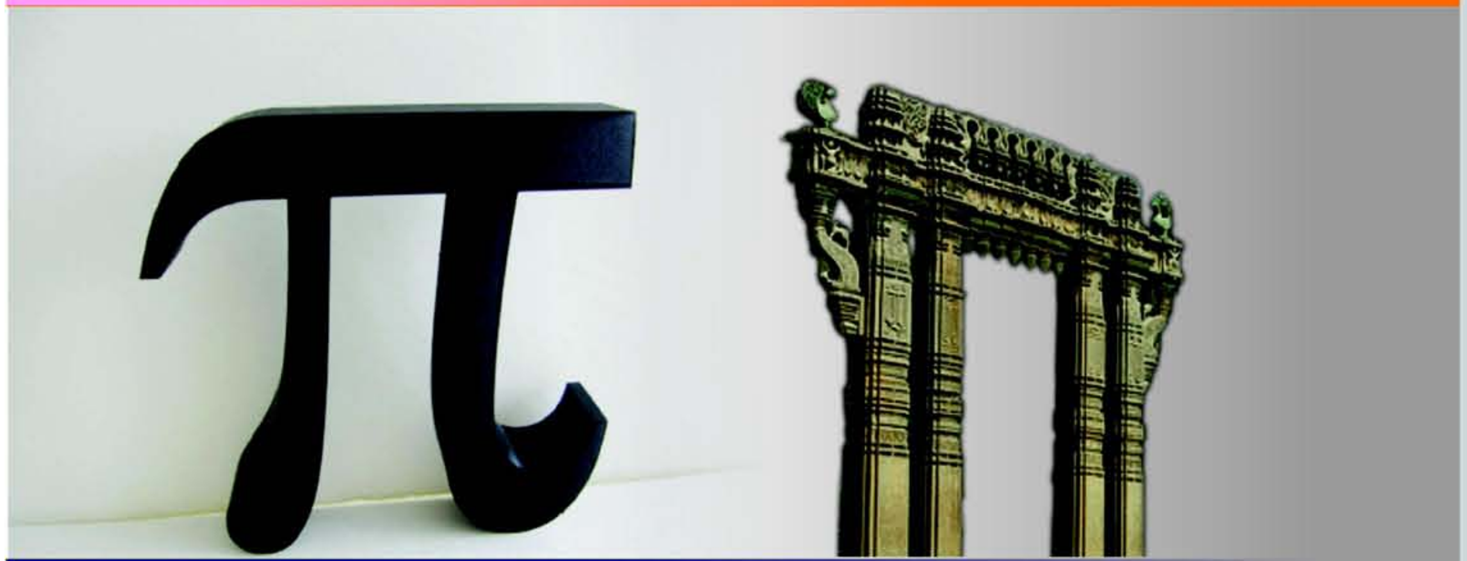
$$a(b+c)=ab+ac$$



State Council of Educational Reasearch and Training
Telangana, Hyderabad

தெலங்கானா மாநில அரசின் இலவச வெளியீடு

கணிதம்

Class VII

கணிதம்

வகுப்பு 7

FREE

MATHEMATICS

Class VII (TAMIL MEDIUM)

வெளியீடு
தெலங்கானா மாநில அரசு
ஐதராபாத்

தெலங்கானா மாநில அரசின் இலவச வெளியீடு

CHILDREN! THESE INSTRUCTIONS FOR YOU...

- For each and every conceptual understanding, a real life context with appropriate illustrations are given in the textbook. Try to understand the concept through keen reading of context along with observation of illustration.
- While understanding the concepts through activities, some doubts may arise. Clarify those doubts by through discussion with your friends and teachers, understand the mathematical concepts without any doubts.
- "Do this/Do these" exercises are given to test yourself, how far the concept has been understood. If you are facing any difficulty in solving problems in these exercises, you can clarify them by discussing with your teacher.
- The problems given in "Try this/try these", can be solved by reasoning, thinking creatively and extensively. When you face difficulty in solving these problems, you can take the help of your friends and teachers.
- The activities or discussion points given "Think & disicuss" have been given for extensive understanding of the concept by thinking critically. These activities should be solved by discussions with your fellow students and teachers.
- Different typs of problems with different concepts discussed in the chapter are given in an "Exercise" given at the end of the concept/chapter. Try to solve these problems by yourself at home or leisure time in school.
- The purpose of "Do this"/do these", and "Try this/try these" exercises is to solve problems in the presence of teacher only in the class itself.
- Where ever the "project works" are given in the textbook, you should conduct them in groups. But the reports of project works should be submitted indivedually.
- Try to solve the problems given as homework on the day itself. Clarify your doubts and make corrections also on the day itself by discussions with your teachers.
- Try to collect more problems or make new problems on the concepts learnt and show them to your teachers and fellow students.
- Try to collect more puzzles, games and interesting things related to mathematical concepts and share with your friends and teachers.
- Do not confine mathematical conceptual understanding to only classroom. But, try to relate them with your suroundings outside the classroom.
- Student must solve problems, give reasons and make proofs, be able to communicate mathematically, connect concepts to understand more concepts & solve problems and able to represent in mathematics learning.
- Whenever you face difficulty in achieving above competencies/skills/standards, you may take the help of your teachers.

கற்றலின் வெளிப்பாடுகள்

கணிதம் **ஏழாம் வகுப்பு**

மாணவர்கள் இவற்றை கற்றுக்கொள்வர்.....

- முழுக்களின் மீது நான்கு அடிப்படைச் செயல்களைப் பயன்படுத்தி கணக்குகளை தீர்ப்பர்.
- பின்னங்கள் மற்றும் தசம எண்களின் மேல் நான்கு அடிப்படைச் செயல்களைப் பயன்படுத்தி அன்றாட வாழ்க்கை கணக்குகளை தீர்ப்பர்.
- மிகப்பெரிய எண்களின் பெருக்கல், வகுத்தல் கணக்குகளை செய்வதற்கு அடுக்குகுறிகள் வடிவத்தை பயன்படுத்துவர்.
- விகிதம், சதவிதங்களை பயன்படுத்தி அன்றாட வாழ்க்கையில் இலாப, நஷ்டம் மற்றும் வட்டி தொடர்புடைய கணக்குகளை தீர்ப்பர்.
- அன்றாட வாழ்க்கை கணக்குகளை ஒரு மாறியைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி தீர்ப்பர்.
- ஏதேனும் இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக்கொண்டால் ஏற்படும் கோணங்களின் வகைகளை விவரிப்பர்.
- முக்கோணத்தின் கோணங்கள், முக்கோணத்திற்கு தொடர்புடைய மற்ற கோணங்களைக் குறித்து விவரிப்பர். முக்கோணத்தின் சர்வ சமபண்புகளை விவரிப்பர். (ப.ப.ப., ப.கோ.ப, கோ.ப.கோ, செ.க.ப)
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக்கொண்டு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தை வரைவர்.
- இணைகரம், முக்கோணம், சாய்சதுரம், பரப்பளவுகளை சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கண்டுபிடிப்பர். வட்டத்தின் சுற்றளவைக் கொண்டு π மதிப்பை கூறுவர்.
- அன்றாட வாழ்க்கை நிகழ்வுகளில் இருந்து சேகரிக்கப்பட்ட வகைப்படுத்தப்படாத விவரத்தின் சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு கண்டுபிடிப்பர். கம்பவரைபடம் வரைந்து முடிவுகளை வெளிப்படுத்துவர்.
- அன்றாட வாழ்க்கை பொருட்களில் முப்பரிமான வடிவங்களான கோளம், கனச்செவ்வகம், கனச்சதுரம், கூம்பு, உருளைகளின் வலை அமைப்புகளை உருவாக்குவர்.
- பொருட்களின் வடிவங்கள் சமச்சீராக உள்ளனவா என்பதை சமச்சீர்கோடு, சமச்சீர் புள்ளி, சுழற்சி சமச்சீர் போன்றவற்றை ஆதாரமாகக் கொண்டு கூறுவர்.

கணிதம்

வகுப்பு - VII

Mathematics Class-VII (Tamil Medium)

பாடபுத்தக வளர்ச்சி மற்றும் வெளியீட்டுக் குழு

முதன்மை செயல் அதிகாரி : திருமதி. B. **சேஷு குமாரி**,
இயக்குநர், SCERT, ஐதராபாத்

முதன்மை செயல் நிர்வாகி : திரு. B. **சுதாகர்**,
இயக்குநர், அரசு பாடபுத்தக பதிப்பகம், ஐதராபாத்

மேற்பார்வையாளர் : Dr. N. **உபேந்தர் ரெட்டி,**
பேராசிரியர், கலைதிட்டம் மற்றும் பாடபுத்தக துறை,
SCERT,ஐதராபாத்

துணை மேற்பார்வையாளர் : திரு. K. **யாதகிரி**,
விரிவுரையாளர், SCERT, ஐதராபாத்

வெளியீடு

தெலங்கானா மாநில அரசு, ஐதராபாத்

சட்டங்களை மதியுங்கள் கல்வியால் முன்னேற வேண்டும்
உரிமைகளை பெறுங்கள் பணிவுடன் வாழ வேண்டும்.

First Published 2012
New Impressions 2013,2014,2015,2016,2017,2018,2019,2020

This Book has been printed on 80 G.S.M. White Paper
Title Page 140 G.S.M. White Cover Paper (MF)

தெலங்கானா மாநில அரசு இலவச வெளியீடு 2020-21

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

பாடபுத்தக குழு உறுப்பினர்கள்

எழுத்தாளர்கள்

திரு. **டா. பி. ரமேஷ்,**விரிவுரையாளர்,Govt.IASE, நெல்லூர்

திரு. **எம். ராமஆஞ்சநேயலு,** விரிவுரையாளர், DIET, விகாரபாத், ரங்கா ரெட்டி

திரு. **டி.வி.இராம குமார்,**HM, ZPHS, முலுமுடி, நெல்லூர்

திரு. **பி. அசோக்,** HM, ZPHS, குமாரி, அதிலாபாத்

திரு. **பி. அந்தோணி ரெட்டி,**HM, செயின்ட் பீட்டர்ஸ் உயர்நிலைப்பள்ளி, ஆர்.என்.பேட்டை, நெல்லூர்

திரு. **எஸ். பிரசாதா பாபு,** PGT, APTWR பள்ளி, சந்திரசேகரபுரம், நெல்லூர்

திரு. **கே. இராஜேந்தர் ரெட்டி,** SA, UPS, திம்மபூர், சந்தம்பேட்டை, நல்கொண்டா

திரு. **ஜி.வி.பி. சூரியநாராயண ராஜு,** SA, நகராட்சி உயர்நிலைப்பள்ளி, காஸ்பா, விஜயநகரம்

திரு. **எஸ். நரசிம்ம மூர்த்தி,**SA, ZPHS, முடிவர்த்திப்பாளையம், நெல்லூர்

திரு. **பி. சுரேஷ்குமார்,** SA, GHS, விஜயநகர் காலனி, ஐதராபாத்

திரு. **கே.வி. சுந்தர் ரெட்டி,** SA, ZPHS, தக்கசீலா, ஆலம்பூர் மண்டலம், மகபூப் நகர்

திரு. **ஜி. வெங்கடேஸ்வரலு,** SA, ZPHS, வேமுலகோட்டா, பிரகாஷம்

திரு. **சி.எச். இரமேஷ்,** SA, UPS, நகரம் மண்டலம், குண்டூர்

திரு. **பி.டி.எல். கணபதி சர்மா,** SA, GHS, ஜமிஸ்தான்பூர், மணிக்கேஷ்வர் நகர், ஐதராபாத்

திரு. **அப்பாராஜு கிஷோர்,** SGT, MPUPS, செமர்லாமுடி, குண்டூர்

ஒருகிணைப்பாளர்கள்

திரு. **கே. பிரம்மையா,** பேராசிரியர், SCERT, ஐதராபாத், ஆ.மா.

திரு. **கே. ராஜேந்தர் ரெட்டி,** SA, UPS, திம்மபூர், செந்தம்பேட்டை, நல்கொண்டா

கணித கலைத்திட்டம் மற்றும் பாடபுத்தக குழுத்தலைவர்

பேராசிரியர் **வி. கண்ணன்,** கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் துறை, ஐதராபாத் பல்கலைக்கழகம்

முதன்மை ஆலோசகர்

டா. எச்.கே. திவான், கல்வி ஆலோசகர், வித்தியாபவன் சொசைட்டி, உதய்பூர், இராஜஸ்தான்

கல்விக்குழு உறுப்பினர்கள்

திருமதி. **நம்பிரித்தா பாத்ரா,** வித்தியாபவன் சொசைட்டி, வளமையம், உதய்பூர், இராஜஸ்தான்

திரு. **இந்திரமோகன்,** வித்தியாபவன் சொசைட்டி, வளமையம், உதய்பூர், இராஜஸ்தான்.

திரு. **யஸ்வந்த் குமார் தேவா,** வித்தியாபவன் சொசைட்டி, வளமையம், உதய்பூர், இராஜஸ்தான்.

திருமதி. **பத்மாபிரியா ஷெராx,** கமியூணிட்டி கணித மையம், ரிஷிவேலிபள்ளி, சித்தூர்

குமாரி. **எம். அர்ச்சனா,** கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் துறை, ஐதராபாத் பல்கலைக்கழகம்

திரு. **சரண்கோபால்,**கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் துறை, ஐதராபாத் பல்கலைக்கழகம்

திரு. **பி. சிரஞ்ஜீவி,** கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் துறை, ஐதராபாத் பல்கலைக்கழகம்

திரு. **அப்பாராஜு கிஷோர்,** ஆசிரியர், MPUPS, செமல்லமுடி, குண்டூர்

தமிழாக்கம்

ஒருங்கிணைப்பாளர் : திரு. **கே. சிட்டிப்பாபு,** முதல்வர், DIET,கார்வேட்நகர், சித்தூர் மாவட்டம்

மேற்பார்வையாளர் : திரு. **பி.எஸ். தங்கமணி,** விரிவுரையாளர், DIET,கார்வேட்நகர், சித்தூர்

மொழிப்பெயர்ப்பாளர்கள்:

திரு. **ஜி.கோவர்தனன்,** SA(PS), ZPHS, செல்லமாம்பபுரம்,பி.என்.கண்டிகை மண்டலம், சித்தூர்

திருமதி. **ஜி. நாகலட்சுமி,** SA (கணிதம்), ZPHS, புத்தூர், புத்தூர் மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்

திருமதி. **எஸ். சுப்புலட்சுமி,** SA(PS), ZPHS, புத்தூர், புத்தூர் மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்

திரு. **எம்.எம். நடராஜன்,** SA, கணிதம், ZPHS, சிந்தலப்பட்டடை, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்

திருமதி. **எஸ். குமார்,** SA, கணிதம், ZPHS, புதுப்பேட்டை, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்

திரு.எஸ்.குமரவேலு, SA (கணிதம்)ZPHS, சத்திரவாடா, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம், ஆ.பி.

முன்னுரை

5 வருட ஆரம்பக் கல்வியை நிறைவு செய்தவுடன் மாணவர்கள் நடுநிலைக் கல்வியை பெறுகின்றனர். நடுநிலைக் கல்வி மகிவும் சிறப்பு வாய்ந்தது ஏனெனில் இக்கல்வியேமாணவர்கள் உயர்நிலைக் கல்வியை பெற உதவி செய்கின்றது. நடுநிலைக்கல்வியை பெற வரும் மாணவர்கள் எண்கள் அடிப்படைச் செயல்கள்(+, _, ×,÷) வடிவியல், அளவீடுகள் மற்றும் புள்ளி விவரங்களை கையாளுதல் போன்ற கருத்துகளில் சில திறன்களை பெற்றிருப்பார்கள்.

இந்நிலையில் மாணவர்கள் ஆர்வம், விருப்பம், வினவுதல் ஆலோசித்தல், நிருபிக்க விழைதல், சவால்களை ஏற்றுக் கொள்ளுதல் போன்ற பண்புகளை பெற்றுள்ளனர். மேற்கண்ட பண்புகள் மற்றும் மாணவர்களின் இயற்கையான உணர்வுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு இப்பாடப்புத்தகம் VII வகுப்பின் கல்வித் தரங்களை அடையும் விதமாக வளர்ச்சி செய்யப்பட்டுள்ளது.

கல்வி உரிமைச் சட்டம் - 2009 மற்றும் தெலங்கானா மாநில கலைத்திட்ட நிர்மாண குழு-2011-ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட கணிதத் தரத்தாளின் பரிந்துரையின்படி இப்பாடத்தின் பாடத்திட்டம் மற்றும் கல்வித் தரங்கள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. பாடத்திட்டங்களில் மாற்றம் செய்வது என்பது ஒரு தவிர்க்க முடியாத செயலாகும். எனவே இந்த புதிய பாடப்புத்தகம் உருவாக்கப்பட்டது. இப்பாடப்புத்தகத்தில் அளிக்கப்பட்டுள்ள சூழ்நிலைகள், பயிற்சிகள் மற்றும் செயல்முறைகள் மூலம் மாணவர்கள் உற்றநோக்களின் மூலம் பொதுமைப்படுத்துதல், விதிவருமுறை, விதிவிளக்கு முறை, தர்க்கவியல் சிந்தனை, பிரச்சனை தீர்த்தல், கருதுகோள்களை முன்வைத்தல், விதிகளை பொதுமைப்படுத்துதல், பிரச்சனையை தீர்க்க மாற்று வழி கூறுதல் மற்றம் வினவுதல் போன்ற திறன்களை பெறுவார்கள்.

நடுநிலைக் கல்வியில் கணிதத்தின் முக்கிய கிளைகளான எண்கள், எண்கணிதம், இயற்கணிதம், வடிவியல், அளவீடுகள் மற்றும் புள்ளியியல் போன்றவற்றின் கருத்துகள் அளிக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களின் நலனை கருத்தில் கொண்டு VII வகுப்பில் இக்கருத்துக்ள 15 அலகுகளாக அளிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த தலைப்புகளை (topics) கற்பிப்பதால் மாணவர்களின் பிரச்சனை தீர்த்தல், தர்க்கவியல் சிந்தனை, ஆக்கத்திறன், ஆலோசித்தல் விதிகளை கணிதமொழியில் கூறுதல், விவரங்கள் பல்வேறு முறைகளில் வெளிப்படுத்துதல், அன்றாட வாழ்வில் எதிர்படும் பிரச்சனைகளை தீர்த்தல் போன்ற கல்வித்திறன்கள் வளர்க்கப்படும். இப்பாடப்புத்தகத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள மொழி மாணவர்கள் மிக எளிமையாக புரிந்து கொண்டு பதிலளிக்கும் விதத்தில் உள்ளது. இப்புத்தத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்கள் மாணவர்களின் தர்க்கவியல் சிந்தனையை வளர்க்கும் மேலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அமைப்புகள் கணிதத்தின் மீது ஆர்வத்தை வளர்க்கும். இப்பாடப்புத்தகம் ஆசிரியர்களின் தொழிற்திறனை வளர்க்கும் விதமாகவும், தொடர்ச்சியான விரிவான மதிப்பீட்டினை செய்ய ஒரு கருவியாகவும் பயன்படும்.

இப்பாடப்புத்தகம் சிறந்த முறையில் உருவாக ஒத்துழைப்பு கொடுத்த தேசிய அளவிலான நிபுணர்கள், பல்கலைக்கழக பேராசிரியர்கள், ஆராய்ச்சியாளர்கள், கல்வி நிபுணர்கள், ஆசிரியர்கள், ஓவியர்கள், பதிப்பாளர்கள், ஆகியோருக்கு எனது நன்றியையும், பாராட்டையும் தெரிவித்துக்கொள்கிறேன்.

மாணவர்களின் சிறப்பான வளர்ச்சிக்கு அனைத்து ஆசிரியர்களும் இப்பாடபுத்தகத்தை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்துவீர்கள் என நம்புகிறேன்.

