાર થયેલી આકૃતિ ત્રિકોણ છે.

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ ચોરસ એકમ}$$



21. (ABD) નું ક્ષેત્રફળ = (ABC) નું ક્ષેત્રફળ

[સમાન પાયા પર અને સમાન સમાંતર રેખાઓ વચ્ચે આવેલાં ત્રિકોણો]

આથી, (ABD) નું ક્ષેત્રફળ - (AOB) નું ક્ષેત્રફળ =

(ABC) નું ક્ષેત્રફળ - (AOB) નું ક્ષેત્રફળ

એટલે કે, (AOD) નું ક્ષેત્રફળ = (BOC) નું ક્ષેત્રફળ

અથવા

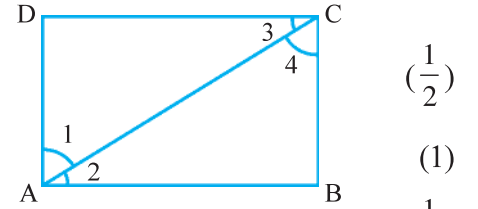
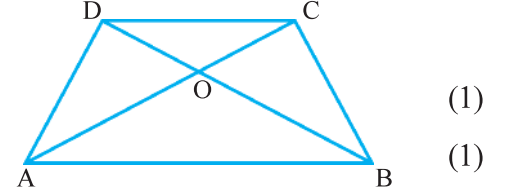
ABCD લંબચોરસ આપેલ છે.

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ અને } \angle 3 = \angle 4$$

પરંતુ, $\angle 1 = \angle 4$ (યુગ્મકોણ)

આથી, $\angle 2 = \angle 4$, તેનો અર્થ $AB = BC$ થશે, તે જ પ્રમાણે $AD = CD$

તેથી, ABCD ચોરસ છે.



22. સ્વચ્છ અને ચોક્કસ માપ પ્રમાણેની રચના માટે

23. $a = 18$ સેમી, $b = 10$ સેમી આથી, $c = 42 - 28 = 14$ સેમી અને $s = 21$ સેમી

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{(21)(3)(11)(7)}$$

$$= 21\sqrt{11} \text{ અથવા } 69.69 \text{ સેમી}^2 \text{ (લગભગ)}$$

24. $r = 25$ સેમી, $h = 3.5$ મી

નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{25}{100} \times \frac{35}{10} = \frac{11}{2} \text{ મી}^2$$

આથી, કિંમત = ₹ $\frac{11}{2} \times 12.50 = ₹ 68.75$

અથવા

$$h = 16 \text{ સેમી અને } r = 12 \text{ સેમી, આથી, } l = \sqrt{h^2 + r^2} = 20 \text{ સેમી} \quad (1)$$

$$\text{વક્રસપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ} = \pi r l + \pi r^2 \quad (1)$$

$$= \pi r (l + r) \quad (1)$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 32 = 1206 \frac{6}{7} \text{ સેમી}^2$$

25. આવૃત્તિઓનો સરવાળો = 400

$(\frac{1}{2})$

1, 3, 5 અયુગ્મ સંખ્યાઓ છે.

$$\text{આથી, બધી અયુગ્મ સંખ્યાઓની આવૃત્તિ} = 70 + 60 + 63 = 193 \quad (1)$$

$$P(\text{ઘટના}) = \frac{\text{ઘટનાના ઉદ્ભવની આવૃત્તિ}}{\text{પ્રયત્નની કુલ સંખ્યા}} \quad (\frac{1}{2})$$

$$\text{આથી, અયુગ્મ સંખ્યા મળે તેની સંભાવના} = \frac{193}{400} \quad (1)$$

વિભાગ D

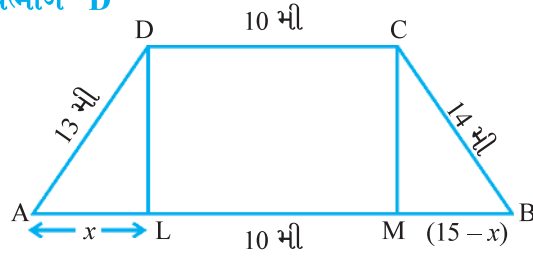
26. ધારો કે $AL = x$. તેથી, $BM = 15 - x$

$(\frac{1}{2})$

હવે, $13^2 - x^2 = (14)^2 - (15 - x)^2$ ને ઉકેલતાં,

1

$$x = 6.6 \text{ મી}$$



$(\frac{1}{2})$

$$\text{આથી, ઊંચાઈ } DL = \sqrt{(13)^2 - (6.6)^2} \quad (\frac{1}{2})$$

$$= 11.2 \text{ મી} \quad (1)$$

$$\text{સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} (\text{સમાંતરબાજુઓનો સરવાળો}) \times \text{ઊંચાઈ} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} (10 + 25) (11.2) \text{ મી}^2 \quad (1)$$

$$= 196 \text{ મી}^2 \quad (\frac{1}{2})$$

27. સ્તંભાલેખ સાચો બનાવે તે માટે

(4)

આવૃત્તિ બહુકોણ સાચો બનાવે તે માટે

(2)

28. સાચા પક્ષ, સાધ્ય, રચના અને આકૃતિ માટે

$(\frac{1}{2} \times 4 = 2)$

સાચી સાબિતી માટે (2)

$$\angle A = \angle B = 90^\circ \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\angle 1 = \angle 2 \quad (\text{અભિકોણો})$$

$$AD = BC \quad (\text{આપ્યું છે.}) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{આથી, } \Delta AOD \cong \Delta BOC \quad [\text{ખૂખૂબા}] \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{આથી, } AO = OB, \text{ એટલે કે } AB \text{ ને } CD \text{ દુભાગે છે.} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

29. સાચા પક્ષ, સાધ્ય, રચના અને આકૃતિ માટે

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 = 2\right)$$

સાચી સાબિતી માટે (2)

$$\angle AOB = \angle DOC = 70^\circ \quad (1)$$

ΔAOB માં

$$OA = OB \quad (\text{વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ})$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO$$

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \quad (1)$$

$$30. 8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2 = (2x)^3 + (3y)^3 + 18xy(2x + 3y) \quad (2)$$

$$= (2x)^3 + (3y)^3 + 3(2x)(3y)(2x + 3y) \quad (2)$$

$$= (2x + 3y)^3 = (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y) \quad (2)$$

અથવા

$$x\text{-અક્ષ પર સેલ્સિયસ અને } y\text{-અક્ષ પર ફેરનહીટ લઈ સાચા આલેખ માટે} \quad (4)$$

$$\text{આલેખ પરથી } ^\circ\text{C} = 30^\circ \text{ માટે } ^\circ\text{F} = 86^\circ \text{ મેળવે, તો} \quad (2)$$



ધોરણ IX ગણિત
વાર્ષિક પરીક્ષા પ્રશ્નપત્રનું પરિરૂપ (GSEB)

સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 80

નોંધ : આ પરિરૂપ વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો, પ્રાશ્નિકો, મોડરેટર્સ વગેરેના માર્ગદર્શન માટે છે. જે-તે વિષયોના પ્રાશ્નિક તેમજ મોડરેટર્સને માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણના બૃહદ્ હાર્દ/ઉદ્દેશને સુસંગત રહી પ્રશ્નપત્રની સંરચના બાબતે ફેરફાર કરવાની છૂટ રહેશે.

