

ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
મશબ/1120/260/છ, તા. 12-03-2020-થી મંજૂર

સ્વ-અધ્યયનપોથી

આંકડાશાસ્ત્ર

ભાગ 2

ધોરણ 12



પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક



ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિધાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

© ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર
આ સ્વ-અધ્યયનપોથીના સર્વ હક ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળને હસ્તક છે.
આ સ્વ-અધ્યયનપોથીનો કોઈ પણ ભાગ કોઈ પણ રૂપમાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા
પાઠ્યપુસ્તક મંડળના નિયામકની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

| લેખન | પ્રસ્તાવના |
|--|--|
| <p>પ્રો. શુભા એ. લાગવણકર (કન્વીનર) ડૉ. કુંજલ એચ. શાહ ડૉ. યતિન એ. પરીખ શ્રી રમેશચંદ્ર બી. ઠક્કર શ્રી વિનયકાન્ત એચ. ઉપાધ્યાય શ્રી કેલાસબેન કે. પ્રજાપતિ</p> | <p>NCERT, નવી દિલ્લી દ્વારા તૈયાર કરવામાં આવેલા નવા રાષ્ટ્રીય અભ્યાસક્રમના અનુસંધાનમાં ગુજરાત રાજ્ય માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર દ્વારા ગુજરાતના વિદ્યાર્થીઓ માટે ધોરણ 8 થી 12ના વિવિધ વિષયોના નવા અભ્યાસક્રમો તૈયાર કરવામાં આવ્યા. જેને ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર કરવામાં આવ્યા અને ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ દ્વારા આ નવા અભ્યાસક્રમો મુજબ પાઠ્યપુસ્તકો તૈયાર કરવામાં આવ્યાં. તદનુસાર જૂન, 2016થી ધોરણ 9 અને 11નાં તથા જૂન, 2017થી ધોરણ 10 અને 12ની તમામ માધ્યમિક તથા ઉચ્ચતર માધ્યમિક શાળાઓમાં નવા તૈયાર થયેલ પાઠ્યપુસ્તકો અમલમાં આવ્યાં છે.</p> |
| <p>સમીક્ષા શ્રી હિમાંશુ ડી રાચ્હ શ્રી રાજેન્દ્રકુમાર બી. ભટ્ટ શ્રી ગોપાલ બી. વડગામા ડૉ. મૂળુભાઈ એમ. સોલંકી શ્રી વૈશાલી એમ. સેવક શ્રી ભરતભાઈ બી. પટેલ શ્રી ઉમેશકુમાર બી. કરંજિયા ડૉ. રીપલબહેન આર. પટેલ શ્રી વિજયકુમાર એન. ધીવર શ્રી દિપકભાઈ એસ. પુજારા શ્રી હર્ષદકુમાર જી. પારેખ</p> | <p>નવા અભ્યાસક્રમ અને પાઠ્યપુસ્તકોના પાઠ્યક્રમના શીખેલ વિષયવસ્તુને વિદ્યાર્થીઓ વધુ મહાવરા દ્વારા દૃઢ કરે અને તે દ્વારા પાઠ્યક્રમને સ્વ-પ્રયત્ને વધુ સારી રીતે આત્મસાત્ કરે તે હેતુથી ધોરણ 11 અને 12ના (1) નામાનાં મૂળતત્ત્વો (2) આંકડાશાસ્ત્ર (3) વાણિજ્ય વ્યવસ્થા અને સંચાલન (4) અર્થશાસ્ત્ર (5) ગુજરાતી (પ્રથમ ભાષા) (6) અંગ્રેજી (દ્વિતીય ભાષા) મુખ્ય વિષયો માટેની સ્વ-અધ્યયનપોથી પ્રકાશિત કરવા અંગે ગુજરાત રાજ્ય માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગરની સૂચનાને આધારે ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર દ્વારા જે-તે વિષયના તજજ્ઞો દ્વારા સ્વ-અધ્યયનપોથી તૈયાર કરાવવામાં આવી છે. દરેક વિષયની સ્વ-અધ્યયનપોથીની હસ્તપ્રતોની જે-તે વિષયના તજજ્ઞો દ્વારા ચકાસણી કરાવવામાં આવી છે અને ત્યાર બાદ જ તેને પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવી છે. આ સ્વ-અધ્યયનપોથીઓ વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર આનંદની લાગણી અનુભવે છે. દરેક સ્વ-અધ્યયનપોથીનાં સ્વાધ્યાયો જ્ઞાન, સમજ, ઉપયોજન, કૌશલ્યો વગેરે હેતુઓને ધ્યાનમાં લઈને તૈયાર કરવામાં આવ્યા છે.</p> |
| <p>ભાષાશુદ્ધિ શ્રી પ્રવીણભાઈ આર. પટેલ</p> | <p>સ્વ-અધ્યયનપોથીના નિર્માણ સમય ગુજરાત રાજ્ય માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર દ્વારા જે-તે વિષયના પ્રશ્નપત્રનું જે પરિરૂપ તૈયાર કરવામાં આવ્યું છે તેને પણ દૃષ્ટિ સમક્ષ રાખવામાં આવ્યું છે. આથી સ્વ-અધ્યયનપોથીમાંના પૂરતાં પ્રમાણમાં અપાયેલ સ્વાધ્યાયો વિદ્યાર્થીઓને જાહેર પરીક્ષાની તૈયારી માટે પણ ઉપયોગી નીવડશે.</p> |
| <p>સંયોજન ડૉ. ચિરાગ એન. શાહ (વિષય-સંયોજક : કોમર્સ)</p> | <p>દરેક સ્વ-અધ્યયનપોથી જે-તે વિષયના અભ્યાસક્રમ અને પાઠ્યપુસ્તકને અનુરૂપ તૈયાર કરવામાં આવી છે. વિદ્યાર્થીઓ પાઠ્યપુસ્તકનો સઘન અભ્યાસ કરે અને તેમાં આપેલા બધા જ સ્વાધ્યાયો શિક્ષકની દેખરેખ નીચે તૈયાર કરે. ત્યાર બાદ સ્વ-અધ્યયનપોથીના સ્વાધ્યાયો પોતાની જાતે કરશે તો બધા મુખ્ય વિષયો પર વિદ્યાર્થીઓ સારું પ્રભુત્વ મેળવી શકશે અને વર્ષને અંતે લેવાનારી પરીક્ષા માટે પોતે તૈયાર છે એવો આત્મવિશ્વાસ તેમનામાં કેળવાશે. જરૂર જણાય ત્યાં વિષય-શિક્ષકની મદદ મેળવે અને શિક્ષક વ્યક્તિગત અને સામૂહિક રીતે જરૂર જણાય ત્યાં વિદ્યાર્થીઓને મદદ કરે તથા માર્ગદર્શન પૂરું પાડે તે અપેક્ષિત છે.</p> |
| <p>નિર્માણ-સંયોજન શ્રી હરેન શાહ (નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)</p> | <p>સ્વ-અધ્યયનપોથી તૈયાર કરનાર સર્વે નિષ્ણાતોનો મંડળ આભાર માને છે. સ્વ-અધ્યયનપોથી રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બને તે માટે મંડળે પૂરતી કાળજી લીધી છે. આમ છતાં શિક્ષણવિદો અને તેનો ઉપયોગ કરનાર સર્વે વિદ્યાર્થી, શિક્ષકો અને વાલીઓનાં સૂચનો મંડળ સહર્ષ સ્વીકારશે.</p> |
| <p>મુદ્રણ-આયોજન શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાયીયા (નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)</p> | <p>પી. ભારતી (IAS) નિયામક તા. 07-09-2020</p> <p>કાર્યવાહક પ્રમુખ ગાંધીનગર</p> |

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2020

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી પી. ભારતી, નિયામક

મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજો નીચે મુજબ રહેશે :*

- (ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો તથા સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;
- (ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;
- (ગ) ભારતના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;
- (ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;
- (ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓનાં ગૌરવને અપમાનિત કરે તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;
- (છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;
- (જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની તથા જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;
- (ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;
- (ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;
- (ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની.
- (ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-ક

अनुक्रमणिका

| | |
|--|-----|
| 1. संभावना | 1 |
| 2. यादृच्छिक यल अने असतत संभावना-वितरण | 30 |
| 3. प्रामाण्य-वितरण | 50 |
| 4. लक्ष | 70 |
| 5. विकलन | 98 |
| • द्वितीय नमूनांनुं प्रश्नपत्र | 125 |
| • तृतीय नमूनांनुं प्रश्नपत्र | 131 |
| • जवाबो | 137 |



સ્વ-અધ્યયનપોથી વિશે...

સ્વ-અધ્યયનપોથી દ્વારા સ્વ-અધ્યયન માટેનો ઉત્તમ પ્રયોગ છે. ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર દ્વારા આ નૂતન અભિગમ વિદ્યાર્થીજગત માટે હિતકારી સાબિત થાય તેમ છે. સ્વ-અધ્યયનનું શ્રેષ્ઠ ઉદાહરણ એકલવ્ય વિશે આપ ખૂબ જ સારી રીતે જાણો છો. તેણે જ્ઞાન-ઉપાર્જન માટે સ્વ-અધ્યયનનો માર્ગ અપનાવ્યો હતો. સ્વ-અધ્યયન દ્વારા આ એકલવ્ય, પાંડવપુત્ર અર્જુન કરતાં પણ વધારે પ્રતિભાશાળી સાબિત થયો. સ્વ-અધ્યયન દ્વારા વિદ્યાર્થી સર્વોચ્ચ સિદ્ધિ પ્રાપ્ત કરી શકે છે તે બાબતની સાક્ષી ઇતિહાસ આપે છે.

સ્વ-અધ્યયનપોથીના સથવારે અને શિક્ષકના માર્ગદર્શન હેઠળ વિદ્યાર્થી ઊંચી ગુણવત્તા પ્રાપ્ત કરી શકે છે. વિદ્યાર્થી એકાગ્ર મને એકવાર સંપૂર્ણ પાઠનું વાચન-મનન કરી લીધા પછી સ્વ-અધ્યયનપોથીના તમામ પ્રશ્નોના જવાબો આપવાની શરૂઆત કરે એટલે તેનું સ્વ-અધ્યયન શરૂ થાય છે. સ્વ-અધ્યયનપોથીના કારણે વિદ્યાર્થીમાં રહેલી માનસિક અને બૌદ્ધિક શક્તિનો વિકાસ થાય છે. તેમનામાં કોઈ પણ અટપટા પ્રશ્નોનું અર્થઘટન કરવાની સૂઝ કેળવાય છે. તેના આત્મવિશ્વાસમાં વધારો થાય છે. તેના અક્ષરોમાં સુધારણા થાય છે. અઘરામાં અઘરા પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકે છે. તેનામાં પરીક્ષા પૂર્વેની તૈયારી કરવાનો મહાવરો પ્રાપ્ત થાય છે.

વિદ્યાર્થી વર્ગમાં પોતાના વિષય-શિક્ષકના માર્ગદર્શન હેઠળ સ્વ-અધ્યયનપોથીના જવાબો આપતો હોવાથી તેની તમામ મુશ્કેલીઓનું નિવારણ થાય છે. કારણ કે તેને વિષય-શિક્ષકનું માર્ગદર્શન સતત મળતું રહેતું હોય છે. વિદ્યાર્થીઓમાં અધ્યયન માટેનો આત્મવિશ્વાસ બેવડાય છે. તેની સાથે-સાથે વાચન, અર્થગ્રહણ, પૃથક્કરણ, સંયોજન, રસદર્શન વગેરે અધ્યયનને લગતાં તમામ કૌશલ્યોની માત્રામાં સુધારો થાય છે. દુનિયાનાં વિકસિત રાષ્ટ્રોમાં સ્વ-અધ્યયનપોથીઓ દ્વારા અધ્યયન (Self-Learning by Assignment Book)નો પ્રયોગ શ્રેષ્ઠ સાબિત થયેલો છે. ભારતના ભૌગોલિક શાળાકીય પર્યાવરણ માટે આ એક મહત્વાકાંક્ષી પ્રયોગ તરીકે ખૂબ જ અનુકૂળ આવશે અને પ્રગતિ કરવાનો અનેરો અવસર મળી રહેશે.

સ્વ-અધ્યયનપોથીમાં સ્વાધ્યાય-પ્રશ્નોના મુખ્ય ચાર હેતુઓ જેવા કે જ્ઞાન, સમજ, ઉપયોજન અને કૌશલ્યને પણ ધ્યાનમાં રાખીને રચવામાં આવ્યા છે. ધોરણ 12ના આંકડાશાસ્ત્રનો વિદ્યાર્થી સ્વ-અધ્યયનપોથીનું કાર્ય પોતાની જ્ઞાનપ્રાપ્તિની તીવ્ર ઈચ્છા સાથે અને અંદર ઇપાયેલી સુષુપ્ત શક્તિઓના પ્રગટીકરણ માટે કરશે, તો તમામ પ્રકારની આડે

આવતી બધી જ અડચણો દૂર કરી શકશે. મિત્રો, તમે સ્વાધ્યાયકાર્ય આત્મવિશ્વાસ સાથે કરશો, તો તમારી સફળતાના તમામ દ્વાર ખૂલી જશે.

વિદ્યાર્થીમિત્રો, આંકડાશાસ્ત્રનું વિષયવસ્તુ (content) સ્વ-અધ્યયન દ્વારા સરળ કરી શકાય તેવું છે. તેથી સ્વ-અધ્યયનપોથીના ઉપયોગથી તમારા મેળવેલા જ્ઞાનનું દૃઢીકરણ થશે. આ વિષયના સંદર્ભમાં આવતાં પારિભાષિક શબ્દો, સિદ્ધાંતો, ઉદાહરણો, આકૃતિઓ, આલેખ તેમજ સંકલ્પનાઓ વધુ સ્પષ્ટ થશે. તમારો સ્વ-અધ્યયન માટેનો મહાવરો વધશે તેમાં કોઈ શંકાને સ્થાન નથી.

સ્વ-અધ્યયનપોથીને વધુ ગુણવત્તા સભર બનાવવા અંગે તમારાં સૌનાં સૂચનો આવકાર્ય રહેશે.

– લેખકો

1

સંભાવના (Probability)

આપણાં રોજબરોજના જીવનમાં કેટલીક ઘટનાઓ એવી હોય છે કે જે બનશે કે નહિ તે અગાઉથી નિશ્ચિતપણે કહી શકાતું નથી. આંકડાશાસ્ત્રના પાયાના સિદ્ધાંતો તરીકે સંભાવનાનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે. સંભાવના વડે અનિશ્ચિત ઘટના ઘટવાની શક્યતા સંખ્યાત્મક રીતે દર્શાવવામાં આવે છે. સંભાવનાની વ્યાખ્યા અને તેની ઉપયોગિતા સમજાવતાં ઉદાહરણો આ પ્રકરણમાં ચર્ચેલ છે.

સૂત્રોની યાદી :

- (1) ઘટના A ની પૂરક ઘટના $A' = U - A$ (ઘટના A ન બને)
- (2) ઘટના A અને B ની તફાવત ઘટના $A - B = A \cap B' = A - (A \cap B)$ (ફક્ત ઘટના A બને)
- (3) ઘટના B અને A ની તફાવત ઘટના $B - A = A' \cap B = B - (A \cap B)$ (ફક્ત ઘટના B બને)
- (4) યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશની કોઈ ઘટના A ની સંભાવના $P(A) = \frac{m}{n}$
- (5) સંભાવનાના સરવાળાનો નિયમ

કોઈ બે ઘટનાઓ A અને B માટે,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

કોઈ ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C માટે,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

બે ઘટનાઓ A અને B પરસ્પર નિવારક હોય તો,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C પરસ્પર નિવારક હોય તો,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

બે ઘટનાઓ A અને B પરસ્પર નિવારક અને નિ:શેષ હોય તો,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1$$

ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C પરસ્પર નિવારક અને નિ:શેષ હોય તો,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

(6) શરતી સંભાવના

ઘટના A બની હોય તે શરતે ઘટના B બને તેને B/A કહેવાય.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \quad P(A) \neq 0$$

ઘટના B બની હોય તે શરતે ઘટના A બને તેને A/B કહેવાય.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) \neq 0$$

(7) સંભાવનાના ગુણાકારનો નિયમ

કોઈ બે ઘટનાઓ A અને B માટે

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A); \quad P(A) \neq 0$$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A/B); \quad P(B) \neq 0$$

● બે ઘટનાઓ A અને B નિરપેક્ષ હોય તો,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$$

$$P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

(8) સંભાવનાની આંકડાશાસ્ત્રીય વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$$

વિભાગ A

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો માટે સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નની સામે આપેલ ખાનામાં લખો :

1. છાપ મળે ત્યાં સુધી સિક્કો ઉછાળવાના પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ કેવો ગણ કહેવાય ?

(a) સાન્ત ગણ (b) અનંત ગણ (c) ખાલી ગણ (d) એક ઘટકી ગણ

2. ત્રણ સમતોલ પાસા એક સાથે ઉછાળવાના પ્રયોગ સાથે સંકળાયેલ નિદર્શ અવકાશના ઘટકોની સંખ્યા જણાવો.

(a) 6 (b) 216 (c) 36 (d) 8

3. એક સમતોલ પાસો ફેંકવાના પ્રયોગમાં 1, 2, 3, 4, 5 અથવા 6 મળે એ કયા પ્રકારની ઘટના કહેવાય ?

(a) નિરપેક્ષ ઘટના (b) પૂરક ઘટના (c) ચોક્કસ ઘટના (d) અશક્ય ઘટના

4. બે ઘટનાઓ A અને B માંથી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના બને તે ઘટનાની સંભાવનાને સંકેતમાં કેવી રીતે દર્શાવાય ?

(a) $P(B/A)$ (b) $P(A \cap B)$ (c) $P(A \cup B)$ (d) $P(A' \cap B')$

5. જો કોઈ બે ઘટનાઓ A અને B એકસાથે ન બની શકે તો તેને કેવા પ્રકારની ઘટનાઓ કહેવાય ?

(a) યોગ ઘટનાઓ (b) તફાવત ઘટનાઓ
(c) છેદ ઘટનાઓ (d) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ

6. તફાવત ઘટના $A - B$ નીચેના પૈકી કેવી રીતે મળે?

(a) $A - (A \cap B)$ (b) $A - (A' \cap B')$ (c) $B - (A' \cap B')$ (d) $B - (A \cap B)$

7. જો A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય તો $P(A \cap B)$ ની કિંમત કેટલી થાય ?

(a) 1 (b) 0 (c) 0.5 (d) 0 થી 1ની વચ્ચે

8. A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય તો $A - B$ નીચેના પૈકી શું થાય ?

(a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A' \cap B'$

9. પૂરક ઘટનાઓ A અને A' માટે $P(A' \cap A)$ ની કિંમત કેટલી થાય ?

(a) 1 (b) 0 (c) 0.5 (d) 0 થી 1ની વચ્ચે

10. $(A \cap B) \cup (A \cap B')$ નીચેના પૈકી શું થાય ?

- (a) A' (b) B (c) A (d) $A' \cap B'$

11. નીચે જણાવેલ યાદચ્છિક પ્રયોગો પૈકી કયા યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ અનંત છે ?

- (a) 52 પત્તામાંથી એક પત્તું યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવું
(b) કોઈ શહેરની શાળાઓમાંથી 5 શાળા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવી
(c) વસ્તુઓના જથ્થામાંથી એક વસ્તુ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવી
(d) નવજાત શિશુનું વજન માપવું

12. નિઃશેષ ન હોય તેવી A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ માટે નીચેના પૈકી કયો વિકલ્પ સાચો છે ?

- (a) $P(B/A) = P(B)$ (b) $P(A/B) = P(A)$ (c) $P(A \cup B) = 1$ (d) $P(A - B) = P(A)$

13. નિઃશેષ ઘટનાઓ A અને B માટે નીચેના પૈકી કયો વિકલ્પ $P(A \cup B)$ માટે સાચો છે ?

- (a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (b) $P(A \cup B) = P(U)$
(c) $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ (d) $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$

14. પૂરક ઘટનાઓ A અને A' માટે $P(A' \cup A)$ ની કિંમત કેટલી થાય ?

- (a) 1 (b) 0 (c) 0.5 (d) 0 થી 1ની વચ્ચે

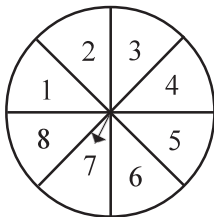
15. ચિત્રમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વ્યક્તિના હાથમાં પત્તા છે. કોઈ ગેમ રમતી વખતે તે વ્યક્તિ આ પત્તામાંથી એક પત્તું



પોતાના હાથમાંથી ફેંકી દે છે. ફેંકેલું પત્તું ચહેરાવાળું હોય તેની સંભાવના શોધો.

- (a) 0.3 (b) 0.5
(c) 0.6 (d) 0.2

16. ચિત્રમાં બતાવેલા ચક્રને હાથ વડે ફેરવવામાં આવે છે. આ ચક્ર ફરીને અમુક સમય પછી સ્થિર થાય છે.