நாள் : 28-1-2012

இடம் : ஐதராபாத்

இயக்குநர்
SCERT, TS

கணிதம்
7ஆம் வகுப்பு

வ.எண்.	பாடப்பொருள்	பாடம் முடிக்கவேண்டிய மாதம்	பக்களண்
1.	முழுக்கள்	ஜுன்	1 - 25
2.	பின்னங்கள், தசமபின்னங்கள் மற்றும் விகிதமுறுஎண்கள்	ஜுலை	26 - 60
3.	எளிய சமன்பாடுகள்	ஜுலை	61 - 70
4.	கோடுகள் மற்றும் கோணங்கள்	ஆகஸ்ட்	71 - 89
5.	முக்கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்	ஆகஸ்ட்	90 - 111
6.	விகிதம் மற்றும் பயன்பாடுகள்	செப்டம்பர்	112 - 143
7.	விவரங்களை கையாளுதல்	செப்டம்பர்	144 - 164
8.	முக்கோணங்களின் சர்வசமபண்பு	அக்டோபர்	165 - 183
9.	முக்கோணங்களை அமைத்தல்	நவம்பர்	184 - 193
10.	இயற்கணிதகோவைகள்	நவம்பர்	194 - 212
11.	அடுக்குகுறிகள்	டிசம்பர்	213 - 228
12.	நாற்கரங்கள்	டிசம்பர்	229 - 246
13.	பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு	ஜனவரி	247 - 266
14.	முப்பரிமாண மற்றும் இருபரிமாண வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல்	பிப்ரவரி	267 - 278
15.	சமச்சீர்மை	பிப்ரவரி	279 - 291
	திருப்புதல்	மார்ச்	

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப ஸிந்த் குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காஹே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
ஜய ஹே ஜய ஹே ஜய ஹே
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

– மகாகவி இரவீந்திரநாத் தாகூர்

உறுதிமொழி

'இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன்பிறப்புகள்.

என் நாட்டை நான் பெரிதும் நேசிக்கிறேன். இந்நாட்டின் பழம்பெருமைக்காகவும் பன்முக மரபுச் சிறப்பிற்காகவும் நான் பெருமிதம் அடைகிறேன். இந்நாட்டின் பெருமைக்குத் தகுந்து விளங்கிட என்றும் பாடுபடுவேன்.

என்னுடைய பெற்றோர், ஆசிரியர்கள், எனக்கு வயதில் மூத்தோர் அனைவரையும் மதிப்பேன். எல்லோரிடமும் அன்பும் மரியாதையும் காட்டுவேன். விலங்குகளிடத்தில் கருணை காட்டுவேன்.

என் நாட்டிற்கும் என் மக்களுக்கும் உழைத்திட முனைந்து நிற்பேன். அவர்கள் நலமும் வளமும் பெறுவதிலே நான் என்றும் மகிழ்ச்சி காண்பேன்.'

முழுக்கள் 1

1.0 அறிமுகம்

நாம் நம் சுற்றுப்புறத்திலுள்ள பொருட்களை எண்ணுவதற்கு எண்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த எண்களை நாம் எண்ணும் எண்கள் அல்லது இயல் எண்கள் என்கிறோம். நாம் இவற்றை பற்றி சிந்திப்போம்.

(i) இயல் எண்களில் மிகச் சிறியது எது?

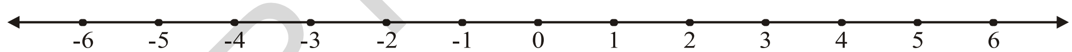
(ii) 100 மற்றும் 10000க்கு இடையே ஐந்து இயல் எண்களை எழுது.

(iii) இந்த இயல் எண்களின் தொடர் எங்கு முடியும் என தெரிந்து கொள்ள முடியுமா?

(iv) இரண்டு அடுத்தடுத்த இயல் எண்களுக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் என்ன?

இந்த இயல் எண்களின் தொடருக்கு ‘0’ஐ யும் சேர்த்த பின், ஒரு புதிய தொடர் அதாவது 0, 1, 2, 3, 4, ... என கிடைக்கிறது. இதை முழு எண்கள் என்கிறோம்.

முந்தைய வகுப்பில் நாம் குறை எண்களைப் பற்றி படித்துள்ளோம். இந்த முழு எண்களையும், குறை எண்களையும் சேர்த்து முழுக்கள் என்கிறோம். இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் முழுக்களின் பண்புகளையும், முழுக்களின் மேல் செய்யும் செயல்களையும் பற்றித் தெரிந்துக் கொள்வோம். நாம் இப்போது எண்கோட்டின் மேல் சில முழுக்களை குறிக்கலாம்.



(i) மேற்கண்ட எண்கோட்டில் மிகப்பெரிய முழு எண் எது?

(ii) மிகச்சிறிய முழு எண் எது?

(iii) -3 ஐ விட 1 பெரியதா? ஏன்?

(iv) -3ஐ விட -6 பெரியதா? ஏன்?

(v) 4, 6,-2, 0 மேலும் -1க்கு இடையேயுள்ள எண்களை எண் கோட்டைக் கொண்டு ஒப்பிடு.

(vi) (0 மேலும் 1), (0 மேலும்-1) க்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தை எண்கோட்டைக் கொண்டு ஒப்பிடு.

பயிற்சி 1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண் கோட்டில் குறிக்கப்பட்ட முழுக்களில் மிகப்பெரியது மற்றும் மிகச் சிறியது எது?

-6   -5   -4   -3   -2   -1   0   1   2   3   4   5   6

2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட முழுக்களின் ஜதைகளின் மத்தியிலுள்ள எல்லா முழுக்களையும் எழுது. மேலும் அவற்றில் மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய முழுக்களையும் எழுது.

   (i) –5, –10   (ii) 3, –2   (iii) –8, 5

3. கீழ்க்கண்ட முழுக்களை ஏறுவரிசையில் எழுது (சிறியதிலிருந்து பெரியது வரை).

   (i) –5, 2, 1, –8   (ii) –4, –3, –5, 2   (iii) –10, –15, –7

4. கீழக்கண்ட முழுக்களை இறங்கு வரிசையில் எழுது (பெரியதிலிருந்து சிறியது வறை).

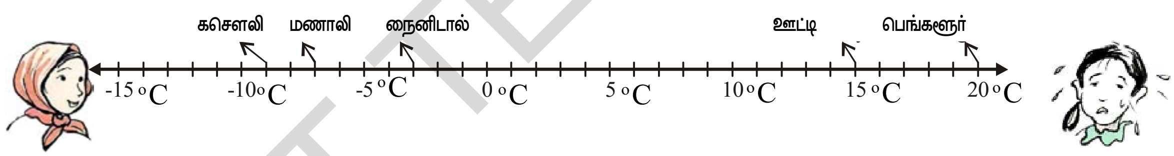
   (i) –2, –3, –5   (ii) –8, –2, –1   (iii) 5, 8, –2

5. 6, -4, 0 மேலும் 4ஐ எண்கோட்டில் குறித்து காட்டு.

6. கீழ்க்கண்ட எண்கோட்டில் விடுபட்ட எண்களை குறித்து பூர்த்தி செய்.

-9   -5   0   4   8

7. இந்தியாவிலுள்ள 5 நகரங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் எடுக்கப்பட்ட உஷ்ண நிலைகள் கீழ்கண்ட எண் கோட்டில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



   (i) எண் கோட்டின் மேல் குறிக்கப்பட்ட நகரங்களின் வெப்ப நிலைகளை எழுது.

   (ii) எந்த நகரத்தில் அதிக வெப்ப நிலை உள்ளது?

   (iii) எந்த நகரத்தில் குறைந்த வெப்ப நிலை உள்ளது?

   (iv) எந்த நகரங்கள் 0’ ஐ விட குறைவான வெப்ப நிலையைக் கொண்டுள்ளன?

   (v) எந்த நகரங்கள் 0° ஐ விட அதிகமான வெப்ப நிலையைக் கொண்டுள்ளன?

1.1 முழுக்கள் – நான்கு அடிப்படை செயல்கள்

நாம் முழுக்களின் கூட்டல், கழித்தலை VI ம் வகுப்பில் செய்துள்ளோம். முதலில் அதைப் பற்றிய மீள் பார்வையை செய்து பிறகு முழுக்களின் பெருக்கல், வகுத்தலை தெரிந்துக் கொள்ளலாம்.

1.1.1 முழுக்களின் கூட்டல்.

கீழ்க்கண்ட கூட்டல்களை கவனியுங்கள்.

$4 + 3 \quad = \; 7$

$4 + 2 \quad = \; 6$

$4 + 1 \quad = \; 5$

$4 + 0 \quad = \; 4$

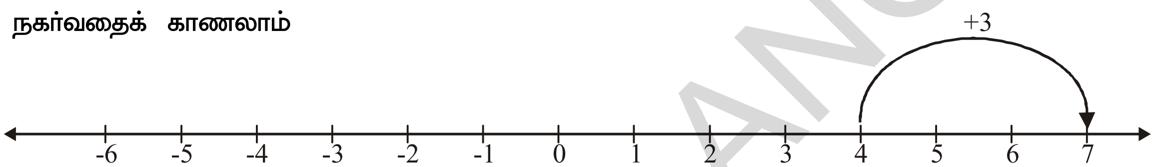
$4 + (-1) = 3$

$4 + (-2) = 2$

$4 + (-3) = 1$

மேற்கண்ட கணக்குகளின் தீர்வுகளில் உள்ள ஒரு முறையான வரிசையை கவனித்தீர்களா? 4 உடன் கூட்டப்படும் முழுக்கள் ஒவ்வொன்றாக குறையும் போது தீர்வும் ஒவ்வொன்றாக (3, 2, 1, 0, -1, -2, -3) குறைந்து கொண்டே வருகிறது.

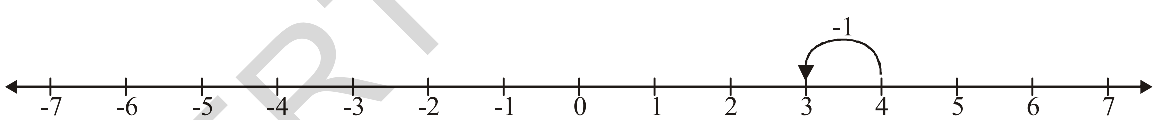
4 என்னும் முழுவுடன் 3 ஐக் கூட்டும் போது தீர்வு எண்கோட்டின் மேல் 4 கிற்கு வலது புறமாக நகர்வதைக் காணலாம்



இவ்வாறக 4வுடன் 2 மேலும் 1-ஐ கூட்டினால் எவ்விதமாக மேல் உள்ள எண் கோட்டில் குறிக்கலாம் எனக் காட்டு. ஒவ்வொரு கூட்டலிலும் 4கிற்கு வலதுபுறமாக நகர்வதை நீ கவனித்திருப்பாய்.

இப்போது 4கிற்கு -1 ஐக் கூட்டும் போது என்ன நிகழ்கிறது என பார்ப்போம். மேற்கூறியவாறு இதன் பதில் 3 இப்போது நாம் எண்கோட்டின் இடதுபுறமாக ஒரு படி நகர்ந்துள்ளோம்.

இவ்வாறாக 4கிற்கு -2 மேலும் -3ஐக் கூட்டும் போது எண்கோட்டின் இடதுபுறமாக நகர்வதை எண் கோட்டில் நீங்கள் காட்டலாம்.



இவ்வாறாக ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு மிகை முழுவை கூட்டும் போது தீர்வு எண் கோட்டின் வலது புறமாகவும், குறை முழுவைக் கூட்டும் போது தீர்வு இடதுபுறமாகவும் நகர்கிறது.

முயன்று பார்

1.

$9 + 7$	=	16	$9 + 1$	=	
$9 + 6$	=	15	$9 + 0$	=	
$9 + 5$	=		$9 + (-1)$	=	
$9 + 4$	=		$9 + (-2)$	=	
$9 + 3$	=		$9 + (-3)$	=	
$9 + 2$	=				

(i) $9 + 2, 9 + (-1), 9 + (-3)$ ஐ கோட்டின் மேல் குறி

(ii) ஒரு மிகை முழுவைக் கூட்டும் போது, எண்கோட்டின் மேல் எந்த பக்கம் நகர்கிறாய்?

(iii) ஒரு குறை முழுவைக் கூட்டும்போது, எண் கோட்டின் மேல் எந்த பக்கம் நகர்கிறாய்?

2. ‘இரண்டு முழுக்களை கூட்டும் போது கிடைக்கும் மொத்தம் அந்த இரண்டு எண்களை விட அதிகம்’ என சங்கீதா கூறினாள். சங்கீதா கூறியது சரியா? உன் விடைக்கான காரணங்களை எழுது?

பயிற்சி 2

1. கீழ்க்கண்ட கூட்டல்களை எண் கோட்டின் மேல் காட்டு.

(i) $5 + 7$ (ii) $5 + 2$ (iii) $5 + (-2)$ (iv) $5 + (-7)$

2. கீழ்கண்டவற்றை கணக்கிடு:

(i) $7 + 4$ (ii) $8 + (-3)$ (iii) $11 + 3$

(iv) $14 + (-6)$ (v) $9 + (-7)$ (vi) $14 + (-10)$

(vii) $13 + (-15)$ (viii) $4 + (-4)$ (ix) $10 + (-2)$

(x) $100 + (-80)$ (xi) $225 + (-145)$

1.1.2 முழுக்களின் கழித்தல்

இப்போது கீழ்கண்ட கழித்தல்களை செய்யலாம்.

$6 - 3 = 3$

$6 - 2 = 4$

$6 - 1 = 5$

$6 - 0 = 6$

$6 - (-1) = 7$

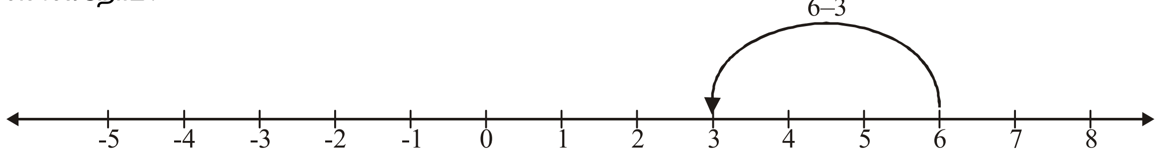
$6 - (-2) = 8$

$6 - (-3) = 9$

$6 - (-4) = 10$

மேலுள்ள தீர்வுகளில் உள்ள வரிசை முறையை பார்த்தீர்களா? 6லிருந்து ஒவ்வொன்றாக கழிக்கும் போது அதன் தீர்வு ஒவ்வொன்றாக அதிகமாகிறது.

எண்கோட்டின் மேல் ‘6’லிருந்து முழுக்களை ‘3’ கழிக்கும் போது 6லிருந்து இடப்பக்கமாக செல்கிறோம்.



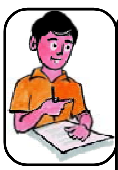
இவ்வாறாகவே 6லிருந்து 2,1 ஐ கழித்தலை எண் கோட்டின் மேல் நீங்கள் காட்டலாம். ஒவ்வொரு முறையும் நீங்கள் 6ன் இடதுபுறம் நகர்வதை கவனிக்கலாம்.

இப்போது 6லிருந்து –1 ஐ கழிக்கும் போது என்ன நிகழ்கிறது என்பதைப் பார்க்கலாம். மேற்கண்ட கழித்தல் அமைப்பிலிருந்து 6– (–1) = 7 என்பதை தெரிந்துக் கொண்டோம்.

இப்போழுது நாம் எண்கோட்டில் ஒரு படி வலது பக்கத்திற்கு நகர்கிறோம்.

இப்போது நீங்கள் 6லிருந்து –2, –3, –4ன் கழித்தலை எண் கோட்டில் காட்டலாம். அதிலிருந்து நீங்கள் வலதுபுறம் நகர்வதை தெரிந்துக் கொள்வீர்கள்.

இவ்வாறாகவே ஒரு மிகை முழுவை கழிக்கும் போது எண் கோட்டின் இடதுபுறம் நகர்கிறோம். மேலும் ஒரு குறை முழுவை கழிக்கும் போது வலது புறத்திற்கு நகர்கிறோம்.



முயன்று பார்

கீழ்க்கண்ட அமைப்பை நிரப்பு:

1. $8 - 6 = 2$

   $8 - 5 = 3$

   $8 - 4 =$

   $8 - 3 =$

   $8 - 2 =$

   $8 - 1 =$

   $8 - 0 =$

   $8 - (-1) =$

   $8 - (-2) =$

   $8 - (-3) =$

   $8 - (-4) =$

   (i) இப்போது 8 –6, 8–1, 8–0, 8–(–2), 8–(–4) ஐ எண்கோட்டின் மேல் காட்டு.

   (ii) ஒரு மிகை முழுவைக் கழிக்கும் போது எண்கோட்டின் மேல் எந்த திசையில் நகர்வாய்?

   (iii) ஒரு குறை முழுவைக் கழிக்கும் போது எண்கோட்டின் மேல் எந்த பக்கம் நகர்வாய்?

2. ஒரு முழு எண்ணிலிருந்து மற்றொரு முழுஎண்ணைக் கழிக்கும் போது கிடைக்கும் வித்தியாசம் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு முழு எண்களை விட சிறியது என ரீதா உணர்ந்தாள். அவளுடைய எண்ணம் சரியா? உன் விடைக்கான காரணங்களை எழுது.

பயிற்சி 3

1. கீழ்க்கண்ட கழித்தல்களை எண்கோட்டின் மேல் குறி.

   (i) 7 – 2 (ii) 8 – (– 7) (iii) 3 – 7

   (iv) 15 – 14 (v) 5 – (– 8) (vi) (–2) (–1)

2. கீழ்க்கண்ட கணக்குகளைத் தீர்:

   (i) 17 – (–14) (ii) 13 – (– 8) (iii) 19 – (– 5)

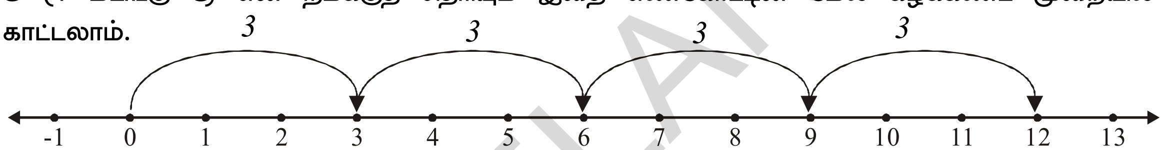
   (iv) 15 – 28 (v) 25 – 33 (vi) 80 – (– 50)

   (vii) 150 – 75 (viii) 32 – (– 18)

3. -6 ஐ ஒரு குறைமுழு மற்றும் ஒரு எண்ணின் கூடுதலாக எழுது.

1.1.3 முழுக்களின் பெருக்கல்

இப்போது முழு எண்களின் பெருக்கலைப் பற்றித் தெரிந்துக் கொள்ளலாம்3+3 + 3 + 3 =4 × 3 (4 மடங்கு 3) என நமக்குத் தெரியும் இதை எண்கோட்டின் மேல் கீழ்க்கண்ட முறையில் காட்டலாம்.

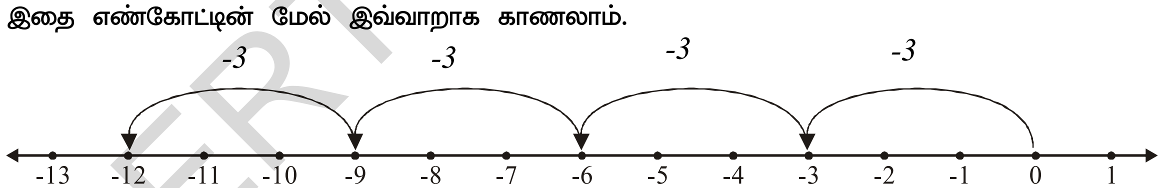


4 × 3 என்பது 0 ல் தொடங்கி ஒவ்வொரு முறையும் 3 வீதம் 4 முறை எண் கோட்டின் வலப்புறமாகத் தாண்டுதல் மூலம் 4 × 3= 12 ஆகிறது .