હેતુઓ પ્રમાણે ગુણભાર :

હેતુઓ	જ્ઞાન (K)	સમજ (U)	ઉપયોજન (A)	ઉચ્ચ વૈચારિક કૌશલ્ય		કુલ
				સંયોજન/વિશ્લેષણ	અનુમાન/મૂલ્યાંકન	
ગુણ	27	25	20	04	04	80
ટકા	34%	31%	25%	05%	05%	100%

પ્રશ્નના પ્રકાર પ્રમાણે ગુણભાર :

ક્રમાંક	પ્રશ્નનો પ્રકાર	પ્રશ્નોની સંખ્યા	કુલ ગુણ
1.	હેતુલક્ષી પ્રશ્નો (O)	16	16
2.	ટૂંક ઉત્તરી પ્રશ્નો (SA-I)	10	20
3.	ટૂંક ઉત્તરી પ્રશ્નો (SA-II)	08	24
4.	લાંબા પ્રશ્નો (LA)	05	20
	કુલ	39 પ્રશ્નો	80 ગુણ

પ્રકરણ પ્રમાણે ગુણભાર :

ક્રમ	પાઠ/પ્રકરણનું નામ	ગુણભાર
1.	સંખ્યાપદ્ધતિ	06
2.	બહુપદ્ધીઓ	08
3.	યામ ભૂમિતિ	04
4.	દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણો	04
5.	યુક્લિડની ભૂમિતિનો પરિચય	04
6.	રેખાઓ અને ખૂણાઓ	06
7.	ત્રિકોણ	06
8.	ચતુષ્કોણ	06
9.	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ	04
10.	વર્તુળ	06
11.	રચનાઓ	04
12.	હેરોનનું સૂત્ર	04
13.	પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ	08
14.	આંકડાશાસ્ત્ર	06
15.	સંભાવના	04
	કુલ	80

ધોરણ IX ગણિત
વાર્ષિક પરીક્ષા
પ્રશ્નપત્રનું પરિરૂપ

સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 80

વિભાગ A (હેતુલક્ષી પ્રશ્નો)

- પ્રશ્નક્રમ 1 થી 16 (16 પ્રશ્નો) (દરેક સાચા ઉત્તરનો 1 ગુણ રહેશે.) [16]
- બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત રહેશે.
- આ વિભાગમાં હેતુલક્ષી પ્રશ્નો જેવા કે MCQ (બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો), MRQ (એક કરતાં વધારે ઉત્તરવાળા MCQ), ખરાં-ખોટાં વિધાનો, ખાલી જગ્યા, વ્યાખ્યા, સૂત્ર, એકમો, અતિ ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો, એક શબ્દ કે એક વાક્યમાં જવાબ આપો, પૂરું નામ આપો, આપેલા શબ્દો પૈકી અસંગત ઓળખો, ક્રમમાં ગોઠવો, આલેખ આધારિત પ્રશ્ન, જોડકાં વગેરે પ્રકારના પ્રશ્નો પૂછી શકાય.
- કોઈ પણ પ્રકારના પ્રશ્નો 2 કે 3 થી વધી ન જાય તેની કાળજી લેવી.

વિભાગ B (ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો)

- પ્રશ્નક્રમ 17 થી 26 (10 પ્રશ્નો) (દરેક સાચા ઉત્તરના 2 ગુણ રહેશે.) [20]
- કોઈ પણ 3 પ્રશ્નોમાં આંતરિક વિકલ્પ આપવો.

વિભાગ C (ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો)

- પ્રશ્નક્રમ 27 થી 34 (8 પ્રશ્નો) (દરેક સાચા ઉત્તરના 3 ગુણ રહેશે.) [24]
- કોઈ પણ 2 પ્રશ્નોમાં આંતરિક વિકલ્પ આપવો.

વિભાગ D (લાંબા પ્રશ્નો)

- પ્રશ્નક્રમ 35 થી 39 (5 પ્રશ્નો) (દરેક સાચા ઉત્તરના 4 ગુણ રહેશે.) [20]
- કોઈ પણ 2 પ્રશ્નોમાં આંતરિક વિકલ્પ આપવો.

વિભાગ A

સૂચના પ્રમાણે ઉત્તર આપો : (1 થી 16) (પ્રત્યેકનો 1 ગુણ)

[16]

નીચેના વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો :

1. $x + 1$ એ કઈ બહુપદીનો અવયવ છે ?

(A) $x^3 + x^2 - x + 1$

(B) $x^3 + x^2 + x + 1$

(C) $x^4 + x^3 + x^2 + 1$

(D) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$

2. જેમની ઉંમર 19-36 મહિનાની છે તેવા 364 બાળકોનું સર્વેક્ષણ કરવામાં આવ્યું. 91 બાળકો બટાકાની વેફર ખાવાનું પસંદ કરે છે તેમ જાણવા મળ્યું. જો એક બાળકની યાદચ્છિક પસંદગી કરતાં, તે બટાકાની વેફર ખાવાનું પસંદ ન કરે તેની સંભાવના છે.

(A) 0.25

(B) 0.50

(C) 0.75

(D) 0.80

3. સંખ્યાઓ 4, 4, 5, 7, 6, 7, 7, 12, 3 નો મધ્યસ્થ છે.

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

4. જો સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $16\sqrt{3}$ સેમી² હોય, તો તે ત્રિકોણની પરિમિતિ

(A) 48 સેમી

(B) 24 સેમી

(C) 12 સેમી

(D) 36 સેમી

વિધાન સાચું બને તે પ્રમાણે ખાલી જગ્યા પૂરો :

5. $1.999\dots$ નું $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં મૂલ્ય છે. અહીં p અને q પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$ છે :

6. $249^2 - 248^2$ ની કિંમત છે.

7. વર્ગ 90-120 ની મધ્યકિંમત છે.

8. જે બિંદુના બંને યામ ઋણ હોય તે ચરણમાં હશે.

નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં જણાવો :

9. કોઈ પણ બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ વચ્ચે અનંત પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ આવેલી છે.

10. અવલોકનો 1, 2, 3, 4, 5 નો બહુલક 5 છે.

11. સરખી વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.

12. $(-1, 7)$ બિંદુ બીજા ચરણમાં છે.

એક વાક્ય, શબ્દ કે આંકડામાં જવાબ આપો :

13. બિંદુ $(3, 0)$ નું ઊગમબિંદુથી અંતર કેટલા એકમ થાય ?

14. જો $a = 3$, $b = -2$, $c = -4$ અને $d = 5$ હોય તો $(a + b, c + d)$ એ કયા ચરણનું બિંદુ છે.