આ ચક્ર અટકે ત્યારે ત્રીરની સામે અયુગ્મ અંક આવે તેની સંભાવના કેટલી થાય ?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{5}{8}$

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ લખો :

1. અશક્ય ઘટના અને ચોક્કસ ઘટનાનું એક-એક ઉદાહરણ આપો.
2. નિદર્શ અવકાશની ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C નિ:શેષ ક્યારે કહેવાય?
3. આપેલ ઘટનાઓ A અને B પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના બને તેની સંભાવના શોધવાનું સૂત્ર લખો.
4. 50 ગુણની એક પરીક્ષામાં વિદ્યાર્થીને મળતા ગુણનો નિદર્શ અવકાશ લખો.
5. અશક્ય ઘટના અને ચોક્કસ ઘટનાની સંભાવના જણાવો.
6. બે સમતોલ સિક્કા અને એક સમતોલ પાસો એક સાથે ઉછાળવાના પ્રયોગ સાથે સંકળાયેલ નિદર્શ અવકાશના ઘટકોની સંખ્યા જણાવો.
7. નિદર્શ અવકાશની બે ઘટનાઓ A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ હોય, તો $P(A \cap B)$ નું સૂત્ર લખો.

8. પરસ્પર નિવારક બે ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = 0.7$ અને $P(B') = 0.9$ હોય, તો $P(A \cup B)$ શોધો.
9. એક સમૂહના 3 % એકમો ખામીવાળા છે. આ સમૂહમાંથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ એક એકમ ખામીરહિત હોવાની સંભાવના કેટલી થાય ?
10. બે નિરપેક્ષ ઘટનાઓ A અને B માટે $P(B) = \frac{2}{3}$ અને $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$ હોય, તો $P(A)$ શોધો.
11. યાદચ્છિક પ્રયોગનાં બે ઉદાહરણો આપો.
12. B અને A ની તફાવત ઘટના $B - A$ ની વેન આકૃતિ દોરો.
13. $P(A \cap B)$, 0 , $P(A)$, $P(A) + P(B)$, $P(A \cup B)$ ને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવો.

14. $P(B/A)$ નું અર્થઘટન લખો.

15. યાદચ્છિક પ્રયોગની ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના બને તેની સંભાવના મેળવવાનું સૂત્ર લખો.

16. નિદર્શ અવકાશની બે ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = \frac{2}{3}$ અને $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ શક્ય છે ? કારણ આપો.

17. નિરપેક્ષ ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = 0.4$ અને $P(B) = 0.45$ હોય, તો $P(A' \cap B')$ શોધો.

18. એક બહુમાળી બિલ્ડીંગ ભૌતગણિત સહિત કુલ અગિયાર માળનું બનેલ છે. એક લિફ્ટ આ તમામ માળ પર વ્યક્તિઓને લાવવા લઈ જવા માટે કાર્યરત છે. એક વ્યક્તિ ભૌતગણિતથી લિફ્ટમાં પ્રવેશે છે. આ વ્યક્તિ પાંચમા માળ પર લિફ્ટની બહાર નીકળે તેની સંભાવના શોધો.

19. નિરપેક્ષ ઘટનાઓની વ્યાખ્યા લખો.

20. સમસંભાવી ઘટનાઓની વ્યાખ્યા લખો.
21. યાદચ્છિક પ્રયોગની વ્યાખ્યા લખો.
22. નિદર્શ અવકાશની વ્યાખ્યા લખો.
23. સંભાવનાની ગાણિતિક વ્યાખ્યા લખો.
24. સંભાવનાની આંકડાશાસ્ત્રીય વ્યાખ્યા લખો.
25. પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓની વ્યાખ્યા લખો.

26. સંભાવનાની ગાણિતિક વ્યાખ્યા મુજબ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં n પરિણામો પૈકી દરેક પરિણામની સંભાવના કેટલી થાય?

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ લખો :

1. યાદચ્છિક પ્રયોગનાં લક્ષણો જણાવો.
2. સંભાવનાની ગાણિતિક વ્યાખ્યાની ધારણાઓ લખો.
3. સંભાવનાની ગાણિતિક વ્યાખ્યાની મર્યાદાઓ લખો.
4. સંભાવનાની આંકડાશાસ્ત્રીય વ્યાખ્યાની મર્યાદાઓ લખો.

5. સમસંભાવી ઘટનાઓ ઉદાહરણ આપી સમજાવો.

6. નિદર્શ અવકાશની બે ઘટનાઓ A અને B માટે સંભાવનાના સરવાળાનો નિયમ લખો. જો આ ઘટનાઓ પરસ્પર નિવારક હોય, તો સંભાવનાના સરવાળાનો નિયમ લખો.

7. નિદર્શ અવકાશની બે ઘટનાઓ A અને B માટે સંભાવનાના ગુણાકારનો નિયમ લખો. જો ઘટનાઓ A અને B નિરપેક્ષ હોય ત્યારે સંભાવનાના ગુણાકારનો નિયમ લખો.

8. એક પાસો બે વખત ફેંકવામાં આવે તો તેના પર મળતાં અંકોનો તફાવત 2 હોવાની સંભાવના શોધો.

9. એક સમતોલ સિક્કો ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે તો ઓછામાં ઓછી એક વખત છાપ મળે તેની સંભાવના શોધો.

10. ત્રણ સમતોલ સિક્કા એકસાથે ઉછાળવામાં આવે છે. છાપની સંખ્યા કાંટા કરતાં વધુ મળવાની સંભાવના શોધો.

11. એક સમૂહના 7 વિદ્યાર્થીઓનાં વજન (કિગ્રામાં) અનુક્રમે 52, 58, 70, 65, 50, 56 અને 63 છે. આ સમૂહમાંથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવેલ એક વિદ્યાર્થીનું વજન સમૂહના સરેરાશ વજનથી વધુ હોવાની સંભાવના શોધો.

12. લીપ વર્ષના જુલાઈ માસમાં 5 મંગળવાર હોવાની સંભાવના શોધો.

13. KATHAN શબ્દના બધા જ અક્ષરોથી બનતી તમામ ગોઠવણીઓમાં બંને A સાથે આવે તેની સંભાવના શોધો.

14. 11 થી 100 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી એક સંખ્યા પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ કરેલ સંખ્યામાં એક અંક 9 હોવાની સંભાવના શોધો.

15. એક સંખ્યા પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ $U = \{1, 2, 3, \dots, 80\}$ છે અને આ નિદર્શ અવકાશનાં પરિણામો સમસંભાવી છે.

(1) પસંદ કરેલ સંખ્યા 5ની ગુણક હોય તેની સંભાવના શોધો.

(2) પસંદ કરેલ સંખ્યા 5ની ગુણક ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

16. બરાબર રીતે ચીપેલા 52 પત્તાના એક ઢગમાંથી યાદચ્છિક રીતે બે પત્તા પસંદ કરવામાં આવે છે.

(1) આ બંને પત્તા એક જ પ્રકારના હોય તેની સંભાવના શોધો.

(2) એક પત્તું ચહેરાવાળું હોવાની સંભાવના શોધો.

17. યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશની કોઈ બે ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.4$ અને $P(A \cap B) = 0.1$ હોય તો, $P(A - B)$ અને $P(A' \cap B')$ શોધો.

18. એક શિક્ષક કોમર્સના સાત વિષયોની પરીક્ષા માટેનો કાર્યક્રમ ઘડે છે. આ કાર્યક્રમમાં અંગ્રેજી વિષય પછી તરત જ ગુજરાતી વિષયનું પેપર ગોઠવાય તેની સંભાવના શોધો.

19. ધોરણ 12 આંકડાશાસ્ત્ર વિષયનું પુસ્તક બે ભાગમાં વહેંચાયેલું છે. ભાગ 1માં કુલ 4 પ્રકરણ અને ભાગ 2માં કુલ 5 પ્રકરણ છે. એક વિદ્યાર્થી જાન્યુઆરી મહિનાના અંતમાં પુનરાવર્તન કરવા માટે કોઈ પણ બે પ્રકરણની પસંદગી કરે છે. વિદ્યાર્થી દ્વારા પસંદ થયેલાં બંને પ્રકરણ,

- (1) એક જ ભાગના હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (2) જુદા જુદા ભાગના હોય તેની સંભાવના શોધો.

20. એક યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશની ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C માટે નીચે આપેલી માહિતી પરથી

$P(A \cup B \cup C)$ શોધો.

$P(A) = 0.63$, $P(B) = 0.44$, $P(C) = 0.27$, $P(A \cap B) = 0.23$, $P(A \cap C) = 0.16$, $P(B \cap C) = 0.21$,

$P(A \cap B \cap C) = 0.04$

21. બે ઘટનાઓ A અને B પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના બને તેની સંભાવના $\frac{2}{3}$ અને ઘટના B બને પરંતુ ઘટના A ન બને તેની સંભાવના $\frac{1}{5}$ હોય તો ઘટના A બનવાની સંભાવના શોધો.

22. પતિ અને પત્નીમાંથી આવતા દસ વર્ષ સુધી પતિ જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.7, પત્ની જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.8 અને બંને જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.6 છે. જો દસ વર્ષના અંતે,

- (1) પતિ જીવિત હોય તો પત્ની જીવિત હોવાની સંભાવના શોધો.
- (2) પત્ની જીવિત હોય તો પતિ જીવિત હોવાની સંભાવના શોધો.

23. એક શાળાના ધોરણ 12ની શાળાકીય પરીક્ષાના પરિણામમાં આંકડાશાસ્ત્ર, અર્થશાસ્ત્ર અને તે પૈકી ઓછામાં ઓછા એક વિષયમાં અનુક્રમે 10 %, 15 % અને 30 % વિદ્યાર્થીઓ નાપાસ થયા છે. આ શાળામાંથી એક વિદ્યાર્થીની યાદચ્છિક રીતે પસંદગી કરવામાં આવે છે. જો તે વિદ્યાર્થી અર્થશાસ્ત્રમાં નાપાસ થયો હોય તો તે આંકડાશાસ્ત્રમાં પણ નાપાસ થાય તેની સંભાવના શોધો.

24. જો $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ અને $P(A/B) = \frac{1}{2}$ હોય તો $P(B/A)$ શોધો.

25. એક કંપનીના ઈન્ટરનેશનલ ફ્લાઈટમાં દેશ Aના 7 અને દેશ Bના 5 નાગરિકો મુસાફરી કરવાના છે. સુરક્ષા માટે જરૂરી તપાસ પછી ઉચ્ચ અધિકારી વધુ સુરક્ષા માટે યાદચ્છિક રીતે આ બે દેશના નાગરિકો પૈકી બે નાગરિકોની પુરવણી રહિત પસંદગી કરે છે. પસંદ કરેલ બંને નાગરિક જુદા જુદા દેશના હોવાની સંભાવના શોધો.

26. એક ટોપલીમાં 3 પીળાં અને 7 સફેદ ફૂલ છે તેમાંથી એક પછી એક એમ બે ફૂલ પુરવણી રહિત પસંદ કરવામાં આવે તો પ્રથમ ફૂલ પીળું અને બીજું ફૂલ સફેદ હોવાની સંભાવના શોધો.

27. બે પાસા એકસાથે ફેંકવામાં આવે તો ઓછામાં ઓછા એક પાસા પર અંક 4 મળે તેની સંભાવના શોધો.

28. 52 પત્તામાંથી એક પછી એક એમ બે પત્તા પુરવણી રહિત પસંદ કરવામાં આવે તો તે ક્રમશઃ એકઠો અને રાજા હોવાની સંભાવના શોધો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. પ્રથમ 100 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલી એક સંખ્યા 3 અથવા 4ની ગુણક હોય તેની સંભાવના શોધો.

2. 52 પત્તાના ઢગમાંથી એક પત્તું યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ થયેલ પત્તું
- (1) કાળી અથવા ગુલામ હોય તેની સંભાવના શોધો.
 - (2) કાળી ન હોય અને ગુલામ ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

3. એક વર્ગમાં અભ્યાસ કરતાં 40 વિદ્યાર્થીઓમાં 30 છોકરાઓ અને 10 છોકરીઓ છે. એક પરીક્ષામાં 18 છોકરાઓ અને 4 છોકરીઓ A⁺ ગ્રેડ પ્રાપ્ત કરે છે. આ વર્ગમાંથી એક વિદ્યાર્થીને પસંદ કરવામાં આવે છે. આ વિદ્યાર્થી છોકરો હોય અથવા A⁺ ગ્રેડ પ્રાપ્ત કરનાર વિદ્યાર્થી હોય તેની સંભાવના શોધો.

4. પ્રથમ 20 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી એક સંખ્યા પસંદ કરવામાં આવે છે. આ સંખ્યા યુગ્મ હોય અથવા 5 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી હોય તેની સંભાવના શોધો.

5. ધોરણ 12માં અભ્યાસ કરતો વિદ્યાર્થી રજાના દિવસે આંકડાશાસ્ત્ર વિષયનું પુનરાવર્તન કરે તેની સંભાવના 0.72, અર્થશાસ્ત્ર વિષયનું પુનરાવર્તન કરે તેની સંભાવના 0.66 અને બંને વિષયનું પુનરાવર્તન કરે તેની સંભાવના 0.48 છે. ધોરણ 12માં અભ્યાસ કરતો એક વિદ્યાર્થી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો તે વિદ્યાર્થી રજાના દિવસે,

- (1) આંકડાશાસ્ત્ર અને અર્થશાસ્ત્ર પૈકી ઓછામાં ઓછા એક વિષયનું પુનરાવર્તન કરતો હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (2) આંકડાશાસ્ત્ર અને અર્થશાસ્ત્ર પૈકી એક પણ વિષયનું પુનરાવર્તન ન કરતો હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (3) આંકડાશાસ્ત્ર અને અર્થશાસ્ત્ર પૈકી ફક્ત એક જ વિષયનું પુનરાવર્તન કરતો હોય તેની સંભાવના શોધો.

6. એક યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશની બે ઘટનાઓ A અને B માટે $2P(A) = 3P(B) = 4P(A \cap B) = 0.6$ હોય તો નીચેની ઘટનાઓની સંભાવના મેળવો.

- (1) $(A' \cap B')$ (2) $(A - B)$ (3) $(A' \cap B)$

7. નિદર્શ અવકાશની ત્રણ ઘટનાઓ A, B અને C પરસ્પર નિવારક અને નિ:શેષ છે. જો $2P(A) = 3P(B) = 4P(C)$ હોય તો $P(A \cup B)$ અને $P(B \cup C)$ શોધો.

8. એક યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશની કોઈ બે ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A') = 0.2$, $P(B) = 0.7$ અને $P(A \cup B) = 0.93$ હોય તો $P(A \cap B')$ અને $P(A' \cap B)$ શોધો.

9. એક સમતોલ સિક્કાને ત્રણ વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો સિક્કા પર પ્રથમ વખત છાપ મળી હોય તો સિક્કા પર ત્રણેય વખત છાપ મળે તેની સંભાવના શોધો.

10. બે સમતોલ પાસા એકસાથે ઉછાળવામાં આવે છે. જો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 6થી વધુ હોય તો બંને પાસા પર જુદા જુદા અંક મળે તેની સંભાવના શોધો.

11. પ્રથમ 30 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી એક સંખ્યા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. જો પસંદ કરેલ સંખ્યા 2ની ગુણક હોય તો તે સંખ્યા 5ની ગુણક હોય તેની સંભાવના શોધો.

12. જો $3P(A) = 2P(B) = P(A \cup B) = 0.9$ હોય તો $P(A/B)$ અને $P(B/A)$ શોધો.

13. જો $P(B - A) = 0.3$, $P(A) = 0.7$ અને $P(B') = 0.4$ હોય તો $P(A/B)$ અને $P(B/A)$ શોધો.

14. જો $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ અને $P(A/B) = \frac{1}{4}$ હોય તો $P(A' \cap B')$ શોધો.

15. જો $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$ અને $P(A \cap B) = 0.4$ હોય, તો $P(A'/B)$ અને $P(B'/A')$ શોધો.

16. એક કંપનીમાં નોકરી કરતા 11 કર્મચારીઓ રિસેસ દરમિયાન પોતાના સ્માર્ટફોનના ઉપયોગમાં વ્યસ્ત હોય છે. આ કર્મચારીઓ પૈકી 6 કર્મચારીઓ એપ્લિકેશન W અને બાકીના કર્મચારીઓ એપ્લિકેશન F ના ઉપયોગમાં વ્યસ્ત છે. આ કર્મચારીઓમાંથી યાદચ્છિત રીતે બે કર્મચારીઓની પુરવણી સહિત પસંદગી કરવામાં આવે તો,

- (1) તે બંને કર્મચારીઓ એપ્લિકેશન W ના ઉપયોગમાં વ્યસ્ત હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (2) બેમાંથી એક કર્મચારી એપ્લિકેશન F ના ઉપયોગમાં વ્યસ્ત હોય તેની સંભાવના શોધો.

17. કોઈ વર્ષે જાહેર થયેલા CAના પરિણામમાં અમદાવાદ અને સુરત શહેરના અનુક્રમે 3 અને 2 વિદ્યાર્થીઓએ ટોપટેનમાં સ્થાન મેળવ્યું છે, જ્યારે CSના પરિણામમાં અમદાવાદ અને સુરત શહેરના અનુક્રમે 2 અને 4 વિદ્યાર્થીઓએ ટોપટેનમાં સ્થાન મેળવ્યું છે. ઉપરોક્ત વિદ્યાર્થીઓમાંથી એક મલ્ટીનેશનલ કંપની એક CA અને એક CSને નોકરી માટે પસંદ કરે છે. પસંદ થયેલા બે વિદ્યાર્થીઓ એક જ શહેરના હોય તેની સંભાવના શોધો.

18. એક વ્યક્તિના ઘરે બે અક્વેરિયમ (માછલીઘર) છે. પહેલા અક્વેરિયમમાં 5 કેટફિશ અને 3 ગપી માછલીઓ છે. જ્યારે બીજા અક્વેરિયમમાં 4 કેટફિશ અને 4 ગપી માછલીઓ છે. આ વ્યક્તિ એક અક્વેરિયમ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરી તેમાંથી એક માછલી તેના મિત્રને તેના ઘરના અક્વેરિયમમાં રાખવા માટે ભેટ આપે છે. ભેટમાં આપેલ માછલી ગપી હોવાની સંભાવના શોધો. (કેટફિશ અને ગપી માછલીઓની જાતનાં નામ છે.)

19. એક બહુમાળી મકાનમાં બે લિફ્ટ E_1 અને E_2 છે અને દરેક ચાલુ હાલતમાં હોય તેની સંભાવના 0.9 છે. તો કોઈ સમયે,
- (1) માત્ર એક જ લિફ્ટ ચાલુ હાલતમાં હોય તેની સંભાવના શોધો.
 - (2) બંને લિફ્ટ એક સાથે ચાલુ હાલતમાં હોય તેની સંભાવના શોધો.
 - (3) કોઈ પણ લિફ્ટ ચાલુ હાલતમાં ન હોય તેની સંભાવના શોધો.

20. એક કારખાનું બે પાળીઓમાં ચાલે છે. આ પાળીઓમાં ઉત્પાદિત માલની ગુણવત્તાની નિદર્શ માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ છે.

| ગુણવત્તા | પાળી | |
|-----------------|------|-----|
| | I | II |
| ખામીવાળા એકમો | 20 | 40 |
| ખામી વગરના એકમો | 100 | 150 |

આ કારખાનામાંથી એક એકમ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો,

- (1) જો એકમ પહેલી પાળીના ઉત્પાદનમાંથી મેળવેલ હોય તો તે ખામીવાળો હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (2) જો એકમ ખામીવાળો હોય તો તે બીજી પાળીના ઉત્પાદનમાંથી મેળવેલ હોય તેની સંભાવના શોધો.

2

યાદચ્છિક ચલ અને અસતત સંભાવના-વિતરણ (Random Variable and Discrete Probability Distribution)

કોઈ પણ યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશ માટે મેળવેલ યાદચ્છિક ચલ એ અસતત ચલ અથવા સતત ચલ હોઈ શકે છે. અસતત ચલના સંભાવના વિતરણ અને તેના મધ્યક તથા વિચરણનો અભ્યાસ આ પ્રકરણમાં કરેલ છે. ઉપરાંત અસતત ચલના એક અગત્યના સંભાવના વિતરણ તરીકે દ્વિપદી સંભાવના વિતરણનો ખ્યાલ પણ અહીં આપવામાં આવેલ છે.

સૂત્રોની યાદી :

- (1) અસતત સંભાવના-વિતરણનો મધ્યક $= \mu$
 $= E(X)$
 $= \sum x p(x)$
- (2) અસતત સંભાવના-વિતરણનું વિચરણ $= \sigma^2$
 $= V(X)$
 $= E(X^2) - (E(X))^2$

જ્યાં $E(X^2) = \sum x^2 p(x)$

- (3) દ્વિપદી સંભાવના-વિતરણ

$$P(X = x) = p(x) = {}^n C_x p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n, \quad 0 < p < 1, \quad q = 1 - p$$

- (4) દ્વિપદી સંભાવના-વિતરણનો મધ્યક $= np$

- (5) દ્વિપદી સંભાવના-વિતરણનું વિચરણ $= npq$

- (6) દ્વિપદી સંભાવના-વિતરણનું પ્રમાણિત વિચલન $= \sqrt{npq}$

- (7) જો કોઈ બર્નોલી પ્રયત્નોવાળા પ્રયોગને N વખત પુનરાવર્તિત કરીએ અને પ્રયોગમાં મળતી સફળતાની સંખ્યા x ની સંભાવના $p(x)$ હોય તો N પુનરાવર્તનોમાં મળતી સફળતાની સંખ્યાની અપેક્ષિત આવૃત્તિ $= N \cdot p(x)$

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો માટે સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નની સામે આપેલ ખાનામાં લખો :

1. નીચેનામાંથી કયો ચલ એ અસતત ચલનું ઉદાહરણ છે ?