இப்போது 4× (-3) ஐ விவாதிப்போம் அதாவது -3 ன் 4 மடங்கு

$$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$$

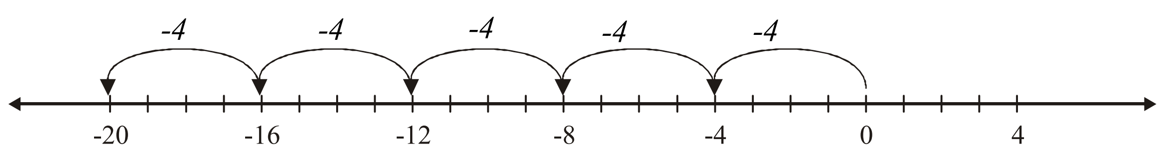
இதை எண்கோட்டின் மேல் இவ்வாறாக காணலாம்.



4×(-3) என்பது 0 ல் தொடங்கி ஒவ்வொரு முறையும் 3 வீதம் 4முறை எண் கோட்டின் இடப் புறமாக தாண்டுதல் 4×(-3)=-12 ஆகிறது.

இவ்வாறே 5× (-4)= (-4)+(-4)+(-4)+(-4)+(-4)=-20

இதை கோட்டின் மேல் இவ்வாறாகக் காணலாம்.



5 × –4 என்பது எண்கோட்டின் மேல் 4 வீதம் 5முறை 0விலிருந்து இடது பக்கம் தாண்டுதல். எனவே 5×(-4)= -20 ஆகும்.

இவ்வாறே $2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$

$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$

$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$

இதை செய்

1. கீழ்க் கண்டவற்றைத் தீர்:

(i) 2×-6 (ii) 5×-4 (iii) 9×-4

இப்போது -4×3 பெருக்கலை செய்வோம்

கீழ்க்கண்ட அமைப்பை கவனி:

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9$

$2 \times 3 = 6$

$1 \times 3 = 3$

$0 \times 3 = 0$

$-1 \times 3 = -3$

$-2 \times 3 = -6$

$-3 \times 3 = -9$

$-4 \times 3 = -12$

பெருக்கப்படும் எண் 1 குறையும் போது அதன் பெருக்கற்பலன் 3 குறைகிறது.

இந்த முறையில் -4 × 3 =-12.

ஆனால் $4 \times -3 = -12$ என நாம் அறிவோம்.

$-3 \times 4 = 3 \times -4 = -12$

மேற்கண்ட பெருக்கலில் குறை குறியீடு மாறும் போது அதன் பெருக்கற்பலனும் குறை குறியீட்டில் உள்ளது.

இதே போன்று கீழ்கண்டவற்றிற்கும் பெருக்கற்பலனை காணலாம்.

$4 \times -5 = -20 = -4 \times 5$

$2 \times -5 = -10 = -2 \times 5$

$3 \times -2 =$

$8 \times -4 =$

$6 \times -5 =$

மேற்கண்ட உதாரணங்களிலிருந்து ஒரு மிகை முழு மற்றும் ஒரு குறை முழுவின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் ஒரு குறை முழு என்பதை கவனித்திருப்பீர்கள்.

1.1.3(a) **இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன்.**

-3 , -4 ன் பெருக்கலை கவனிப்போம் .

கீழ்கண்ட பெருக்கலின் அமைப்பைக் கவனி.

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

$-3 \times -4 = 12$

மேற்கண்ட பெருக்கலில் பெருக்கபடும் எண் 1 வீதம் குறையும் போது அதன் பெருக்கல் பலன் 3 வீதம் அதிகமாகிறது.

இப்போது -4×-3 ன் பெருக்கலை செய்யலாம்.

கீழ்கண்ட பெருக்கற்பலனை கவனித்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8$

$-4 \times 1 = -4$

$-4 \times 0 = 0$

$-4 \times -1 =$ ——

$-4 \times -2 =$ ——

$-4 \times -3 =$ ——

மேற்கண்ட பெருக்கலின் அமைப்பில் பெருக்கும் எண் 1 வீதம் குறையும் போது அதன் பெருக்கற் பலன் +4 வீதம் அதிகமாகிறது.

மேற்கண்ட இரண்டு அமைப்பிலிருந்து $-3 \times -4 = -4 \times -3 = 12$ என தெரிந்து கொள்ளலாம்.

மேலும் $-3 \times -1 = 3$ $\qquad -4 \times -1 = 4$

$-3 \times -2 = 6$ $\qquad -4 \times -2 = 8$

$-3 \times -3 = 9$ $\qquad -4 \times -3 = 12$

என்பதையும் நாம் தெரிந்துக் கொள்ளலாம்.

எனவே, ஒவ்வொரு முறையும் இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு ஆகும்.

செயல்திட்டம் 1

நிலை வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு எண்ணையும் கிடை வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு எண்ணுடன் பெருக்கி கட்டங்களை நிரப்புக.

×	3	2	1	0	–1	–2	–3
3	9	6	3	0	–3	–6	–9
2	6	4	2	0			
1							
0							
–1	–3	–2	–1	0	1	2	3
–2							
–3							

(i) இரண்டு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் ஒரு மிகை முழுவா?

(ii) இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் எப்பொதும் ஒரு மிகை முழுவா?

(iii) ஒரு குறை மற்றும் ஒரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் ஒரு குறை முழுவா?

1.1.3(b) இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன்

இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு என்பதை நாம் கவனித்தோம். மூன்று குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் என்னவாக இருக்கும்? நான்கு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் என்னவாக இருக்கும்?

கீழ்க்கண்ட உதாராணங்களை கவனியுங்கள்.

(i) $(-2) \times (-3) = 6$

(ii) $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

(iv) $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

மேற்கண்ட பெருக்கற்பலனிலிருந்து நாம் தெரிந்துக் கொண்டவை,

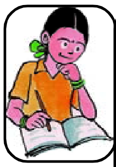
(i) இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு.

(ii) மூன்று குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு குறை முழு.

(iii) நான்கு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு.

(iv) ஐந்து குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு குறை முழு.

ஆறு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழுவா அல்லது குறை முழுவா? காரணங்களை எழுது.



முயன்று பார்

$(-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

மேற்கண்ட (i) மற்றும் (iii)லிருந்து பெருக்கப்படும் குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை (இரண்டு மேலும் நான்கு) எனில் பெருக்கற்பலன் மிகை முழுக்கள்.

(ii) மற்றும் (iv) லிருந்து பெருக்கப்படும் குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எனில் பெருக்கற்பலன் குறை முழுக்கள்.

பெருக்கப்படும் குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எனில் பெருக்கற்பலன் மிகை முழு, மேலும் பெருக்கப்படும் குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எனில் பெருக்கற்பலன் குறை முழு.

பயிற்சி. 4

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பு:

(i) $(-100) \times (-6)$ = ...

(ii) $(-3) \times$ .... = 3

(iii) $100 \times (-6)$ = ...

(iv) $(-20) \times (-10)$ = ...

(v) $15 \times (-3)$ = ...

2. கீழ்க்கண்டவற்றின் பெருக்கற் பலனைக் காண்க.

(i) $3 \times (-1)$ (ii) $(-1) \times 225$

(iii) $(-21) \times (-30)$ (iv) $(-316) \times (-1)$

(v) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(vii) $9 \times (-3) \times (-6)$ (viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

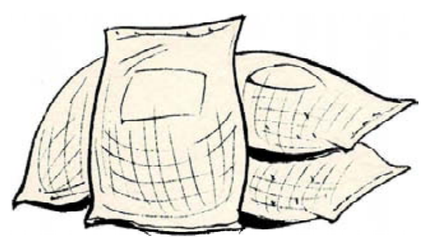
3. குளிர்வித்தலின் மூலம் $40^{o}C$ உள்ள ஒரு அறையின் வெப்ப நிலை ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு $5^{o}C$ வீதம் குறைக்கப்படுகிறது. குளிர்வித்தல் ஆரம்பிக்கப்பட்ட 10 மணி நேரங்களுக்கு பிறகு அறையின் வெப்ப நிலை எவ்வளவு இருக்கும்?

4. ஒரு வகுப்பறைத் தேர்வு 10 கேள்விகளைக் கொண்டுள்ளது. ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் 3 மதிப்பெண்கள் அளிக்கப்படும். மேலும் ஒவ்வொரு தவறான விடைக்கு (-1) மதிப்பெண் மேலும் விடையளிக்காத கேள்விக்கு '0' மதிப்பெண் கொடுக்கப்பட்டது.

(i) கோபி எழுதிய விடைகளில் 5 சரியானவை, 5 தவறானவை எனில் அவனுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள் எத்தனை?

(ii) ரெஷ்மா எழுதிய 10 விடைகளில் 7 சரியானவை 3 தவறானவை எனில் அவளுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள் எத்தனை?

(iii) ராணி எழுதிய 7 விடைகளில் 4 தவறானவை 3 சரியானவை எனில் அவளுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள் எத்தனை?



5. ஒரு அரிசி வியாபாரி ஒவ்வொரு பாஸ்மதி அரிசி மூட்டை மேல் 10 லாபமும், பாஸ்மதி அல்லாத அரிசி மூட்டையின் மேல் 5 நஷ்டமும் அடைகிறார்.

(i) ஒரு மாதத்தில் வியாபாரி 3,000 பாஸ்மதி அரிசி மூட்டைகளையும், 5,000 பாஸ்மதி அல்லாத அரிசி மூட்டைகளையும் விற்றார். அவருக்கு லாபமா? நஷ்டமா? எவ்வளவு?

(ii) பாஸ்மதி அல்லாத அரிசி மூட்டைகள் 6400 விற்ற போது லாபம் அல்லது நஷ்டம் வராமலிருக்க அவர் எத்தனை பாஸ்மதி அரிசி மூட்டைகள் விற்க வேண்டும்?

6. காலியிடங்களை நிரப்பு:

(i) $(-3) \times$ ______ $= 27$ (ii) $5 \times$ ______ $= -35$

(iii) ______ $\times (-8) = -56$ (iv) ______ $\times (-12) = 132$

1.1.4 முழுக்களின் வகுத்தல்

வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் தலைகீழ் செயல் என நமக்குத் தெரியும். இயல் எண்களின் எண்கள் வகுத்தலை இப்பொது சில உதாரணங்களின் மூலம் பார்க்கலாம்.

$3 \times 5 = 15$ என நமக்குத் தெரியும்.

எனவே $15 \div 5 = 3$ அல்லது $15 \div 3 = 5$

இவ்வாறே $4 \times 3 = 12$ எனில்

$12 \div 4 = 3$ அல்லது $12 \div 3 = 4$

இதிலிருந்து ஒவ்வொரு இயல் எண்களின் பெருக்கல் வாக்கியங்களுக்கும் இரண்டு ஒத்த வகுத்தல் வாக்கியங்கள் இருக்கும் எனக் கூறலாம்.

ஒவ்வொரு முழுக்களின் பெருக்கலுக்கும் அவற்றிக்கு ஒத்த வகுத்தல் வாக்கியங்கள் எழுத முடியுமா? கீழ்க்கண்ட பட்டியலை கவனித்து எதிலுள்ள காலியிடங்களை பூர்த்தி செய்

பெருக்கல் வாக்கியம்	வகுத்தல் வாக்கியங்கள்		
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$	,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$	,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9)$	,	$72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) =$ ________	______ $\div (-3) =$ _____	,	____________________
$(-8) \times 4 =$ __________	____________________	,	____________________
$5 \times (-9) =$ __________	____________________	,	____________________
$(-10) \times (-5) =$	____________________	,	____________________

மேல் காட்டிய பட்டியலிலிருந்து ஒரு குறை முழுவை ஒரு மிகை முழுவால் வகுத்தாலோ அல்லது மிகை முழுவை ஒரு குறை முழுவால் வகுத்தாலோ நாம் முழு எண்களின் வகுத்தலைப் போலவே செய்து அதன் ஈவிற்கு (–) எழுத வேண்டும். இவ்வாறாக ஈவு ஒரு குறை முழுவாகும்.

இதை செய்

1. தீர்க்க.

(i) $(-100) \div 5$ (ii) $(-81) \div 9$ (iii) $(-75) \div 5$ (iv) $(-32) \div 2$

(v) $125 \div (-25)$ (vi) $80 \div (-5)$ (vii) $64 \div (-16)$

முயற்சி செய்

$(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ என சொல்ல முடியுமா?

சரிபார் :

(i) $90 \div (-45)$ மற்றும் $(-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4$ மற்றும் $136 \div (-4)$

நாம் இதையும் கவனிக்கலாம்.

$(-12) \div (-6) = 2$; $(-20) \div (-4) = 5$; $(-32) \div (-8) = 4$; $(-45) \div (-9) = 5$

ஒரு குறை முழுவை மற்றொரு குறை முழுவால் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் ஈவு ஒரு மிகை எனக் கூறலாம்.

இதை செய்

1. கீழ்க்கண்ட வகுத்தல்களை செய்யுங்கள்.

(i) $-36 \div (-4)$ (ii) $(-201) \div (-3)$ (iii) $(-325) \div (-13)$

1.2 முழுக்களின் பண்புகள்

VIம் வகுப்பில் முழு எண்களின் பண்புகளைப் பற்றித் தெரிந்து கொண்டோம். இப்போது முழுக்களின் பண்புகளைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

1.2.1 முழுக்களின் கூட்டல் பண்புகள்

(i) **அடைவுப் பண்பு:** கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைக் கவனி.

வாக்கியம்	முடிவு
$5 + 8 = 13$	மொத்தம் ஒரு முழு எண் ஆகும்.
$6 + 3 =$	
$13 + 0 =$	
$10 + 2 =$	
$0 + 6 = 6$	மொத்தம் ஒரு முழு எண் ஆகும்.

இரு முழு எண்களின் மொத்தம் எப்போதும் ஒரு முழு எண்ணா? ஆம். எனவே, முழு எண்கள் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன என தெரிந்து கொள்ளலாம்.

முழுக்களும் கூட்டலின் மேல் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளனவா?

வாக்கியம்	முடிவு
$6 + 3 = 9$	மொத்தம் ஒரு முழு
$-10 + 2 =$	
$-3 + 0 =$	
$-6 + 6 = 0$	
$(-2) + (-3) = -5$	
$7 + (-6) =$	மொத்தம் ஒரு முழு

இரண்டு முழுக்களின் மொத்தம் எப்போதும் ஒரு முழுவா?

இரண்டு முழுக்களின் மொத்தம் ஒரு முழு அல்ல என்பதற்கு ஒரு உதாரணம் தர முடியுமா? அவ்வாறான ஜதை எண்களை நாம் காண முடியாது. எனவே முழுக்கள் கூட்டலின் மேல் அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளன.

பொதுவாக a , b என்பவை ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a + b$ என்பது ஒரு முழு எண்

(ii) **மாற்றுப் பண்பு**

கீழ்க்கண்ட காலியிடங்களைக் கவனி:

வாக்கியம் 1	வாக்கியம் 2	முடிவு
$4 + 3 = 7$	$3 + 4 = 7$	$4 + 3 = 3 + 4 = 7$
$3 + 5 =$	$5 + 3 =$	
$3 + 0 =$	$0 + 3 =$	

இதைப் போலவே, எத்தனை ஜதை முழுக்களை வேண்டுமானாலும் எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். ஏதேனும் ஒரு ஜதையின் மொத்தமும், அவற்றை வரிசை மாற்றினால் கிடைக்கும் மொத்தமும் வேறுபட்டு உள்ளதா? அவ்வாறான முழு எண் ஜதையை நீ காண முடியாது. எனவே இரண்டு முழுக்களை கூட்டலின் மேல் மாற்றுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன. .

முழுக்கள், கூட்டலின் மேல் மாற்றுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளனவா? கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைப் உற்றுநோக்கி கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

வாக்கியம் 1	வாக்கியம் 2	முடிவு
$5 + (-6) = -1$	$(-6) + 5 = -1$	$5 + (-6) = (-6) + 5 = -1$
$-9 + 2 =$	$2 + (-9) =$	
$-4 + (-5) =$	$(-5) + (-4) =$	

மேற்கண்ட ஜதைகளின் வரிசைகளை மாற்றி எழுதினால் கிடைக்கும் மொத்தம் மாறுபட்டு உள்ளதா? இல்லை. எனவே முழுக்கள் கூட்டலின் மேல் மாற்றுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன.

பொதுவாக, a,b ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a + b = b + a$

(iii) **சேர்ப்புப் பண்பு**

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி:

(i) $(2 + 3) + 4 \qquad 2 + (3 + 4)$

$= 5 + 4 \qquad = 2 + 7$

$= 9 \qquad = 9$

(ii) $(-2 + 3) + 5 \qquad -2 + (3 + 5)$

$= 1 + 5 \qquad = -2 + 8$

$= 6 \qquad = 6$

(iii) $(-2 + 3) + (-5) \qquad 2 + [3 + (-5)]$

$= 1 + (-5) \qquad = 2 + (-2)$

$= -4 \qquad = -4$

(iv) $[(-2) + (-3)] + (-5)$ $\quad$ $-2 + [(-3) + (-5)]$

$= -5 + (-5)$ $\quad$ $= -2 + (-8)$

$= -10$ $\quad$ $= -10$

ஒவ்வொரு உதாரணத்திலும் மொத்தம் சமமாக உள்ளதா? ஆம். எனவே,
கூட்டலின் மேல் முழுக்கள் சேர்ப்புப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன.

முயன்று பார்

1. (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$

   (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$

மேற்கண்ட கணக்குகளில் சேர்ப்புப் பண்பு பொருந்துமா? ஏதேனும் இரண்டு உதாரணங்களுடன் உன் விடையை சரிபார்.

பொதுவாக, ஏதேனும் a,b,மேலும் c மூன்று முழுக்கள் எனில் $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iv) **கூட்டல் சமனி உறுப்பு**

கீழ்க்கண்ட உதாரணங்களை கவனி:

$-2 + 0 = -2$

$5 + 0 = 5$

$8 + 0 =$

$-10 + 0 =$

ஒரு முழுவிற்கு ‘0’ஐக் கூட்டுவதால் கிடைக்கும் மொத்தம் அந்த முழுவிற்கு சமமாக உள்ளதா? ஆம் எனவே **‘0’ என்பது முழுக்களின் கூட்டல் சமனி.**

பொதுவாக, ஏதேனும் ஒரு முழு a எனில் $a+0 = 0 + a= a$

முயன்று பார்

1. (i) $2 + 0 =$

   (ii) $0 + 3 =$

   (iii) $5 + 0 =$

2.இவ்வாறாக எத்தனை முடியுமோ அத்தனை முழுக்களை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். அந்த முழுக்களுக்கு ‘0’ என்பது கூட்டல் சமனியாக உள்ளதா?

(v) **கூட்டல் தலைகீழி**

3 உடன் எதைக் கூட்டினால் கூட்டல் சமனி '0' கிடைக்கும்?

கீழ்கண்டவற்றைக் கவனி:

$3 + (-3) = 0$

$7 + (-7) = 0$

$(-10) + 10 = 0$

இவ்வாறாக, எல்லா முழுக்களுக்கும் இவ்விதமான ஜதைகளைக் காட்ட முடியுமா?

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு ஜதையிலும், ஒரு முழு மற்றொரு முழுவின் கூட்டல் தலைகீழி ஆகும்.

பொதுவாக, 'a' ஏதேனும் ஒரு முழு எனில் $a + (-a) = 0$ இருக்குமாறு $(-a)$ என்னும் முழு இருக்கும். இரண்டு முழுக்கள் a,-a, என்பவை ஒன்று, மற்றொன்றின் கூட்டல் தலைகீழி ஆகும்.

1.2.2 முழுக்களின் மேல் பெருக்கல் பண்புகள்

(i) **அடைவுப் பண்பு**

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைப் படித்து காலியிடங்களை பூர்த்தி செய்க.

வாக்கியம்	முடிவு
$9 \times 8 = 72$	பெருக்கற்பலன் ஒரு முழு
$10 \times 0 =$	
$-15 \times 2 =$	
$-15 \times 3 = -45$	
$-11 \times -8 =$	
$10 \times 10 =$	
$5 \times -3 =$	

ஒரு ஜதை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு முழுவாக இல்லாமல் இருப்பதை காண முடியுமா? காணமுடியாது, எனவே, முழுக்கள் பெருக்கலின் மேல் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன.

பொதுவாக a, b என்பவை இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a \times b$ என்பதும் ஒரு முழு ஆகும்.