15. ચતુષ્કોણ ABCD માં, $\angle A + \angle D = 180^\circ$ છે. આ કયા વિશિષ્ટ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં શક્ય છે ?

16. રેખાને કેટલાં પરિમાણ હોય છે ?

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોની ટૂંકમાં ગણતરી કરી જવાબ આપો : (17 થી 26) (પ્રત્યેકના 2 ગુણ)

[20]

17. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ ના છેદનું સંમેયીકરણ કરો.

18. $\frac{5}{7}$ અને $\frac{6}{7}$ વચ્ચેની ચાર સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

19. આપેલ બહુપદીનાં શૂન્યો શોધો : $p(x) = (x-2)^2 - (x+2)^2$

અથવા

સાબિત કરો કે $x+3$ એ $69+11x-x^2+x^3$ નો અવયવ છે.

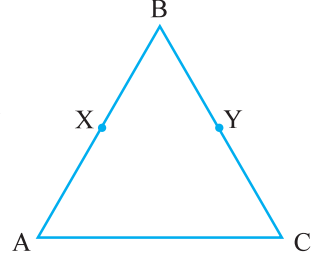
20. જો $3y = ax + 7$ ના આલેખ પર બિંદુ (3, 4) હોય, તો a ની કિંમત શોધો.

21. સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 8$ નો ઉકેલ (i) x -અક્ષ પર હોય (ii) y -અક્ષ પર હોય તેવા ઉકેલ શોધો.

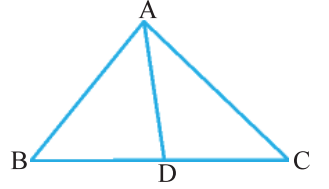
22. જો $x + y = 10$ અને $x = z$ આપેલ હોય, તો સાબિત કરો કે $z + y = 10$.

અથવા

આકૃતિમાં, $AB = BC$ તથા $BX = BY$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $AX = CY$



23. આકૃતિમાં, AD એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક છે. સાબિત કરો કે $AB > BD$.



24. ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણાનું માપ 108° છે અને બાકીના ત્રણેય ખૂણાઓ સમાન છે. પ્રત્યેક સમાન ખૂણાનાં માપ શોધો.

25. જો કોઈ વર્તુળનાં ચાપ AXB અને CYD એકરૂપ હોય, તો AB અને CD નો ગુણોત્તર શોધો.

અથવા

P કેન્દ્રિત વર્તુળમાં AB જીવા છે. બિંદુ C એ ગુરુચાપ AB પરનું A અને B થી ભિન્ન બિંદુ છે. જો $\angle ACB = 35^\circ$ હોય તો $\angle APB$ શોધો.

26. એક શાળા વિદ્યાર્થીઓને રોજ 7 સેમી વ્યાસના નળાકાર ગ્લાસમાં દૂધ આપે છે. જો ગ્લાસમાં 12 સેમીની ઊંચાઈ સુધી દૂધ ભરેલું હોય તો 1600 વિદ્યાર્થીઓને આપવા માટે કેટલા લિટર દૂધ જોઈએ ?

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ આપો : (27 થી 34) (પ્રત્યેકના 3 ગુણ)

[24]

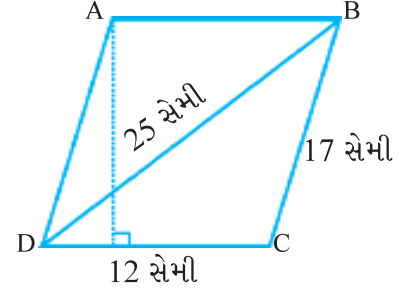
27. સાબિત કરો કે પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણો સમાન હોય છે.

28. એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે છે. સાબિત કરો કે આ સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અનુકોણની કોઈ એક જોડના દ્વિભાજકો પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

29. ત્રિકોણ ABC ની મધ્યગાઓ BE અને CF, G માં છેદે છે.
સાબિત કરો કે, ΔGBC નું ક્ષેત્રફળ = ચતુષ્કોણ AFGEનું ક્ષેત્રફળ.

અથવા

ΔABC માં L અને M અનુક્રમે AB અને AC પરનાં બિંદુઓ છે, કે જેથી $LM \parallel BC$. LC અને MB પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $ar(LOB) = ar(MOC)$



30. આકૃતિમાં આપેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
શિરોબિંદુ A થી બાજુ DC પર દોરેલા વેધની લંબાઈ પણ શોધો.

31. એક નળાકાર રોલરની લંબાઈ 2.5 મી અને ત્રિજ્યા 1.75 મી છે. તેને રોડ પર ફેરવતાં તે 5500 મી^2 નું ક્ષેત્રફળ આવરે છે. તો તેના માટે કેટલાં પરિભ્રમણ કરવાં પડે ?
32. એક અર્ધવર્તુળાકાર ધાતુના પતરાંનો વ્યાસ 28 સેમી છે. તેને વાળીને ખુલ્લો શંકુ આકાર કપ બનાવવામાં આવે છે. આ કપની ક્ષમતા શોધો.

અથવા

બે ગોળાઓનાં ઘનફળનો ગુણોત્તર $64 : 27$ છે. તેની વક્રસપાટીનાં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.

33. એક વર્ગના 80 વિદ્યાર્થીઓએ 100 ગુણમાંથી મેળવેલાં ગુણ નીચે આપ્યાં છે તે પરથી માહિતીની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ દોરો.

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
10 - 20	6
20 - 30	17
30 - 50	15
50 - 70	16
70 - 100	26

34. વીજળીના 40 ગોળા સમાય તેવા ખોખામાં વીજળીના ગોળા રાખ્યા છે. ખામીવાળા ગોળા માટે 700 ખોખાની તપાસ કરતાં મળેલાં પરિણામો નીચેના કોષ્ટકમાં આપ્યા છે :

ખામીવાળા ગોળાની સંખ્યા	0	1	2	3	4	5	6	6 થી વધારે
આવૃત્તિ	400	180	48	41	18	8	3	2

યાદચ્છિક રીતે એક ખોખું પસંદ કરતાં

- એક પણ ગોળો ખામીવાળો ન હોય.
- 2 થી 6 ખામીવાળા ગોળા હોય.
- 4 કરતાં ઓછી ખામીવાળા ગોળા હોય તેની સંભાવના શોધો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ આપો : (35 થી 39) (પ્રત્યેકના 4 ગુણ) [20]

35. બહુપદી $p(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$ ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ 19 છે, તો a ની કિંમત શોધો. $p(x)$ ને $(x + 2)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ પણ શોધો.

અથવા

જો $a + b + c = 5$ અને $ab + bc + ca = 10$ હોય, તો સાબિત કરો કે $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = -25$.

36. સાબિત કરો કે ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુનો સરવાળો તેની ત્રીજી બાજુને સંગત મધ્યગાના બમણાથી વધારે હોય છે.

37. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેના કોઈ એક ખૂણાને દુભાગે તો સાબિત કરો કે તે સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

38. સાબિત કરો કે O કેન્દ્રિત વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી જવા AB પર દોરેલો લંબ જવાને દુભાગે છે તથા તેના પ્રતિપ્રમેયનું માત્ર વિધાન લખો.

39. જેમાં $QR = 3$ સેમી, $\angle PQR = 45^\circ$ અને $QP - PR = 2$ સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ PQR રચો. રચનાના મુદ્દા લખો.

અથવા

જેની બાજુની લંબાઈ 3.4 સેમી અને કોઈ એક ખૂણો 45° નો હોય એવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ રચો. રચનાના મુદ્દા લખો.



જવાબો

સ્વાધ્યાય 1.1

- | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. C | 3. D | 4. D | 5. D | 6. C | 7. D |
| 8. C | 9. C | 10. C | 11. B | 12. A | 13. D | 14. B |
| 15. B | 16. C | 17. C | 18. B | 19. A | 20. A | 21. C |

સ્વાધ્યાય 1.2

- હા, ધારો કે $x = 21$ સંમેય સંખ્યા છે અને $y = \sqrt{2}$.
હવે, $x + y = 21 + \sqrt{2} = 21 + 1.4142 \dots = 22.4142 \dots$
અનંત અને અનાવૃત્ત છે. તેથી $x + y$ અસંમેય સંખ્યા છે.
- ના. $0 \times \sqrt{2} = 0$ એ અસંમેય નથી.
- અસત્ય, $\frac{\sqrt{2}}{3}$ એ $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં છે પરંતુ અહીં p , એટલે કે, $\sqrt{2}$ પૂર્ણાંક નથી.
 - અસત્ય, 2 અને 3 વચ્ચે કોઈ પૂર્ણાંક નથી.
 - અસત્ય, કારણ કે આપણે બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે અનંત સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકીએ છીએ.
 - સત્ય, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ એ $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં છે પરંતુ p અને q પૂર્ણાંક નથી.
 - અસત્ય, કારણ કે $(\sqrt{2})^2 = 2$ એ સંમેય સંખ્યા નથી.
 - અસત્ય, કારણ કે $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$ એ સંમેય સંખ્યા છે.
 - અસત્ય, કારણ કે $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{1}$ જે $\frac{p}{q}$ છે, પરંતુ, $\sqrt{5}$ પૂર્ણાંક નથી.
- સંમેય, કારણ કે $\sqrt{196} = 14$
 - $3\sqrt{18} = 9\sqrt{2}$, એ સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાનો ગુણાકાર છે. તેથી અસંમેય સંખ્યા છે.
 - $\sqrt{\frac{9}{27}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, એ સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર છે. તેથી અસંમેય સંખ્યા છે.

(iv) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{343}} = \frac{2}{7}$ સંમેય સંખ્યા છે.

(v) અસંમેય, $-\sqrt{0.4} = -\frac{2}{\sqrt{10}}$, સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર છે.

(vi) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}} = \frac{2}{7}$, સંમેય સંખ્યા છે.

(vii) સંમેય, કારણ કે દશાંશ વિસ્તરણ સાન્ત છે.

(viii) $(1 + \sqrt{5}) - (4 + \sqrt{5}) = -3$, સંમેય સંખ્યા છે.

(ix) સંમેય, દશાંશ અભિવ્યક્તિ અનંત આવૃત્ત છે.

(x) અસંમેય, કારણ કે દશાંશ અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત છે.

સ્વાધ્યાય 1.3

1. (ii), (iii) સંમેય સંખ્યા છે, (i), (iv) અસંમેય સંખ્યા છે.

2. (i) $-1.1, -1.2, -1.3$ (ii) $0.101, 0.102, 0.103$

(iii) $\frac{51}{70}, \frac{52}{70}, \frac{53}{70}$ (iv) $\frac{9}{40}, \frac{17}{80}, \frac{19}{80}$

3. (i) $2.1, 2.040040004 \dots$ (ii) $0.03, 0.007000700007, \dots$

(iii) $\frac{5}{12}, 0.414114111 \dots$ (iv) $0, 0.151151115 \dots$

(v) $0.151, 0.151551555 \dots$ (vi) $1.5, 1.585585558 \dots$

(vii) $3, 3.101101110 \dots$ (viii) $0.00011, .0001131331333 \dots$

(ix) $1, 1.909009000 \dots$ (x) $6.3753, 6.375414114111 \dots$

7. (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{47}{9}$ (iv) $\frac{1}{999}$ (v) $\frac{23}{90}$

(vi) $\frac{133}{990}$ (vii) $\frac{8}{2475}$ (viii) $\frac{40}{99}$

9. (i) $\sqrt{5}$ (ii) $\frac{7\sqrt{6}}{12}$ (iii) $168\sqrt{2}$ (iv) $\frac{8}{3}$ (v) $\frac{34\sqrt{3}}{3}$

(vi) $5 - 2\sqrt{6}$ (vii) 0 (viii) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ (ix) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. (i) $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ (ii) $\frac{2}{3}\sqrt{30}$ (iii) $\frac{2+3\sqrt{2}}{8}$ (iv) $\sqrt{41} + 5$

(v) $7 + 4\sqrt{3}$ (vi) $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (vii) $5 + 2\sqrt{6}$ (viii) $9 + 2\sqrt{15}$ (ix) $\frac{9+4\sqrt{6}}{15}$

11. (i) $a = 11$ (ii) $a = \frac{9}{11}$ (iii) $b = \frac{-5}{6}$ (iv) $a = 0, b = 1$ 12. $2\sqrt{3}$

13. (i) 2.309 (ii) 2.449 (iii) 0.463 (iv) 0.414 (v) 0.318

14. (i) 6 (ii) $\frac{2025}{64}$ (iii) 9 (iv) 5 (v) $3^{\frac{1}{3}}$ (vi) -3 (vii) 16

સ્વાધ્યાય 1.4

1. $\frac{167}{90}$ 2. 1 3. 2.063 4. 7 5. 98 6. $\frac{1}{2}$ 7. 214

સ્વાધ્યાય 2.1

1. C 2. B 3. A 4. D 5. B 6. A 7. D
8. C 9. B 10. B 11. D 12. C 13. B 14. D
15. D 16. B 17. D 18. D 19. C 20. C 21. C

સ્વાધ્યાય 2.2

1. (i), (ii), (iv), (vii) બહુપદીઓ છે.
કારણ કે પ્રત્યેક અભિવ્યક્તિનું સાદુંરૂપ આપ્યા પછી ચલની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે.
2. (i) અસત્ય, કારણ કે દ્વિપદી બહુપદીને બરાબર બે જ પદ હોય છે.
(ii) અસત્ય, $x^3 + x + 1$ બહુપદી છે પરંતુ દ્વિપદી નથી.
(iii) સત્ય, કારણ કે દ્વિપદી એ 1 કે તેથી વધારે ઘાતવાળી બહુપદી છે, આથી, ઘાત 5 પણ હોઈ શકે.
(iv) અસત્ય, કારણ કે બહુપદીનું શૂન્ય કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોઈ શકે છે.
(v) અસત્ય, બહુપદીનાં શૂન્યો ગમે તેટલાં (પણ સાન્ત સંખ્યામાં) હોઈ શકે છે. તે બહુપદીની ઘાત પર આધારિત છે.
(vi) અસત્ય, $x^5 + 1$ અને $-x^5 + 2x + 3$ બે બહુપદીઓની ઘાત 5 છે, પરંતુ આ બે બહુપદીઓના સરવાળાની ઘાત 1 છે.