 - (a) એક હોસ્પિટલમાં કોઈ એક દિવસે જન્મેલ બાળકોની સંખ્યા
 - (b) બંધના જળાશયના પાણીની ઘનતા
 - (c) એક બોક્સમાંથી લેવાયેલ સફરજનનું વજન
 - (d) એક ગામનાં ખેતરોનું ક્ષેત્રફળ

2. નીચેનામાંથી કયો ચલ એ સતત ચલનું ઉદાહરણ છે ?

 - (a) એક કુટુંબના ઈલેક્ટ્રિક બિલમાં દર્શાવેલ યુનિટની સંખ્યા
 - (b) એક પાર્કિંગ સ્થળે આપેલ સમયે આવેલ વાહનોની સંખ્યા
 - (c) આંકડાશાસ્ત્રના પેપર માટે દરેક વિદ્યાર્થીએ લીધેલ સમય
 - (d) એસ.ટી. બસના પ્રવાસીઓની સંખ્યા

3. નીચેનામાંથી કયો ચલ અસતત યાદચ્છિક ચલ નથી ?

 - (a) પુસ્તકના પાનાદીઠ છાપભૂલોની સંખ્યા
 - (b) વિદ્યાર્થીઓનું વજન
 - (c) કુટુંબદીઠ બાળકોની સંખ્યા
 - (d) રસ્તા પર થતાં અકસ્માતોની સંખ્યા

4. એક યાદચ્છિક ચલની કિંમતો પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ છે. આ ચલ કયા પ્રકારનો છે ?

 - (a) સતત ચલ
 - (b) નિયંત્રિત ચલ
 - (c) અસતત ચલ
 - (d) ગુણાત્મક ચલ

5. અસતત સંભાવના વિતરણની બધી સંભાવનાઓનો સરવાળો કેટલો હોય છે ?

 - (a) 0
 - (b) -1
 - (c) 2
 - (d) 1

6. અસતત સંભાવના વિતરણ માટે ચલ X ની કિંમતો x_i ની સંભાવનાઓ $p(x_i)$ હોય તો નીચેનામાંથી કયું વિધાન સત્ય છે ?

 - (a) $-1 < p(x_i) < 1, \sum p(x_i) = 0$
 - (b) $0 < p(x_i) < 1, \sum p(x_i) < 1$
 - (c) $0 < p(x_i) < 1, \sum p(x_i) = 1$
 - (d) $-1 < p(x_i) < 1, \sum p(x_i) = 1$

7. એક યાદચ્છિક ચલ X એ ત્રણ જ કિંમતો a, b, c ધારણ કરે છે જેની સંભાવનાઓ અનુક્રમે $3k, 5k$ અને $2k$ છે ($k > 0$). k ની કિંમત શું થાય ?

- (a) 10 (b) 0.01 (c) 1 (d) 0.1

8. એક યાદચ્છિક ચલ X એ ત્રણ જ કિંમતો x_1, x_2 અને x_3 ધારણ કરે છે. નીચેનામાંથી કયું ચલ X નું સંભાવના વિતરણ હોઈ શકે ?

(a) $p(x_1)=0.4, p(x_2)=0.3, p(x_3)=0.5$

(b) $p(x_1)=0.4, p(x_2)=0.4, p(x_3)=0.2$

(c) $p(x_1)=0.4, p(x_2)=0.8, p(x_3)=0.1$

(d) $p(x_1)=p(x_2)=p(x_3)=0.2$

9. એક અસતત ચલની શક્ય કિંમતો 1, 2, 3 અને 4 છે. જો $p(1)=p(2)=p(3)=0.3$ હોય તો $p(4)$ શોધો.

- (a) 0.1 (b) 0.3 (c) 0.7 (d) 0

10. એક ચલનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ હોય તો તેનો મધ્યક શોધો.

| | | | |
|--------|-----|-----|-----|
| x | -1 | 0 | 1 |
| $p(x)$ | 0.1 | 0.7 | 0.2 |

- (a) 0.3 (b) 0.1 (c) 1 (d) 0

11. એક યાદચ્છિક ચલ X ની શક્ય બે કિંમતો -3 અને 6 ની સંભાવના અનુક્રમે $\frac{1}{3}$ અને $\frac{2}{3}$ હોય તો X ની અપેક્ષિત કિંમત કેટલી હશે ?

- (a) 3 (b) 5 (c) 0 (d) 1

12. કોઈ પણ બર્નોલી પ્રયત્નનાં શક્ય પરિણામો કેટલાં હોય છે ?

- (a) 4 (b) 8 (c) 10 (d) 2

13. પ્રાયલો n અને p ધરાવતા દ્વિપદી ચલ X માટે નીચેનામાંથી કઈ શક્ય કિંમતો હોય છે ?

- (a) $x=1, 2, \dots, n$ (b) $0 \leq x \leq n$ (c) $x=0, 1, 2, \dots, n$ (d) $x=0, 1, 2, \dots, \infty$

14. દ્વિપદી વિતરણના પ્રાયલો જણાવો.
- (a) n અને p (b) np અને nq (c) p અને q (d) np અને npq
15. બે સિક્કા ઉછાળવાના યાદસ્થિત પ્રયોગમાં ચલ $X =$ છાપની સંખ્યા લેવામાં આવે તો X ની કિંમતોનો ગણ નીચેનામાંથી કયો હશે ?
- (a) $\{0, 1\}$ (b) $\{0, 1, 2\}$ (c) $\{0, 2\}$ (d) $\{1, 2\}$
16. દ્વિપદી વિતરણ $b(n, p)$ માટે 1 સફળતા મળવાની સંભાવના કેટલી હોય છે ?
- (a) npq (b) npq^n (c) np^nq (d) npq^{n-1}
17. ધન વિષમતા ધરાવતા દ્વિપદી વિતરણ $b(n, p)$ માટે નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?
- (a) $p < \frac{1}{2}$ (b) $p > \frac{1}{2}$ (c) $p = \frac{1}{2}$ (d) $p = 0$
18. ઋણ વિષમતા ધરાવતા દ્વિપદી વિતરણ માટે નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?
- (a) મધ્યક $= \frac{n}{2}$ (b) મધ્યક $> \frac{n}{2}$ (c) મધ્યક $= n$ (d) મધ્યક $< \frac{n}{2}$
19. એક દ્વિપદી ચલનું વિચરણ 4 છે. વિતરણની વિષમતા વિશે શું કહી શકાય ?
- (a) ધન વિષમ (b) ઋણ વિષમ (c) સંમિત (d) કશું કહી શકાય નહિ
20. એક દ્વિપદી વિતરણ $b(6, p)$ નો મધ્યક 3 હોય તો વિતરણની વિષમતા વિશે શું કહી શકાય ?
- (a) ધન વિષમ (b) સંમિત (c) ઋણ વિષમ (d) કશું કહી શકાય નહિ
21. 4 અનભિનત સિક્કા એકસાથે ઉછાળવામાં આવે તો મળતી છાપની સંખ્યાની અપેક્ષિત કિંમત કેટલી હશે ?
- (a) 2 (b) 1 (c) 0.5 (d) 4
22. દ્વિપદી વિતરણ માટે નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
- (a) મધ્યક $=$ વિચરણ (b) મધ્યક $=$ (વિચરણ)² (c) મધ્યક $>$ વિચરણ (d) મધ્યક $<$ વિચરણ
23. એક દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક 2 છે. જો તેમાં સફળતાની સંભાવના 0.4 હોય તો તેનું વિચરણ કેટલું હશે ?
- (a) 0.8 (b) 0.2 (c) 1.2 (d) 0.48

24. એક દ્વિપદી વિતરણમાં $n = 12$ અને $p = \frac{3}{8}$ હોય તો તેનો મધ્યક કેટલો હશે ?

(a) 4.5

(b) 7.5

(c) 6

(d) 2.81

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ લખો :

1. યાદચ્છિક ચલની વ્યાખ્યા આપો.
2. અસતત યાદચ્છિક ચલની અપેક્ષિત કિંમતની વ્યાખ્યા આપો.
3. સતત યાદચ્છિક ચલનું કોઈ પણ એક ઉદાહરણ આપો.
4. અસતત યાદચ્છિક ચલનું કોઈ પણ એક ઉદાહરણ આપો.
5. કોઈ પણ સતત યાદચ્છિક ચલ કયા ગણની કિંમતો ધારણ કરે છે ?
6. બર્નોલી પ્રયત્નની વ્યાખ્યા આપો.
7. દ્વિપદી વિતરણના પ્રાયલો જણાવો.
8. દ્વિપદી વિતરણ સંમિત વિતરણ બને તે માટેની શરત જણાવો.

9. નીચેનું વિધેય એ સંભાવના વિતરણ છે ?

$$p(x) = k(x-2) \quad , \quad x=1, 3, 5 \\ k > 0$$

10. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે. $p(x < 3)$ શોધો.

| | | | | | |
|--------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $p(x)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{10}$ |

11. દ્વિપદી વિતરણ $b(7, \frac{1}{4})$ નું સંભાવના વિધેય લખો.

12. એક દ્વિપદી વિતરણ માટે $5p = 3q$ હોય તો તેની વિષમતા કયા પ્રકારની છે ?

13. એક દ્વિપદી વિતરણ $b(5, p)$ નો મધ્યક 4 છે. તેની વિષમતા વિશે શું કહી શકાય ?

14. એક દ્વિપદી વિતરણ $b(n, 0.2)$ નું વિચરણ 0.8 છે. n ની કિંમત શોધો.

15. એક દ્વિપદી ચલનો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 8 અને 7 છે. સફળતાની સંભાવના શોધો.

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ લખો :

1. દ્વિપદી વિતરણનો ઉપયોગ કયા સંજોગોમાં કરવામાં આવે છે ?

2. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે.

$$p(x) = k \cdot 2^x, \quad \text{જ્યાં } x = -1, 0, 1$$

$$= \frac{k}{2}, \quad \text{જ્યાં } x = 2$$

k ની કિંમત મેળવો.

3. 2 અંગ્રેજી અને 8 ગુજરાતી પુસ્તકો એક બોક્સમાં મૂકેલ છે. જો તેમાંથી 3 પુસ્તકો યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો તેમાં પસંદ થયેલ ગુજરાતી પુસ્તકોની સંખ્યાનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

4. એક બોક્સમાં 1, 1, 1, 2, 2 આવી સંખ્યાઓ લખેલી ટિકિટો છે. તેમાંથી પુરવણીરહિત બે ટિકિટો પસંદ કરવામાં આવે તો તેના પર મળતાં અંકોના સરવાળાનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

5. વધુ નફો મેળવવા માટે એક એરલાઇન કંપની જાણવા ઇચ્છે છે કે છેલ્લી ઘડીએ બુકિંગ કરનાર લોકો માટે કેટલી સીટ ફાળવવી જોઈએ ? છેલ્લી ઘડીએ ઉદ્ભવેલ સીટની માંગનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે. આવી સીટની અપેક્ષિત માંગ શોધો.

| સીટની માંગ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| સંભાવના | 0.2 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

6. એક દ્વિપદી વિતરણ માટે $p = 3q$ અને મધ્યક 9 હોય તો n ની કિંમત શોધો.
7. એક દ્વિપદી વિતરણ માટે $n = 3$ અને $p(0) = \frac{8}{125}$ હોય તો સફળતાની સંભાવના શોધો.
8. એક સંસ્થામાં M. B. A.નો અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓમાં 20 % વિદ્યાર્થીઓ પરિણિત છે. જો આ સંસ્થામાંથી 4 વિદ્યાર્થીઓને પસંદ કરવામાં આવે તો તેમાં ઓછામાં ઓછો 1 વિદ્યાર્થી પરિણિત હોય તેની સંભાવના શોધો.
9. એક વિસ્તારની 60 વર્ષની વ્યક્તિ આવતાં 10 વર્ષ જીવશે તેની સંભાવના 0.6 છે. 60 વર્ષની 6 વ્યક્તિઓના નિદર્શમાં 4 વ્યક્તિઓ આવતાં 10 વર્ષ જીવશે તેની સંભાવના શોધો.
10. એક જથ્થો ખરીદતાં પહેલા ગ્રાહક તેમાંથી 3 વસ્તુઓ પસંદ કરે છે અને તેમાં એક પણ વસ્તુ ખામીવાળી ન હોય તો જથ્થાનો સ્વીકાર કરે છે. જો ઉત્પાદન પ્રક્રિયામાં ખામીવાળી વસ્તુઓનું પ્રમાણ 5 % હોય તો ગ્રાહક જથ્થાનો સ્વીકાર કરશે તેની સંભાવના શોધો.

11. લોકોમાં ઈન્ટરનેટ બેંકિંગનો વપરાશ જાણવા માટે કરેલ એક તપાસ એવું દર્શાવે છે કે ફક્ત 20 % વ્યક્તિઓ ઈન્ટરનેટ બેંકિંગ વાપરે છે. 8 વ્યક્તિઓના એક નિદર્શમાં 3 વ્યક્તિઓ ઈન્ટરનેટ બેંકિંગ ન વાપરતી હોય તેની સંભાવના શોધો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. દ્વિપદી વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.

2. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે :

| | | | | | | | | |
|--------|-----|------|------|------|------|------|-----|-----|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $p(x)$ | k | $2k$ | $6k$ | $4k$ | $3k$ | $2k$ | k | k |

(1) k (2) $P(3 < x \leq 7)$ શોધો.

3. એક ફળ વિકેતાનું સ્ટ્રોબેરીના બોક્સના વેચાણનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે :

| | | | | | | |
|----------------|------|-----|-----|------|------|------|
| બોક્સની સંખ્યા | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| સંભાવના | 0.05 | 0.1 | 0.3 | 0.35 | 0.15 | 0.05 |

વેચાણનો મધ્યક તથા વિચરણ શોધો.

4. ધવલ એક કંપનીમાં રોકાણ કરવા ઇચ્છે છે. સ્ટોક માર્કેટમાં આ કંપનીના ભૂતકાળના દેખાવનું નીચેનું સંભાવના વિતરણ મળે છે :

| | | | | | |
|---------------------------|-----|------|-----|------|-----|
| રોકાણનું વાર્ષિક વળતર (%) | 2 | 5 | 8 | 12 | 16 |
| સંભાવના | 0.2 | 0.25 | 0.3 | 0.15 | 0.1 |

જો વળતરનો વાર્ષિક સરેરાશ દર 10% કે તેથી વધુ હોય તો જ ધવલ તે કંપનીમાં રોકાણ કરવા ઇચ્છે છે. આ કંપનીમાં ધવલ રોકાણ કરશે ?

5. પત્તાની જોડમાંથી એક પત્તું પસંદ કરવાની એક રમતમાં રાણી અથવા ગુલામનું પત્તું પસંદ થાય તો ખેલાડીને ₹ 13 મળે છે. રાજા અથવા એક્કાની પસંદગી થાય તો ₹ 26 મળે છે અને અન્ય પત્તાની પસંદગી થાય તો ₹ 13 ગુમાવવા પડે છે. ખેલાડીની અપેક્ષિત આવક શોધો.

6. નીચેના સંભાવના વિતરણ માટે અચલ k ની કિંમત શોધો. ચલનો મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો.

$$p(x) = k, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$= 0, \quad \text{અન્યથા}$$

7. એક દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક 2 અને વિચરણ 1.6 હોય તો તેના પ્રાયલો શોધો. વિતરણની વિષમતા વિશે ટિપ્પણી કરો.

8. એક દ્વિપદી વિતરણ માટે $n = 9$ અને $p(4) = 2p(5)$ હોય તો તે વિતરણનો મધ્યક તથા વિચરણ મેળવો.

9. એક વિસ્તારના રહીશોમાં 70 % વ્યક્તિઓ શાકાહારી છે. 5 વ્યક્તિઓના એક નિદર્શમાં ચારથી ઓછી વ્યક્તિઓ શાકાહારી હોય તેની સંભાવના શોધો.

10. ઇલેક્ટ્રોનિક્સ સ્ટોરમાં આવતાં ગ્રાહકોમાંથી સામાન્ય રીતે 30 % ગ્રાહકો ખરીદી કરે છે. દરેક કલાકે 5 ગ્રાહકોનો નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે. આવા 30 નિદર્શો પૈકી કેટલા નિદર્શોમાં ઓછામાં ઓછા 2 ગ્રાહકોએ ખરીદી કરી હશે ?

11. એક શહેરના પુખ્ત વયની વ્યક્તિઓમાં 25 % વ્યક્તિઓ ડાયાબિટિસથી પીડાતાં માલૂમ પડે છે. જો શહેરમાંથી 4 વ્યક્તિઓને પસંદ કરવામાં આવે તો તે પૈકી વધુમાં વધુ 2 વ્યક્તિઓ ડાયાબિટિસથી પીડાતી હોવાની સંભાવના શોધો.

12. એક બેંકના ગ્રાહકો પૈકી 10 % ગ્રાહકો લોન માટે પૂછપરછ કરે છે. કોઈ એક દિવસે આવેલ 6 ગ્રાહકો પૈકી
- (1) એક પણ ગ્રાહક લોનની પૂછપરછ ન કરે.
 - (2) એકથી વધુ ગ્રાહકો લોનની પૂછપરછ કરે તેની સંભાવના શોધો.

વિભાગ E

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

$$p(x) = c x^2, \quad x=0, 1, 2, 3, 4, 5$$

અચલ c ની કિંમત શોધો. ચલ X નો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન પણ મેળવો.

2. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે આપેલ છે.

$$p(x) = k(x+3) \quad , \quad x = -2, -1$$

$$= k(x+2) \quad , \quad x = 0, 1, 2$$

$$= k(x-1) \quad , \quad x = 3$$

(1) k ની કિંમત

(2) $p(x > 0)$

(3) $p(-1 \leq x < 2)$ શોધો.

3. એક રોગના ઈલાજ માટે ઉપયોગમાં લેવાતી દવાથી દર્દીને તેની આડઅસર થવાની સંભાવના $\frac{1}{10}$ છે. જો 5 દર્દીઓને આ દવા આપવામાં આવે તો તેમાં

(1) બે દર્દીઓને તેની આડઅસર થાય

(2) ચાર દર્દીઓને તેની આડઅસર ન થાય

(3) વધુમાં વધુ એક દર્દીને તેની આડઅસર થાય તેની સંભાવના શોધો.

4. એક પાસો એવી રીતે બનાવવામાં આવ્યો છે કે જેમાં બેકી સંખ્યા મળવાની સંભાવના એકી સંખ્યા મળવાની સંભાવના કરતાં બમણી છે. આ પાસાને 4 વખત ઉછાળવામાં આવે તો તેમાં (1) એક પણ વખત એકી સંખ્યા ન મળે. (2) ત્રણથી ઓછી વખત બેકી સંખ્યા મળે તેની સંભાવના શોધો.

5. એક દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક તેના વિચરણ કરતાં ત્રણ ગણો છે. તેના મધ્યક અને વિચરણનો સરવાળો 8 હોય તો વિતરણના પ્રાયલો મેળવો.

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. એક બોક્સમાં 7 લાલ અને 3 વાદળી પેન છે. તેમાંથી 4 પેન યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો તેમાં લાલ રંગની પેનની સંખ્યાનું સંભાવના વિતરણ મેળવો. તે પરથી તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

2. એક દ્વિપદી વિતરણમાં $n = 5$ અને $p(x=2) : p(x=4) = 8:9$ હોય તો $p(x \leq 2)$ શોધો.

3. ફૂટબોલની મેચમાં કોઈ ટીમ માટે જીત, હાર અથવા ડ્રો જાય એવાં પરિણામો શક્ય છે. એક વ્યક્તિ 5 મેચનાં પરિણામો વિશે પૂર્વાનુમાન કરે છે. તેમાંથી તેના (1) 3 પૂર્વાનુમાનો સાચાં પડે. (2) વધુમાં વધુ બે પૂર્વાનુમાનો સાચાં પડે તેની સંભાવના શોધો.

3

પ્રામાણ્ય-વિતરણ (Normal Distribution)

સતત યાદચ્છિક ચલના સંભાવના વિતરણોમાં પ્રામાણ્ય-વિતરણ અતિ મહત્વનું અને આંકડાશાસ્ત્રના ઉચ્ચતર અભ્યાસમાં સૌથી વધુ ઉપયોગી હોય તેવું વિતરણ છે. આ પ્રકરણમાં પ્રામાણ્ય વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય, તેને અનુરૂપ કિંમતો પરથી દોરેલ પ્રામાણ્ય વક્ર, વિતરણના ગુણધર્મોની ચર્ચા કરવામાં આવી છે. જુદા-જુદા ક્ષેત્રે પ્રામાણ્ય-વિતરણનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરી શકાય તે ઉદાહરણો દ્વારા સ્પષ્ટ કરવામાં આવેલ છે.