முயற்சி செய்

1. (i) 2×3 = _______

   (ii) 5×4 = _______

   (iii) 3×6 = _______

   (iv) இதேபோல் உன் விருப்பப்படி ஏதேனும் இரு முழு எண்களை எடுத்துக்கொள். அவற்றின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் ஒரு முழு எண்ணாக உள்ளதா?

(ii) **மாற்றுப் பண்பு**

முழு எண்கள் மாற்றுப் பண்பைக் கொண்டுள்ளன என்பது நமக்குத் தெரியும், முழுக்களும் மாற்றுப் பண்பைக் கொண்டுள்ளனவா?

வாக்கியம் 1	வாக்கியம் 2	முடிவு
$5 \times (-2) = -10$;	$(-2) \times 5 = -10$	$5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$
$(-3) \times 6 =$	$6 \times (-3) =$	
$-20 \times 10 =$	$10 \times (-20) =$	

எனவே, முழுக்கள் பெருக்கலின் மேல் மாற்றுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன.

பொதுவாக, a, b ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில், $a \times b = b \times a$

(iii) **சேர்ப்புப் பண்பு**

$2, -3, -4$ ன் பெருக்கலைக் கீழ்க்கண்ட விதமாக பெருக்கலாம்.

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ மேலும் $2 \times [(-3) \times (-4)]$

$[2 \times (-3)] \times (-4)$	$2 \times [(-3) \times (-4)]$
$= (-6) \times (-4)$	$= 2 \times 12$
$= 24$	$= 24$

முதல் பெருக்கலில் $2, -3$ என்பவை ஒரு குழுவாகவும், இரண்டாவது பெருக்கலில் $-3, -4$ என்பவை ஒரு குழுவாகவும் உள்ளன. இரண்டு நிலைகளிலும் பெருக்கற்பலன் சமமாக உள்ளது.

எனவே, $[2 \times (-3)] \times [(-4)] = 2 \times [(-3) \times (-4)]$

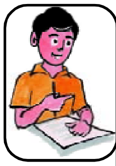
குழுக்கள் மாறுவதால் பெருக்கற்பலன் மாற்றம் அடைகிறதா? இல்லை. மூன்று முழுக்களின் பெருக்கற் பலன், குழுக்களின் மேல் ஆதாரப்படுவதில்லை. எனவே, முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் சேர்ப்புப் பண்பைப் பெற்றுள்ளன.

பொதுவாக, a, b மேலும் c ஏதேனும் மூன்று முழுக்களுக்கு, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

இதை செய்

1. $[(-5) \times 2)] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$ இது சரியா?

2. $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$ இது சரியா?



முயன்று பார்

$(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$

முழுக்களுக்கு எண்களுக்கு சேர்ப்புப் பண்பு மெய்யாகுமா? சில உதாரணங்கள் மூலம் சரிபார்.

(iv) **பங்கீட்டுப் பண்பு:**

$9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$ என நமக்குத் தெரியும்.

எனவே முழு எண்களின் பெருக்கல், கூட்டலின் மேல் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது. இந்த பங்கீட்டுப் பண்பு முழுக்களுக்கும் மெய்யாகுமா? எனப் பார்க்கலாம்.

(i) $-2 \times (1 + 3) = [(-2) \text{ x } 1] + [(-2) \times 3]$

$-2 \times 4 = -2 + (-6)$

$+ \quad -8 = -8$

(ii) $-1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$

$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$

$2 = 2$

இதை சரிபார் $-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$

மேற்கண்ட கணக்குகளில் சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்தின் விடை, வலது பக்கத்து விடைக்குச் சமம்.

எனவே கூட்டலின் மேல் பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு முழுக்களுக்கும் மெய்யாகிறது.

பொதுவாக, a, b மேலும் c என்பவை ஏதேனும் மூன்று முழுக்கள் எனில்

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

(v) **பெருக்கல் சமனி**

$2 \times 1 = 2$

$-5 \times 1 = -5$

$-3 \times 1 =$ _____

$-8 \times 1 =$ _____

$1 \times -5 =$ _____

1 என்பது முழுக்களின் பெருக்கல் சமனி

ஒரு முழுவை 1 ஆல் பெருக்கும் போது அந்த முழு மாறுவதில்லை. எனவே 1 என்பது முழுக்களின் பெருக்கல் சமனி.

பொதுவாக, a என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு எனில் $a \times 1 = 1 \times a = a$

(vi) **முழுவை 0 ஆல் பெருக்குதல்**

ஒரு முழு எண்ணை 0 பெருக்கினால் விடை 0 ஆகும். 0 ஆல் முழுவை பெருக்கினால் என்னவாகும்? கீழ்க்கண்ட உதாரணங்களைக் கவனி.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-8) =$ ____

$9 \times 0 =$ ____

மேற்கண்ட உதாரணங்களிலிருந்து ஒரு முழு மற்றும் 0ன் பெருக்கற் பலன் 0.

பொதுவாக, a ஏதேனும் முழுவிற்கு $a \times 0 = 0 \times a = 0$

பயிற்சி 5

1. கீழ்க்கண்டவற்றை சரிபார்.

   (i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

   (ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) ஏதேனும் ஒரு முழு a எனில் $(-1) \times a$ ன் மதிப்பு என்ன?

   (ii) (-1) ஆல் பெருக்கும் போது 5 பெருக்கற்பலன் கிடைத்தால் எந்த முழுவால் (-1) ஐ பெருக்க வேண்டும்

3. தகுந்த பண்புகளைக் கொண்டு பெருக்கற்பலனைக் காண்க.

   (i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ (ii) $8 \times 53 \times (-125)$

   (iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ (iv) $(-41) \times 102$

   (v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$ (vi) $7 \times (50 - 2)$

   (vii) $(-17) \times (-29)$ (viii) $(-57) \times (-19) + 57$

1.2.3 கழித்தலின் மேல் முழுக்களின் பண்புகள்

(i) கழித்தலின் மேல் அடைவுப் பண்பு

ஒரு முழுவிலிருந்து மற்றொரு முழுவைக் கழிக்கும் போது விடை ஒரு முழு ஆகுமா? கீழ்க்கண்டவற்றை செய்.

$9 - 7 =$ _____

$7 - 10 =$ _____

$2 - 3 =$ _____

$-2 - 3 =$ _____

$-2 - (-5) =$ _____

$0 - 4 =$ _____

இதிலிருந்து என்ன தெரிகிறது? இதிலிருந்து முழுக்களின் கழித்தல் அடைவுப் பண்பைக் கொண்டுள்ளது என தெரிகிறதல்லவா?

எனவே, ஏதேனும் a, b என்னும் முழுக்களுக்கு a – b யும் ஒரு முழுவாகும்.

(ii) முழுக்களின் கழித்தலின் மாற்றுப் பண்பு

ஒரு உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம் 6 , –4 என்ற முழுக்களை எடுத்துக் கொள்,

$$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$$ மேலும்

$$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$$

எனவே, $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

முழுக்களின் கழித்தலில் மாற்றுப் பண்பு பொருந்தாது.

முயன்று பார்

ஏதேனும் 5 வெவ்வேறு ஜதை முழுக்களைக் எடுத்துக்கொண்டு முழுக்களின் கழித்தல் மாற்றுப் பண்பைக் கொண்டுள்ளனவா என சரிபார்.

1.2.4 முழுக்களின் வகுத்தல் பண்புகள்

(i) அடைவுப் பண்பு

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை பரிசீலித்து பூர்த்தி செய்.

வாக்கியம்	முடிவு	வாக்கியம்	முடிவு
$(-8) \div (-4) = 2$	ஈவு ஒரு முழு	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	ஈவு ஒரு முழு	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

நீ என்ன தெரிந்துக் கொண்டாய்? முழுக்களின் வகுத்தலில் அடைவுப் பண்புப் பொருந்தாது.

முயன்று பார்

ஏதேனும் ஐந்து ஜதை முழுக்களை எடுத்துக் கொண்டு வகுத்தலில் அடைவுப் பண்பு பொருந்துமா என சரி பார்.

(ii) மாற்றுப் பண்பு:

வகுத்தலில் மாற்றுப் பண்பு முழு எண்களுக்கு மெய்யாகாது என நமக்குத் தெரியும்: இப்பொது இந்த பண்பு முழுக்களுக்கு மெய்யாகுமா எனப் பார்க்கலாம்.

மேலும் கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையிலிருந்து, $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$.

$(-9) \div 3 = 3 \div (-9)$ என்பது சரியா?

$(-30) \div (6) = (-6) \div (-30)$ என்பது சரியா?

இவற்றிலிருந்து முழுக்களின் வகுத்தலில் மாற்றுப் பண்பு இல்லை.

முயன்று பார்

ஏதேனும் ஐந்து ஜதை முழுக்களை எடுத்துக்கொண்டு அதன் வகுத்தலுக்கும் மாற்றுப் பண்பு பொருந்துகிறதா என்பதை சரிபார்.

(iii) **0 ஆல் வகுத்தல்**

முழு எண்களைப் போலவே, ஏதேனும் ஒரு முழுவை 0 ஆல் வகுப்பது வரையறுக்கப்படவில்லை மேலும் 0ஐ 0அல்லாத முழுவால் வகுத்தால் அது 0க்கும் சமம்.

ஏதேனும் ஒரு முழு aவிற்கு $a \div 0$ என்பது வரையறுக்கப்படவில்லை ஆனால் ($a \neq 0$ எனில்) $0 \div a = 0$

(iv) **வகுத்தலின் சமனி.**

ஒரு முழுவை 1 ஆல் வகுத்தால் அதே முழு கிடைக்கும். இந்த பண்பு குறை முழுவிற்கு மெய்யாகுமா எனப் பார்ப்போம்.

கீழ்கண்ட உதாரணங்களை கவனி :

$(-8) \div 1 = (-8)$ $(11) \div 1 = +11$ $(-13) \div 1 =$ _____ $(-25) \div 1 =$ _______

எனவே, ஒரு குறை முழு அல்லது ஒரு மிகை முழுவை 1ஆல் வகுத்தால் அதே எண் ஈவு ஆகும். எனவே 1 என்பது வகுத்தல் சமனி ஆகும்.

பொதுவாக, ஏதேனும் a என்னும் முழுவிற்கு, $a \div 1 = a$.

ஏதேனும் முழுவை (-1) ஆல் வகுத்தலை பார்ப்போம். கீழ்க்கண்டவற்றை பூர்த்தி செய்.

$(-8) \div (-1) = 8$ $11 \div (-1) = -11$ $13 \div (-1) =$ _____ $(-25) \div (-1) =$ _____

ஒரு முழுவை (-1) ஆல் வகுக்கும் போது ஈவு அதே முழு ஆகாது. ஆனால் அதனுடைய கூட்டல் எதிர் மாறி கிடைக்கும்.

முயன்று பார்

1. ஏதேனும் ஒரு முழு a விற்கு,

   (i) $a \div 1 = 1$ இது சரியா?

   (ii) $a \div (-1) = -a$ இது சரியா?

   'a' விற்கு வெவ்வேறு மதிப்புகள் கொடுத்து சரிபார்.

i) சேர்ப்புப் பண்பு:

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]$ இது சரியா?

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

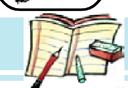
$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$ இது தவறு

$[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

எனவே வகுத்தலில் சேர்ப்புப் பண்பு பொருந்தவில்லை

முயன்று பார்

முழுக்களின் வகுத்தலில் சேர்ப்புப் பண்பை ஐந்து உதாரணங்களைக் கொண்டு சரிபார்.



பயிற்சி 6

1. கீழ்க்கண்ட காலியிடங்களை நிரப்பு.

   (i) $-25 \div$ .... $=$ 25

   (ii) .... $\div 1 = -49$

   (iii) $50 \div 0 =$ ....

   (iv) $0 \div 1 =$ ....

1.3 குறை முழுக்களைக் கொண்டு சில நடைமுறை கணக்குகள்

எடுத்துக்காட்டு 1 : ஒரு தேர்வில் சரியான விடைக்கு (+5) மதிப்பெண்கள், தவறான விடைக்கு (–2) மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டன.(i) ராதிகா எல்லா விடைகளையும் எழுதி 10 சரியான விடைகளுக்கு 30 மார்க்குகள் பெற்றாள். (ii) ஜெயாவும் எல்லா விடைகளையும் எழுதி (–12) மார்க்குகளை 4 சரியான விடைகளுக்கு பெற்றாள். ராதிகாவும், ஜெயாவும் எத்தனை தவறான விடைகளை எழுதினர்?

தீர்வு : (i) ஒரு சரியான விடையின் மதிப்பெண்கள் $= 5$

10 சரியான விடைகளின் மதிப்பெண்கள் $= 5 \times 10 = 50$

ராதிகா பெற்ற மதிப்பெண்கள் $= 30$

தவறான விடைகளுக்கான மதிப்பெண்கள் $= 30 - 50 = -20$

ஒரு தவறான விடையின் மதிப்பெண்கள் $= (-2)$

எனவே, தவறாக எழுதிய விடைகள் $= (-20) \div (-2) = 10$

(ii) 4 சரியான விடைகளுக்கான மதிப்பெண்கள் $= 5 \times 4 = 20$

ஜெயாவின் மதிப்பெண்கள் $= -12$

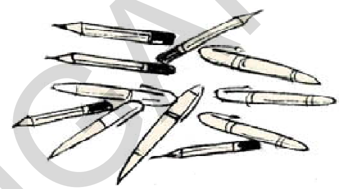
தவறான விடைகளுக்கான மதிப்பெண்கள் $= -12 - 20 = -32$

ஒரு தவறான விடையின் மதிப்பெண்கள் $= (-2)$

தவறான விடைகள் $= (-32) \div (-2) = 16$

எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரு கடைக்காரர் ஒவ்வொரு பேனா விற்பதில் ₹ 1 லாபம் அடைகிறார் ஆனால் ஒவ்வொரு பழைய பென்சில் விற்பதன் மூலம் 40 பைசா நஷ்டம் அடைகிறார்.

(i) ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தில் ₹ 5 நஷ்டம் கிடைக்கிறது. அந்த மாதத்தில் அவர் 45 பேனாக்களை விற்றார்.எத்தனை பென்சில்களை விற்றிருக்க வேண்டும்?.



(ii) அடுத்த மாதத்தில் அவருக்கு லாபமும் இல்லை. நஷ்டமும் இல்லை அந்த மாதத்தில் 70 பேனாக்களை விற்றிருந்தால், எத்தனை பென்சில்களை விற்றிருக்க வேண்டும்?

தீர்வு : (i) ஒரு பேனா விற்றதன் மேல் லாபம்= ₹ 1

45 பேனாக்கள் விற்றதன் லாபம் = ₹ 45, இதை 45 என குறிக்கிறோம்

அந்த மாதம் கிடைத்த நஷ்டம் = ₹ 5,இதை -5 எனக் குறிக்கிறோம்.

கிடைத்த லாபம்+அடைந்த நஷ்டம் =மொத்த நஷ்டம்

நஷ்டம் $= -5 - (45) = (-50) = -$ ₹ 50 $= -5000$ பை

ஒரு பென்சிலின் மேல் நஷ்டம் = 40 பை அதாவது -40 பைசா

எனவே, விற்ற பென்சில்கள் $= (-5000) \div (-40) = 125$ பென்சில்கள்.

(ii) அடுத்த மாதம் லாபமும் இல்லை நஷ்டம் இல்லை.

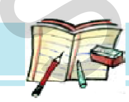
கிடைத்த லாபம் + அடைந்த நஷ்டம் $= 0$

கிடைத்த லாபம் $= -$ அடைந்த நஷ்டம்

70 பென்சில்களின் மேல் லாபம் = ₹ 70

எனவே அடைந்த நஷ்டம் $= -$ ₹ 70 (அ) -7000 பைசா.

எனவே, விற்ற பென்சில்கள் $= (-7000) \div (-40) = 175$ பென்சில்கள்



பயிற்சி 7

1. 15 வினாக்களைக் கொண்ட தேர்வில் சரியான விடைக்கு 4 மதிப்பெண்களும் தவறான விடைக்கு (-2) மதிப்பெண்களும் தரப்பட்டன. (i) பாரதி எல்லா வினாக்களையும் எழுதினாலும் அவற்றில் 9 வினாக்களுக்கு மட்டும் சரியான விடைகளை எழுதினாள். அவளுடைய மொத்த மதிப்பெண்கள் எத்தனை? (ii) அவளுடைய தோழி ஹேமா 5 வினாக்களுக்கு மட்டும் விடைகளை எழுதினாலும் ஐந்தும் சரியான விடைகள். அவளுடைய மதிப்பெண்கள் எத்தனை?

2. ஒரு சிமெண்ட் கம்பெனிகாரர் ஒவ்வொரு வெள்ளை சிமெண்ட் மூட்டையில் மேல் ₹ 9 லாபமும் ஒவ்வொரு சாம்பல் நிற சிமெண்ட் மூட்டையின் மேல் ₹ 5 நஷ்டமும் அடைகிறார்.

(i) கம்பெனி ஒரு மாதத்தில் 7000 மூட்டைகள் வெள்ளை சிமெண்ட்டும், 6000 மூட்டைகள் சாம்பல் நிற சிமெண்ட்டும் விற்றால் லாபமா? நஷ்டமா? எவ்வளவு?

(ii) 5400 சாம்பல் நிற சிமெண்ட் விற்ற பிறகு லாபம் (அ) நஷ்டம் அடையாமல் இருக்க எத்தனை வெள்ளை நிற சிமெண்ட் மூட்டைகளை விற்க வேண்டும்?

3. ஒரு நாளில் 12 மணிக்கு உஷ்ண நிலை 0^{o} C க்கு மேல் 10^{o} C உள்ளது. உஷ்ண நிலை ஒரு மணி நேரத்திற்கு 2^{o}C வீதம் நடு இரவு வரை குறைந்தால் 0^{o}Cக்கு கீழ் 8^{o}C எப்போது இருக்கும்? நடு இரவில் உஷ்ண நிலை எவ்வளவு இருக்கும்?

4. ஒரு வகுப்புத் தேர்வில் ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் (+3) மார்க்குகளும் தவறான விடைக்கு (–2) மார்க்குகளும், எழுதாத வினாக்களுக்கு எந்த மார்க்குகளும் கொடுக்கப்படவில்லை. (i) ராதிகா பெற்ற மார்க்குகள் 20. அவள் 12 சரியான விடைகளை எழுதியிருந்தால், எத்தனை தவறான விடைகளை எழுதியிருப்பாள்? (ii) மோஹினி (–5) மார்க்குகளை 7 சரியான விடைகளை எழுதி எடுத்தால், அவள் எழுதிய தவறான விடைகள் எத்தனை?

5. சுரங்கம் ஒன்றில் ஒரு மின்தூக்கியானது நிமிடத்திற்கு 6மீ வீதம் கீழே இறங்குகிறது. அந்த மின்தூக்கியானது தரைக்கு மேல் 10மீ உயரத்திலிருந்து இறங்க துவங்குகிறது எனில் -350மீ-ஐ அடைய எவ்வளவு நேரமாகும்?

முக்கிய கருத்துகள்

1. N (இயல் எண்கள்) = 1, 2, 3, 4, 5 . . .

   W (முழு எண்கள்) = 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . .

   z (முழுக்கள்) = ..., –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 . . .

   அல்லது I.=0, ±1, ±2, ±3

2 (i) ஒவ்வொரு முறையும் மிகை முழுக்களை கூட்டும் போது எண்கோட்டின் வலதுபுறம் நகர்கிறோம்.

   (ii) ஒவ்வோரு முறையும் குறை முழுக்களை கூட்டும் போது எண்கோட்டின் இடது புறம் நகர்கிறோம்.

3 (ii) ஒரு மிகை முழுவைக் கழிக்கும் போது எண்கோட்டின் இடது புறம் நகர்கிறோம்.

4 (i) ஒரு குறை முழுவை மிகை முழுவால் பெருக்கினாலோ அல்லது மிகை முழுவை குறை முழுவால் பெருக்கினாலோ பெருக்கற்பலன் ஒரு குறை முழு.

   (ii) இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு.

(iii) குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எனில் பெருக்கற்பலன் மிகை முழு. குறை முழுக்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எனில் பெருக்கற்பலன் குறை முழு.