સ્વાધ્યાય 2.3

1. (i) એક ચલ (ii) એક ચલ (iii) ત્રિચલ (iv) દ્વિચલ
2. (i) 1 (ii) 0 (iii) 5 (iv) 7
3. (i) 6 (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) -1 (iv) $\frac{1}{5}$
4. (i) 1 (ii) 0 (iii) 3 (iv) -16
5. (v) અચળ બહુપદી, (iii), (vi), (x) સુરેખ બહુપદી, (iv), (viii), (ix) દ્વિઘાત બહુપદી, (i), (ii), (vii) ત્રિઘાત બહુપદી
6. (i) $10x$ (ii) $x^{20} + 1$ (iii) $2x^2 - x - 1$
7. 61, -143 8. $\frac{-31}{4}$
9. (i) -3, 3, -39 (ii) -4, -3, 0
10. (i) અસત્ય (ii) સત્ય (iii) અસત્ય (iv) સત્ય (v) સત્ય

11. (i) 4 (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) 0
12. 0 13. $x^3 + x^2 + x + 1, 2$
14. (i) 0 (ii) 62 (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{-136}{27}$
15. (i) ના (ii) ના 17. (i) 19. 1
20. $\frac{3}{2}$ 21. -2 22. 2
23. (i) $(x + 6)(x + 3)$ (ii) $(3x - 1)(2x + 3)$
 (iii) $(x - 5)(2x + 3)$ (iv) $2(7 + r)(6 - r)$
24. (i) $(x - 2)(x + 3)(2x - 5)$ (ii) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
 (iii) $(x + 1)(x - 2)(x + 2)$ (iv) $(x - 1)(x + 1)(3x - 1)$
25. (i) 1092727 (ii) 10302 (iii) 998001
26. (i) $(2x + 5)^2$ (ii) $(3y - 11z)^2$ (iii) $\left(3x - \frac{1}{6}\right)\left(x + \frac{5}{6}\right)$
27. (i) $3(x - 1)(3x - 1)$ (ii) $(3x - 2)(3x - 2)$
28. (i) $16a^2 + b^2 + 4c^2 - 8ab - 4bc + 16ac$
 (ii) $9a^2 + 25b^2 + c^2 - 30ab + 10bc - 6ac$
 (iii) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6xz$
29. (i) $(3x + 2y - 4z)(3x + 2y - 4z)$ (ii) $(-5x + 4y + 2z)(-5x + 4y + 2z)$
 (iii) $(4x - 2y + 3z)(4x - 2y + 3z)$
30. 29
31. (i) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$ (ii) $\frac{1}{x^3} + \frac{y}{x^2} + \frac{y^2}{3x} + \frac{y^3}{27}$
 (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{4}{3x^2} - \frac{1}{27x^3}$
32. (i) $(1 - 4a)(1 - 4a)(1 - 4a)$ (ii) $\left(2p + \frac{1}{5}\right)\left(2p + \frac{1}{5}\right)\left(2p + \frac{1}{5}\right)$
33. (i) $\frac{x^3}{8} + 8y^3$ (ii) $x^6 - 1$
34. (i) $(1 + 4x)(1 - 4x + 16x^2)$ (ii) $(a - \sqrt{2}b)(a^2 + \sqrt{2}ab + 2b^2)$
35. $8x^3 - y^3 + 27z^3 + 18xyz$
36. (i) $(a - 2b - 4c)(a^2 + 4b^2 + 16c^2 + 2ab - 8bc + 4ac)$
 (ii) $(\sqrt{2}a + 2b - 3c)(2a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 2\sqrt{2}ab + 6bc + 3\sqrt{2}ac)$
37. (i) $-\frac{5}{12}$ (ii) -0.018 38. $3(x - 2y)(2y - 3z)(3z - x)$

39. (i) 0 (ii) 0

40. એક શક્ય જવાબ. લંબાઈ = $2a - 1$, પહોળાઈ = $2a + 3$

સ્વાધ્યાય 2.4

1. -1 2. $a = 5$; 62 5. $-120x^2y - 250y^3$ 6. $x^3 - 8y^3 - z^3 - 6xyz$

સ્વાધ્યાય 3.1

1. B 2. C 3. C 4. A 5. D 6. A 7. C
 8. C 9. D 10. C 11. C 12. D 13. B 14. B
 15. B 16. D 17. B 18. D 19. B 20. C 21. B
 22. C 23. C 24. A

સ્વાધ્યાય 3.2

1. (i) અસત્ય, કારણ કે બિંદુનો ભૂજ શૂન્ય હોય, તો બિંદુ x - અક્ષ પર હોય છે.
 (ii) અસત્ય, કારણ કે $(1, -1)$, IV ચરણમાં અને $(-1, 1)$, II ચરણમાં આવેલું છે.
 (iii) અસત્ય, કારણ કે બિંદુના યામ દર્શાવવા માટે કોટિ પ્રથમ આવે છે અને ભુજ પછી આવે છે.
 (iv) અસત્ય, કારણ કે y -અક્ષ પર આવેલું બિંદુ $(0, y)$ સ્વરૂપમાં હોય છે.
 (v) સત્ય, કારણ કે II ચરણમાં કોટિનું ચિહ્ન - અને ભુજનું + હોય છે.

સ્વાધ્યાય 3.3

1. $P(1, 1)$, $Q(-3, 0)$, $R(-2, -3)$, $S(2, 1)$, $T(4, -2)$, $O(0, 0)$ 2. સમલંબ ચતુષ્કોણ
4. (i) સમરેખ (ii) અસમરેખ (iii) સમરેખ
5. (i) II (ii) III (iii) II (iv) I
6. (i) $P(3, 2)$, $R(3, 0)$, $Q(3, -1)$ (ii) 0
7. II, IV, x -અક્ષ, I, III
8. C, D, E, G 10. $(7, 0)$, $(0, -7)$ 11. (i) $(0, 0)$ (ii) $(0, -4)$ (iii) $(5, 0)$

સ્વાધ્યાય 3.4

1. $C(-2, -4)$ 2. $(0, 0)$, $(-5, 0)$, $(0, -3)$, $(-5, -3)$ 3. $(4, 3)$
4. (i) A, L અને O
 (ii) G, I અને O
 (iii) D અને H
5. (i) $(2, 1)$, (ii) $(5, 7)$