સૂત્રોની યાદી :

જો પ્રામાણ્ય ચલ X નો મધ્યક μ અને પ્રમાણિત વિચલન σ હોય, તો

(1) પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

(2) મધ્યક = મધ્યસ્થ = બહુલક = $\frac{Q_3+Q_1}{2}$

(3) પ્રથમ ચતુર્થકની અંદાજિત કિંમત $Q_1 = \mu - 0.675 \sigma$

(4) ત્રીજા ચતુર્થકની અંદાજિત કિંમત $Q_3 = \mu + 0.675 \sigma$

(5) વિતરણનું ચતુર્થક વિચલન = $\frac{2}{3} \sigma$ (લગભગ)

(6) વિતરણનું સરેરાશ વિચલન = $\frac{4}{5} \sigma$ (લગભગ)

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો માટે સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નની સામે આપેલ ખાનામાં લખો :

1. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?

- (a) $0 \leq z < \infty$ (b) $-3.5 \leq z \leq 3.5$ (c) $-\infty < z \leq 0$ (d) $-\infty < z < 0$

2. પ્રામાણ્ય વિતરણનો વક્ર કયા પ્રકારનો હોય છે ?

- (a) ધન વિષમ (b) ઋણ વિષમ (c) સંમિત (d) કશું કહી શકાય નહિ

3. પ્રામાણ્ય ચલ X ની કઈ કિંમત એ પ્રામાણ્ય વક્રની નીચેના ક્ષેત્રફળને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે ?

- (a) $x = \sigma$ (b) $x = \mu$ (c) $x = \sigma^2$ (d) $x = 0$

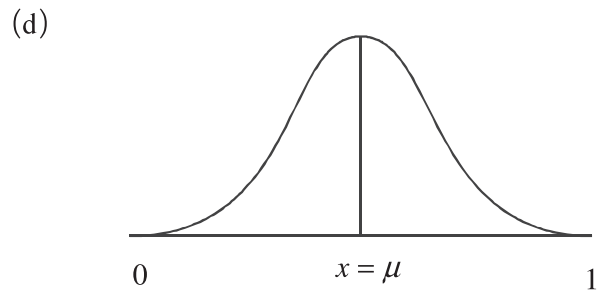
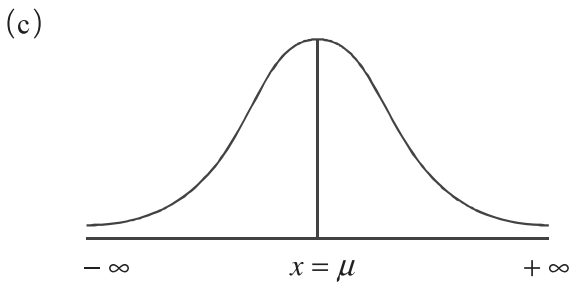
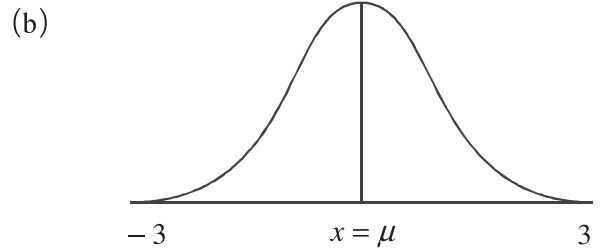
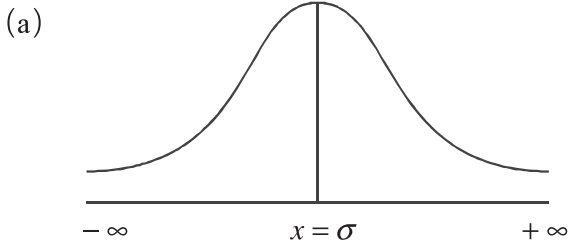
4. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નો સંભાવના વક્ર $x = 34$ ને સાપેક્ષ સંમિત છે. તેનો બહુલક કેટલો હશે ?

- (a) 0 (b) 43 (c) 34 (d) -34

5. પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(30, 100)$ ને અનુસરતા પ્રામાણ્ય ચલનો મધ્યસ્થ કેટલો થાય ?

- (a) 10 (b) 30 (c) $\sqrt{30}$ (d) $\sqrt{10}$

6. નીચેનામાંથી કયો સંભાવના વક્ર એ પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ નો હશે ?



7. પ્રામાણ્ય ચલ માટે નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?

- (a) $Q_3 + Q_1 = \mu$ (b) $Q_3 + Q_1 = 2\mu$ (c) $Q_3 - Q_1 = \mu$ (d) $Q_3 - Q_1 = 2\mu$

8. કોઈ પ્રામાણ્ય ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચેના પૈકી કયું હોઈ શકે ?

(a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{32\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-10}{4}\right)^2}$

(b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{16\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-10}{4}\right)^2}$

(c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-10}{4}\right)^2}$

(d) $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-10}{4}\right)^2}$

9. એક પ્રામાણ્ય ચલના બે અંતિમ ચતુર્થકો 10 અને 40 હોય તો તેનો મધ્યક કેટલો હશે ?

(a) 30

(b) 15

(c) 50

(d) 25

10. પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માટે Q_3 ની અંદાજિત કિંમત કેટલી હોય છે ?

(a) $\mu + 0.657\sigma$

(b) $\mu - 0.657\sigma$

(c) $\mu + 0.675\sigma$

(d) $\mu - 0.675\sigma$

11. પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(20, 225)$ માટે સરેરાશ વિચલનની અંદાજિત કિંમત કેટલી હશે ?

(a) 10

(b) 12

(c) 16

(d) 18.75

12. એક પ્રામાણ્ય ચલનું વિચરણ 81 છે. તેના ચતુર્થક વિચલનની અંદાજિત કિંમત કેટલી હશે ?

(a) 6

(b) 7.2

(c) 54

(d) 13.5

13. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલનું પ્રમાણિત વિચલન કેટલું હોય છે ?

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

14. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલના સરેરાશ વિચલનની અંદાજિત કિંમત કેટલી હોય છે ?

(a) -0.8

(b) 0.8

(c) 1

(d) 0.67

15. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ માટે મધ્યના 68.26 % અવલોકનોનો અંતરાલ નીચેનામાંથી કયો હોય છે ?

(a) (-1, 1)

(b) (0, 1)

(c) (-1, 0)

(d) (1, ∞)

16. સામાન્ય રીતે પ્રામાણ્ય વિતરણનાં મધ્યના 95.45 % અવલોકનોનો સમાવેશ કરતી સીમાઓ કઈ હોય છે ?

(a) $\mu \pm \sigma$

(b) $\mu \pm 2\sigma$

(c) $\mu \pm 1.96\sigma$

(d) $\mu \pm 3\sigma$

17. પ્રામાણ્ય વિતરણમાં કેટલા ટકા અવલોકનો $x = \mu + \sigma$ આગળ દોરેલ લંબની જમણી બાજુએ આવશે ?
- (a) 84.13 (b) 68.26 (c) 15.87 (d) 34.13
18. એક પ્રામાણ્ય ચલનું વિતરણ $N(15, 9)$ હોય તો તેના મધ્યના 95.45% અવલોકનો નીચેના પૈકી કયા અંતરાલમાં હશે ?
- (a) (12, 18) (b) (6, 24) (c) (10.5, 19.5) (d) (9, 21)
19. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નો મધ્યક 30 અને વિચરણ 16 છે. $x = 26$ નો z -પ્રાપ્તક કેટલો હશે ?
- (a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) -0.25
20. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નું વિચરણ 9 છે. જો $x = 15.5$ માટે z -પ્રાપ્તકની કિંમત -1.5 હોય તો વિતરણનો મધ્યક કેટલો હશે ?
- (a) 2 (b) 20 (c) 29 (d) 11
21. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નો મધ્યક 18 છે. જો $x = 21$ માટે z -પ્રાપ્તકની કિંમત 2 હોય તો વિતરણનું પ્રમાણિત વિચલન કેટલું હશે ?
- (a) 1.5 (b) 2.25 (c) 3 (d) 9
22. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $P(z = 1.5)$ નું મૂલ્ય કેટલું થાય ?
- (a) 0.4332 (b) 0.9332 (c) 0 (d) 0.0668
23. પ્રામાણ્ય ચલ X માટે $P(-\infty < x \leq \mu)$ નું મૂલ્ય કેટલું થાય ?
- (a) 0.3413 (b) 0.1915 (c) 0.4772 (d) 0.5
24. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $P(0 \leq z \leq z_1) = 0.377$ હોય તો $P(-\infty < z \leq -z_1)$ નું મૂલ્ય જણાવો.
- (a) 0.123 (b) 0.877 (c) 0.754 (d) 0.377
25. એક પ્રામાણ્ય ચલ X ના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 20.5 અને 5 છે. $P(0 \leq x \leq 26.5)$ શોધો.
- (a) 0.1151 (b) 0.8849 (c) 0.3849 (d) 0.7698
26. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $P(-\infty < z \leq z_1) = 0.35$ હોય તો નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
- (a) $z_1 = 0$ (b) $z_1 < 0$ (c) $z_1 > 0$ (d) $z_1 = 1$

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ લખો :

1. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલની વ્યાખ્યા આપો.

2. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

$$f(x) = \frac{1}{7\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-35)^2}{98}}$$

આ વિતરણના પ્રાયલો જણાવો.

3. પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(100, 16)$ ને અનુસરે તેવા ચલનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો.

4. μ અને σ આ પ્રાયલો ધરાવતા પ્રામાણ્ય ચલને પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલમાં રૂપાંતરિત કરવાનું સૂત્ર જણાવો.

5. ચલ X ની કઈ કિંમતે પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માટેના વિધેય $f(x)$ ની કિંમત મહત્તમ થશે ?

6. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલના મધ્યસ્થની કિંમત જણાવો.

7. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલના ચતુર્થકોની કિંમત જણાવો.

8. એક પ્રામાણ્ય ચલ માટે ચતુર્થક વિચલનની કિંમત 5 હોય તો તેના પ્રમાણિત વિચલનની અંદાજિત કિંમત શોધો.
9. એક પ્રામાણ્ય ચલનો મધ્યસ્થ 44.5 છે. જો તેના પ્રથમ ચતુર્થકની કિંમત 26.3 હોય તો તેના તૃતીય ચતુર્થકની કિંમત શોધો.
10. એક પ્રામાણ્ય ચલના બે અંતિમ ચતુર્થકોનો સરવાળો 18 હોય તો તેનો મધ્યક શોધો.
11. પ્રામાણ્ય ચલના કેટલા ટકા અવલોકનો $\mu + 1.96\sigma$ કરતાં ઓછા હોય છે ?
12. એક પ્રામાણ્ય ચલનો મધ્યક 125 અને પ્રમાણિત વિચલન 17 છે. તે ચલના મધ્યના 99 % અવલોકનોની કિંમતની સીમાઓ મેળવો.
13. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $z = 1.75$ આગળ દોરેલ લંબની ડાબી તરફનું પ્રામાણ્ય વક્રની નીચેનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.
14. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નું પ્રમાણિત વિચલન 20 છે. જો $x = 17.4$ માટે z - પ્રાપ્તાંકની કિંમત 1.2 હોય તો તે ચલનો મધ્યક શોધો.
15. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $P(z \geq z_1) = 0.195$ હોય તો $P(0 \leq z \leq z_1)$ શોધો.

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ લખો :

1. એક પ્રામાણ્ય ચલનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{18\pi}} e^{-\frac{(x-12)^2}{18}}, \quad -\infty < x < \infty$$

આ ચલના મધ્યના 68.26 % અવલોકનોની કિંમતો માટે સીમાઓ શોધો.

2. એક પ્રામાણ્ય ચલના તૃતીય ચતુર્થકની કિંમત 60.5 છે. જો તેનું પ્રમાણિત વિચલન 18 હોય તો તેના પ્રથમ ચતુર્થકની કિંમત શોધો.
3. એક પ્રામાણ્ય ચલના બે અંતિમ ચતુર્થકો વચ્ચેનો તફાવત 20 હોય તો તેના પ્રમાણિત વિચલનની અંદાજિત કિંમત મેળવો.
4. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલના z -પ્રાપ્તાંકોની કિંમત $-z_1$ થી z_1 ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના 0.39 હોય તો z_1 ની કિંમત શોધો.

5. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ Z માટે $P(|z| \leq 1.25)$ ની કિંમત શોધો.
6. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ Z માટે $P(1.1 \leq z \leq z_1) = 0.125$ હોય તો z_1 ની કિંમત શોધો.
7. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલના z -પ્રાપ્તાંક z_1 માટે $P(-1 \leq z \leq z_1) = 0.823$ હોય તો z_1 ની કિંમત શોધો.
8. એક કારખાનામાં કામ કરતા કારીગરોનો સરેરાશ માસિક પગાર ₹ 7,000 છે અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન ₹ 400 છે. કારીગરોના માસિક પગારનું વિતરણ પ્રમાણ્ય હોય તો તે કારખાનાના કોઈ એક કારીગરનો પગાર ₹ 8,000થી ઓછો હોવાની સંભાવના શોધો.

9. એક સમૂહના વિદ્યાર્થીઓના ગુણનું પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(40, 64)$ છે. આ સમૂહના વિદ્યાર્થીઓના ગુણ 36થી વધુ હોય તેની સંભાવના શોધો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. પ્રામાણ્ય વિતરણના કોઈ પણ છ ગુણધર્મો લખો.

2. એક પ્રામાણ્ય ચલ X માટે અવલોકનો 34 અને 62ના z - પ્રાપ્તિઓ અનુક્રમે -2 અને 1.5 હોય તો ચલના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

3. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નો મધ્યક 35 છે. જો $P(x \leq 24.5) = 0.0668$ હોય તો ચલનું વિચરણ શોધો.

4. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નું વિચરણ 144 છે. જો $P(-\infty < x \leq 94.42) = 0.877$ હોય તો ચલનો મધ્યક શોધો.

5. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નો મધ્યક 25 અને વિચરણ 16 હોય તો $P(|x - 30| \leq 3)$ ની કિંમત શોધો.

6. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ Z માટે $P(z \leq z_1) = 0.3085$ અને $P(z_1 \leq z \leq z_2) = 0.4796$ હોય તો z_1 અને z_2 ની કિંમતો શોધો.

7. એક કંપનીના બલ્બનું સરેરાશ આયુષ્ય 1500 કલાક અને પ્રમાણિત વિચલન 160 કલાક છે. આ કંપનીના ઉત્પાદનમાંથી પસંદ કરેલ એક બલ્બનું આયુષ્ય

(1) 1780 કલાકથી વધુ હોવાની

(2) 1364 કલાકથી 1780 કલાક સુધી હોવાની સંભાવના શોધો.

(બલ્બનું આયુષ્ય પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે.)

8. એક હોસ્ટેલમાં રહેતા 500 વિદ્યાર્થીઓના અંગત માસિક ખર્ચનો મધ્યક ₹ 5200 અને પ્રમાણિત વિચલન ₹ 500 છે. જો માસિક ખર્ચનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું માસિક ખર્ચ (1) ₹ 4300 અને ₹ 6100ની વચ્ચે હશે ? (2) ₹ 5200 થી વધુ હશે ?

9. એક પ્રામાણ્ય ચલના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 52 અને 8 છે. તેનો ચોથો દશાંશક શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

10. સ્કૂલ યુનિફોર્મ બનાવતી એક કંપનીની તપાસ મુજબ એક શાળાના વિદ્યાર્થીઓના કમરના માપનો મધ્યક 66 સેમી અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન 5 સેમી છે. કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓની કમર (1) 72 સેમી કરતાં વધુ હશે ? (2) 62 સેમી કરતાં ઓછી હશે ? (પ્રામાણ્ય વિતરણનો ઉપયોગ કરો.)

11. એક વર્ગમાં ભણતાં વિદ્યાર્થીઓએ આંકડાશાસ્ત્રમાં મેળવેલ ગુણનું વિતરણ પ્રામાણ્ય છે. આ વિતરણનો મધ્યક 65 ગુણ અને પ્રમાણિત વિચલન 5 ગુણ છે. 60 કરતાં ઓછા ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા 10 હોય તો વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યાનો અંદાજ મેળવો.

12. એક પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 20 અને સરેરાશ વિચલન 12 હોય તો તેના અંતિમ ચતુર્થકો શોધો.

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. એક પ્રામાણ્ય ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે આપેલ છે.

$$f(x) = k \cdot e^{-\frac{1}{8}(x-12)^2}$$

- (1) k ની કિંમત શોધો.
- (2) ચલનું વિચરણ શોધો.
- (3) ચલના અંતિમ ચતુર્થકો મેળવો.

2. એક ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3200\pi}} e^{-\frac{(x-120)^2}{3200}}, \quad -\infty < x < \infty$$

આ વિતરણ માટે

- (1) $P(100 \leq x \leq 150)$ શોધો.
- (2) $P(60 \leq x \leq x_1) = 0.1598$ હોય તો x_1 નું મૂલ્ય શોધો.

3. એક દુકાનમાં ડેલ્ટા ઇલેક્ટ્રિકલ્સની ટ્યૂબલાઈટની સાપ્તાહિક માંગ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે જેનો મધ્યક 100 ટ્યૂબલાઈટ છે. ટ્યૂબલાઈટની સાપ્તાહિક માંગ 115 કરતાં ઓછી હોય તેવું 90 % કિસ્સામાં માલુમ પડ્યું છે.

(1) ટ્યૂબલાઈટની સાપ્તાહિક માંગનું પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

(2) જો આ દુકાનમાં દર સપ્તાહે 120 ટ્યૂબલાઈટનો જથ્થો રાખવામાં આવે તો તે જથ્થો અપૂરતો થવાની સંભાવના શોધો.

4. એક યુનિવર્સિટીનો કોઈ ઓનલાઈન અભ્યાસક્રમ પૂરો કરવા માટે સરેરાશ 44 દિવસ લાગે છે અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન 12 દિવસ છે. ધારો કે આ અભ્યાસક્રમ પૂરો કરવાનો સમય પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. જો 1000 વિદ્યાર્થીઓની આ અભ્યાસક્રમ માટે નોંધણી થઈ હોય તો,

(1) તેમાંથી કેટલા વિદ્યાર્થીઓ 30 દિવસમાં તે અભ્યાસક્રમ પૂરો કરશે ?

(2) કેટલા દિવસોમાં 800 વિદ્યાર્થીઓનો અભ્યાસક્રમ પૂરો થયો હશે ?

5. એક બિલ્ડિંગના મકાનોમાં દરવાજાની ઊંચાઈ એવી રીતે નક્કી કરવાની છે કે જેથી ત્યાં રહેવા આવનાર 99 % વ્યક્તિઓને તેમાંથી પસાર થતા નમવું ન પડે. જો તે વિસ્તારના લોકોની ઊંચાઈ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે જેમાં મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 62 ઈંચ અને 4 ઈંચ હોય તો દરવાજાની ઊંચાઈ કેટલી રાખવી જોઈએ ? જો દરવાજાની ઊંચાઈ તમે મેળવેલ જવાબ કરતાં 1 ઈંચ ઓછી રાખવામાં આવે તો કેટલા ટકા લોકોને નમીને પસાર થવું પડશે ?

6. એક કંપનીના વેચાણના રિપોર્ટ મુજબ દૈનિક વેચાણનું પ્રમાણિત વિચલન ₹ 5000 છે. વેચાણના આંકડા પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે.

(1) કંપનીનું વેચાણ ₹ 24,625 કરતાં ઓછું હોય તેવું 7 % કિસ્સામાં બનતું હોય તો વેચાણનો મધ્યક શોધો.

(2) એપ્રિલ માસના અંદાજે કેટલા દિવસોમાં કંપનીનું વેચાણ ₹ 30,000 થી વધુ હશે ?

7. એક શાળાના વિદ્યાર્થીઓએ કેન્ટીનની ખાદ્યવસ્તુઓ માટે કરેલ ખર્ચનું વિતરણ પ્રામાણ્ય છે. 50 % વિદ્યાર્થીઓ દરરોજ ₹ 20થી વધુ ખર્ચ કરે છે. જ્યારે કોઈ વિદ્યાર્થી ₹ 26થી વધુ ખર્ચ કરે તેની સંભાવના 0.0228 છે. ખાદ્યવસ્તુઓ માટે વિદ્યાર્થીઓએ કરેલા ખર્ચનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

8. ફૂલ મેરેથોન સ્પર્ધામાં ભાગ લેનાર સ્પર્ધકોનો દોડ પૂરી કરવાનો સમય પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે જેનો મધ્યક 5 કલાક અને પ્રમાણિત વિચલન 0.8 કલાક છે.

- (1) સૌથી ઝડપી દોડનાર 15 % સ્પર્ધકોમાં દોડનો વધુમાં વધુ સમય કેટલો હશે ?
- (2) 2000 સ્પર્ધકોમાંથી કેટલાએ તેમની દોડ 6 કલાકમાં પૂરી કરી હશે ?