5 (i) ஒரு குறை முழுவை மிகை முழுவால் வகுத்தாலோ அல்லது மிகை முழுவை குறை முழுவால் வகுத்தாலோ ஈவு ஒரு குறை முழு.

(ii) ஒரு குறை முழுவை குறை முழுவால் வகுத்தால் ஈவு ஒரு மிகை முழு.

(iii) ஒரே குறியுள்ள இரண்டு முழுக்களை பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ விடை ஒரு மிகை முழு. குறிகள் மாறியிருந்தால் விடை ஒரு குறை முழு.

6. கீழ்கண்டவை முழுக்களின் கூட்டல், கழித்தலின் மேல் நிறைவுச் செய்யும் பண்புகள்:

(i) கூட்டல், கழித்தலின் மேல் முழுக்கள் அடைவுப் பண்புகளை பெற்றுள்ளன அதாவது $a + b$ மேலும் $a–b$ என்பவை முழுக்கள் (a, b என்பவை முழுக்கள்)

(ii) எல்லா a ,b முழுக்களும் கூட்டல் மேல் மாற்றுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது. அதாவது $a + b = b + a$.

(iii) எல்லா a, b, c முழுக்களுக்கும் கூட்டலின் மேல் சேர்ப்புப் பண்பு மெய்யாகிறது. $(a+b) + c = a + (b + c)$

(iv) ஒவ்வொரு முழு a விற்கும் 0 என்பது கூட்டல் சமனி. அதாவது $a + 0 = 0 + a = a$.

7. முழுக்கள் பெருக்கலின் மேல் சில பண்புகளை மெய்யாக்குகின்றன.

(i) a,b ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a \times b$ ஒரு முழு.

(ii) ஏதேனும் a,b என்னும் முழுக்கள் $a \times b = b \times a$ என்னும் மாற்றுபண்பைக் பெற்றுள்ளன.

(iii) ஏதேனும் ஒரு முழு a விற்கு 1 என்பது பெருக்கல் சமனி, $1 \times a = a \times 1 = a$.

(iv) a,b,c என்னும் முழுக்கள் பெருக்கலில் சேர்ப்புப் பண்பை மெய்யாக்குகின்றன $(a\times b) \times c = a \times (b\times c)$.

8. a,b,c என்பவை முழுக்கள் எனில் பெருக்கலில் பங்கீட்டு பண்பு மெய்யாகிறது அதாவது $a\times(b+c) = (a \times b) + (a \times c)$.

9. முழுக்களின் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் மேல் நிறைவு செய்யும் பண்புகளான மாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு, பங்கீட்டுப் பண்பு ஆகியவை கணக்குகளை சுலபமாகச் செய்ய உதவுகின்றன.

10. ஏதேனும் ஒரு முழு ‘a’விற்கு

(i) $a \div 0$ என்பது வரையறுக்கப்படவில்லை

(ii) $0 \div a = 0$ (அனைத்து $a \neq 0$)

(iii) $a \div 1 = a$

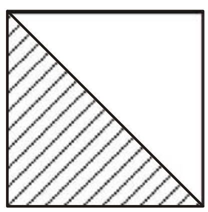
சாதாரண பின்னங்கள் தசம பின்னங்கள் மேலும் விகிதமுறு எண்கள்

2

2.0 அறிமுகம்

சாதாரண பின்னங்களை நாம் அன்றாட வாழ்க்கையில் அதிகமாக பயன்படுத்துகிறோம். அவற்றை சற்று மீள்பார்வை செய்வோம். தகு பின்னம், தகா பின்னம், மேலும் அவற்றின் கூட்டல், கழித்தல்களை முன் வகுப்பில் கற்றுள்ளோம். அவற்றை மீள்பார்வை செய்து பின்னங்களின் பெருக்கல், வகுத்தல் மேலும் தசம பின்னங்களைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்ளலாம். இவை எல்லாம் சேர்ந்தது விகிதமுறு எண்கள் கணம் என்ற முடிவுக்கு வரலாம்.

கீழ்கண்ட படங்களில் நிழலிட்ட பாகத்தின் பின்னம் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அவை சரியா?



படம் 1

$\frac{1}{2}$

ஆம்/இல்லை

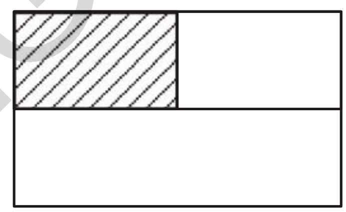
காரணம்.....................

படம் 2

$\frac{1}{2}$

ஆம்/இல்லை

காரணம் ....



படம் 3

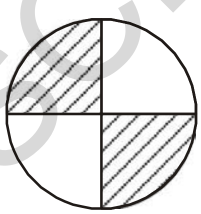
$\frac{1}{3}$

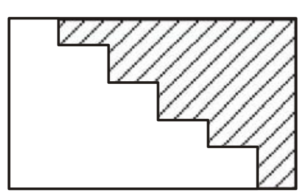
ஆம்/இல்லை

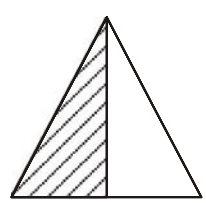
காரணம் ....

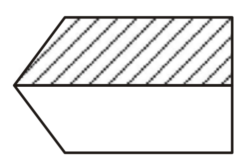
மேலே உள்ள படங்களை பார்க்கும் போது எல்லா பாகங்களும் சமமாக உள்ளனவா? இல்லையா? மேலும் 5 படங்களை உன் நண்பர்களுக்கு கொடுத்து சரிபார்.

இங்கு $\frac{1}{2}$ க்கு சில படங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.









நிழிலிட்ட பகுதிகள் சரியாக $\frac{1}{2}$ ஐ குறிக்கின்றனவா? நிழலிடாத பகுதியின் பின்னங்களை குறி.

இதை முயற்சி செய்

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ ஐ வெவ்வேறு வழிகளில் வெவ்வேறு படங்களின் உதவியால் நிழலிட்டு காட்டு உன் விடையை உன் நண்பர்களுடன் கலந்து பரிசீலனை செய்து சரிபார்.

தகு மற்றும் தகா பின்னங்கள்

நீங்கள் தகு மற்றும் தகா பின்னங்களைப் பற்றி கற்றுள்ளீர்கள். தகு பின்னம் என்பது ஒரு முழுமையான பகுதியில் ஒரு பாகத்தைக் காட்டுவது ஆகும். தகு பின்னங்களுக்கு 5 உதாரணங்களைக் கொடு.

$\frac{3}{2}$ என்பது தகுபின்னமா? இல்லையா? என எவ்வாறு சரிபார்ப்பாய்?

தகா பின்னங்களின் பண்புகள் யாவை? தகாபின்னங்களில் தொகுதிஎன்பது பகுதிக்கு சமமாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ இருக்கும். இதைப்பற்றி இன்னும் நீ என்ன அறிவாய்?

எல்லா தகா பின்னங்களையும் கலப்பு பின்னங்களாக எழுத முடியும் என்பதை நாம் பார்க்கலாம். $\frac{3}{2}$ என்ற தகா பின்னம் $1\frac{1}{2}$ என எழுதலாம். இது ஒரு கலப்பு பின்னம். இது ஒரு முழு எண்ணையும், ஒரு தகு பின்னத்தையும் கொண்டுள்ளது.

இதை செய்யுங்கள்

1. தகு பின்னம், தகா பின்னம், கலப்பு பின்னங்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் 5 உதாரணங்களைத் தருக.

முயன்று பார்

$2\frac{1}{4}$ ஐ படவடிவில் காட்டு. இதில் எத்தனை முழு பாகங்கள் உள்ளது?

பின்னங்களை ஒப்பிடுதல்

சமமான பகுதியை உடைய பின்னங்களை எவ்வாறு ஒப்பிடுவது என்பதை நினைவுகூர்க. எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ ல் $\frac{3}{5}$ ஆனது $\frac{1}{5}$ ஐ விட பெரியது ஏன்? சமமற்ற பகுதியை உடைய பின்னங்களை எவ்வாறு ஒப்பிடுவது என்பதை நினைவு கூர்க. எடுத்துக்காட்டாக $\frac{5}{7}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$ ல் எது பெரியது?

நாம் இவற்றை சமமான பகுதியை உடைய பின்னங்களாக மாற்றி ஒப்பிடுகிறோம்.

$\frac{5}{7}\times\frac{4}{4}=\frac{20}{28}$, ... மேலும் $\frac{3}{4}\times\frac{7}{7}=\frac{21}{28}$...

$\frac{5}{7}=\frac{20}{28}$ மேலும் $\frac{3}{4}=\frac{21}{28}$ எனவே $\frac{5}{7}<\frac{3}{4}$

இதை செய்யுங்கள்

1. (i). $\frac{3}{5}$ (ii). $\frac{4}{7}$ ஆகியவற்றின் சமான பின்னங்களை எழுது.
2. எது பெரியது? $\frac{5}{8}$ அல்லது $\frac{3}{5}$.
3. கீழ்கண்ட ஜோடிகள் சுருக்கிய பின்பு சமான பின்னங்களா என சரிபார்.

   (i) $\frac{3}{8}$ மற்றும் $\frac{375}{1000}$ (ii) $\frac{18}{54}$ மற்றும் $\frac{23}{69}$

   (iii) $\frac{6}{10}$ மற்றும் $\frac{600}{1000}$ (iv) $\frac{17}{27}$ மற்றும் $\frac{25}{45}$

நீங்கள் ஆறாம் வகுப்பில் பின்னங்களின் கூட்டல், கழித்தல்களை கற்றுள்ளீர்கள். இப்போது சில கணக்குகளைத் தீர்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : ரஜியா கொடுக்கப்பட்ட வீட்டு கணக்குகளை $\frac{3}{7}$ பாகம் முடிக்கிறாள். ஆனால் ரேகா $\frac{4}{9}$ பாகம் முடிக்கிறாள். குறைவான வீட்டு கணக்குப் பாகத்தை முடித்தது யார்?

தீர்வு: இதைக் காண நாம் $\frac{3}{7}$ உடன் $\frac{4}{9}$ ஐ ஒப்பிட வேண்டும். $\frac{3}{7}=\frac{27}{63}$; $\frac{4}{9}=\frac{28}{63}$

$\frac{27}{63}\langle\frac{28}{63}$ $\frac{28}{63}$

எனவே $\frac{3}{7}<\frac{4}{9}$

ரஜியா வீட்டுக் கணக்குகளில் குறைவான பகுதியை செய்துள்ளாள்.

எடுத்துக்காட்டு 2 : சங்கரின் குடும்பத்திற்கு மாதத்தின் முதல் 15 நாட்களுக்கு $3\frac{1}{2}$ கி.கி. சர்க்கரை தேவைப்பட்டது. அடுத்த 15 நாட்களுக்கு $3\frac{3}{4}$ கி.கி. சர்க்கரை தேவைப்பட்டது. அவர்களுக்கு மாதம் முழுவதும் தேவைப்படும் சர்க்கரை எவ்வளவு?

தீர்வு : தேவைப்படும் மொத்த சர்க்கரையின் எடை

$$= \left(3\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}\right) \text{ கி.கி}$$

$$= \left(\frac{7}{2}+\frac{15}{4}\right) \text{ கி.கி} \;=\; \frac{7X2}{2X2}+\frac{15}{4} \text{ கி.கி} \;=\; [\frac{14}{4}+\frac{15}{4}] \text{ கி.கி}$$

$$= \frac{29}{4} \text{ கி.கி} \;=\; 7\frac{1}{4} \text{ கி.கி}$$

எடுத்துக்காட்டு 3 : அஹமதின் பிறந்த நாள் விழாவில் மொத்த கேக்கில் $\frac{5}{7}$ பாகம் பங்கிடப்பட்டது. மீதியுள்ள கேக் எவ்வளவு?

தீர்வு : மொத்த கேக் $= 1$ அல்லது $\frac{1}{1}$

பங்கிடப்பட்ட கேக் $= \frac{5}{7}$

மீதியுள்ள கேக் $= 1-\frac{5}{7} = \frac{1x7}{1x7}-\frac{5}{7}$

$$= \frac{7}{7}-\frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

$\frac{2}{7}$ பாகம் கேக் மீதியானது.

பயிற்சி - 1

1. கீழ்கண்ட கணக்குகளைத் தீர்.

(i) $2+\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9}+\frac{1}{3}$ (iii) $1-\frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$

2. கீழ்கண்டவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுது.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

3. கீழேயுள்ள சதுரத்தில் கிடை வரிசையிலும், நிலை வரிசையிலும் மேலும் மூலைவிட்டங்களிலும் கூட்டினால் கிடைக்கும் மொத்தம் சமமா? என சரிபார்க்க.

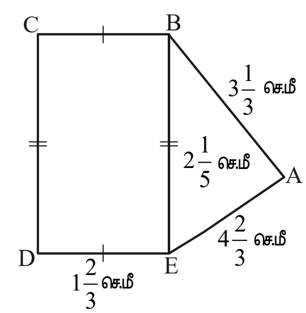
$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. ஒரு செவ்வக வடிவத் தாளின் நீளம் $5\frac{2}{3}$ செ.மீ மேலும் அகலம் $3\frac{1}{5}$ செ.மீ அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

5. ஒரு பலகாரம் தயார் செய்ய $3\frac{1}{4}$ தம்ளர் மாவு தேவைப்படுகிறது. ராதாவிடம் $1\frac{3}{8}$ பாகம் மாவு உள்ளது. அவளுக்கு மேலும் எவ்வளவு பாகம் மாவு தேவை?

6. அப்துல் தன் முழு ஆண்டு தேர்வுக்கு ஆயத்தமாகிறான். அவன் பாடப்பகுதியின் $\frac{5}{12}$ பாகத்தை படித்து முடித்தான். மீதியுள்ள பாடப்பகுதி எவ்வளவு?

7. அருகில் கொடுக்கப்பட்ட படத்தைக் கொண்டு (i) ΔABE (ii) செவ்வகம் BCDEன் சுற்றளவுகளைக் காண். எதன் சுற்றளவு அதிகம்? எவ்வளவு அதிகம்?



2.1 பின்னங்களின் பெருக்கல்

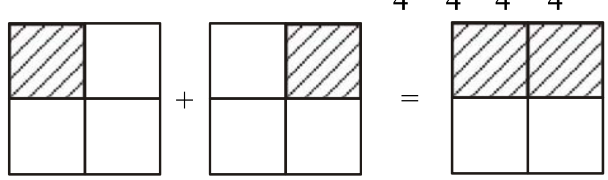
2.1.1 தசம பின்னங்களை முழு எண்ணால் பெருக்கல்

முழு எண்களின் பெருக்கல் என்பது கூட்டலின் சுருக்கம் என்பது தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக 5×4 என்பது 5 முறை 4ஐ கூட்டுதல்.

இவ்வாறே $2 \times \frac{1}{4}$ என்பது $\frac{1}{4}$ ஐ இரண்டு முறை கூட்டுதல் அல்லது 2 முறை $\frac{1}{4}$.

இதை படவடிவில் காட்டலாம். கீழ்கண்ட படம் 1ல் ஒவ்வொரு நிழலிட்ட பகுதியும் $\frac{1}{4}$ ஐக் காட்டுகிறது.

இரண்டு நிழலிட்ட பகுதிகளைக் கூட்டும் போது $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$.



படம் 1 படம் 2

இப்போது $3\times\frac{1}{2}$ ஐக் காணலாம். இது 3 முறை $\frac{1}{2}$ அல்லது (3 அரைகள்)

$$3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

இதை செய்

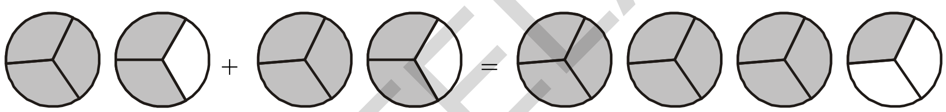
1. கணக்கிடு (i) $4\times\frac{2}{7}$ (ii) $4\times\frac{3}{5}$ (iii) $7\times\frac{1}{3}$

நாம் இதுவரை செய்த பின்னங்கள் $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{3}{5}$ என்பவை தகு பின்னங்கள்

இப்போது தகா பின்னங்கள் $\frac{5}{3}$ ன் பெருக்கல் $2\times\frac{5}{3}$ ஐப் பார்ப்போம்

$$2\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}+\frac{5}{3} = \frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$$

படவிளக்கமாக

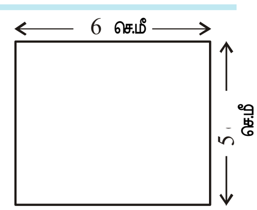


$$\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$

இதை செய்

1. கணக்கிடு (i). $5\times\frac{3}{2}$ (ii) $4\times\frac{7}{5}$ (iii) $7\times\frac{8}{3}$

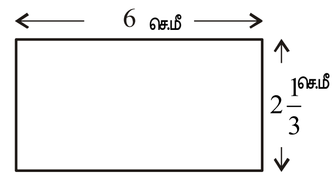
செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம் என நமக்குத் தெரியும். ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம், அகலங்கள் முறையே 6 செ.மீ, 5 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பளவு என்ன? பரப்பளவு $6 \times 5 = 30$ செ.மீ^{2} என்கிறோம்.



செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே 6 செ.மீ, $2\frac{1}{3}$ செ.மீ எனில் அதன் பரப்பளவு என்னவாக இருக்கும்?

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்பது நீள, அகலங்களின் பெருக்கற்பலன். ஒரு கலப்பு பின்னத்தை முழு எண்ணால் பெருக்கும்போது கலப்பு பின்னத்தை தகா பின்னமாக்கி பிறகு பெருக்க வேண்டும்

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= 6 \times 2\frac{1}{3}$



$= 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3}$ செ.மீ^{2} $= 14$செ.மீ^{2}

ஒரு முழு எண்ணை, தகுபின்னம் அல்லது தகா பின்னத்தால் பெருக்கும்போது நாம் முழு எண்ணையும், பின்னத்தின் தொகுதியையும் பெருக்குகிறோம். மேலும் பகுதியில் மாற்றம் இல்லை என்பதைத் தெரிந்துக் கொள்கிறோம்.

இதை செய்

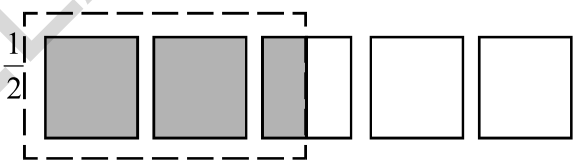
1. கீழ் கண்டவற்றை செய்.

(i) $3 \times 2\frac{2}{7}$ (ii) $5 \times 2\frac{1}{3}$ (iii) $8 \times 4\frac{1}{7}$ (iv) $4 \times 1\frac{2}{9}$ (v) $5 \times 1\frac{1}{3}$

2. படத்தில் காட்டு. $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$\frac{1}{2} \times 5$ ன் விளக்கம் என்ன? இதை நீ எவ்வாறு புரிந்துக் கொள்வாய்?

$\frac{1}{2} \times 5$ என்பது 5ல் பாதி. இதுவே $\frac{5}{2}$ அல்லது $2\frac{1}{2}$



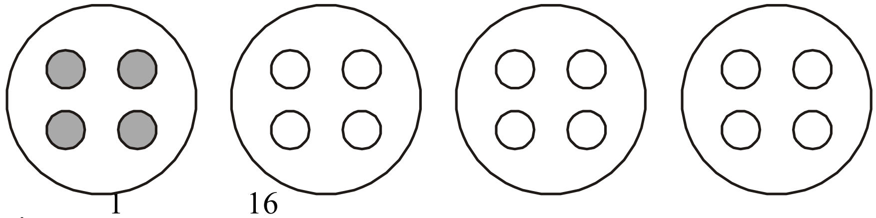
இவ்வாறு 5ல் $\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$

இவ்வாறாகவே, 3ல் பாதி அதாவது = 3ல் $\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ அல்லது $1\frac{1}{2}$

இதிலிருந்து நாம் 'ல்' (of) என்பது பெருக்கலைக் குறிக்கிறது.