સ્વાધ્યાય 4.1

1. C 2. A 3. A 4. A 5. D 6. B 7. C
 8. A 9. B 10. A 11. C 12. B 13. A 14. C
 15. C 16. B 17. C 18. C 19. D

સ્વાધ્યાય 4.2

1. સત્ય, કારણ કે (0, 3) સમીકરણ $3x + 4y = 12$ નું સમાધાન કરે છે.
2. અસત્ય, કારણ કે (0, 7) એ સમીકરણનું સમાધાન કરતું નથી.
3. સત્ય, કારણ કે (-1, 1) અને (-3, 3) આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ છે અને બે બિંદુઓ અનન્ય રેખાનું નિરૂપણ કરે છે.
4. સત્ય, કારણ કે આ આલેખ y -અક્ષને સમાંતર રેખા છે અને તે y -અક્ષથી (જમણી બાજુએ) 3 એકમ અંતરે છે.
5. અસત્ય, આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ (3, -5) બિંદુ નથી.
6. અસત્ય, કારણ કે આલેખ પરનું પ્રત્યેક બિંદુ સમીકરણનો ઉકેલ છે.
7. અસત્ય, કારણ કે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ હંમેશાં રેખા હોય છે.

સ્વાધ્યાય 4.3

1. પ્રત્યેક સમીકરણનો આલેખ બિંદુ (0, 0) માંથી પસાર થતી રેખા છે.
2. (2, 3)
3. x -અક્ષને સમાંતર અને તેની નીચે 3 એકમ દૂર આવેલી રેખા $y = -3$ છે.
4. $x + y = 10$ 5. $y = 3x$ 6. $\frac{5}{3}$
7. (i) એક (ii) અનંત ઉકેલ
8. (i) (8, 0) (ii) (0, 4)
9. $c = \frac{8-2x}{x}, x \neq 0$ 10. $y = 3x; y = 15$.

સ્વાધ્યાય 4.4

2. આલેખ x -અક્ષને (3, 0) અને y -અક્ષને (0, 2) માં કાપે છે.
3. આલેખ x -અક્ષને (2, 0) અને y -અક્ષને $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ માં કાપે છે.
4. (i) 30°C (ii) 95°F (iii) $32^\circ\text{F}, \left(\frac{-160}{9}\right)^\circ\text{C}$ (iv) -40
5. (i) 104°F (ii) 343 k
6. $y = mx$, જ્યાં y બળ, x પ્રવેગ અને m અચળ દ્રવ્ય દર્શાવે છે.
(i) 30 ન્યૂટન (ii) 36 ન્યૂટન

સ્વાધ્યાય 5.1

- | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. C | 3. B | 4. A | 5. A | 6. A | 7. A |
| 8. B | 9. B | 10. D | 11. A | 12. B | 13. A | 14. C |
| 15. B | 16. A | 17. C | 18. C | 19. A | 20. A | 21. C |
| 22. B | | | | | | |

સ્વાધ્યાય 5.2

1. અસત્ય, માત્ર સમતલની આકૃતિઓ માટે જ પ્રમાણભૂત છે.
2. અસત્ય, ઘન પદાર્થની સીમાઓને પૃષ્ઠ કહે છે.
3. અસત્ય, પૃષ્ઠની ધારો રેખા છે.
4. સત્ય, યુક્લિડનું એક સ્વયંસિદ્ધ સત્ય છે.
5. સત્ય, યુક્લિડના સ્વયંસિદ્ધ સત્યમાંના એકને કારણે.
6. અસત્ય, સાબિત થયેલા વિધાનો પ્રમેયો છે.
7. સત્ય, યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને સમકક્ષ રજૂઆત છે.
8. સત્ય, યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને સમકક્ષ રજૂઆત છે.
9. સત્ય, આ ભૂમિતિ યુક્લિડની ભૂમિતિથી ભિન્ન છે.

સ્વાધ્યાય 5.4

1. આ પ્રશ્નનો જવાબ નમૂનાનું પ્રશ્નપત્ર 1 (E) માં આપ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો.
3. ના 4. ના 5. સુસંગત

સ્વાધ્યાય 6.1

1. C 2. D 3. B 4. A 5. D 6. A 7. C
8. B

સ્વાધ્યાય 6.2

1. $x + y$ એ 180° ની બરાબર થવું જોઈએ. ABC એક રેખા થવા માટે, બે આસન્ન કોણોનો સરવાળો 180° થવો જોઈએ.
2. ના, ખૂણાનો સરવાળો 180° થી ઓછો જોઈએ.
3. ના, ખૂણાનો સરવાળો 180° થી મોટો જોઈએ નહિ.
4. ના, ખૂણાનો સરવાળો 181° હોઈ શકે નહિ.
5. અનંત ત્રિકોણો, પ્રત્યેક ત્રિકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 180° છે.
6. 136° .
7. ના, જો તેઓ રૈખિક જોડના ખૂણા હોય તો જ પ્રત્યેક ખૂણો કાટકોણ છે.
8. પ્રત્યેક કાટખૂણો છે. રૈખિક જોડનું સ્વયંસિદ્ધ તથ્ય.
9. $132^\circ + 48^\circ = 180^\circ$ હોવાથી $l \parallel m$, p એ q ને સમાંતર નથી કારણ કે $73^\circ + 106^\circ \neq 180^\circ$.
10. ના, તે સમાંતર છે.

સ્વાધ્યાય 6.3

7. 90° 8. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

સ્વાધ્યાય 7.1

1. C 2. B 3. B 4. C 5. A 6. B 7. B
8. D 9. B 10. A 11. B

સ્વાધ્યાય 7.2

1. QR; ખૂબાખૂ શરત દ્વારા એકરૂપ છે.
2. RP; ખૂખૂબા શરત દ્વારા તેઓ એકરૂપ છે.
3. ના; અંતર્ગત ખૂણા જોઈએ.
4. ના; અનુરૂપ બાજુ જોઈએ.
5. ના; બે બાજુનો સરવાળો = ત્રીજી બાજુ.
6. ના; $BC = PQ$.
7. હા; તેઓ અનુરૂપ બાજુઓ છે.
8. PR; મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય છે.
9. હા; $AB + BD > AD$ અને $AC + CD > AD$.
10. હા; $AB + BM > AM$ અને $AC + CM > AM$.
11. ના; બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં ઓછો છે.
12. હા, પ્રત્યેક વિકલ્પમાં બે બાજુઓનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે છે.

સ્વાધ્યાય 7.4

1. $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$
3. પરિણામ સાબિત કરવા $\angle ABD = \angle ACD$ નો ઉપયોગ કરવો ખોટું છે.
19. $\angle B$ મહત્તમ છે.

સ્વાધ્યાય 8.1

- | | | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. B | 3. C | 4. C | 5. D | 6. C | 7. D |
| 8. C | 9. B | 10. D | 11. C | 12. C | 13. C | 14. C |

સ્વાધ્યાય 8.2

1. 6 સેમી, 4 સેમી; સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.
2. ના; સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.
3. ના; ખૂણાઓનો સરવાળો 360° થવો જોઈએ.
4. સમલંબ ચતુષ્કોણ
5. લંબચોરસ
6. ના; લંબચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તે જરૂરી નથી.
7. ના; ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 360° છે.
8. $DE = \frac{1}{2} AC$ હોવાથી 3.5 સેમી
9. હા, કારણ કે $BD = EF$ અને $CD = EF$.