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. એક ટી સ્ટોલમાં ચાનું સરેરાશ દૈનિક વેચાણ 800 કપ છે અને પ્રમાણિત વિચલન 80 કપ છે. જો દૈનિક વેચાણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરતું હોય તો વર્ષના કેટલા દિવસોમાં ચાનું વેચાણ

(1) 1000 કપથી વધુ હશે ?

(2) 744 થી 856 કપની વચ્ચે રહેશે ?

(3) 660 કપથી ઓછું હશે ?

2. તાંબાના તારનો વ્યાસ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. જો તેના પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 11 મિમી અને પ્રમાણિત વિચલન 1 મિમી હોય તો વિતરણના P_{15} અને D_9 શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

3. એક તાલુકાના એક એકરના પ્લોટમાં થતાં કોઈ અનાજનું સરેરાશ ઉત્પાદન 2000 કિલો અને વિચરણ 8100 (કિલો)² છે. અનાજનું ઉત્પાદન પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે.

(1) સૌથી વધુ ઉત્પાદન કરતાં 20 % પ્લોટમાં સૌથી ઓછું ઉત્પાદન કેટલું હશે ?

(2) કેટલા ટકા પ્લોટમાં 1050 કિલોથી 2150 કિલો અનાજનું ઉત્પાદન થશે ?

4. 150 કર્મચારીઓના એક જૂથના માસિક વેતનનું પ્રમાણિત વિચલન ₹ 750 છે. માસિક વેતનનું વિતરણ પ્રમાણ્ય છે. કોઈ પણ કર્મચારીનું વેતન ₹ 11,125 થી ઓછું હોય તેની સંભાવના 0.9332 હોય તો કેટલા કર્મચારીઓનું વેતન ₹ 9,250 અને ₹ 11,500ની વચ્ચે હશે ?

5. એક મોટા સમૂહમાં 5 % વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 132 સેમી કરતાં ઓછી અને 40 % વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 132 સેમીથી 143 સેમી છે. આ વ્યક્તિઓની ઊંચાઈનું વિતરણ પ્રામાણ્ય છે તે ધારણા હેઠળ તેમની ઊંચાઈનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

6. એક પરીક્ષાનું પરિણામ નીચે પ્રમાણે છે :

| પરિણામ | વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા |
|---------------------|----------------------|
| ડિસ્ટિક્શન સાથે પાસ | 500 |
| ડિસ્ટિક્શન વગર પાસ | 3000 |
| નાપાસ | 1500 |
| કુલ | 5000 |

આ પરીક્ષામાં પાસ થવા માટે 100માંથી ઓછામાં ઓછા 40 ગુણ અને ડિસ્ટિક્શન મેળવવા માટે ઓછામાં ઓછા 70 ગુણની જરૂર હોય છે. જો પરીક્ષાના ગુણ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરતા હોય તો વિતરણના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.



4

લક્ષ (Limit)

વિધેયના અભ્યાસ પરથી એવું જણાય છે કે વિધેયના ચલની કોઈ ચોક્કસ કિંમત માટે તેને અનુરૂપ વિધેયની કોઈ ચોક્કસ કિંમત મળે છે. પણ કોઈ વિધેયોમાં ચલની વિશિષ્ટ કિંમતોને અનુરૂપ વિધેયની અનિયત (indeterminate) કિંમત મળે છે, તો તેની આસાદિત કિંમત શોધવા માટે વિધેયનું લક્ષ શોધવામાં આવે છે. લક્ષનો ખ્યાલ મેળવવા માટેનાં જરૂરી પદો, લક્ષની વ્યાખ્યા તેમજ તેના કાર્ય નિયમોનો સમાવેશ આ પ્રકરણમાં થયેલ છે.

સૂત્રોની યાદી :

- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = l \pm m$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = l \times m$
- $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{l}{m}, \quad m \neq 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} k f(x) = kl, \quad k$ અચળ છે.
- જો $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ હોય, તો
$$\lim_{x \rightarrow b} f(x) = a_0 + a_1b + a_2b^2 + \dots + a_nb^n$$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}, \quad n \in Q$

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો માટે સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નની સામે આપેલ ખાનામાં લખો :

1. પ્રચલિત સંકેતોમાં $[a, b]$ અંતરાલને શું કહેવાય ?
 - (a) વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (b) સંવૃત્ત અંતરાલ
 - (c) સંવૃત્ત-વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (d) વિવૃત્ત-સંવૃત્ત અંતરાલ
2. પ્રચલિત સંકેતોમાં $(a, b]$ અંતરાલને શું કહેવાય ?
 - (a) વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (b) સંવૃત્ત અંતરાલ
 - (c) સંવૃત્ત-વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (d) વિવૃત્ત-સંવૃત્ત અંતરાલ
3. વિવૃત્ત અંતરાલ (a, b) માં ઘટક 'a' ઉમેરતાં મળતા અંતરાલને શું કહેવાય ?
 - (a) વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (b) સંવૃત્ત અંતરાલ
 - (c) સંવૃત્ત-વિવૃત્ત અંતરાલ
 - (d) વિવૃત્ત-સંવૃત્ત અંતરાલ
4. જો $x \rightarrow 5$ આગળ વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ ના લક્ષ અનુક્રમે 12 અને 3 હોય, તો $x \rightarrow 5$ આગળ $[f(x) - g(x)]$ તથા $[f(x) \div g(x)]$ વિધેયોનાં લક્ષ અનુક્રમે શું થાય ?
 - (a) 9 અને 4
 - (b) 4 અને 9
 - (c) 15 અને 9
 - (d) 15 અને 36
5. 10 નું 1.05 સામીપ્યનું માનાંક સ્વરૂપ કયું છે ?
 - (a) $|x - 8.95| < 1.05$
 - (b) $|x - 10| < 1.05$
 - (c) $|x - 1.05| < 10$
 - (d) $|x + 10| < 1.05$
6. $|x - 2| < 0.02$ નું અંતરાલ સ્વરૂપ કયું છે ?
 - (a) (1.98, 2.2)
 - (b) (0, 4)
 - (c) (-2.2, 2.2)
 - (d) (1.98, 2.02)
7. $|2x + 5| < \frac{1}{2}$ નું અંતરાલ સ્વરૂપ જણાવો.
 - (a) $(\frac{-11}{4}, \frac{-9}{4})$
 - (b) $(\frac{9}{4}, \frac{11}{4})$
 - (c) $(\frac{-11}{2}, \frac{-9}{2})$
 - (d) $(\frac{-11}{4}, \frac{9}{4})$

8. $N(-3, 0.033)$ નું અંતરાલ સ્વરૂપ શું થાય ?

(a) $(-2.967, 3.033)$ (b) $(-3.033, -2.167)$ (c) $(-3.33, 3.033)$ (d) $(3.033, -2.967)$

9. $N(-1, 0.1)$ નું માનક સ્વરૂપ જણાવો.

(a) $|x-1| < 0.1$ (b) $|x-1| < -0.1$ (c) $|x+1| < 0.1$ (d) $|x+1| > 0.1$

10. જો $N(a, 1.5)$ નું માનક સ્વરૂપ $|x-5| < K$ હોય તો a ની કિંમત શું થાય ?

(a) 1.5 (b) K (c) 5 (d) 3.5

11. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x+1)$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) -1 (b) 3 (c) -2 (d) -3

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x+2}$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) અવ્યાખ્યાયિત (b) 4 (c) 0 (d) $\frac{1}{4}$

13. $\lim_{x \rightarrow -1} 5$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) 5 (b) -1 (c) 4 (d) 6

14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{x-2}$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) 80 (b) 16 (c) 32 (d) 10

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) $\frac{9}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{5}{2}$

16. જો $x=2+t$ હોય અને $x \rightarrow 0$ હોય તો t કઈ કિંમતને અનુલક્ષે છે ?

(a) 0 (b) -2 (c) 2 (d) 4

17. $N^*(5, 2)$ માં નીચેના પૈકી કઈ કિંમત ન જ હોય ?

(a) 4

(b) 6.5

(c) 5.5

(d) 5

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1} = 6$ છે.

જો $f(x) = 3\left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}\right)$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) 18

(b) 2

(c) 6

(d) 0

19. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2}{3x - 5} = \frac{1}{a}$ હોય તો a ની કિંમત શોધો.

(a) 5

(b) 1

(c) -1

(d) 10

20. $\lim_{x \rightarrow -5} (10 - 3x)^{\frac{-1}{2}}$ ની કિંમત શોધો.

(a) 5

(b) $\frac{1}{25}$

(c) $-\frac{1}{5}$

(d) $\frac{1}{5}$

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ લખો :

1. $N(1, 1)$ ને અંતરાલ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

2. -2 નું 0.02 સામીપ્યનું અંતરાલ સ્વરૂપ લખો.

3. 0 નું 0.5 સામીપ્યનું માનાંક સ્વરૂપ લખો.

4. $|x-11| < \frac{3}{2}$ ને સામીપ્ય સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

5. $|3x| < 0.5$ ને અંતરાલ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

6. $|x+5| < 1.5 = (K, -3.5)$ હોય તો K ની કિંમત શોધો.

7. $\lim_{x \rightarrow 1} [(3x+1) + f(x)] = 10$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ની કિંમત શું થાય ?

8. જો $N(a, 1) = |x-15| < \delta$ હોય, તો δ ની કિંમત શું થાય ?

9. જો $y = 3x - \frac{1}{2}$ હોય અને $x \rightarrow -\frac{1}{3}$ હોય તો y કઈ કિંમતને અનુલક્ષે છે ?

10. જો $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ અને $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \times g(x)]$ ની કિંમત શું થાય ?

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ની કિંમત શોધો.

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^8 - 256}{x - 2}$ ની કિંમત શોધો.

13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{7/2} - 1}{x - 1}$ ની કિંમત શોધો.

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ લખો :

1. અંતરાલ એટલે શું ? જુદા જુદા પ્રકારના અંતરાલ વ્યાખ્યાયિત કરો.

2. $|x-a| < \delta$ નો અર્થ સમજાવો અને તેને સામીપ્ય તથા અંતરાલ સ્વરૂપમાં રજૂ કરો.

3. $x \rightarrow a$ નો અર્થ સમજાવો.

4. $x \rightarrow 0$ નો અર્થ સમજાવો.

5. વિધેયના લક્ષની વ્યાખ્યા જણાવો.

6. લક્ષના કોઈ પણ બે કાર્ય નિયમો જણાવો.

7. $(-5.05, -4.95)$ ને માનક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

8. $(120.1, 135.6)$ ને માનક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x)}{x^2 + 5} \right] = \frac{5}{12}$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ શોધો.

10. જો x ની કોઈ નિશ્ચિત કિંમત માટે વિધેય $f(x)$ નું લક્ષ 2 અને વિધેય $g(x)$ નું લક્ષ 3 હોય તો x ની તે જ કિંમત આગળ $[3f(x) + 2g(x)]$ વિધેયનું લક્ષ કેટલું થાય ?

11. $|2x + 5| < 1$ ને સામીપ્ય અને અંતરાલ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

12. જો $|x-m| < 1.05 = (n, 6.05)$ હોય તો m અને n ની કિંમતો શોધો.

13. જો $N(K_1, 0.02) = (3.98, K_2)$ હોય તો K_1 અને K_2 ની કિંમતો શોધો.

14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-1}$ અને $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-10x+25}{x+2}$ ની કિંમત શોધો.

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-7x^2+10x}{5x^2+3x}$ ની કિંમત શોધો.

16. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2}$ ની કિંમત શોધો.

17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^5 - 64}{x - 2}$ ની કિંમત શોધો.

વિભાગ D

નીચેનાની કિંમત શોધો :

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+27}{x^2-9}$

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 6x + 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - x - 6}$

9. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x^2 - 5x - 3}$

10. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 27}$

12. $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{3x^2 + x - 2}{9x^2 - 4}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{2}{1 - \frac{5}{x}}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left[\frac{3x+8}{x+2} - 4 \right]$

15. $\lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{1}{x-5} - \frac{5}{x^2-5x} \right]$

16. $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{\frac{1}{x^3} - \frac{1}{27}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}} \right]$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{5}}{x-2}$

19. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2}$

20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 - 1}$

21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$

22. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x^2 + 5x + 6}$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x^2 - x + 4} - 2}{x}$

24. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{4 - \sqrt{x+12}}$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^7 - 128}{x^4 - 16}$

27. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^9 + 512}{x + 2}$

વિભાગ E

I. માંગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો :

(1) જો $f(x) = 4x - 1$ હોય તો કોષ્ટકની રીતે સાબિત કરો કે જ્યારે $x \rightarrow 2$ ત્યારે $f(x) \rightarrow 7$.

(2) જો $f(x) = \frac{x^2+5x+6}{x+2}$ હોય તો કોષ્ટકની રીતે સાબિત કરો કે, જ્યારે $x \rightarrow -2$ ત્યારે $f(x) \rightarrow 1$.

(3) કોષ્ટકની મદદથી સાબિત કરો કે, $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2}{x-5}$ અસ્તિત્વ ધરાવતું નથી.

II. નીચેનાની કોષ્ટકની રીતે કિંમત શોધો :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} 5x - 3$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$$

III. નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

(1) જો $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$ હોય તો $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ની કિંમત શોધો.

(2) જો $f(x) = x^2$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - f(x-2)}{x}$ ની કિંમત શોધો.

(3) જો $f(x) = x^2 + 7$ હોય તો $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ નો કિંમત શોધો.

(4) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{11} - x^{11}}{h}$ ની કિંમત શોધો.

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{\frac{1}{6}} - 1}{x}$ ની કિંમત શોધો.

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2n} - 1}{2x}$ ની કિંમત શોધો.

(7) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^9 - x^9}{h}$ ની કિંમત શોધો.



5

વિકલન (Differentiation)

કોઈ પણ વિધેયના ચલની કિંમતોમાં ફેરફાર કરવામાં આવે તો તેની સંલગ્ન વિધેયની કિંમતોમાં પણ ફેરફાર થાય છે. આ ફેરફાર કયા પ્રકારનો અને કેટલો થાય છે તેના પૃથક્કરણ માટે વિકલનનો ઉપયોગ થાય છે. વિકલન તથા વિકલિતની વ્યાખ્યા, વિકલનના કાર્ય નિયમોનો અભ્યાસ આ પ્રકરણમાં કરેલ છે. પ્રથમ અને દ્વિતીય વિકલિતો વડે કેટલાક અર્થશાસ્ત્ર અને ધંધાકીય પ્રશ્નોના ઉકેલની રીતોનો પણ અહીં સમાવેશ થયેલ છે.

સૂત્રોની યાદી :

- વિકલિત $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- જો $y = x^n$, $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$
- જો $y = k$ (અચળાંક), $\frac{dy}{dx} = 0$
- જો u અને v એ x ના વિકલનીય વિધેયો હોય, તો
 - જો $y = u \pm v$ હોય, તો $\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
 - જો $y = u \cdot v$ હોય, તો $\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
 - જો $y = \frac{u}{v}$ હોય, તો $\frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$
 - સાંકળનો નિયમ : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
- જો $x = a$ આગળ વિધેય વધતું હોય, તો $f'(a) > 0$ થવું જોઈએ.
- જો $x = a$ આગળ વિધેય ઘટતું હોય, તો $f'(a) < 0$ થવું જોઈએ.
- વિધેય $x = a$ આગળ મહત્તમ થવા માટે જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો : $f'(a) = 0$ અને $f''(a) < 0$.
- વિધેય $x = a$ આગળ ન્યૂનતમ થવા માટે જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો : $f'(a) = 0$ અને $f''(a) > 0$.
- સીમાંત ખર્ચ = $\frac{dC}{dx}$
- સીમાંત આમદાની = $\frac{dR}{dx}$
- માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા = $-\frac{P}{x} \cdot \frac{dx}{dp}$

વિભાગ A

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો માટે સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નની સામે આપેલ ખાનામાં લખો :

1. કોઈ વિધેયનું વિકલિત શોધવાની ક્રિયાને શું કહે છે ?

(a) વિકલન (b) વિકલન ફળ (c) સંકલન (d) ગુણોત્તર

2. જો $y = f(x)$ હોય તો તેના વિકલિત $f'(x)$ ને અન્ય કઈ રીતે દર્શાવી શકાય ?

(a) $f''(x)$ (b) $\frac{dy}{dx}$ (c) $\frac{dx}{dy}$ (d) $f^{-1}(x)$

3. પ્રચલિત સંકેતોમાં, નીચેનાં પૈકી કયું સૂત્ર સાંકળના નિયમનું છે ?

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \times \frac{dy}{du}$ (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dv} \times \frac{dv}{dx}$ (d) $\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dv}$

4. જો $y = \frac{x}{5}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ ની કિંમત શું થાય ?

(a) 0 (b) 5 (c) $\frac{1}{5}$ (d) -5

5. જો $y = 3x - 7$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(a) 3 (b) -7 (c) 10 (d) -4

6. $f(x) = \sqrt{x}$ માટે $f'(x)$ શું થાય ?

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (d) $2\sqrt{x}$

7. $y = \frac{5}{2x^4}$ નું વિકલન ફળ શું થાય ?

(a) $\frac{-20}{x^5}$ (b) $\frac{5}{8x^3}$ (c) $8x^3$ (d) $\frac{-10}{x^5}$

8. $x = a$ આગળ વિધેય ઘટતું હોય તો, $f'(a)$ વિશે શું કહી શકાય ?

(a) $f'(a) < 0$ (b) $f'(a) > 0$ (c) $f'(a) = 0$ (d) $f'(a) = 1$

9. કોઈ વિધેય $f(x)$ એ $x = a$ આગળ મહત્તમ થાય તે માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો કઈ છે ?

(a) $f'(a) > 0$; $f''(a) = 0$ (b) $f'(a) < 0$; $f''(a) > 0$
(c) $f'(a) = 0$; $f''(a) < 0$ (d) $f'(a) = 0$; $f''(a) > 0$

10. જો x એકમો ઉત્પાદિત કરવાનું કુલ ખર્ચ વિધેય $C = 5x^2 + 100$ હોય તો 10 એકમો માટે સીમાંત ખર્ચ શું થાય ?

(a) 600 (b) 100 (c) 150 (d) 200

11. જો આમદાની વિધેય $R = 7x$ હોય (જ્યાં, $x =$ માંગ) તો વસ્તુનો એકમ દીઠ ભાવ કેટલો હશે ?
- (a) 7 (b) 0 (c) 1 (d) કોઈ પણ ધન સંખ્યા હોઈ શકે
12. જો નફાનું વિધેય $= P$, આમદાની વિધેય $= R$ અને ખર્ચ વિધેય $= C$ હોય તો નફાનું વિધેય શું થાય ?
- (a) $R = P - C$ (b) $P = C - R$ (c) $C = R + P$ (d) $P = R - C$
13. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શું થાય ?
- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{3\sqrt{x}}$ (c) $\frac{-1}{3x^3}$ (d) $-3x^2$
14. $y = x^5 + \frac{1}{5}$ નું વિકલન ફળ શું થાય ?
- (a) $5x^4$ (b) $x^5 + \frac{1}{5}$ (c) $5x^4 + 5$ (d) $x^5 - \frac{1}{5}$

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ લખો :

1. કયા પ્રકારના વિધેયનું વિકલિત હંમેશા શૂન્ય થાય ?
2. સીમાંત ખર્ચની વ્યાખ્યા જણાવો.
3. સીમાંત આમદાનીની વ્યાખ્યા જણાવો.
4. માંગની મૂલ્યસાપેક્ષતા એટલે શું ?

5. x ના બે વિધેયોના ભાગાકારનું વિકલન ફળ શોધવા માટેનો કાર્ય નિયમ જણાવો.

6. વિધેયના પ્રથમ વિકલિતના વિકલિતને શું કહે છે ?

7. જો $y = x$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ ની કિંમત શું થાય ?

8. જો $f(x) = \frac{x^3}{3}$ હોય તો $f'(x)$ શું થાય ?

9. જો $f(x) = 5x^2 - 3$ હોય તો $x = 2$ આગળ $f'(x)$ ની કિંમત શોધો.

10. જો $f(x) = \sqrt{x^5}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શું થાય ?

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ લખો :

1. વિધેયના વિકલિતની વ્યાખ્યા આપો.
2. વિધેય $f(x)$ એ $x = a$ આગળ મહત્તમ કે ન્યૂનતમ થાય તેની પર્યાપ્ત શરતો જણાવો.
3. જો માંગનું વિધેય $p = f(x)$ જ્યાં $p =$ ભાવ, $x =$ માંગ અને ખર્ચનું વિધેય C હોય તો નફાનું વિધેય કેવી રીતે મેળવવામાં આવે છે ?
4. માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતાની વ્યાખ્યા આપો અને માંગના વિધેય પરથી માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.

5. જો $y = \frac{400x^2 - 75}{100}$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.

6. જો $3x + 2y - 10 = 0$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

7. જો $y = 1 + \frac{1}{x}$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.

8. આમદાની વિધેય R મહત્તમ થાય તે માટેની શરતો જણાવો.