16ல் $\frac{1}{4}$ என்பதன் பொருள் என்ன? 16 முழு பகுதிகளை 4 சமமான பாகங்களாக செய்து அதில் ஒரு பகுதியை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும் என்பதாகும். 16ஐ 4 சமபாகங்களாக செய்யும் போது ஒவ்வொரு பாகமும் 4 ஆகிறது. எனவே 16ல் $\frac{1}{4}$ என்பது 4 ஆகிறது.

இதை படத்தின் மூலம் கீழ்கண்டவாறு விளக்கலாம்.



16ல் $\frac{1}{4}$ அல்லது $\frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$

இவ்வாறாறே 16ல் $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$.

எடுத்துக்காட்டு 4 : நசிமாவிடம் 20 கோலிகள் உள்ளன. ரேஷ்மாவிடம் நசிமாவிடம் உள்ளதில் $\frac{1}{5}$ பாகம் கோலிகள் உள்ளன. ரேஷ்மாவிடம் உள்ள கோலிகள் எத்தனை?

தீர்வு : ரேஷ்மாவிடம் உள்ள கோலிகள் $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ கோலிகள்

எடுத்துக்காட்டு 5 ; நான்கு பேர் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில் ஒரு நாளைக்கு 15 சப்பாத்திகள் சாப்பிடுவார்கள். $\frac{1}{5}$ பாகம் சப்பாதிகளை தாயும், $\frac{3}{5}$ பாகம் குழந்தைகளும் சாப்பிடுவர். மீதி பாகம் தந்தை சாப்பிடுவார்.

(i) தாய் சாப்பிட்ட சப்பாத்திகள் எத்தனை?

(ii) குழந்தைகள் சாப்பிட்டவை எத்தனை சப்பாத்திகள்?

(iii) தந்தை சாப்பிட்ட சப்பாத்திகள் மொத்தத்தில் எத்தனை பாகம்?

தீர்வு : மொத்த சப்பாத்திகள் = 15

(i) தாய் சாப்பிட்ட சப்பாத்திகள் $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ சப்பாத்திகள்

(ii) குழந்தைகள் சாப்பிட்டவை $\frac{3}{5} \times 15 = 9$ சப்பாத்திகள்

(iii) தந்தை சாப்பிட்ட மீதி சப்பாத்திகள் $= 15 - 3 - 9 = 3$ சப்பாத்திகள்

தந்தை சாப்பிட்ட சப்பாத்திகள் பாகம் $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

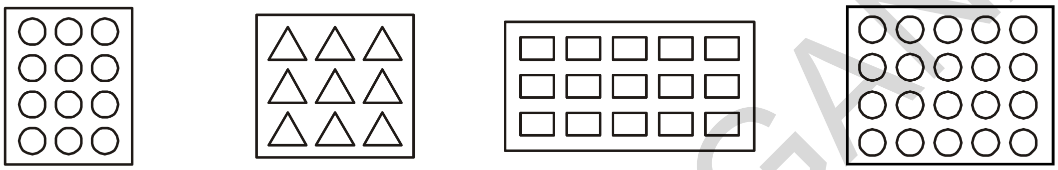
பயிற்சி - 2

1. கீழ்க்கண்டவற்றை பெருக்குக. விடையை கலப்பு பின்னத்தில் எழுது.

(i) $\frac{3}{6}\times 10$ (ii) $\frac{1}{3}\times 4$ (iii) $\frac{6}{7}\times 2$ (iv) $\frac{2}{9}\times 5$ (v) $15\times\frac{2}{5}$

2. நிழலிடுக:(i) படம் (a)வில் உள்ள வட்டங்களில் $\frac{1}{2}$ பாகம் (ii) படம் (b)ல் உள்ள முக்கோணங்களின் $\frac{2}{3}$ பாகம்

(iii) படம் (c)ல் உள்ள செவ்வகங்களில் $\frac{3}{5}$ பாகம் (iv)படம் (d)ல் உள்ள வட்டங்களில் $\frac{3}{4}$ பாகம்

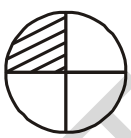


(a) (b) (c) (d)

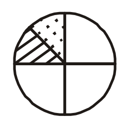
3. கணக்கிடு. (i) 12 ல் $\frac{1}{3}$ பாகம் (ii) 15ல் $\frac{2}{5}$ பாகம்

2.1.2 பின்னத்தை பின்னத்தால் பெருக்கல்

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ ன் பொருள் என்ன? மேலுள்ள கணக்குகளிலிருந்து இதை $\frac{1}{4}$ ல் $\frac{1}{2}$ என்கிறோம். $\frac{1}{4}$ பாகத்தை எடுத்துக்கொள்.



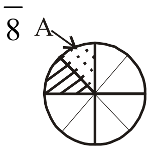
நிழலிட்ட பகுதியில் $\frac{1}{2}$ பாகத்தை எவ்வாறு காண முடியும்? நிழலிடப்பட்ட $\left(\frac{1}{4}\right)$ பாகத்தை இரண்டு சம பாகங்களாக செய்கிறோம் (படம் 1) அப்போது அது $\frac{1}{4}$ ல் $\frac{1}{2}$.



படம் 1

இதில் ஒரு பகுதியை ‘A’பாகம் என்றால் ‘A’ என்பது முழுவட்டத்தில் எத்தனை பாகம்? வட்டத்தின் ஒவ்வொரு பாகத்தையும் இரண்டு சமபாகங்களாக பிரித்தால் நமக்கு மொத்தம் 8 சம பாகங்கள் கிடைக்கும். ‘A’ என்பது இந்த எட்டு பாகங்களில் ஒன்றாகும்.

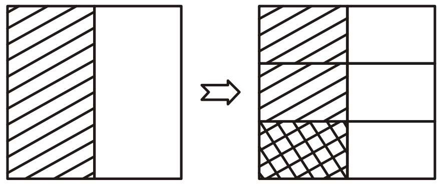
எனவே ‘A’என்பது முழு பாகத்தில் $\frac{1}{8}$ பாகம். இவ்வாறாக $\frac{1}{2}$ ல் $\frac{1}{4}$ $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$



படம் 2

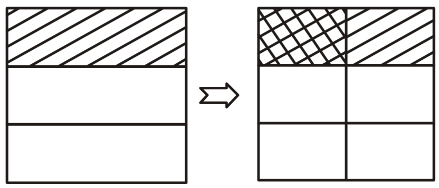
கணக்கிடு : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ மேலும் $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{2}$ ல் $\frac{1}{3}$



$=\frac{1}{6}$ எனவே $\frac{1}{2}$ ல் $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{3}$ ல் $\frac{1}{2}$



$=\frac{1}{6}$ எனவே $\frac{1}{3}$ ல் $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

இதிலிருந்து $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ எனத் தெரிந்து கொள்கிறோம்.

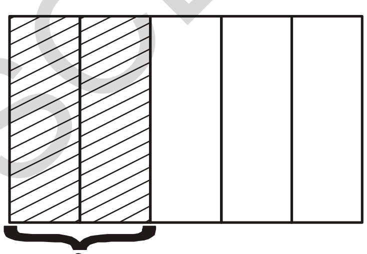
இதை செய்

1. பெட்டிகளை நிரப்புக.

(i) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1\times1}{5\times7}=\square$ (ii) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\square=\square$

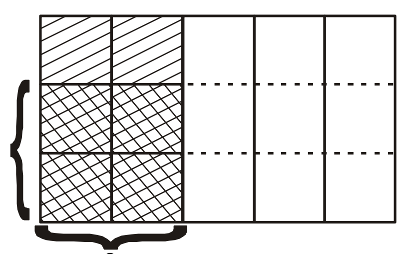
2. படத்தின் உதவியுடன் $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ மேலும் $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ ஐ விளக்கு. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ என்பதை சரிபார்.

$\frac{2}{5}$ ல் $\frac{2}{3}$ என்பதன் விளக்கத்தை காண்போம். $\frac{2}{5}$ என்பதை படம் (1)ல் காட்டியுள்ளோம் $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$ என்பதை படம் (2)ல் காட்டியுள்ளோம்.



$\frac{2}{5}$ படம் 1

$\frac{2}{3}$



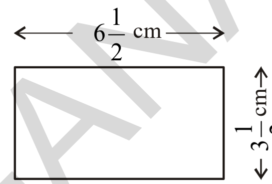
$\frac{2}{5}$ படம் 2

படம் (2)ல் குறுக்குக் கோடுகள் உள்ள பகுதி $\frac{2}{5}$ ல் $\frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

$\frac{2}{5}$ ல் $\frac{2}{3}$ ஐக் காண, $\frac{2}{5}$ ஐ மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரித்து அந்த 3 பாகங்களில் 2ஐ எடுத்துக் கொள்கிறோம். இந்த பகுதி மொத்தம் 15 பாகங்களில் 4 பாகங்களைக் குறிக்கிறது. $\frac{2}{5}$ ல் $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

இரண்டு பின்னங்களின் பெருக்கற்பலன் = $\dfrac{\text{தொகுதிகளின் பெருக்கற்பலன்}}{\text{பகுதிகளின் பெருக்கற்பலன்}}$

என்பதை நாம் மேல் கூறிய எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் தெரிந்துக் கொள்கிறோம்.



$6\frac{1}{2}$ செ.மீ, $3\frac{1}{2}$ செ.மீ நீள அகலங்களை உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு என்னவாக இருக்கும்.

TWT[Ü : $6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2}$ செ.மீ^{2} $= \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4}$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 6 : நரேந்திரன் ஒரு புத்தகத்தின் $\frac{1}{4}$ பாகத்தை ஒரு மணி நேரத்தில் படிக்கிறான். அவன் $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் புத்தகத்தில் எவ்வளவு பாகத்தைப் படிப்பான்?

தீர்வு : 1 மணிநேரத்தில் நரேந்திரன் படித்த புத்தகததின் பாகம் $= \frac{1}{4}$

$2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் அவன் படித்த பாகம் $= 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

நரேந்திரன் $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் $\frac{5}{8}$ பாகம் புத்தகத்தைப் படிப்பான்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒரு நீச்சல் குளம் அரை மணி நேரத்தில் அதன் $\frac{3}{10}$ பாகம் நிரப்பப்படுகிறது. $1\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் குளத்தில் எவ்வளவு பாகம் நிரம்பும்?

தீர்வு : அரை மணி நேரத்தில் குளம் நிரப்பப்படும் பாகம் $= \frac{3}{10}$.

$1\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் அரை மணி நேரத்தில் நிரப்பப்படுவதைப் போல் 3மடங்கு நிரப்பப்படும் $= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

எனவே $1\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் குளத்தின் $\frac{9}{10}$ பாகம் நிரப்பப்படும்.

இதை செய்

1ஐ விட பெரிய இரண்டு முழுஎண்களை பெருக்கும்போது அவற்றின் பெருக்கற்பலன், அந்த இரண்டு முழுஎண்களை விட அதிகம் என நமக்குத் தெரியும். உதாரணமாக $3 \times 4 = 12$. எனவே $12 > 4$ மேலும் $12 > 3$, இந்த விதமாக இரண்டு பின்னங்களை பெருக்கும் போது வரும் பெருக்கற்பலன் எவ்விதமாக இருக்கும்?

எ.கா: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	பெருக்கற்பலன் ஒவ்வொரு பின்னத்தை விட சிறியது.
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = ------$		
$\frac{3}{5} \times \frac{\square}{2} = \frac{21}{10}$		
$\frac{5}{\square} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{6}$		

பயிற்சி - 3

1. கீழ்க்கண்டவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காண்.

   (i) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$ (ii) $6 \times \frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$

2. பெருக்குக மேலும் அவற்றை சுருக்குக.

   (i) $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$

3. எது பெரியது?

   (i) $\frac{4}{7}$ ல் $\frac{2}{5}$ (அ) $\frac{1}{2}$ ல் $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{7}$ ல் $\frac{1}{2}$ (அ) $\frac{3}{7}$ ல் $\frac{2}{3}$

4. ரெஹனா ஒரு நாளுக்கு $2\frac{1}{2}$ மணிநேரம் எம்பிராய்டரி செய்கிறாள். அவள் அந்த வேலையை 7 நாட்களில் முடிக்கிறாள். அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை மணி நேரம் வேலை செய்ய வேண்டும்?

5. ஒரு லாரி 1 லிட்டர் பெட்ரோலில் 8 கி.மீ தூரம் செல்லும் எனில் $10\frac{2}{3}$ லிட்டர் பெட்ரோலில் எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?

6. ராஜா 1 விநாடியில் $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் நடக்கிறான் எனில் அவன் 15 நிமிடங்களில் எவ்வளவு தூரம் நடப்பான்?

7. கீழ்கண்ட வாக்கியங்கள் மெய்யாக இருக்குமாறு கட்டங்களில் நிரப்புக.

(i) $\frac{2}{3} \times \frac{\square}{\square} = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 பின்னங்களின் வகுத்தல்

உன்னிடம் 15 மீ துணி இருக்கிறது என்க. அதை $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் துண்டுகளாக செய்ய விரும்புகிறாய். அவ்வாறு செய்வதில் உனக்கு எத்தனை $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் துண்டுகள் கிடைக்கும்? 15லிருந்து அடுத்தடுத்து $1\frac{1}{2}$ மீஐக் கழித்துக்கொண்டு வந்தால் எத்தனை முறை கழிக்கிறோமோ அத்தனை துண்டுகள் கிடைக்கும்.

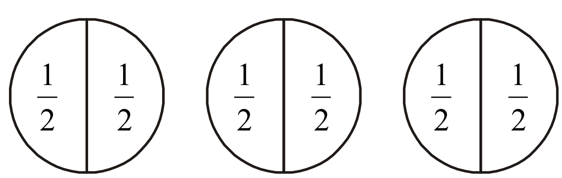
மற்றொரு உதாரணத்தைக் கவனி. $\frac{21}{2}$ செ.மீ நீளமுடைய பேப்பர் துண்டை $\frac{3}{2}$ செ.மீ நீளமுள்ள துண்டுகளாக செய்தால், எத்தனை துண்டுகள் கிடைக்கும்? இதைச் செய்ய வேண்டுமெனில் $\frac{3}{2}$ செ.மீ உள்ள ஒவ்வொரு துண்டாக செய்யலாம். அல்லது $\frac{21}{2}$ செ.மீ ஐ $\frac{3}{2}$ செ.மீ ஆல் வகுக்கலாம். அதாவது $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$.

இதை செய்யும் முன் $15 \div 3$ என்ற முழு எண்களின் வகுத்தலைப் பார்க்கலாம். இதில் 15ல் எத்தனை மூன்றுகள் உள்ளன என கணக்கிடுகிறோம். இதன் விடை 5. இதே போன்று 18ல் எத்தனை 2கள் உள்ளன என கணக்கிட 18/2 அல்லது $18 \div 2$ ஐ கணக்கிடுகிறோம். கிடைக்கும் விடை 9. இந்த முழுஎண்களின் வகுத்தலுடன் பின்னங்களின் வகுத்தலை ஒப்பிடுவோம்.

2.2.1 முழு எண்ணை பின்னத்தால் வகுத்தல்

$3 \div \frac{1}{2}$ன் வகுத்தலைக் காணலாம்.

கிரண் 3ல் எத்தனை $\left(\frac{1}{2}\right)$ கள் உள்ளன என்பதை கணக்கிடலாம் என்றான். 3ல் எத்தனை $\frac{1}{2}$ கள் உள்ளன என்பதைக் காண, நாம் கீழ்கண்ட படத்தை வரைகிறோம்.

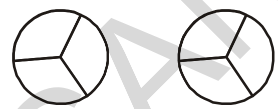


மேலுள்ள படத்திலிருந்து 3ல் 6 அரைகள் உள்ளதைக் காட்டுகிறது. எனவே $3 \div \frac{1}{2} = 6$

$2 \div \frac{1}{3}$ ஐப் பற்றி சிந்தித்துப்பார்.

இது 2 முழுக்களில் எத்தனை $\left(\frac{1}{3}\right)$ பாகங்கள் உள்ளன என்பதாகும். இதை எவ்வாறு படத்தில் விளக்கலாம்.

பக்கத்திலுள்ள படத்திலிருந்து $2 \div \frac{1}{3} = 6$

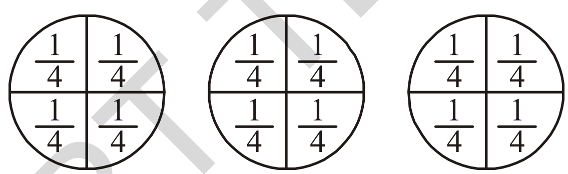


இதை செய்

கணக்கிடு. (i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$

2.2.1(a) பின்னத்தின் தலைகீழி

$3 \div \frac{1}{4}$ ஐக் கவனி. இது 3 முழுக்களில் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள $\frac{1}{4}$ சமமான பாகங்கள் என்பதைக் குறிக்கிறது.



மூன்றிலும் உள்ள $\frac{1}{4}$ பாகங்கள் 12 அல்லது $3 \div \frac{1}{4} = 12$

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$.

எனவே $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$

$2 \div \frac{1}{3}$ என்பதை $2 \div \frac{1}{3}$ = 6 என நாம் படித்தோம்.

இந்த உதாரணத்தில் $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

இவ்வாறே $4 \div \frac{1}{4} = 16$ மேலும் $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

$\frac{3}{1}$ என்பது $\frac{1}{3}$ ன் பகுதி, தொகுதிகளை மாற்றினால் கிடைப்பதாகும். இவ்வாறே $\frac{4}{1}$ என்பது $\frac{1}{4}$ ன் தலைகீழி ஆகும்.

இந்த பெருக்கற்பலன்களை கவனித்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக :

$7 \times \frac{1}{7} = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{9} \times 9 =$ .... $\qquad$ $\frac{2}{7} \times$ .... $= 1$

$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} =$ .... $\qquad$ .... $\times \frac{5}{9} = 1$

இவ்வாறே இன்னும் ஐந்து பெருக்கல்களை செய்.

பூஜ்ஜியமல்லாத இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 1 எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழிகள் ஆகும்.

$\frac{4}{7}$ ன் தலைகீழி $\frac{7}{4}$ மேலும் $\frac{7}{4}$ ன் தலைகீழி $\frac{4}{7}$.

$\frac{5}{9}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ ன் தலைகீழிகள் எவை?

இதை செய்

1. ஒரு தகு பின்னத்தின் தலைகீழி தகு பின்னமாகுமா?
2. ஒரு தகா பின்னத்தின் தலைகீழி தகா பின்னமாகுமா?

நாம் இவ்வாறு இதை சொல்லலாம்.

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \left(\frac{1}{2} \text{ன் தலைகீழி}\right) = 1x\frac{2}{1}$

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \left(\frac{1}{4} \text{ன் தலைகீழி}\right) = 3x\frac{4}{1}$

ராஜ் தலைகீழிமுறையை கலப்பு பின்னத்திற்கு உபயோகித்தான் $1\frac{1}{2}$ ன் தலைகீழி $1\frac{2}{1}$ என்றான். இது சரியா சரிபார்.

$3 \div \frac{1}{2} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

எனவே $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \left(\frac{3}{4} \text{ன் தலைகீழி}\right) = 2 \times \frac{4}{3}$

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times \ \ldots\ldots\ldots\ldots = 5 \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

எனவே, பின்னத்தால் வகுத்தல் என்பது அந்த பின்னத்தின் தலைகீழியால் பெருக்குவதற்கு சமம்.

இதை செய்

கணக்கிடு. (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

ஒரு முழு எண்ணை ஒரு கலப்பு பின்னத்தால் வகுக்க வேண்டுமெனில் முதலில் கலப்புபின்னத்தை தகா பின்னமாக்கிய பிறகு வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ $\quad 11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$ கண்டுபிடி.

இதை செய்

கணக்கிடு.

(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$ (ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

2.2.2 பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் வகுத்தல்

$\frac{3}{4} \div 3$ ன் மதிப்பு என்ன?

மேற்கூறிய கணக்குகளின் படி $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

எனவே $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ $\frac{5}{7} \div 6$ மேலும் $\frac{2}{7} \div 8$ ன் மதிப்புகள் என்ன?

கலப்பு பின்னங்களை முழு எண்களால் வகுக்க வேண்டுமெனில், கலப்பு பின்னங்களை தகா பின்னமாக மாற்றி, பிறகு வகுக்க வேண்டும்.