10. 55° , $\angle F = \angle A$ અને $\angle A = \angle C$.
 11. ના; ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 360° છે.
 12. હા, ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 360° છે.
 13. 145° 14. 4 સેમી

સ્વાધ્યાય 8.3

1. 84° 2. દરેક 135° 3. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 60^\circ$ 4. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 60^\circ$

સ્વાધ્યાય 8.4

2. 4 સેમી

સ્વાધ્યાય 9.1

1. A 2. D 3. D 4. C 5. C 6. A 7. B
 8. D 9. B 10. B

સ્વાધ્યાય 9.2

1. અસત્ય, કારણ કે $AXCD$ નું ક્ષેત્રફળ = $ABCD$ નું ક્ષેત્રફળ - BCX નું ક્ષેત્રફળ = $48 - 12 = 36$ સેમી²
 2. સત્ય, $SR = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$, PAS નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} PQRS$ નું ક્ષેત્રફળ = 30 સેમી
 3. અસત્ય, કારણ કે ΔQSR નું ક્ષેત્રફળ = 90 સેમી² અને ΔASR નું ક્ષેત્રફળ < ΔQRS નું ક્ષેત્રફળ
 4. સત્ય, $\frac{BDE \text{ નું ક્ષેત્રફળ}}{ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ}} = \frac{\sqrt{3} (BD)^2}{\sqrt{3} (BC)^2} = \frac{(BC)^2}{(BC)^2} = \frac{1}{4}$
 5. અસત્ય, કારણ કે DPC નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} ABCD$ નું ક્ષેત્રફળ = $EFGD$ નું ક્ષેત્રફળ

સ્વાધ્યાય 9.3

3. (i) 90 સેમી² (ii) 45 સેમી² (iii) 45 સેમી² 7. 12 સેમી²

સ્વાધ્યાય 10.1

1. D 2. A 3. C 4. B 5. D 6. A 7. C
 8. B 9. C 10. D

સ્વાધ્યાય 10.2

1. સત્ય, કારણ કે વર્તુળના કેન્દ્રથી બંને જીવાઓનું અંતર સમાન છે.
 2. અસત્ય, જો $AB = AC$, તો ખૂણાઓ સમાન થશે.
 3. સત્ય. કારણ કે એકરૂપ વર્તુળોની સમાન જીવાઓ તેમના અનુરૂપ કેન્દ્ર આગળ સમાન ખૂણા આંતરે છે.
 4. અસત્ય, કારણ કે બે બિંદુમાંથી પસાર થતું વર્તુળ, આ બે બિંદુઓને સમરેખ બિંદુમાંથી પસાર થશે નહિ.
 5. સત્ય. કારણ કે AB વ્યાસ છે.

6. સત્ય, $\angle C$ કાટખૂણો હોવાથી, $AC^2 + BC^2 = AB^2$.
7. અસત્ય, કારણ કે $\angle A + \angle C = 90^\circ + 95^\circ = 185^\circ \neq 180^\circ$.
8. અસત્ય. કારણ કે $\angle BDC = 60^\circ$ થાય તેવા અસંખ્ય બિંદુ D શક્ય છે અને આ પ્રત્યેક બિંદુ A, B, C માંથી પસાર થતા વર્તુળનું કેન્દ્ર થઈ શકે નહિ.
9. સત્ય. સમાન રેખાખંડ પરના ખૂણા.
10. સત્ય. $\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle CAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

સ્વાધ્યાય 10.3

1. 1:1
9. 60°
14. 30°
15. 100°
16. 50°
17. 40°
19. 270°
20. $\angle BOC = 66^\circ$, $\angle AOC = 54^\circ$

સ્વાધ્યાય 10.4

13. $x = 30^\circ$, $y = 15^\circ$
14. 30°

સ્વાધ્યાય 11.1

1. B
2. A
3. D

સ્વાધ્યાય 11.2

1. સત્ય. કારણ કે $52.5^\circ = \frac{210^\circ}{4}$ અને $210^\circ = 180^\circ + 30^\circ$ ની રચના કરી શકાય.
2. અસત્ય, કારણ કે $42.5^\circ = \frac{1}{2} \times 85^\circ$ અને 85° ની રચના અશક્ય છે.
3. અસત્ય. કારણ કે $BC + AC$ એ AB કરતાં મોટી જોઈએ, પરંતુ તેમ નથી.
4. સત્ય, કારણ કે $AC - AB < BC$, એટલે કે, $AC < AB + BC$.
5. અસત્ય, કારણ કે $\angle B + \angle C = 105^\circ + 90^\circ = 195^\circ > 180^\circ$.
6. સત્ય, કારણ કે $\angle B + \angle C = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ < 180^\circ$.

સ્વાધ્યાય 11.3

2. હા

સ્વાધ્યાય 12.1

1. A
2. D
3. C
4. A
5. D
6. B
7. C
8. A
9. B

સ્વાધ્યાય 12.2

1. અસત્ય, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 12 સેમી² છે.
2. સત્ય, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ સેમી²

3. સત્ય, પ્રત્યેક સમાન બાજુ = 3 સેમી
4. અસત્ય, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $16\sqrt{3}$ સેમી²
5. સત્ય, બીજો વિકર્ણ 12 સેમી થાય.
6. અસત્ય, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 35 સેમી² છે.
7. અસત્ય, છ સમબાજુ ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળનો સરવાળો છે.
8. સત્ય, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = 306 મી².
9. સત્ય, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $12\sqrt{105}$ સેમી².

સ્વાધ્યાય 12.3

1. ₹ 10500 2. ₹ 84, 000 3. $300\sqrt{3}$ સેમી² 4. $32\sqrt{2}$ સેમી² 5. 180 સેમી², 15 સેમી
6. $600\sqrt{15}$ મી² 7. $2100\sqrt{15}$ મી² 8. $24(\sqrt{6} + 1)$ સેમી² 9. ₹ 960 10. 114 મી²

સ્વાધ્યાય 12.4

1. પીળું : 484 સેમી²; લાલ : 242 સેમી²; લીલું : 373.04 સેમી²
2. $20\sqrt{30}$ સેમી² 3. 23 સેમી, 27 સેમી 4. 374 મી²
5. ₹ 19200 6. 3 સેમી 7. 45 સેમી, 40 સેમી
8. 1632 સેમી², 1868 સેમી²