9. ઉત્પાદન ખર્ચ વિધેય C ન્યૂનતમ થાય તે માટેની શરતો જણાવો.
10. વિધેયની મહત્તમ કિંમત એટલે શું ?
11. વિધેયની ન્યૂનતમ કિંમત એટલે શું ?
12. વિધેય $f(x)$ એ $x=a$ આગળ વધતું વિધેય છે એવું ક્યારે કહી શકાય ?
13. વિધેય $f(x)$ એ $x=a$ આગળ ઘટતું વિધેય છે એવું ક્યારે કહી શકાય ?
14. $f(x) = 30 + 7x - x^2$ એ $x=5$ આગળ વધતું કે ઘટતું વિધેય છે તે જણાવો.

15. જો $y = x^2 - 8x + 15$ હોય તો x ની કઈ કિંમતો માટે $\frac{dy}{dx} = 0$ થાય ?

16. જો $f(x) = \sqrt{x}$ હોય તો x ની કઈ કિંમત માટે $f'(x) = f(x)$ થાય ?

17. જો $y = \frac{1}{x^5}$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.

18. જો માંગનું વિધેય $p = 10 - 3x$ હોય તો સીમાંત આમદાની વિધેય મેળવો.

19. જો x એકમો ઉત્પાદિત કરવાનું કુલ ખર્ચ $1.5x^2 - 15x + 900$ થાય તો x ની કઈ કિંમત માટે સીમાંત ખર્ચ શૂન્ય થાય ?

20. $y = (x^{-2})^{-1}$ ઓય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. વ્યાખ્યાની મદદથી $y = 10x - 3$ નું વિકલિત મેળવો.

2. વ્યાખ્યાની મદદથી $y = x^{\frac{1}{3}}$ નું વિકલિત મેળવો.

3. જો માંગનું વિધેય $x = 80 - 3p$ હોય તો $p = 20$ આગળ માંગની મૂલ્યસાપેક્ષતા શોધો.

4. વિધેયની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો મેળવવાની રીત જણાવો.

5. વ્યાખ્યાની મદદથી $y = \frac{1}{ax+b}$ નું વિકલિત મેળવો.

6. $f(x) = 2x^4 - x^3 + 5x^2 - 9x + 10$ હોય તો $f''(3)$ શોધો.

7. જો $y = x^3 - 24x + 17$ હોય તો x ની કઈ કિંમત માટે તેનું પ્રથમ અને દ્વિતીય વિકલન ફળ સમાન થાય ?

8. જો માંગનું વિધેય $x = 100 - \sqrt{p}$ હોય તો $p = 400$ આગળ માંગની મૂલ્યસાપેક્ષતા શોધો.

9. જો $y = (x^2 - 3)^2$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.

10. જો $f(x) = 5x^3 - 8x^2 - 2x - 15$ હોય તો x ની કઈ કિંમત માટે $f''(x) = 74$ થાય ?

नीचेના માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો. (નં. 11 થી નં. 17)

11. $y = (x^2 - 3x + 5) \cdot (7x + 4)$

12. $y = \frac{3x - 5}{2x + 7}$

13. $2xy - 5x + 3y + 11 = 0$

14. $(5x - 1) \cdot (y + 1) = 9$

15. $y = (x^2 - 7x + 11)^5$

16. $y = \sqrt{3x^2 - 5x + 9}$

17. $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 + x - 1}}$

18. જો $y = 2x^2 - 7x + 10$ હોય તો $x=1$ અને $x=2$ આગળ વિધેય વધતું છે કે ઘટતું છે તે નક્કી કરો.

19. જો $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ હોય તો $x=2$ આગળ વિધેય વધતું છે કે ઘટતું તે નક્કી કરો.

20. જો $f(x) = 8x^2 - 4x + 17$ હોય તો વિધેયનું સ્થિર બિંદુ શોધો.

21. જો માંગનું વિધેય $x = 50 - 3p$ હોય તો $x = 10$ આગળ સીમાંત આમદાની શોધો.

22. જો x એકમોનું કુલ ખર્ચ $C = x^{\frac{3}{2}} + 10x + 500$ હોય તો $x = 100$ માટે સીમાંત ખર્ચ શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

23. જો માંગનું વિધેય $p = 50 - 4x$ હોય તો $x = 10$ આગળ માંગની મૂલ્યસાપેક્ષતા શોધો.

વિભાગ E

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. વિકલનના કાર્ય નિયમો લખો.

2. વિધેયની મહત્તમ કિંમતની વ્યાખ્યા આપો અને તે માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો જણાવો.

3. વિધેયની ન્યૂનતમ કિંમતની વ્યાખ્યા આપો અને તે માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો જણાવો.

4. એક કારખાનામાં x ટન સ્ટીલના સળિયા બનાવવાનું ખર્ચ $C = 5x^2 - 100x + 100000$ છે. ન્યૂનતમ ખર્ચ માટેનું ઉત્પાદન શોધો તેમજ ન્યૂનતમ ખર્ચ પણ શોધો.

5. કાર બનાવતી એક કંપની, x કારનું ઉત્પાદન કરે તેનું કુલ ખર્ચ (લાખ રૂ.માં) વિધેય $C = 5 + \frac{3x}{2} + \frac{24}{x}$ છે. ન્યૂનતમ ખર્ચ માટે કેટલી કારનું ઉત્પાદન કરવું પડે ? ન્યૂનતમ ખર્ચ પણ મેળવો.

6. એક વસ્તુની માંગનું વિધેય $p = \frac{675 - x^2}{10}$ છે. આ પરથી મહત્તમ આમદાની મેળવો. મહત્તમ આમદાની વખતે વસ્તુનો ભાવ કેટલો હશે ?

7. જો નફાનું વિધેય $11x - \frac{11x^2}{20} - 30$ હોય તો મહત્તમ નફા માટે કેટલા એકમોનું ઉત્પાદન કરવું જોઈએ ?

વિભાગ F

નીચેના પ્રશ્નોના ઉકેલ લખો :

1. વિધેય $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 10$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો મેળવો.

2. વિધેય $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 12$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો મેળવો.

3. વિધેય $f(x) = 4x + \frac{1}{x} - 3$ ની અધિકતમ અને લઘુત્તમ કિંમતો મેળવો.

4. એક સ્થાનિક કુંભાર ઉનાળા દરમ્યાન માટી અને અન્ય સામગ્રીની મદદથી એક રેફ્રિજરેટર 5 હજાર રૂપિયામાં બનાવે છે. આ રેફ્રિજરેટરની માંગનું વિધેય $p = 21 - x$ છે, જ્યાં $p =$ ભાવ (હજાર રૂપિયામાં) અને $x =$ રેફ્રિજરેટરની માંગ છે. તો કુંભાર કેટલા રેફ્રિજરેટર બનાવે તો નફો મહત્તમ થાય ? મહત્તમ નફો પણ મેળવો.

5. મોબાઈલ ફોન બનાવતી કંપનીનું x મોબાઈલ ફોન બનાવવાનું કુલ ખર્ચ $\frac{x^2}{20} + 4x + 30$ થાય છે. જો મોબાઈલ ફોનની માંગનું વિધેય $p = \frac{30-x}{2}$, જ્યાં, $p =$ ભાવ (હજાર રૂપિયામાં) હોય તો મહત્તમ નફો મેળવવા માટે કેટલા મોબાઈલ ફોનનું ઉત્પાદન કરવું જોઈએ ? મહત્તમ નફા માટે મોબાઈલ ફોનની કિંમત શું રાખવી જોઈએ ?

6. એક વસ્તુની માંગનું વિધેય $x = 75 - \frac{3p}{5}$ છે અને તેના x એકમો બનાવવાનું કુલ ખર્ચ $\frac{x^2}{5} + 13x + 1000$ છે. મહત્તમ નફો મેળવો.

- સૂચના : (1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ છ વિભાગો છે.
(2) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ માન્ય છે.

વિભાગ A

નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી સાચો જવાબ લખો (દરેકનો 1 ગુણ).

[10]

1. આધાર વર્ષનો સૂચક આંક કેટલો લેવામાં આવે છે ?

(a) 0 (b) 100 (c) 10 (d) 1000

2. બે સંબંધિત ચલ x અને y ના ક્રમ સમાન હોય, તો સહસંબંધાંકની કિંમત કેટલી થાય ?

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 1.1

3. નિયતસંબંધ રેખા મેળવતી વખતે ત્રુટિના વર્ગોનો સરવાળો કેવો હોવો જોઈએ ?

(a) ન્યૂનતમ (b) મહત્તમ (c) શૂન્ય (d) એક

4. 'ભારતમાં છેલ્લાં દસ વર્ષોમાં શિક્ષિતોની સંખ્યા' એ કઈ વધઘટ દર્શાવે છે ?

(a) વલણ (b) યાદચ્છિક વધઘટ (c) મોસમી વધઘટ (d) ચક્રીય વધઘટ

5. $(A \cap B) \cup (A \cap B')$ નીચેના પૈકી શું થાય ?

(a) A' (b) B (c) A (d) $A' \cap B'$

6. એક યાદચ્છિક ચલ X ની શક્ય બે કિંમતો -3 અને 6 ની સંભાવના અનુક્રમે $\frac{1}{3}$ અને $\frac{2}{3}$ હોય તો X ની અપેક્ષિત કિંમત કેટલી હશે ?

(a) 3 (b) 5 (c) 0 (d) 1

7. પ્રામાણ્ય વિતરણ $N(30, 100)$ ને અનુસરતા પ્રામાણ્ય ચલનો મધ્યસ્થ કેટલો થાય ?

(a) 10 (b) 30 (c) $\sqrt{30}$ (d) $\sqrt{10}$

8. પ્રામાણ્ય ચલ માટે નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?

(a) $Q_3 + Q_1 = \mu$ (b) $Q_3 + Q_1 = 2\mu$ (c) $Q_3 - Q_1 = \mu$ (d) $Q_3 - Q_1 = 2\mu$

9. પ્રચલિત સંકેતોમાં $(a, b]$ અંતરાલને શું કહેવાય ?

(a) વિવૃત્ત અંતરાલ (b) સંવૃત્ત અંતરાલ
(c) સંવૃત્ત-વિવૃત્ત અંતરાલ (d) વિવૃત્ત-સંવૃત્ત અંતરાલ

10. જો $y = f(x)$ હોય, તો તેના વિકલિત $f'(x)$ ને અન્ય કઈ રીતે દર્શાવી શકાય ?

(a) $f''(x)$

(b) $\frac{dy}{dx}$

(c) $\frac{dx}{dy}$

(d) $f^{-1}(x)$

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ આપો (દરેકનો 1 ગુણ).

[10]

11. સૂચક આંકનાં અગત્યનાં મૂળભૂત પરીક્ષણોનાં નામ આપો.
12. સહસંબંધના અભ્યાસની રીતોનાં નામ લખો.
13. શ્રેષ્ઠ અન્વાયોજિત રેખા એટલે શું ?
14. સામયિક શ્રેણીના ઘટકો જણાવો.
15. B અને A ની તફાવત ઘટના $B - A$ ની વેન આકૃતિ દોરો.
16. બર્નોલી પ્રયત્નની વ્યાખ્યા આપો.
17. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ Z માટે $P(z \geq z_1) = 0.195$ હોય, તો $P(0 \leq z \leq z_1)$ શોધો.
18. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલના ચતુર્થકોની કિંમત જણાવો.
19. $|3x| < 0.5$ ને અંતરાલ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
20. સીમાંત ખર્ચની વ્યાખ્યા જણાવો.

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 2 ગુણ).

[20]

21. વર્ષ 2017 અને વર્ષ 2018ના જથ્થાબંધ ભાવના સૂચક આંક અનુક્રમે 185.3 અને 195.8 મળ્યા છે. આ બંને વર્ષના સૂચક આંકનો ઉપયોગ કરી કુગાવાનો દર શોધો.
22. બે યાદચ્છિક ચલ x અને y નાં 15 અવલોકનો માટે નીચેની માહિતી પરથી સહસંબંધાંક શોધો.

$$\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y}) = -60, \quad \Sigma(x-\bar{x})^2 = 100 \quad \text{અને} \quad \Sigma(y-\bar{y})^2 = 64$$

23. એક કંપનીના વાર્ષિક વહીવટી ખર્ચ અને નફા વિશે નીચે મુજબનાં પરિણામો મળ્યાં છે.

| વિગત | x | y |
|----------------|------|-----|
| મધ્યક | 60 | 25 |
| પ્રમાણિત વિચલન | 6 | 3 |
| સહવિચરણ | 10.4 | |

Y ની X પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો.

24. એક સામયિક શ્રેણી માટે $n=8$, $b=3.05$, $a=23.56$ હોય, તો $t=9$ માટે ચલ y ની અનુમાનિત કિંમત મેળવો.
25. 2 અંગ્રેજી અને 8 ગુજરાતી પુસ્તકો એક બોક્સમાં મૂકેલ છે. જો તેમાંથી 3 પુસ્તકો યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો તેમાં પસંદ થયેલ ગુજરાતી પુસ્તકોની સંખ્યાનું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

અથવા

એક દ્વિપદી વિતરણ માટે $p = 3q$ અને મધ્યક 9 હોય તો n ની કિંમત શોધો.

26. એક કારખાનામાં કામ કરતા કારીગરોનો સરેરાશ માસિક પગાર ₹ 7,000 છે અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન ₹ 400 છે. કારીગરોના માસિક પગારનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય, તો તે કારખાનાના કોઈ એક કારીગરનો પગાર ₹ 8,000થી ઓછો હોવાની સંભાવના શોધો.
27. જો $|x-m| < 1.05 = (n, 6.05)$ હોય, તો m અને n ની કિંમતો શોધો.

અથવા

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2}$ ની કિંમત શોધો.

28. $x \rightarrow a$ નો અર્થ સમજાવો.
29. જો $y = 1 + \frac{1}{x}$ હોય, તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો.
30. જો માંગનું વિધેય $p = 10 - 3x$ હોય, તો સીમાંત આમદાની વિધેય મેળવો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 3 ગુણ).

[24]

31. કામદાર વર્ગના વર્ષ અનુસાર વેતનની નીચે જણાવેલ માહિતી પરથી તેમના વાસ્તવિક વેતનની ગણતરી કરો.

| વર્ષ | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| વેતન (₹) | 460 | 500 | 580 | 600 | 620 | 710 | 750 |
| જીવનનિર્વાહ ખર્ચનો સૂચક આંક | 100 | 110 | 118 | 124 | 135 | 135 | 140 |

32. કાર બનાવતી કોઈ એક કંપનીના જુદા-જુદા મોડેલની કારના વપરાશના સમય (વર્ષમાં) અને તેના સમારકામ-ખર્ચ (હજાર ₹)ની નીચેની માહિતી પરથી સ્પિયરમેનનો ક્રમાંક સહસંબંધાંક શોધો.

| કારના વપરાશનો સમય (વર્ષ) x | 4 | 4.5 | 5 | 6.8 | 4.7 |
|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| સમારકામ ખર્ચ (હજાર ₹) y | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.5 |

33. નીચે આપેલ માહિતી પરથી માંગ્યા મુજબ જવાબ આપો.

(i) જો $b_{yx} = 0.8$, $u = x - 10$, $v = y + 15$ હોય, તો b_{vu} ની કિંમત શોધો.

(ii) જો $u = \frac{x-5}{3}$, $v = \frac{y-8}{5}$ અને $b_{vu} = 0.54$ હોય, તો b_{yx} ની કિંમત શોધો.

(iii) જો $u = 5(x-40)$, $v = \frac{y-50}{10}$ અને $b_{yx} = 0.25$ હોય, તો b_{vu} ની કિંમત શોધો.

અથવા

બે સંબંધિત ચલો X અને Y નો અભ્યાસ કરતાં નીચે મુજબનાં પરિણામો પ્રાપ્ત થાય છે. તે પરથી Y ની X પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો.

$$n = 10, \Sigma xy = 17880, \Sigma x = 300, \bar{y} = 50 \text{ અને } S_x = 12$$

જો $x = 40$ હોય, તો \hat{y} શોધો.

34. એક સામયિક શ્રેણી માટે $\bar{r} = 3.5$, $\Sigma y = 36$, $\Sigma ry = 134$ હોય, તો સુરેખ સમીકરણ મેળવો.

35. બે સમતોલ પાસા એકસાથે ઉછાળવામાં આવે છે. જો બંને પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 6થી વધુ હોય તો બંને પાસા પર જુદા જુદા અંક મળે તેની સંભાવના શોધો.

અથવા

નિદર્શ અવકાશની ત્રણ ઘટનાઓ A , B અને C પરસ્પર નિવારક અને નિ:શેષ છે. જો $2P(A) = 3P(B) = 4P(C)$ હોય, તો $P(A \cup B)$ અને $P(B \cup C)$ શોધો.

36. પ્રથમ 100 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલી એક સંખ્યા 3 અથવા 4ની ગુણક હોય તેની સંભાવના શોધો.

37. દ્વિપદી વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.

38. પત્તાની જોડમાંથી એક પત્તું પસંદ કરવાની એક રમતમાં રાણી અથવા ગુલામનું પત્તું પસંદ થાય તો ખેલાડીને ₹ 13 મળે છે. રાજા અથવા એકકાની પસંદગી થાય તો ₹ 26 મળે છે અને અન્ય પત્તાની પસંદગી થાય તો ₹ 13 ગુમાવવા પડે છે. ખેલાડીની અપેક્ષિત આવક શોધો.

વિભાગ E

નીચેના પ્રશ્નોના માંગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 4 ગુણ).

[16]

39. પતિ અને પત્નીમાંથી આવતા દસ વર્ષ સુધી પતિ જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.7, પત્ની જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.8 અને બંને જીવિત રહે તેની સંભાવના 0.6 છે. જો દસ વર્ષના અંતે,

(1) પતિ જીવિત હોય તો પત્ની જીવિત હોવાની સંભાવના શોધો.

(2) પત્ની જીવિત હોય તો પતિ જીવિત હોવાની સંભાવના શોધો.

અથવા

જો $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ અને $P(A/B) = \frac{1}{2}$ હોય, તો $P(B/A)$ શોધો.

40. એક યુનિવર્સિટીનો કોઈ ઓનલાઈન અભ્યાસક્રમ પૂરો કરવા માટે સરેરાશ 44 દિવસ લાગે છે અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન 12 દિવસ છે. ધારો કે આ અભ્યાસક્રમ પૂરો કરવાનો સમય પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. જો 1000 વિદ્યાર્થીઓની આ અભ્યાસક્રમ માટે નોંધણી થઈ હોય તો,

- (1) તેમાંથી કેટલા વિદ્યાર્થીઓ 30 દિવસમાં તે અભ્યાસક્રમ પૂરો કરશે ?
- (2) કેટલા દિવસોમાં 800 વિદ્યાર્થીઓનો અભ્યાસક્રમ પૂરો થયો હશે ?

અથવા

તાંબાના તારનો વ્યાસ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. જો તેના પ્રમાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 11 મિમી અને પ્રમાણિત વિચલન 1 મિમી હોય, તો વિતરણના P_{15} અને D_9 શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

41. $\lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{1}{x-5} - \frac{5}{x^2-5x} \right]$ ની કિંમત શોધો.

42. વિધેય $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 12$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો મેળવો.

અથવા

એક વસ્તુની માંગનું વિધેય $x = 75 - \frac{3p}{5}$ છે અને તેના x એકમો બનાવવાનું કુલ ખર્ચ $\frac{x^2}{5} + 13x + 1000$ છે. મહત્તમ નફો મેળવો.

વિભાગ F

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 5 ગુણ).

[20]

43. આધાર વર્ષની સરખામણીએ વર્ષ 2018માં જીવનનિર્વાહ ખર્ચના જુદા-જુદા સમૂહો પૈકી ખોરાકના ભાવમાં 60 % વધારો થયો છે. કાપડનો સૂચક આંક 190 છે. બજારના ભાવમાં 10 % ઘટાડો થયો છે. ભાડાના ખર્ચમાં 1.7 ગણો વધારો થયો છે અને પરચૂરણ ખર્ચ ₹ 2000થી વધી ₹ 4000 થયું છે. પ્રથમ ચાર સમૂહો પાછળ થયેલ કુલ ખર્ચની ટકાવારી અનુક્રમે 40 %, 12 %, 20 % અને 10 % હોય, તો વર્ષ 2018નો જીવનનિર્વાહ ખર્ચનો સામાન્ય સૂચક આંક શોધો અને અર્થઘટન કરો.
44. બે સંબંધિત ચલો x અને y માટે નીચે મુજબની માહિતી મળે છે.

$$n = 6, \Sigma x = 40, \Sigma y = 58, \Sigma x^2 = 316, \Sigma y^2 = 606 \text{ અને } \Sigma xy = 431$$

પાછળથી ખબર પડી કે અવલોકનની એક જોડ (11, 14)ના બદલે (10, 13) લેવાઈ હતી અને અવલોકનની એક જોડ (9, 11) લેવાની રહી ગઈ હતી, તો સુધારેલો સહસંબંધાંક શોધો અને અર્થઘટન લખો.