$2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$. $4\frac{2}{5} \div 3 = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots;$ $2\frac{3}{5} \div 2 = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

2.2.3 ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் வகுத்தல்

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ ஐ வகுக்கும் போது

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{6} \text{ ன் தலைகீழி}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

இவ்வாறே $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \left(\frac{2}{3} \text{ ன் தலைகிழி}\right) = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

இதை செய்

கணக்கிடு. (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

எடுத்துக்காட்டு 8 : ஒரு காலியான நீச்சல் குளம் $\frac{9}{10}$ பாகம் நிரப்பப்பட வேண்டும். ஒரு குழாய் $\frac{3}{10}$ பாகம் குளத்தை நிரப்ப $\frac{1}{2}$ மணி நேரம் ஆகிறது எனில் $\frac{9}{10}$ பாகம் நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

தீர்வு : நாம் $\frac{9}{10}$ ல் எத்தனை $\frac{3}{10}$ கள் உள்ளன என்பதை கணக்கிடவேண்டும்.

$\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = 3$ எனவே $\frac{9}{10}$ பாகம் குளத்தை நிரப்ப 3 அரை மணி நேரங்கள் அதாவது $1\frac{1}{2}$ மணி நேரம் பிடிக்கும்.

பயிற்சி - 4

1. கீழ்கண்ட பின்னங்களின் தலைகீழிகளை எழுது.

(i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. கணக்கிடு.

(i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. கணக்கிடு.

(i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. தீபக் ஒரு நாளில் வீட்டின் $\frac{2}{5}$ பாகத்திற்கு பெயிண்ட் அடிக்க முடியும். வேலையைத் தொடர்ந்து செய்தால் முழு வீட்டை பெயிண்ட் அடிக்க எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

2.3 தசம எண்கள் அல்லது தசம பின்னங்கள்

நாம் ஆறாம் வகுப்பில் தசம பின்னங்களைப் பற்றியும் அவற்றில் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்களைப் பற்றியும் கற்றுள்ளோம். இப்போது அவற்றை மீள்பார்வை செய்தபிறகு தசம பின்னங்களின் பெருக்கல், வகுத்தலைக் காணலாம்.

12714 ஐ விரிவான வடிவில் எழுத

$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times ......+ 1 \times ...... + 4 \times 1$

12714.2 வின் விரிவான வடிவம் என்ன?

இடது பக்கம் செல்லசெல்ல மதிப்புகள் 10-ன் மடங்குகளாக அதிகமாகிறது.

(தொடரும்) $\xleftarrow{\times 10}$ 10 ஆயிரங்கள் = 10000 $\xleftarrow{\times 10}$ 10 நூறுகள் = 1000 $\xleftarrow{\times 10}$ 10 பத்துகள் 100 $\xleftarrow{\times 10}$ 10 ஒன்றுகள் = 10 $\xleftarrow{\times 10}$ 1 ஒன்று

இடமிருந்து வலப்பக்கமாக சென்றால் என்ன ஆகும்? மதிப்புகள் 10ஆல் வகுக்கப்படுகின்றன.

ஒன்றை 10ஆல் வகுத்தால் என்ன கிடைக்கும்? $1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$ என்பதை நினைவுப் படுத்திக்கொள்?

1 ஒன்று $\xrightarrow{\div 10}$ 10ல் ஒரு பாகம் (அ) $\frac{1}{10}$ (அ) 0.1 $\xrightarrow{\div 10}$ 100ல் ஒரு பாகம் (அ) $\frac{1}{100}$ (அ) 0.01 $\xrightarrow{\div 10}$ 1000ல் ஒரு பாகம் (அ) $\frac{1}{1000}$ (அ) 0.001 $\xrightarrow{\div 10}$ (தொடரும்)

இவ்வாறாக 12714.2 ன் விரிவான முறை

$$12714.2 = 1\times 10000 + 2\times 1000 + 7\times ......+ 1\times ...... + 4\times 1 + 2\times \frac{1}{10}$$

இப்போது 3.42ன் எல்லா எண்களின் இடமதிப்பை எழுது. (.)தசமப் புள்ளி என்பது முழு எண்ணையும் தசம பாகத்தையும் பிரிக்கிறது. தசமப்புள்ளியின் வலது பாகத்தை தசமபாகம் என குறிப்பிடப்படுகிறது. தசமப்புள்ளியின் இடது பாகம் முழு எண் பாகம் என்கிறோம்.

3.42ல்

	3என்பது ஒன்று இடத்தில் உள்ளது	4என்பது தசமபுள்ளியை அடுத்த முதல் இடத்தில் உள்ளது	2 என்பது தசமப்புள்ளிக்கு அடுத்து இரண்டாவது இடத்தில் உள்ளது
இடமதிப்பு	$3\times 1 = 3$	$4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$ (அ) 0.4	$2\times\frac{1}{100}=\frac{2}{100}$ (அ) 0.02

முயற்சி செய்

1. கீழ்கண்ட அட்டவணையை கவனித்து, கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

நூறுகள் (100)	பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தாவது $\left(\frac{1}{10}\right)$	நூறாவது $\left(\frac{1}{100}\right)$	ஆயிரமாவது $\left(\frac{1}{1000}\right)$	எண்
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	________
3	2	__	__	5	4	327.154
6	__	4	__	2	__	614.326
2	__	6	5	__	2	236.512

2. கீழ்கண்ட எண்களை விரிவான வடிவத்தில் எழுது.

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

ரூபாய், நீளம், எடை போன்றவற்றை ஓர் அலகிலிருந்து மற்றொரு அலகிற்கு மாற்றும் போது தசமங்களை உபயோகிக்கிறோம். உதாரணமாக 5 பைசா = ₹ $\frac{5}{100}$ = ₹0.05; 220 கிராம் = $\frac{220}{1000}$ கிலோ = 0.220 கிலோ ; 5 செ.மீ = $\frac{5}{100}$ மீ = 0.05 மீ

இதை செய்

நிரப்புக. (i) 50 பைசா = ₹ ______ (ii) 22 கி = ______ கி.கி (iii) 80 செ.மீ = மீ

2.3.1 தசமங்களை ஒப்பிடுதல்

யார் அதிகமான ரூபாயை வைத்திருக்கிறார்கள்?

அபிஷேக் மற்றும் நேஹாவிடம் முறையே ₹ 375.50 மேலும் ₹ 375.75 அவர்களுடைய சிறுசேமிப்பில் உள்ளது. யாரிடம் அதிகமாக உள்ளது என்பதை கணக்கிட, முதலில் தசமப்புள்ளியில் இடதுபக்கம் உள்ள முழுஎண் பாகத்தை ஒப்பிட வேண்டும். இரண்டு முழு எண்பாகங்களும் சமமாக இருந்தால் 10வது பாகத்தை ஒப்பிட வேண்டும். இந்த கணக்கில் முதல் எண்ணின் பத்தாவது பாகம் 5, இரண்டாம் எண்ணின் பத்தாவது பாகம் 7. எனவே 7/10 >5/10, நேஹாவிடம் அதிகமாக உள்ளது. எனவே 375.75 > 375.50.

கீழ்கண்ட கணக்குகளில் உள்ள ஜதைகளில் எது பெரியது?

(i) 37.65 மேலும் 37.60 (ii) 1.775 மேலும்19.780 (iii) 364.10 மேலும் 363.10

நாம் இப்போது தசமங்களின் கூட்டல், கழித்தல்களைப் பார்ப்போம்.

(i) 221.85 + 37.10 (ii) 39.70 - 6.85

$$\begin{array}{r} 221.85 \\ +37.10 \\ \hline 258.95 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39.70 \\ -\ 06.85 \\ \hline 32.85 \\ \hline \end{array}$$

தசமங்களின் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் செய்யும் போது எண்கள் அந்தந்த இடங்களுக்கு நேராக இருக்குமாறு எழுதி கூட்டல் (அ) கழித்தல் செய்ய வேண்டும். தசம பாகத்தில் முதல்தசமம், இரண்டாம் தசமம் என அவற்றின் இடங்களில் மட்டுமே எழுதவேண்டும். தேவையான தசம இடங்களில் '0' எழுதலாம்.

இதை செய்

கணக்கிடு (i) 0.25 + 5.30 (ii) 29.75 - 25.97.

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தின் சமமான பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 3.5செ.மீ மற்றும் மூன்றாவது பக்கம் 2.5செ.மீ எனில் முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட இருசமபக்க முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = 3.5செ.மீ+3.5செ.மீ+2.5செ.மீ
= 9.5செ.மீ

பயிற்சி - 5

1 செ.மீ = 10மி.மீ
1 மீ = 100 செ.மீ
1 கி.மீ = 1000மீ
1கி.கி = 1000கி

1. எது பெரியது?
   (i) 0.7 அல்லது 0.07 (ii) 7 அல்லது 8.5
   (iii) 1.47 அல்லது 1.51 (iv) 6 அல்லது 0.66
2. கீழ்கண்டவற்றை தசமங்களை உபயோகித்து ரூபாய்களாக மாற்று.
   (i) 9 பைசா (ii) 77 ரூபாய் 7 பைசா (iii) 235 பைசா.
3. (i) 10 செ.மீஐ மீட்டர் மற்றும் கிலோ மீட்டராக மாற்று.
   (ii) 45மிமி. ஐ சென்டிமீட்டர், மீட்டர் கிலோமீட்டராக மாற்று.

4. கீழ்கண்டவற்றை கிலோகிராமில் எழுது.

(i) 190 கி (ii) 247 கி (iii) 44 கி 80 கி

5. கீழ்கண்ட தசம எண்களை விரிவு முறையில் எழுது.

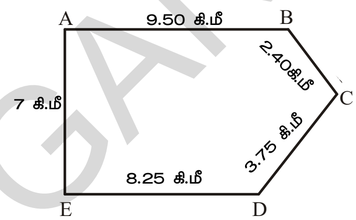
(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03

(iv) 30.303 (v) 1234.56

6. கீழ்கண்ட தசம எண்களில் 3 ன் இடமதிப்பை எழுது.

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43

(iv) 90.30 (v) 794.037



7. அருணாவும் ராதாவும் இரண்டு வெவ்வேறு இடங்களிலிருந்து அவர்களின் பயணத்தை ஆரம்பித்தனர். அருணா Aயிலிருந்து B மீண்டும் அங்கிருந்து Cக்கும், ராதா Eயிலிருந்து D மீண்டும் அங்கிருந்து Cக்கு சென்றாள். யார் அதிகமான தூரம் பிரயாணம் செய்தார்கள். எவ்வளவு தூரம் அதிகம்?

8. உபேந்திரா காய்கறிகளை வாங்க மார்க்கெட்டுக்கு சென்றார். அவர் 2 கிகி 250 கி தக்காளி, 2 கி.கி 500 கி உருளைக்கிழங்கு, 750 கி வெண்டைக்காய் மேலும் 125 கி பச்சைமிளகாய் வாங்கினார். மொத்தம் அவர் எவ்வளவு எடையுள்ள காய்கறிகளை வீட்டுக்கு எடுத்துக்கொண்டு சென்றார்?

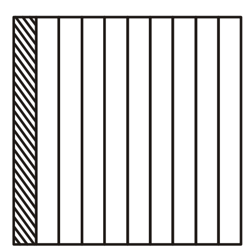
2.4 தசமஎண்களின் பெருக்கல்

7ஆம் வகுப்பு படிக்கும் ராஜேந்திரா அவனுடைய அம்மாவுடன் காய்கறிகள் வாங்க கடைத்தெருவுக்கு சென்றான். அவர்கள் 2.5 கி.கி உருளைக்கிழங்கை கிலோ ₹ 8.50 என வாங்கினர். அவர்கள் எவ்வளவு ரூபாய் கொடுக்கவேண்டும்?

நான் அன்றாட வாழ்க்கையில் தசம பின்னங்களை பெருக்கும் தேவை அதிகமாக உள்ளது. எனவே இரண்டு தசமஎண்களின் பெருக்கலைக் கற்றுக்கொள்வோம்.

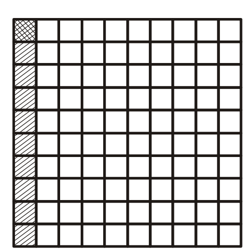
இப்போது 0.1×0.1 ஐ பெருக்கலாம். 0.1 என்பதை $\frac{1}{10}$ எனகுறிக்கலாம்.

அதை படம் 1ல் பார்க்கலாம்.



படம் 1

$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ இதை $\frac{1}{10}$ ல் $\frac{1}{10}$ எனலாம். மேலும் இதை $\frac{1}{10}$ ஐ 10சம பாகங்களாகப் பிரித்தல் ஆகும். இது படம் 2ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. படம் 2ல் எத்தனை சதுரங்கள் உள்ளன? 100 சதுரங்கள் அதில் 1 சதுரம் என்பது 100ல் 1 அல்லது 0.01



படம் 2

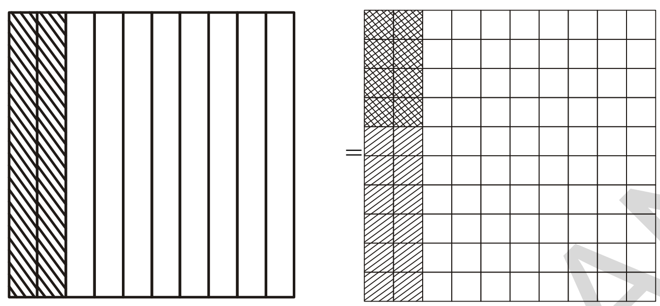
$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$ என முடிவுக்கு வருகிறோம்.

இப்போது 0.4×0.2 ஐப் பார்க்கலாம்.

$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10}$ (அல்லது) $\frac{2}{10}$ ல் $\frac{4}{10}$

படவிளக்கமாக

$\frac{2}{10}$ $\qquad\qquad$ $\frac{2}{10}$ ல் $\frac{4}{10}$



$= \frac{8}{100}$

இதில் 8 சதுரங்கள் இருமுறை நிழலிடப்பட்டுள்ளன. இது 0.08ஐ குறிக்கும். 0.1×0.1 மேலும் 0.4×0.2 ன் பெருக்கலில் தசம எண் என்பதை விளக்கி நாம் இவற்றை முழுஎண்களாக கருதி பெருக்குகிறோம். 0.1×0.1,யை நாம் 01×01 அல்லது 1×1 என கருதி பெருக்கிறோம் இவ்வாறே 0.4×0.2ல் 04×02 அல்லது 4×2 என கருதி பெருக்குகிறோம் இவற்றின் பெருக்கற் பலன்கள் முறையே 1 மேலும் 8.

தசமப்புள்ளிக்கு வலது பக்கம் உள்ள இலக்கங்களை எண்ணுகிறோம். 0.1×0.1 மேலும் 0.4×0.2ல் தசமப்புள்ளிக்கு வலது பக்கம் 2 எண்கள் உள்ளன. எனவே அவற்றின் பெருக்கற்பலனில் வலது பக்கத்திலிருந்து இடதுப் பக்கத்திற்கு இரண்டு இலக்கங்களை அடுத்து தசமபுள்ளி வைக்கிறோம்.

$0.1 \times 0.1 = .01$ (அ) 0.01

$0.4 \times 0.2 = .08$ (அ) 0.08

ஏதேனும் ஒரு தசம எண்ணிற்கு முழுஎண்பாகம் இல்லையெனில் '0'ஐ தசமபுள்ளியின் இடதுபுறம் வைக்கிறோம். இது தசமப்புள்ளியின் முக்கியத்துவத்தை தெரியப்படுத்துகிறது.

0.5×0.05 ஐ பெருக்கும் போது தசமப்புள்ளியை விடையில் வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கம் மூன்று இலக்கங்களை எண்ணி அதையடுத்து வைக்க வேண்டும். $0.5 \times 0.05 = 0.025$

1.2×2.5ன் பெருக்கலைப்பார். 12×25ஐ பெருக்கினால் 300 விடையாகும். கணக்கில் உள்ள தசம இடங்களின் எண்ணிக்கை 1+1=2 எனவே 300ல் ஒன்று இடத்தில் இருந்து கணக்கிட்டு இரண்டு எண்கள் தள்ளி தசமப்புள்ளியை வைக்க வேண்டும். $1.2 \times 2.5 = 3.00 = 3$

2.5×1.25ஐ பெருக்கும்போது 25×125 பெருக்கிவரும், விடையில் ஒன்றாம் இடத்தில் இருந்து கணக்கிட்டு மூன்று எண்கள் தள்ளி தசமப் புள்ளியை வைக்க வேண்டும். எனவே $2.5 \times 1.25 = 3.225$.

இவற்றை செய்யுங்கள்

1. கணக்கிடு. (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
2. மேலே கணக்கில் கிடைத்த பெருக்கற்பலன்களை இறங்குவரிசையில் எழுது.

எடுத்துக்காட்டு 10 : ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 7.1 செ.மீ, அகலம் 2.5 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பைக் காண்.

தீர்வு : செவ்வகத்தின் நீளம் = 7.1 செ.மீ

செவ்வகத்தின் அகலம் = 2.5செ.மீ

எனவே செவ்வகத்தின் பரப்பு = $7.1 \times 2.5 = 17.75$ செ.மீ^{2}

2.4.1 a) தசம எண்ணை 10,100,1000... ஆல் பெருக்குதல்

ரேஷ்மா $3.2 = \dfrac{32}{10}$ எனவும், $2.35 = \dfrac{235}{100}$ எனவும் தெரிந்துக்கொண்டாள். தசமப்புள்ளியின் இடத்தைக் கொண்டு தமச எண்ணை 10,100... பகுதிகளைக் கொண்ட பின்னங்களாக மாற்றலாம் எனத் தெரிந்துக்கொண்டாள். அவளுக்கு தசம எண்ணை 10,100,1000... ஆகியவற்றால் பெருக்கினால் என்னவாகும் எனத் தெரிந்துக்கொள்ள ஆர்வம் காட்டினாள்.

10(அ)100(அ)1000ஆல் பெருக்கும் முறையைத் தெரிந்துக் கொள்ளலாம். கீழ்கண்ட அட்டவணையின் அமைப்பை பரிசீலித்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

$1.76 \times 10 = \dfrac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$	$12.356 \times 10 =$ ....
$1.76 \times 100 = \dfrac{176}{100} \times 100 = 176$ அல்லது 176.0	$2.35 \times 100 =$	$12.356 \times 100 =$ ....
$1.76 \times 1000 = \dfrac{176}{100} \times 1000 = 1760$ அல்லது 1760.0	$2.35 \times 1000 =$	$12.356 \times 1000 =$ ....
$0.5 \times 10 = \dfrac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ .... ; $0.5 \times 1000 =$		

உன் விடைகளைப் பார். அதிலிருந்து ஒரு குறிபிட்ட அமைப்பைத் தெரிந்து கொண்டாயா? 10,100,1000...ல் பெருக்கும் போது தசமப்புள்ளி அவற்றில் எத்தனை '0'க்கள் உள்ளனவோ அத்தனை எண்கள் வலப்புறம் நகர்கிறது.

2.4.2 தசம எண்களின் வகுத்தல்

கோபால் அவனுடைய வகுப்பறையை அலங்காிக்க ஒரு டிசைன் தயாரித்து கொண்டிருந்தான். அவனுக்கு ஒவ்வொன்றும் 1.6 செ.மீ நீளமுடைய காகிதங்கள் தேவைப்பட்டன. அவனிடம் 9.6 செ.மீ நீளமுள்ள காகிதம் இருந்தது. அவன் அதிலிருந்து 1.6 செ.மீ நீளமுடைய எத்தனை துண்டுகள் வெட்டலாம்? அவன் $\frac{9.6}{1.6}$ என்பது தேவையான துண்டுகளை கொடுக்கும் என நினைத்தான். இது சரியா. ஆனால் 9.6, 1.6 என்பவை தசமஎண்கள். எனவே நாம் தசமஎண்களின் வகுத்தலும் தெரிந்துக்கொள்ள வேண்டும்.

2.4.2 a) தசம எண்களை 10, 100, 1000 ...ஆல் வகுத்தல்

$31.5 \div 10$ ஐப்பார்

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

இவ்வாறே $31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$

10, 100, 1000ஆல் வகுக்க சுருக்கு முறையைக் காண்போம். கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைப் உற்றுநோக்கி பூர்த்திசெய்.