સ્વાધ્યાય 13.1

1. D 2. C 3. B 4. C 5. B
6. B 7. A 8. B 9. A 10. A

સ્વાધ્યાય 13.2

1. સત્ય, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^2(2r)$
2. અસત્ય, કારણ કે નવું ઘનફળ = $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot 2h = \frac{1}{2}$ (શરૂઆતનું ઘનફળ)
3. અસત્ય, કારણ કે $r^2 + h^2 = l^2$
4. સત્ય, $2\pi r h = 2\pi(2r) \cdot \frac{h}{2}$
5. સત્ય, કારણ કે શંકુનું ઘનફળ = $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot (2r) = \frac{2}{3}\pi r^3 =$ અર્ધગોળાનું ઘનફળ
6. સત્ય, કારણ કે $V_1 =$ નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

અને $V_2 =$ શંકુનું ઘનફળ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ આથી, $V_1 = 3V_2$

7. સત્ય, $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 r$, $V_2 = \frac{2}{3}\pi r^3$, $V_3 = \pi r^2 r$

8. અસત્ય, $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}$ તેથી $a = 6$ આથી, ધાર = 6 સેમી

9. સત્ય, V_1 (સમઘનનું ઘનફળ) = a^3

$$\text{ગોલકની ત્રિજ્યા} = \frac{a}{2}. V_2 \text{ (ગોલકનું ઘનફળ)} = \frac{4}{3}\pi \frac{a^3}{8}$$

$$V_1 : V_2 = 6 : \pi$$

10. સત્ય, નવું ઘનફળ = $\pi(2r)^2 \cdot \left(\frac{h}{2}\right) = 2[\pi r^2 h]$. આથી, ઘનફળ બમણું છે.

સ્વાધ્યાય 13.3

1. 488 સેમી³
2. 7.5 મી³
3. 38.808 સેમી³
4. 471.43 મી²
5. 5 સેમી
6. 739.2 લિટર
7. 200 પરિભ્રમણ
8. 40 દિવસ
9. 8 લાડુ
10. 188.57 સેમી², 301.71 સેમી³

સ્વાધ્યાય 13.4

1. 8800 સેમી³
2. 622.38 સેમી³
3. 110, 241.7 મી³ (આશરે)
4. 668.66 મી³
5. 16 : 9
6. 30.48 સેમી³
7. 50 %
8. (i) 9152 સેમી² (ii) 55440 સેમી³

સ્વાધ્યાય 14.1

1. B
2. D
3. B
4. C
5. B
6. B
7. B
8. C
9. B
10. D
11. D
12. C
13. B
14. D
15. B
16. B
17. C
18. B
19. D
20. B
21. C
22. C
23. C
24. B
25. D
26. C
27. C
28. C
29. C
30. D

સ્વાધ્યાય 14.2

1. ના, વર્ગો જુદી-જુદી વર્ગલંબાઈના છે, સપ્રમાણ આવૃત્તિઓનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ.
2. માહિતીનું સચોટ પ્રતિનિધિત્વ મધ્યસ્થ કરશે, કારણ કે
 - (i) પ્રત્યેક મૂલ્ય એક-એક વખત છે.
 - (ii) અંતિમ મૂલ્યોની અસર માહિતી પર છે.
3. મધ્યસ્થ શોધતાં પહેલાં માહિતીને ચડતા (અથવા ઉતરતા) ક્રમમાં ગોઠવવી જોઈએ.
4. ના, મધ્યસ્થ શોધતાં પહેલાં માહિતીને ચડતા (અથવા ઉતરતા) ક્રમમાં ગોઠવવી જોઈએ.
5. અસત્ય, સ્તંભાલેખમાં, પ્રત્યેક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ તે વર્ગની આવૃત્તિના પ્રમાણમાં જોઈએ.
6. અસત્ય. કારણ કે બે ક્રમિક ગુણ વચ્ચેનો તફાવત વર્ગલંબાઈની બરાબર થવો જોઈએ.
7. ના, ખરેખર તો અઠવાડિયામાં 10 અથવા તેથી વધારે કલાક ટેલિવિઝન જોનાર બાળકોની સંખ્યા 4 + 2, એટલે કે 6 છે.

8. ના, કારણ કે ઘટના ઉદ્ભવે તેના પ્રયત્નોની સંખ્યા ઋણ હોઈ શકે નહિ અને પ્રયત્નોની કુલ સંખ્યા હંમેશાં ધન છે.
9. ના, કારણ કે ઘટનાના ઉદ્ભવ માટેના પ્રયત્નોની સંખ્યા એ કુલ પ્રયત્નોની સંખ્યા કરતાં વધારે હોઈ શકે નહિ.
10. ના, જેમ જેમ સિક્કો ઉછાળવાની સંખ્યા વધે, તેમ તેમ છાપની સંખ્યા અને સિક્કો ઉછાળવાની કુલ સંખ્યાનો ગુણોત્તર $\frac{1}{2}$ ની નજીક હોવો જોઈએ, નહિ કે બરાબર $\frac{1}{2}$.

સ્વાધ્યાય 14.3

1.

રુધિરજૂથ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા (આવૃત્તિ)
A	12
B	8
AB	4
O	6
કુલ	30

2.

અંક	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
આવૃત્તિ	1	2	5	6	3	4	3	2	5	4

3.

મેળવેલા ગુણ	48	58	64	66	69	71	73	81	83	84
આવૃત્તિ	3	3	4	7	6	3	2	1	2	2

4.

વર્ગ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
આવૃત્તિ	4	8	13	12	6

વર્ગલંબાઈ = 10

5.

વર્ગ	આવૃત્તિ
149.5 - 153.5	7
153.5 - 157.5	7
157.5 - 161.5	15
161.5 - 165.5	10
165.5 - 169.5	5
169.5 - 173.5	6

વર્ગ 153.5-157.5 માં 153.5 અને 157.5 - 161.5 માં 157.5 સમાવિષ્ટ છે.

9. 20 10. 8.05 11. 72.2 12. 80.94 13. 20

14. મધ્યસ્થ = 12, બહુલક = 10

15.

વર્ગ	આવૃત્તિ
150 - 200	50
200 - 250	30
250 - 300	35
300 - 350	20
350 - 400	10
કુલ	145

16. (i) 0.06 (ii) 0.19 (iii) $\frac{3}{400}$

17. (i) 0.06 (ii) 0.086 (iii) 0.282 (iv) 0.254

18. (i) $\frac{4}{7}$ (ii) $\frac{59}{350}$ (iii) $\frac{669}{700}$

19. (i) 0.25 (ii) 0.75 (iii) 0.73 (iv) 0

20. (i) 0.675 (ii) 0.325 (iii) 0.135 (iv) 0.66

સ્વાધ્યાય 14.4

1. વર્ગ	0 - 9	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79	80 - 89	90 - 99
આવૃત્તિ	4	7	5	10	5	8	5	8	5	3

2.

વર્ગ	આવૃત્તિ
0 - 10	4
10 - 20	7
20 - 30	5
30 - 40	10
40 - 50	5
50 - 60	8
60 - 70	5
70 - 80	8
80 - 90	5
90 - 100	3

10. $a = 5$, 30 ની આવૃત્તિ 28 અને 70 ની 24 છે.

11. 2 : 1

12. મધ્યક = 75.64, મધ્યસ્થ = 77, બહુલક = 85