45. કોઈ એક માહિતી માટે નીચે મુજબનાં પરિણામો મળે છે :

$$n = 6, \Sigma x = 40, \Sigma y = 58, \Sigma xy = 431 \text{ અને } \Sigma x^2 = 316$$

પાછળથી ખબર પડી કે અવલોકનની એક જોડ ભૂલથી (12, 15)ની જગ્યાએ (15, 12) લેવાઈ ગઈ હતી. આ માહિતી પરથી Yની X પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો અને X = 7 માટે Yની કિંમતનું અનુમાન કરો.

46. એક LED TV નું ઉત્પાદન કરતી કંપનીના છેલ્લાં છ વર્ષના ઉત્પાદનની વિગતો નીચે મુજબ છે. તે પરથી વલણ મેળવવા માટે સુરેખ સમીકરણનું અન્વાયોજન કરીને દરેક વર્ષના વલણની અનુમાનિત કિંમત મેળવો અને વર્ષ 2018 અને વર્ષ 2019ના ઉત્પાદનનું અનુમાન મેળવો.

| વર્ષ | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| ઉત્પાદન (લાખ નંગ) | 1.32 | 1.40 | 1.52 | 1.64 | 1.67 | 1.83 |

અથવા

કેન્દ્ર સરકારે જાહેર કરેલા જથ્થાબંધ ભાવના સૂચક આંક(WPI)ની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે. તેના પરથી ચાર માસની ચલિત સરેરાશો વડે વલણ મેળવો.

| માસ | એપ્રિલ- 2018 | મે | જૂન | જુલાઈ | ઓગસ્ટ | સપ્ટે. | ઓક્ટો. | નવે. | ડિસે. | જાન્યુ.- 2019 | ફેબ્રુ. | માર્ચ |
|------------|-----------------|------|------|-------|-------|--------|--------|------|-------|------------------|---------|-------|
| WPI | 3.62 | 4.78 | 5.69 | 5.27 | 4.53 | 5.13 | 5.28 | 4.64 | 3.46 | 2.76 | 2.93 | 3.18 |



- સૂચના : (1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ છ વિભાગો છે.
(2) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ માન્ય છે.

વિભાગ A

નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી સાચો જવાબ લખો (દરેકનો 1 ગુણ).

[10]

1. સૂચક આંકની ગણતરી માટે વ્યવહારમાં કઈ સરેરાશ પ્રચલિત છે ?

(a) ભારિત સરેરાશ (b) ગુણોત્તર મધ્યક
(c) મધ્યક (d) બહુલક

2. ક્રમાંક સહસંબંધાંકની ગણતરીમાં x શ્રેણીમાં જો કોઈ એક અવલોકન 2 વખત અને y શ્રેણીમાં એક અવલોકન 3 વખત પુનરાવર્તન પામે છે અને બાકીનાં અવલોકનો એક વખત આવે તો CF ની કિંમત કેટલી થાય ?

(a) 0.5 (b) 2 (c) 5 (d) 2.5

3. નિયતસંબંધ રેખામાં કયો સંકેત 'નિયતસંબંધ રેખા'નો ઢાળ દર્શાવે છે ?

(a) u (b) x (c) a (d) b

4. સામયિક શ્રેણીમાં 'અનિયમિત ઘટક'ને કયા સંકેતથી દર્શાવવામાં આવે છે ?

(a) T_t (b) S_t (c) R_t (d) C_t

5. A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય, તો $A - B$ નીચેના પૈકી શું થાય ?

(a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A' \cap B'$

6. કોઈપણ બર્નોલી પ્રયત્નનાં શક્ય પરિણામો કેટલાં હોય છે ?

(a) 4 (b) 8 (c) 10 (d) 2

7. પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલનું પ્રમાણિત વિચલન કેટલું હોય છે ?

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

8. સામાન્ય રીતે પ્રામાણ્ય વિતરણનાં 95.45 % અવલોકનોનો સમાવેશ કરતી સીમાઓ કઈ હોય છે ?

(a) $\mu \pm \sigma$ (b) $\mu \pm 2\sigma$ (c) $\mu \pm 1.96\sigma$ (d) $\mu \pm 3\sigma$

9. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x+1)$ ની કિંમત શું થાય ?

10. કોઈ વિધેય $f(x)$ એ $x=a$ આગળ મહત્તમ થાય તે માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરતો કઈ છે ?

(a) $f'(a) > 0$; $f''(a) = 0$

(b) $f'(a) < 0$; $f''(a) > 0$

(c) $f'(a) = 0$; $f''(a) < 0$

(d) $f'(a) = 0$; $f''(a) > 0$

વિભાગ B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ આપો (દરેકનો 1 ગુણ).

[10]

11. કુગાવાનો દર શોધવાનું સૂત્ર લખો.

12. વિકીર્ણ આકૃતિની રીતની મુખ્ય મર્યાદા લખો.

13. નિયતસંબંધના સંદર્ભમાં $b > 0$ હોય, ત્યારે b ની કિંમતનું અર્થઘટન કરો.

14. સામયિક શ્રેણીની ચલરાશિ y_t માંથી વલણ અને નિયમિત ઘટકની અસર દૂર કરવાથી કયો ઘટક મળે છે ?

15. $P(A \cap B)$, 0 , $P(A)$, $P(A) + P(B)$, $P(A \cup B)$ ને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવો.

16. યાદચ્છિક ચલની વ્યાખ્યા આપો.

17. પ્રામાણ્ય ચલના કેટલા ટકા અવલોકનો $\mu + 1.96\sigma$ કરતાં ઓછા હોય છે ?

18. એક પ્રામાણ્ય ચલના બે અંતિમ ચતુર્થકોનો સરવાળો 18 હોય, તો તેનો મધ્યક શોધો.

19. -2 નું 0.02 સામીપ્યનું અંતરાલ સ્વરૂપ લખો.

20. માંગની મૂલ્યસાપેક્ષતા એટલે શું ?

વિભાગ C

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 2 ગુણ).

[20]

21. જો $\sum p_1q_0 = \frac{9}{5} \sum p_0q_0$ હોય, તો લાસ્પેયરનો સૂચક આંક શોધો.

22. દસ અવલોકનોની નિદર્શ માહિતી માટે મધ્યકમાંથી લીધેલા વિચલનોના ગુણાકારનો સરવાળો = 120, X નું વિચરણ = 36 અને Y નું વિચરણ = 25 હોય, તો સહસંબંધાંક શોધો.

23. કોઈ એક વસ્તુની કિંમત અને તેના પુરવઠા વિશેની માહિતી નીચે મુજબ છે :

$\bar{x} = 35$, $\bar{y} = 60$, $r = 0.8$, $S_x = 2.5$ અને $S_y = 2$

આ પરથી Y ની X પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો.

24. એક સામયિક શ્રેણી માટે વલણનું સુરેખ સમીકરણ $\hat{y} = 71.78 - 5.08t$ છે. તો a અને b ની કિંમતો જણાવો. તથા $t = 6$ અને $t = 7$ માટે વલણ કિંમતો મેળવો.

25. વધુ નફો મેળવવા માટે એક એરલાઈન કંપની જાણવા ઇચ્છે છે કે છેલ્લી ઘડીએ બુકિંગ કરનાર લોકો માટે કેટલી સીટ ફાળવવી જોઈએ ? છેલ્લી ઘડીએ ઉદ્ભવેલ સીટની માંગનું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે. આવી સીટની અપેક્ષિત માંગ શોધો.

| | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| સીટની માંગ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| સંભાવના | 0.2 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

અથવા

એક વિસ્તારની 60 વર્ષની વ્યક્તિ આવતાં 10 વર્ષ જીવશે તેની સંભાવના 0.6 છે. 60 વર્ષની 6 વ્યક્તિઓના નિદર્શમાં 4 વ્યક્તિઓ આવતાં 10 વર્ષ જીવશે તેની સંભાવના શોધો.

26. પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ Z માટે $P(1.1 \leq z \leq z_1) = 0.125$ હોય, તો z_1 ની કિંમત શોધો.
27. જો $N(K_1, 0.02) = (3.98, K_2)$ હોય, તો K_1 અને K_2 ની કિંમતો શોધો.

અથવા

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^5 - 64}{x - 2} \text{ ની કિંમત શોધો.}$$

28. લક્ષના કોઈ પણ બે કાર્ય નિયમો જણાવો.
29. ઉત્પાદન ખર્ચ વિધેય C ન્યૂનતમ થાય તે માટેની શરતો જણાવો.
30. $f(x) = 30 + 7x - x^2$ એ $x = 5$ આગળ વધતું કે ઘટતું વિધેય છે તે જણાવો.

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 3 ગુણ).

[24]

31. જીવનનિર્વાહની વસ્તુઓના પાંચ સમૂહોના ભાવ વર્ષ 2011ની સરખામણીએ વર્ષ 2018માં 2, $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{9}{4}$ અને $\frac{18}{5}$ ગણા થયા છે. જો આ વસ્તુઓના સમૂહ પાછળ અનુક્રમે આવકના 40 %, 30 %, 10 %, 15 % અને 5 % ખર્ચ થતો હોય તો વસ્તુઓના સમૂહના ભાવનો સામાન્ય સૂચક આંક શોધો.
32. બે સંબંધિત ચલનાં 8 જોડકાં માટે ક્રમાંક સહસંબંધાંક 0.6 મળે છે. પાછળથી ખબર પડી કે એક ક્રમાંક તફાવત 5ના બદલે -3 લેવાયો હતો. તો સુધારેલો ક્રમાંક સહસંબંધાંક શોધો.
33. જો Y ની X પરની નિયતસંબંધ રેખા $\hat{y} = 38 + 2x$ હોય અને $Cov(x, y) = 32$ તથા Y નું વિચરણ = 100 હોય, તો નિશ્ચાયકતાનો આંક શોધો અને અર્થઘટન લખો.

અથવા

એક શહેરમાં વપરાશપાત્ર જગ્યા (ચોરસ મીટર) અને માસિક ભાડું (હજાર ₹) વચ્ચેના સંબંધનો અભ્યાસ કરતા નીચે મુજબની માહિતી મળે છે. તો માસિક ભાડાની વપરાશપાત્ર જગ્યા પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો.

$$n = 50, \Sigma x = 650, \Sigma y = 750, \Sigma xy = 10000, \Sigma x^2 = 8800 \text{ અને } \Sigma y^2 = 11000$$

34. એક સામયિક શ્રેણીના ચલ y માટેની નીચેની માહિતી પરથી સુરેખ સમીકરણનું અન્વાયોજન કરો.

$$n = 6, \Sigma y = 378, \Sigma ty = 1399$$

35. એક કારખાનું બે પાળીઓમાં ચાલે છે. આ પાળીઓમાં ઉત્પાદિત માલની ગુણવત્તાની નિદર્શ માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ છે.

| ગુણવત્તા | પાળી | |
|-----------------|------|-----|
| | I | II |
| ખામીવાળા એકમો | 20 | 40 |
| ખામી વગરના એકમો | 100 | 150 |

આ કારખાનામાંથી એક એકમ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો,

- (1) જો એકમ પહેલી પાળીના ઉત્પાદનમાંથી મેળવેલ હોય તો તે ખામીવાળો હોય તેની સંભાવના શોધો.
- (2) જો એકમ ખામીવાળો હોય તો તે બીજી પાળીના ઉત્પાદનમાંથી મેળવેલ હોય તેની સંભાવના શોધો.

અથવા

જો $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ અને $P(A/B) = \frac{1}{4}$ હોય, તો $P(A' \cap B')$ શોધો.

36. પ્રથમ 20 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી એક સંખ્યા પસંદ કરવામાં આવે છે. આ સંખ્યા યુગ્મ હોય અથવા 5 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી હોય તેની સંભાવના શોધો.

37. એક યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે :

| | | | | | | | | |
|--------|-----|------|------|------|------|------|-----|-----|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $p(x)$ | k | $2k$ | $6k$ | $4k$ | $3k$ | $2k$ | k | k |

(1) k (2) $P(3 < x \leq 7)$ શોધો.

38. એક વિસ્તારના રહીશોમાં 70 % વ્યક્તિઓ શાકાહારી છે. 5 વ્યક્તિઓના એક નિદર્શમાં ચારથી ઓછી વ્યક્તિઓ શાકાહારી હોય તેની સંભાવના શોધો.

વિભાગ E

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 4 ગુણ).

[16]

39. લીપ વર્ષના જુલાઈ માસમાં 5 મંગળવાર હોવાની સંભાવના શોધો.

અથવા

બે ઘટનાઓ A અને B પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના બને તેની સંભાવના $\frac{2}{3}$ અને ઘટના B બને પરંતુ ઘટના A ન બને તેની સંભાવના $\frac{1}{5}$ હોય તો ઘટના A બનવાની સંભાવના શોધો.

40. એક ટી સ્ટોલમાં ચાનું સરેરાશ દૈનિક વેચાણ 800 કપ છે અને પ્રમાણિત વિચલન 80 કપ છે. જો દૈનિક વેચાણ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરતું હોય, તો વર્ષના કેટલા દિવસોમાં ચાનું વેચાણ
- (1) 1000 કપથી વધુ હશે ?
 - (2) 744 થી 856 કપની વચ્ચે રહેશે ?
 - (3) 660 કપથી ઓછું હશે ?

અથવા

એક મોટા સમૂહમાં 5 % વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 132 સેમી કરતાં ઓછી અને 40 % વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 132 સેમીથી 143 સેમી છે. આ વ્યક્તિઓની ઊંચાઈનું વિતરણ પ્રમાણ્ય છે તે ધારણા હેઠળ તેમની ઊંચાઈનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

41. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{4-\sqrt{x+12}}$ ની કિંમત શોધો.

42. એક સ્થાનિક કુંભાર ઉનાળા દરમ્યાન માટી અને અન્ય સામગ્રીની મદદથી એક રેફ્રિજરેટર 5 હજાર રૂપિયામાં બનાવે છે. આ રેફ્રિજરેટરની માંગનું વિધેય $p = 21 - x$ છે. જ્યાં $p =$ ભાવ (હજાર રૂપિયામાં) અને $x =$ રેફ્રિજરેટરની માંગ છે. તો કુંભાર કેટલા રેફ્રિજરેટર બનાવે તો નફો મહત્તમ થાય ? મહત્તમ નફો પણ મેળવો.

અથવા

મોબાઈલ ફોન બનાવતી કંપનીનું x મોબાઈલ ફોન બનાવવાનું કુલ ખર્ચ $\frac{x^2}{20} + 4x + 30$ થાય છે. જો મોબાઈલ ફોનની માંગનું

વિધેય $p = \frac{30-x}{2}$, જ્યાં, $p =$ ભાવ (હજાર રૂપિયામાં) હોય તો મહત્તમ નફો મેળવવા માટે કેટલા મોબાઈલ ફોનનું ઉત્પાદન કરવું જોઈએ ? મહત્તમ નફા માટે મોબાઈલ ફોનની કિંમત શું રાખવી જોઈએ ?

વિભાગ F

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (દરેકના 5 ગુણ).

[20]

43. નીચે આપેલ માહિતી પરથી વર્ષ 2014ને આધાર વર્ષ લઈ વર્ષ 2018 માટે લાસ્પેયર, પાશે અને ફિશરનો સૂચક આંક ગણો.

| વસ્તુ | એકમ | ભાવ (₹) | | જથ્થો | |
|-------|-----------|---------|------|------------|------------|
| | | 2014 | 2018 | 2014 | 2018 |
| A | 20 કિગ્રા | 80 | 120 | 5 કિગ્રા | 7 કિગ્રા |
| B | કિવન્ટલ | 500 | 700 | 10 કિગ્રા | 15 કિગ્રા |
| C | કિગ્રા | 10 | 14 | 1200 ગ્રામ | 2000 ગ્રામ |
| D | ડઝન | 36 | 60 | 20 નંગ | 25 નંગ |

44. કોઈ એક શહેરમાં એક કંપનીના જુદા-જુદા મોડેલના દ્વિચક્રી વાહનની કિંમત (હજાર ₹) X અને તેના વાર્ષિક વેચાણ (100 નંગ) Y ની નીચેની માહિતી પરથી સહસંબંધાંક શોધો અને અર્થઘટન લખો.

| | | | | | | | |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| વાહનની કિંમત (હજાર ₹) x | 60 | 58 | 70 | 75 | 65 | 80 | 63 |
| વાર્ષિક વેચાણ (100 નંગ) y | 4 | 3 | 10 | 12 | 8 | 18 | 7 |

45. ગુજરાત રાજ્યની એક યુનિવર્સિટીમાં ચાલુ વર્ષે વિદેશથી ભણવા માટે આવેલા વિદ્યાર્થીઓમાંથી સાત વિદ્યાર્થીઓનો એક નિદર્શ લઈ તેમનો બુદ્ધિમતાનો આંક (I.Q) X અને તેમણે 75 ગુણની પરીક્ષામાં મેળવેલા ગુણ Y ની માહિતી નીચે મુજબ છે :

$$\Sigma x = 675, \Sigma y = 361$$

$$\Sigma \left(\frac{x-95}{5} \right)^2 = 76, \Sigma (y-50)^2 = 641$$

$$\Sigma \left(\frac{x-95}{5} \right) (y-50) = 213$$

આ માહિતી પરથી Y ની X પરની નિયતસંબંધ રેખા મેળવો અને નિયતસંબંધ મોડેલની વિશ્વસનીયતા ચકાસો.

46. ગુજરાત રાજ્યની કપાસની વાર્ષિક ઉત્પાદકતા અંગેની માહિતી નીચે મુજબ છે. આ માહિતી પરથી ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતે વાર્ષિક ઉત્પાદકતાના વલણનું સુરેખ સમીકરણ મેળવો. વર્ષ 2016-17 અને 2017-18 માટે કપાસની વાર્ષિક ઉત્પાદકતાનું અનુમાન મેળવો.

| | | | | | | |
|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| વર્ષ | 2009-10 | 2010-11 | 2011-12 | 2012-13 | 2013-14 | 2014-15 |
| કપાસની વાર્ષિક ઉત્પાદકતા | 635 | 686 | 689 | 633 | 733 | 708 |

અથવા

કેન્દ્ર સરકારે જાહેર કરેલ GDP વૃદ્ધિ દર (GDP Growth Rate)ની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે. તેના પરથી ચાર વર્ષીય ચલિત સરેરાશોનો ઉપયોગ કરી વલણ શોધો.

| | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| વર્ષ | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
| GDP વૃદ્ધિ દર (ટકા) | 9.3 | 9.8 | 3.9 | 8.5 | 10.3 | 6.9 | 5.5 | 6.4 | 7.4 | 8.2 | 7.1 | 6.6 |



જવાબો

પ્રકરણ 1 : સંભાવના

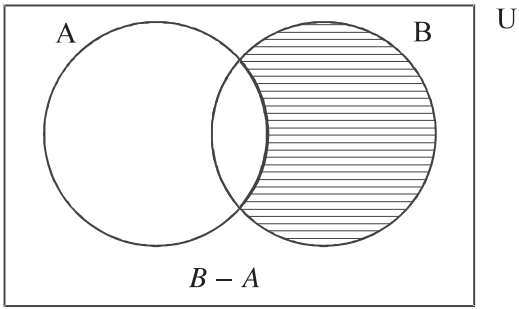
વિભાગ A

1. (b)
2. (b)
3. (c)
4. (c)
5. (d)
6. (a)
7. (b)
8. (a)
9. (b)
10. (c)
11. (d)
12. (d)
13. (b)
14. (a)
15. (c)
16. (a)

વિભાગ B

2. $A \cup B \cup C = U$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4. $U = \{0, 1, 2, \dots, 50\}$
5. $P(\phi) = 0, P(U) = 1$
6. 24
7. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
8. 0.8
9. 0.97
10. $\frac{1}{6}$

12



13. $0, P(A \cap B), P(A), P(A \cup B), P(A) + P(B)$
14. ઘટના A અને તે શરતે ઘટના B અને તેની સંભાવના
15. $P(A \cap B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
16. શક્ય નથી; કારણ કે, $P(A \cup B) > P(A)$ હોવું જોઈએ.
17. 0.33
18. $\frac{1}{10}$
26. $\frac{1}{n}$

વિભાગ C

8. $\frac{2}{9}$ 9. $\frac{7}{8}$ 10. $\frac{1}{2}$ 11. $\frac{3}{7}$ 12. $\frac{3}{7}$
13. $\frac{1}{3}$ 14. $\frac{17}{90}$ 15. (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$ 16. (1) $\frac{4}{17}$ (2) $\frac{80}{221}$
17. $P(A - B) = 0.6, P(A' \cap B') = 0$ 18. $\frac{1}{7}$ 19. (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{5}{9}$ 20. 0.78
21. $\frac{7}{15}$ 22. (1) $\frac{6}{7}$ (2) $\frac{3}{4}$ 23. $\frac{1}{3}$ 24. $\frac{3}{10}$
25. $\frac{35}{66}$ 26. $\frac{7}{30}$ 27. $\frac{11}{36}$ 28. $\frac{4}{663}$

વિભાગ D

1. $\frac{1}{2}$ 2. (1) $\frac{4}{13}$ (2) $\frac{9}{13}$ 3. $\frac{17}{20}$ 4. $\frac{3}{5}$
5. (1) 0.9 (2) 0.1 (3) 0.42 6. (1) 0.65 (2) 0.15 (3) 0.05
7. (1) $\frac{10}{13}$ (2) $\frac{7}{13}$ 8. 0.23, 0.13 9. $\frac{1}{4}$ 10. $\frac{6}{7}$ 11. $\frac{1}{5}$
12. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 13. $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}$ 14. $\frac{1}{6}$ 15. $\frac{3}{7}, \frac{1}{4}$ 16. $\frac{36}{121}, \frac{60}{121}$
17. $\frac{7}{15}$ 18. $\frac{7}{16}$ 19. (1) 0.18 (2) 0.81 (3) 0.01 20. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$

પ્રકરણ 2 : યાદચ્છિક ચલ અને અસતત સંભાવના-વિતરણ

વિભાગ A

1. (a) 2. (c) 3. (b) 4. (c) 5. (d)
6. (c) 7. (d) 8. (b) 9. (a) 10. (b)
11. (a) 12. (d) 13. (c) 14. (a) 15. (b)
16. (d) 17. (a) 18. (b) 19. (d) 20. (b)
21. (a) 22. (c) 23. (c) 24. (a)

વિભાગ B

5. R 7. n, p 8. $p = q = \frac{1}{2}$
9. $p(1) < 0 \therefore$ સંભાવના વિતરણ નથી 10. $\frac{3}{10}$
11. $p(x) = {}^7C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{7-x}, x = 0, 1, \dots, 7$ 12. ધન વિષમતા 13. ઋણ વિષમતા
14. 5 15. $\frac{1}{8}$

વિભાગ C

2. $\frac{1}{4}$

3.

| | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | કુલ |
| $p(x)$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{7}{15}$ | 1 |

4.

| | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|-----|
| x | 2 | 3 | 4 | કુલ |
| $p(x)$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

5. 1.8

6. 12

7. $\frac{3}{5}$

8. 0.5904

9. 0.311

10. 0.8574

11. 0.0092

વિભાગ D

2. (1) $\frac{1}{20}$, (2) $\frac{3}{4}$

3. મધ્યક = 22.6, વિચરણ = 1.34

4. વાર્ષિક સરેરાશ દર = 7.45 % \therefore ધવલ રોકાણ કરશે નહિ

5. -3

6. $k = \frac{1}{5}$, મધ્યક = 2, વિચરણ = 2

7. $n = 10, p = 0.2$, ધન વિષમતા

8. મધ્યક = 3, વિચરણ = 2

9. 0.4717

10. 14

11. 0.9493

12. (1) 0.5314, (2) 0.1143

વિભાગ E

1. $c = \frac{1}{55}$, મધ્યક = 4.09, પ્રમાણિત વિચલન = 1.03

2. (1) $\frac{1}{14}$ (2) $\frac{9}{14}$ (3) $\frac{1}{2}$

3. (1) 0.0729 (2) 0.3281 (3) 0.9186 4. (1) $\frac{16}{81}$ (2) $\frac{11}{27}$ 5. $n = 9, p = \frac{2}{3}$

વિભાગ F

1. $X =$ લાલ પેનની સંખ્યા

X નું વિતરણ :

| | | | | | |
|--------|----------------|----------------|-----------------|----------------|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | કુલ |
| $p(x)$ | $\frac{1}{30}$ | $\frac{9}{30}$ | $\frac{15}{30}$ | $\frac{5}{30}$ | 1 |

મધ્યક = 2.8, વિચરણ = 0.56

2. 0.3174

3. (1) $\frac{40}{243}$ (2) $\frac{64}{81}$

પ્રકરણ 3 : પ્રમાણ્ય-વિતરણ

વિભાગ A

1. (d)
2. (c)
3. (b)
4. (c)
5. (b)
6. (c)
7. (b)
8. (a)
9. (d)
10. (c)
11. (b)
12. (a)
13. (c)
14. (b)
15. (a)
16. (b)
17. (c)
18. (d)
19. (a)
20. (b)
21. (a)
22. (c)
23. (d)
24. (a)
25. (c)
26. (b)

વિભાગ B

2. $\mu = 35$ અને $\sigma = 7$
6. 0
7. $Q_1 = -0.675, Q_3 = 0.675$
8. 7.5
9. 62.7
10. 9
11. 97.5 %
12. (81.23, 168.78)
13. 0.9599
14. 150
15. 0.305

વિભાગ C

1. (9, 15)
2. 36.5
3. 15
4. 0.51
5. 0.7888
6. 2.3
7. 2.09
8. 0.9938
9. 0.6915

વિભાગ D

2. મધ્યક = 50, પ્રમાણિત વિચલન = 8 3. 49 4. 80.5 5. 0.2857
6. $z_1 = -0.5$, $z_2 = 0.8$ 7. (1) 0.0401 (2) 0.7622
8. (1) 464 (2) 250 9. 49.96 \therefore ચલના 40 % અવલોકનોની કિંમત 49.96થી ઓછી છે
10. (1) 11.51 % (2) 21.19 % 11. 63 12. $Q_1 = 10$, $Q_3 = 30$

વિભાગ E

1. (1) $\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$ (2) 4 (3) $Q_1 = 10.65$, $Q_3 = 13.35$ 2. (1) 0.4649 (2) 90
3. (1) 11.72 (2) 0.0436 4. (1) 121 (2) 54.08 દિવસ
5. 71.3 ઈંચ, 1.88 % 6. (1) ₹ 32,000 (2) 20 દિવસ
7. મધ્યક = ₹ 20, પ્રમાણિત વિચલન = ₹ 3 8. (1) 4.17 કલાક (2) 1789

વિભાગ F

1. (1) 2 દિવસ (2) 188 દિવસ (3) 15 દિવસ
2. $P_{15} = 9.97$ મિમી, 15 % કિસ્સામાં તારનો વ્યાસ 9.97 મિમી કરતાં ઓછો હશે
 $D_9 = 12.28$ મિમી, 90 % કિસ્સામાં તારનો વ્યાસ 12.28 મિમી કરતાં ઓછો હશે
3. (1) 2075.6 કિગ્રા (2) 66.48 % 4. 123
5. મધ્યક = 143.91 ઈંચ, પ્રમાણિત વિચલન = 7.24 ઈંચ
6. મધ્યક = 48.72, પ્રમાણિત વિચલન = 16.62

પ્રકરણ 4 : લક્ષ

વિભાગ A

1. (b) 2. (d) 3. (c) 4. (a) 5. (b)
6. (d) 7. (a) 8. (b) 9. (c) 10. (c)
11. (a) 12. (c) 13. (a) 14. (c) 15. (a)
16. (b) 17. (d) 18. (a) 19. (a) 20. (d)

વિભાગ B

1. $(0, 2)$ 2. $(-2.02, -1.98)$ 3. $|x| < 0.5$ 4. $N(11, 1.5)$ 5. $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6})$
6. $K = -6.5$ 7. 6 8. $\delta = 1$ 9. $y \rightarrow -\frac{3}{2}$ 10. 15
11. 2 12. 1024 13. $\frac{7}{2}$

વિભાગ C

7. $|x + 5| < 0.05$ 8. $|x - 127.85| < 7.75$ 9. $\frac{5}{2}$ 10. 12
11. $N(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}), (-3, -2)$ 12. $m = 5, n = 3.95$
13. $K_1 = 4, K_2 = 4.02$ 14. 5 અને 0 15. $\frac{10}{3}$ 16. -4
17. 160

વિભાગ D

1. 3 2. 3 3. $\frac{1}{6}$ 4. $8\sqrt{2}$ 5. $-\frac{9}{2}$
6. $\frac{1}{2}$ 7. $\frac{1}{4}$ 8. $\frac{7}{5}$ 9. $\frac{5}{7}$ 10. $\frac{1}{5}$
11. $\frac{4}{27}$ 12. $\frac{5}{12}$ 13. 3 14. $-\frac{1}{2}$ 15. $\frac{1}{5}$
16. $\frac{1}{3}$ 17. $-\frac{1}{2}$ 18. $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ 19. $\frac{1}{6}$ 20. $\frac{1}{4\sqrt{2}}$
21. $\frac{3}{2}$ 22. $-\frac{1}{4}$ 23. $-\frac{1}{4}$ 24. $-\frac{4}{3}$ 25. 1
26. 14 27. 2304

વિભાગ E

II. (1) -1 (2) -3 (3) -6 (4) 5

III. (1) $\frac{-1}{x^2}$ (2) 8 (3) 4 (4) $11x^{10}$ (5) $\frac{1}{6}$ (6) n (7) $9x^8$

પ્રકરણ 5 : વિકલન

વિભાગ A

1. (a) 2. (b) 3. (b) 4. (c) 5. (a)
6. (c) 7. (d) 8. (a) 9. (c) 10. (b)
11. (a) 12. (d) 13. (c) 14. (a)

વિભાગ B

6. દ્વિતીય વિકલન ફળ
10. $\frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}}$
7. 0
8. x^2
9. 20

વિભાગ C

5. 8
6. $-\frac{3}{2}$
7. $\frac{2}{x^3}$
14. ઘટતું વિધેય
15. $x = 4$
16. $x = \frac{1}{2}$
17. $\frac{24}{25x^5}$
18. સીમાંત આમદાની વિધેય = $10 - 6x$
19. $x = 5$
20. 2

વિભાગ D

1. 10
2. $\frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}}$
3. 3
5. $\frac{-a}{(ax+b)^2}$
6. 208
7. $x = 4$ અથવા -2
8. $\frac{1}{8}$
9. $12(x^2 - 1)$
10. $x = 3$
11. $21x^2 - 34x + 23$
12. $\frac{31}{(2x+7)^2}$
13. $\frac{37}{(2x+3)^2}$
14. $\frac{-45}{(5x-1)^2}$
15. $5(x^2 - 7x + 11)^4 \cdot (2x - 7)$
16. $\frac{6x-5}{2\sqrt{3x^2-5x+9}}$
17. $\frac{-(3x^2+1)}{2(x^2+x-1)^{\frac{3}{2}}}$
18. $x = 1$ આગળ ઘટતું વિધેય; $x = 2$ આગળ વધતું વિધેય
19. વધતું વિધેય
20. $x = \frac{1}{4}$
21. સીમાંત આમદાની = 10
22. સીમાંત ખર્ચ = 25
23. $\frac{1}{4}$

વિભાગ E

4. ન્યૂનતમ ખર્ચ = 99500
5. ન્યૂનતમ ખર્ચ = 17
6. મહત્તમ આમદાની = 675
7. $x = 10$ આગળ મહત્તમ નફો = 25

વિભાગ F

1. મહત્તમ કિંમત = 15, ન્યૂનતમ કિંમત = 14
2. મહત્તમ કિંમત = 93, ન્યૂનતમ કિંમત = -163
3. અધિકતમ કિંમત = -7, લઘુત્તમ કિંમત = 1
4. $x = 8$ આગળ મહત્તમ નફો = 64
5. $x = 10$ આગળ મહત્તમ નફો મળે
મહત્તમ નફા માટે મોબાઈલ ફોનની કિંમત ₹ 10 હજાર રાખવી જોઈએ.
6. $x = 30$ આગળ મહત્તમ નફો = 680



નમૂનાનાં પ્રશ્નપત્રના જવાબો

દ્વિતીય નમૂનાનું પ્રશ્નપત્ર

1. (b) 2. (c) 3. (a) 4. (a) 5. (c)
 6. (a) 7. (b) 8. (b) 9. (d) 10. (b)
 17. 0.305 18. $Q_1 = -0.675, Q_3 = 0.675$ 19. $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6})$ 21. 5.67 %
 22. $r = -0.75$ 23. $\hat{y} = 7.6 + 0.29x$ 24. $t = 9$ માટે $\hat{y} = 51.01$

25.

| | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | કુલ |
| $p(x)$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{7}{15}$ | 1 |

 અથવા 12 26. 0.9938

27. $m = 5, n = 3.95$ અથવા -4 29. $\frac{2}{x^3}$ 30. સીમાંત આમદાની વિધેય $= 10 - 6x$
 31. વાસ્તવિક વેતન $= 460, 454.55, 491.53, 483.87, 459.26, 525.93, 535.71$ 32. $r = 0$
 33. (i) $b_{vu} = 0.8$ (ii) $b_{yx} = 0.9$ (iii) $b_{vu} = 0.005$ અથવા $\hat{y} = -10 + 2x, x = 40$ હોય ત્યારે $\hat{y} = 70$
 34. $\hat{y} = 4.39 + 0.46t$ 35. $\frac{6}{7}$ અથવા (1) $\frac{10}{13}$ (2) $\frac{7}{13}$ 36. $\frac{1}{2}$
 37. (1) $\frac{1}{20}$, (2) $\frac{3}{4}$ 38. -3 39. (1) $\frac{6}{7}$ (2) $\frac{3}{4}$ અથવા $\frac{3}{10}$
 40. (1) 121 (2) 54.08 દિવસ અથવા

$P_{15} = 9.97$ મિમી, 15 % કિસ્સામાં તારનો વ્યાસ 9.97 મિમી કરતાં ઓછો હશે

$D_9 = 12.28$ મિમી, 90 % કિસ્સામાં તારનો વ્યાસ 12.28 મિમી કરતાં ઓછો હશે

41. $\frac{1}{5}$ 42. મહત્તમ કિંમત $= 93$, ન્યૂનતમ કિંમત $= -163$ અથવા $x = 30$ આગળ મહત્તમ નફો $= 680$
 45. 123

તૃતીય નમૂનાનું પ્રશ્નપત્ર

1. (a) 2. (d) 3. (d) 4. (c) 5. (a)
6. (d) 7. (c) 8. (b) 9. (a) 10. (c)
15. $0, P(A \cap B), P(A), P(A \cup B), P(A) + P(B)$ 17. 97.5 % 18. 9
19. $(-2.02, -1.98)$ 21. $I_L = 180$ 22. $r = 0.4$ 23. $\hat{y} = 37.6 + 0.64x$
24. $a = 71.78, b = -5.08, t = 6$ માટે $\hat{y} = 41.3, t = 7$ માટે $\hat{y} = 36.22$
25. 1.8 અથવા 0.311 26. 2.3 27. $K_1 = 4, K_2 = 4.02$ અથવા 160
30. ઘટતું વિધેય 31. ભાવનો સામાન્ય સૂચક આંક = 236.75 32. $r = 0.41$
33. $R^2 = 0.64$, સુરેખ નિયતસંબંધની ધારણા યોગ્ય છે અથવા $\hat{y} = 5.77 + 0.71x$
34. $\hat{y} = 47.81 + 4.34t$ 35. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$ અથવા $\frac{1}{6}$ 36. $\frac{3}{5}$
37. (1) $\frac{1}{20}$, (2) $\frac{3}{4}$ 38. 0.4717 39. $\frac{3}{7}$ અથવા $\frac{7}{15}$
40. (1) 2 દિવસ (2) 188 દિવસ (3) 15 દિવસ અથવા મધ્યક = 143.91 ઈંચ, પ્રમાણિત વિચલન = 7.24 ઈંચ
41. $-\frac{4}{3}$ 42. $x = 8$ આગળ મહત્તમ નફો = 64 અથવા $x = 10$ આગળ મહત્તમ નફો મળે

મહત્તમ નફા માટે મોબાઈલ ફોનની કિંમત ₹ 10 હજાર રાખવી જોઈએ.

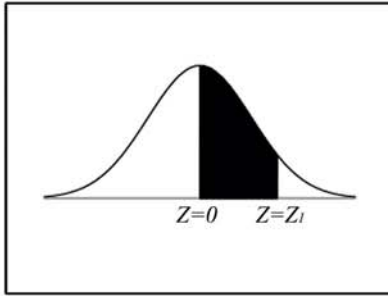
43. $I_L = 152.68, I_P = 151.52, I_F = 152.10$ 44. $r = 0.98$, ગાઢ ધન સુરેખ સહસંબંધ
45. $\hat{y} = -2.43 + 0.56x, R^2 = 0.94$ નિયતસંબંધ મોડેલ વિશ્વસનીય છે.

46. $\hat{y} = 635.66 + 12.86t$, વર્ષ 2016-17 માટે $\hat{y} = 738.54$ વર્ષ 2017-18 માટે $\hat{y} = 751.40$ અથવા

| વર્ષ | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ચાર વર્ષની ચલિત સરેરાશ | — | — | 8 | 7.76 | 7.6 | 7.54 | 6.91 | 6.71 | 7.08 | 7.3 | — | — |



Table of Standard Normal Curve



Area Under the Standard Normal Curve

$Z = 0$ to $Z = Z_i$, z being standard normal variate

| <i>Z</i> | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .0000 | .0040 | .0080 | .0120 | .0160 | .0199 | .0239 | .0279 | .0319 | .0359 |
| 0.1 | .0398 | .0438 | .0478 | .0517 | .0557 | .0596 | .0636 | .0675 | .0714 | .0753 |
| 0.2 | .0793 | .0832 | .0871 | .0910 | .0948 | .0987 | .1026 | .1064 | .1103 | .1141 |
| 0.3 | .1179 | .1217 | .1255 | .1293 | .1331 | .1368 | .1406 | .1443 | .1480 | .1517 |
| 0.4 | .1554 | .1591 | .1628 | .1664 | .1700 | .1736 | .1772 | .1808 | .1844 | .1879 |
| 0.5 | .1915 | .1950 | .1985 | .2019 | .2054 | .2088 | .2123 | .2157 | .2190 | .2224 |
| 0.6 | .2257 | .2291 | .2324 | .2357 | .2389 | .2422 | .2454 | .2486 | .2517 | .2549 |
| 0.7 | .2580 | .2611 | .2642 | .2673 | .2704 | .2734 | .2764 | .2794 | .2823 | .2852 |
| 0.8 | .2881 | .2910 | .2939 | .2967 | .2995 | .3023 | .3051 | .3078 | .3106 | .3133 |
| 0.9 | .3159 | .3186 | .3212 | .3238 | .3264 | .3289 | .3315 | .3340 | .3365 | .3389 |
| 1.0 | .3413 | .3438 | .3461 | .3485 | .3508 | .3531 | .3554 | .3577 | .3599 | .3621 |
| 1.1 | .3643 | .3665 | .3686 | .3708 | .3729 | .3749 | .3770 | .3790 | .3810 | .3830 |
| 1.2 | .3849 | .3869 | .3888 | .3907 | .3925 | .3944 | .3962 | .3980 | .3997 | .4015 |
| 1.3 | .4032 | .4049 | .4066 | .4082 | .4099 | .4115 | .4131 | .4147 | .4162 | .4177 |
| 1.4 | .4192 | .4207 | .4222 | .4236 | .4251 | .4265 | .4279 | .4292 | .4306 | .4319 |
| 1.5 | .4332 | .4345 | .4357 | .4370 | .4382 | .4394 | .4406 | .4418 | .4429 | .4441 |
| 1.6 | .4452 | .4463 | .4474 | .4484 | .4495 | .4505 | .4515 | .4525 | .4535 | .4545 |
| 1.7 | .4554 | .4564 | .4573 | .4582 | .4591 | .4599 | .4608 | .4616 | .4625 | .4633 |
| 1.8 | .4641 | .4649 | .4656 | .4664 | .4671 | .4678 | .4686 | .4693 | .4699 | .4706 |
| 1.9 | .4713 | .4719 | .4726 | .4732 | .4738 | .4744 | .4750 | .4756 | .4761 | .4767 |
| 2.0 | .4772 | .4778 | .4783 | .4788 | .4793 | .4798 | .4803 | .4808 | .4812 | .4817 |
| 2.1 | .4821 | .4826 | .4830 | .4834 | .4838 | .4842 | .4846 | .4850 | .4854 | .4857 |
| 2.2 | .4861 | .4864 | .4868 | .4871 | .4875 | .4878 | .4881 | .4884 | .4887 | .4890 |
| 2.3 | .4893 | .4896 | .4898 | .4901 | .4904 | .4906 | .4909 | .4911 | .4913 | .4916 |
| 2.4 | .4918 | .4920 | .4922 | .4925 | .4927 | .4929 | .4931 | .4932 | .4934 | .4936 |
| 2.5 | .4938 | .4940 | .4941 | .4943 | .4945 | .4946 | .4948 | .4949 | .4951 | .4952 |
| 2.6 | .4953 | .4955 | .4956 | .4957 | .4959 | .4960 | .4961 | .4962 | .4963 | .4964 |
| 2.7 | .4965 | .4966 | .4967 | .4968 | .4969 | .4970 | .4971 | .4972 | .4973 | .4974 |
| 2.8 | .4974 | .4975 | .4976 | .4977 | .4977 | .4978 | .4979 | .4979 | .4980 | .4981 |
| 2.9 | .4981 | .4982 | .4982 | .4983 | .4984 | .4984 | .4985 | .4985 | .4986 | .4986 |
| 3.0 | .4987 | .4987 | .4987 | .4988 | .4988 | .4989 | .4989 | .4989 | .4990 | .4990 |
| 3.1 | .4990 | .4991 | .4991 | .4991 | .4992 | .4992 | .4992 | .4992 | .4993 | .4993 |
| 3.2 | .4993 | .4993 | .4994 | .4994 | .4994 | .4994 | .4994 | .4995 | .4995 | .4995 |
| 3.3 | .4995 | .4995 | .4995 | .4996 | .4996 | .4996 | .4996 | .4996 | .4996 | .4997 |
| 3.4 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4997 | .4998 |
| 3.5 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 | .4998 |