$29.5 \div 10 = 2.95$	$132.7 \div 10 =$	$1.5 \div 10 =$	$17.36 \div 10 =$ ....
$29.5 \div 100 = 0.295$	$132.7 \div 10 =$	$1.5 \div 100 =$	$17.36 \div 100 =$ ....
$29.5 \div 1000 = 0.0295$	$132.7 \div 1000 =$	$1.5 \div 1000 =$	$17.36 \div 1000 =$ ....

2.4.2 (b) தசம எண்ணை முழு எண்ணால் வகுத்தல்

$\frac{6.4}{2}$ ன் வகுத்தலைப் பார்ப்போம். இதை $6.4 \div 2$ எனவும் எழுதலாம்.

$$6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

$12.96 \div 4$ ஐ கணக்கிடலாம் $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

இதை செய்

1. கண்டுபிடி (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$

எடுத்துக்காட்டு 11 : 4.2, 3.8 மேலும் 7.6ன் சராசரியைக் கண்டுபிடி

தீர்வு : 4.2, 3, 8 மேலும் 7.6ன் சராசரி $= \frac{4.2 + 3.8 + 7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (c) தசம எண்ணை தசம எண்ணால் வகுத்தல்

$35.5 \div 0.5. = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$

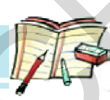
எனவே $35.5 \div 0.5 = 71$

எடுத்துக்காட்டு 12 : ஒரு லாரி 2.5 மணி நேரத்தில் 92.5 கி.மீ தூரத்தை கடக்கிறது. அந்த லாரி அதே வேகத்தில் பயணம் செய்தால் 1 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்?

தீர்வு : லாரி பயணம் செய்த தூரம் = 92.5 கி.மீ

இதை கடக்க எடுத்துக் கொண்ட காலம் = 2.5 மணி நேரம்

∴ 1 மணியில் கடந்த தூரம் $= \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ கி.மீ



பயிற்சி - 6

1. கீழ்கண்டவற்றைத் தீர்.

(i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5

(iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5

(vii) 2×0.86

2. 6.2 செ.மீ நீளமும், 4 செ.மீ அகலமும் உடைய செவ்வகத்தின் பரப்பைக் கண்டுபிடி.

3. கணக்குகளைத் தீர்

(i)	21.3×10	(ii)	36.8×10	(iii)	53.7×10
(iv)	168.07×10	(v)	131.1×100	(vi)	156.1×100
(vii)	3.62×100	(viii)	43.07×100	(ix)	0.5×10
(x)	0.08×10	(xi)	0.9×100	(xii)	0.03×1000

4. ஒரு ஸ்கூட்டர் 1 லிட்டர் பெட்ரோலில் 62.5 கி.மீ தூரத்தை கடக்கிறது. 10 லிட்டர் பெட்ரோலில் அது எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்?

5. கீழ்கண்டவற்றைத் தீர் :

(i)	1.5×0.3	(ii)	0.1×47.5	(iii)	0.2×210.8
(iv)	4.3×3.4	(v)	0.5×0.05	(vi)	11.2×0.10
(vii)	1.07×0.02	(viii)	10.05×1.05	(ix)	101.01×0.01
(x)	70.01×1.1				

6. கீழ்கண்ட கணக்குகளைத் தீர்

(i)	$2.3 \div 100$	(ii)	$0.45 \div 5$	(iii)	$44.3 \div 10$
(iv)	$127.1 \div 1000$	(v)	$7 \div 3.5$	(vi)	$88.5 \div 0.15$
(vii)	$0.4 \div 20$				

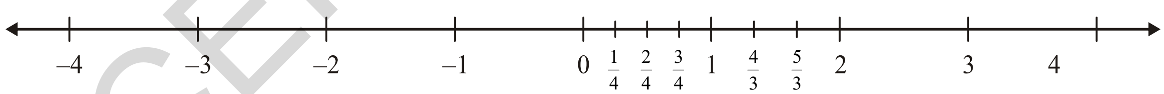
7. ஒரு ஒழுங்கான பலகோணத்தின் ஒரு பக்கம் 3.5 செ.மீ. பலகோணத்தின் சுற்றளவு 17.5 செ.மீ எனில் அந்த பலகோணத்தின் பக்கங்கள் எத்தனை?

8. 7 மணி நேரத்தில் மழைப்பொழிவு 0.896 செ.மீ என பதிவுசெய்யப்பட்டது. ஒரு மணி நேரத்தில் பெய்த சராசரி மழைப்பொழிவு என்ன?

2.5 விகிதமுறு எண்களின் அறிமுகம்

2.5.1 மிகை பின்னங்கள் (அல்லது) மிகை பின்ன எண்கள்

எண்கோட்டின் மேல் முழுக்களையும், பின்னங்களையும் எவ்வாறு குறிப்பது என்பதைக் காணலாம்.



எண் கோட்டின் மேல் 0 மற்றும் 1க்கு மத்தியில் $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ ..... என்பவை உள்ளன. இந்த எண்கள் எல்லாமே 1ஐவிட குறைவானவை. இவற்றை தகு பின்னங்கள் என்கிறோம். தகு பின்னங்கள் அனைத்தும் 0 மேலும் 1க்கு மத்தியில் உள்ளன. இவ்வாறே $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ என்பவை 1 மேலும் 2க்கு மத்தியில் உள்ளன. இவற்றை தகா பின்னங்கள் என்கிறோம். மேலும், இவைகளை நாம் மிகை பின்னங்கள் (அல்லது) மிகை பின்ன எண்கள் என்கிறோம்.

இதை செய்

1. (i) 0 மேலும் 1 (ii) 1 மேலும் 2க்கு மத்தியில் ஐந்து பின்னங்களை எழுது.
2. $4\frac{3}{5}$ என்பது எண் கோட்டின் மேல் எங்கு இருக்கும்?

Oக்கு இடது புறத்தில் $-1, -2, -3$ .... என்னும் முழுக்கள் உள்ளன. இந்த எண்கள் இடதுபுறம் நகரும் போது குறைந்து கொண்டே செல்கிறது. O ஐவிட தூரம் செல்ல செல்ல எண் சிறியதாகிக் கொண்டே செல்கிறது.

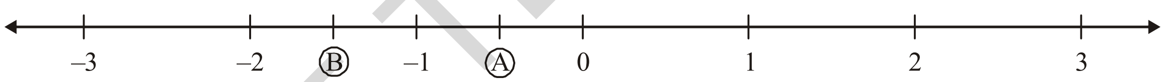
இதை செய்

1. கீழ்கண்ட குழுக்களில் ஒவ்வொன்றிலும் மிகப்பெரிய, மிகச்சிறிய எண்களை எழுது.
   (i) $2, -2, -3, 4, 0, -5$
   (ii) $-3, -7, -8, 0, -5, -2$

2. கீழ்கண்டவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுது
   (i) $-5, -75, 3-2, 4, \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$

2.5.2 குறை பின்னங்கள் (அல்லது) குறை பின்ன எண்கள்

எண்கோட்டின் மேல் A என்ற புள்ளியைப்பார்



இது O மற்றும் -1க்கு மத்தியில் உள்ளது. இது O ஐவிட அதிகமா?குறைவா?

இதை $\frac{1}{2}$ எனக் கூறலாமா? கூற முடியாது. ஏனெனில் இது $-\frac{1}{2}$ என்பது '0'ஐ விடசிறியது. எனவே இதை $-\frac{1}{2}$ இதுபோலவே Bயும் -1 மேலும் -2க்கு மத்தியில் உள்ளது எனவே யை $-\frac{3}{2}$ என கூறலாம்

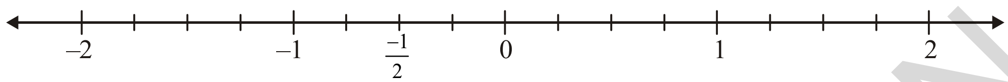
சிநேகா $\frac{-9}{4}$ ஐ குறிக்க அதை முதலில் கலப்பு பின்னமாக்கினாள். $\frac{-9}{4} = -2\frac{1}{4}$ பிறகு அதை $-2, -3$க்கு மத்தியில் குறித்தாள்.

$-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ என்பவை ஏதேனும் இரண்டு குறை முழுக்களின் மத்தியிலோ, அல்லது O க்கும் குறை முழுவிற்கும் மத்தியிலோ இருப்பதைப் பார்க்கலாம். $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ இவைகளை குறை பின்னங்கள் (அல்லது) குறைபின்ன எண்கள் என்கிறோம்.

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட எண்களை கொடுக்கப்பட்ட எண் கோட்டின் மேல் குறி.

(i) $-\frac{7}{2}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$



2. கீழ்கண்ட எண்களை எண் கோட்டின் மேல் காட்டு.

$27, -\frac{7}{8}, \quad \frac{11}{943}, \quad \frac{54}{17}, \quad -68, \quad -3, \quad -\frac{9}{6}, \quad \frac{7}{2}$

(i) இவற்றிற்கு இடதுபக்கம் உள்ளவை எவை?

(a) 0 (b) –2 (c) 4 (d) 2

(ii) இவற்றிற்கு வலப்புறம் உள்ளவை எவை?

(a) 0 (b) –5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 விகிதமுறு எண்கள்

0, 1, 2, 3, 4, 5 என்பவை முழு எண்கள் என்பதும், –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்பவை முழுக்கள் என்பதும் நமக்குத்தெரியும்.

“எல்லா முழு எண்களும் முழுக்களே ஆனால் அதன் மறுதலை உண்மை அல்ல என்று ராணி கூறுகிறாள். நீ அவளுடைய விடையை ஏற்றுக்கொள்வாய்யா? ஆம் ராணி கூறியது சரி” ஏனெனில் –6, –5, –4, –3, –2, –1 என்பவை முழுக்களே. ஆனால் அவை முழு எண்கள் அல்ல. எனவே எல்லா முழு எண்களும் முழுக்களே. ஆனால் எல்லா முழுக்களும் முழு எண்கள் அல்ல. இப்போது மிகை பின்னங்கள் $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ ஐப் பார்ப்போம். இவை அனைத்தும் முழு எண்களின் விகிதங்கள். எனவே எல்லா பின்னங்களையும் பொதுவாக $\frac{w_1}{w_2}$ என்று எழுதலாம் ஆனால் w_1, w_2 என்பவை முழுஎண்கள் மேலும் w_2 என்பது ‘0’க்கு சமமல்ல.

இதை செய்

ஏதேனும் 5 மிகை பின்னங்களை எழுதி அவற்றில் w_1, w_2 ஐ குறித்துக்காட்டு.

விகிதமுறு எண்கள் என்பவை எல்லா முழுக்கள், மிகை பின்னஎண்கள் மற்றும் குறை பின்னஎண்கள் ஆகியவற்றுடன் சேர்ந்த மிகப்பெரிய எண்களின் சமூகம்.

எனவே $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ போன்ற எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் ஆகும். இவை அனைத்தையுமே இரண்டு முழுக்களின் விகிதமாகச் சொல்லலாம். p,q என்பவை ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள். q என்பது '0'க்கு சமமல்லாத போது $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுதக்கூடிய எல்லா எண்களையும் விகிதமுறு எண்கள் என்கிறோம்.

முயன்று பார்

(i) ஏதேனும் 5 மிகை முழுக்களை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றைக் கொண்டு எழுதக்கூடிய எல்லா விகிதமுறு எண்களையும் எழுது.

(ii) ஏதேனும் 5 விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள் அவை எந்த முழுவைக் கொண்டுள்ளன என எழுது.

2.5.4 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

$\frac{3}{4}$ மேலும் $\frac{9}{12}$ என்பவை ஏதேனும் இரண்டு சமான பின்னங்கள். பின்னங்களை ஒப்பிடும் போது அவற்றை ஒரே பகுதியை உடைய பின்னங்களாக மாற்றி அவற்றின் சமமான பகுதிகளை கொண்டு ஒப்பிடலாம்.

உதாரணமாக $\frac{3}{4}$ உடன் $\frac{5}{7}$ ஐ ஒப்பிடலாம்.

இவற்றிற்கு சமமான பின்னங்களை எழுதலாம்.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$ மேலும்

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28} ......$

இப்போது $\frac{21}{28}$ உடன் $\frac{20}{28}$ ஐ ஒப்பிடலாம். இவை இரண்டிலும் பகுதிகள் சமம். எனவே $\frac{21}{28}$ என்பது $\frac{20}{28}$ ஐ விடப் பெரியது.

எனவே $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

முயன்று பார்

1. $\frac{3}{4}$ ன் சமான பின்னங்கள் மூன்றை எழுதி அனைத்தும் எண்கோட்டின் மேல் குறி. இதிலிருந்து நீ என்ன அறிகிறாய்?
2. $\frac{6}{7}$ ன் சமான பின்னங்கள் அனைத்தும் எண்கோட்டின் மேல் ஒரே புள்ளியில் இருக்குமா?

இப்போது $\frac{-1}{2}$ உடன் $\frac{-2}{3}$ ஐ ஒப்பிடு.

இரண்டிற்கும் சமான பின்னங்களை எழுத

$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8}$ ....

$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9}$ .... $\frac{-3}{6}$, $\frac{-4}{6}$ சமான பகுதிகளை கொண்டுள்ளது.

எனவே, $\frac{-3}{6}$, $\frac{-4}{6}$ ஐ ஒப்பிட்டால் $\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$

$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$

முயன்று பார்

1. $\frac{-1}{2}$ மேலும் $\frac{-3}{6}$ என்பவை எண்கோட்டின் மேல் ஒரே புள்ளியில் அமையுமா?
2. $\frac{-2}{3}$ மேலும் $\frac{-4}{6}$ சமானவையா?

எடுத்துக்காட்டு : $\frac{-1}{2}$ மேலும் $\frac{-2}{4}$ என்பவை எண்கோட்டின் மேல் ஒரே புள்ளியில் இருக்கும். எனவே அவற்றை சமான விகிதமுறு எண்கள் என்கிறோம்.

இவற்றை செய்யுங்கள்

1. கீழ்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு சமான ஐந்து விகிதமுறு எண்களை எழுது.

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$

2. கீழ்கண்ட கணக்கில் சமான விகிதமுறு எண்களை எடுத்தெழுது.

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$

(ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

சமான விகிதமுறு எண்களைப் பெற நாம் பகுதி, தொகுதிகளில் உள்ள முழுக்களை ஒரே எண்ணால் பெருக்கவோ அல்லது வகுக்கவோ செய்ய வேண்டும்.

உதாரணமாக,

$\frac{1}{5}$ க்கு $\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10}$ என்பது ஒரு சமான பின்னம், $\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{3}{15}$ என்பது மற்றொரு சமான பின்னம்.

$\frac{-2}{7}$ க்கு $\frac{-2\times 2}{7\times 2}=\frac{-4}{14}$ என்பது ஒரு சமான பின்னம், $-\frac{2\times 3}{7\times 3}=\frac{-6}{21}$ என்பது மற்றொரு சமான பின்னம்.

இவ்வாறு எண்ணற்ற சமான விகிதமுறு எண்களை எழுதலாம். $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}\ldots$

பயிற்சி - 7

1. கீழ்கண்டவற்றிற்கு ஏதேனும் 3 சமான விகிதமுறு எண்களை எழுது

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2. $\frac{-15}{36}$ ன் சமான விகிதமுறு எண்களை (i) பகுதி 12 இருக்குமாறு (ii) தொகுதி 75 இருக்குமாறு எழுது.

3. கீழ்கண்ட விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மேல் குறி.

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

3. கீழ்காணும் வாக்கியங்கள் மெய்யா/மெய்யற்றவையா?

(i) ஒவ்வொரு முழுவும் ஒரு விகிதமுறு எண் மேலும் ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணும் ஒரு முழு. ( )

(ii) ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் விகிதமுறு எண்ணாக காட்டலாம். ( )

(iii) $\frac{p}{q}$ வடிவத்தில் உள்ள விகிதமுறு எண்ணில் $q \neq 0$. ( )

(iv) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ என்பவை சமமான விகிதமுறு எண்கள். ( )

(v) மிகை விகிதமுறு எண்களின் சமான விகிதமுறு எண்கள் அனைத்தும் மிகை விகிதமுறு எண்களே. ( )

2.5.5 விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் :

நீங்கள் பின்னங்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலை கற்றுக் கொண்டீர்கள் அல்லவா! அவ்வாறே நாம் இச்செயல்களை விகிதமுறு எண்களிலும் செய்யலாம்.

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் :

$\frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ என்ற இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இந்த இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் மொத்தம் எவ்வளவு?

அவற்றை கூட்டுவோம் $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$

இவற்றை கூட்ட நாம் பின்னக் கூட்டலில் பகுதிகளின் மீ.சி.ம.வை எடுத்துக் கொண்டதுபோல இங்கும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

6, 8ன் மீ.சி.ம = 24

முதலில் மீ.சி.ம வை இரண்டு பகுதிகளாலும் தனித்தனியாக வகுக்க வேண்டும். அதாவது,

$24 \div 6 = 4$

$24 \div 8 = 3$

இப்போது நாம் ஒத்த பகுதிகள் மற்றும் தொகுதிகளை அதற்கு தகுந்த ஈவுகளால் பெருக்க வேண்டும்.

பிறகு $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=\frac{5X4}{6X4}+\frac{3X3}{8X3}$

$$=\frac{20}{24}+\frac{9}{24}$$

$$=\frac{20+9}{24}=\frac{29}{24}$$

இப்போது $\frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{-3}{8}$ ஐ கூட்டுவோம்

$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right)=\left(\frac{5X4}{6X4}\right)+\left(\frac{-3X3}{8X3}\right)$$

$$=\frac{20}{24}+\frac{(-9)}{24}=\frac{20+(-9)}{24}=\frac{11}{24}$$

இதை நாம் இவ்வாறும் செய்யலாம்,

$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right)=\frac{(5X4)+(-3X3)}{24}$$

$$=\frac{20+(-9)}{24}=\frac{11}{24}$$

இதை செய்

1. (i) $\frac{4}{9}+\left(\frac{-5}{12}\right)$ (ii) $\frac{-3}{5}$ மற்றும் $\frac{-7}{15}$ ஐ கூட்டு

(iii) $\frac{-10}{11}+\frac{7}{10}$ (iv) $\frac{-8}{15}+\frac{(-7)}{20}$

சிந்தித்து கலந்துரையாடு

1. இரண்டு இயல் எண்களின் மொத்தம் எப்பொழுதும் அந்த எண்களைவிட அதிகமாக இருக்குமா?
2. ஆம் எனில் இந்த கருத்து (Statement) முழுக்களிலும் உண்மையாகுமா?
3. இக்கருத்து விகிதமுறு எண்களிலும் உண்மையாகுமா?

2.5.5 விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் :

மீண்டும் அதே விகிதமுறு எண்களான $\frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். இப்பொழுது $\frac{3}{8}$ ஐ $\frac{5}{6}$ லிருந்து கழி

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=\frac{(5x4)-(3x3)}{24} \qquad \text{6, 8ன் மீ.சி.ம 24}$$

$$=\frac{20-9}{24}=\frac{11}{24}$$

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை பார்ப்போம்.

(i) $\left(\frac{-3}{8}\right)$ ஐ $\frac{5}{6}$ லிருந்து கழி

$$\frac{5}{6}-\left(\frac{-3}{8}\right)=\frac{(5x4)-(-3x3)}{24}$$

$$=\frac{20-(-9)}{24}$$

$$=\frac{20+(9)}{24}=\frac{29}{24}$$

இதை செய்

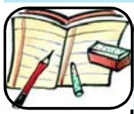
(i) $\frac{7}{16} - \left(\frac{-5}{12}\right) = ?$

(ii) $\frac{-12}{7}$ ஐ $\frac{15}{4}$ லிருந்து கழி.

(iii) $\frac{-8}{15} - \left(\frac{6}{21}\right) = ?$

சிந்தித்து கலந்துரையாடு

1. இரண்டு இயல் எண்களின் வேறுபாடு எப்பொழுதும் அந்த எண்களைவிட குறைவாக இருக்குமா?
2. இக்கருத்து (Statement) முழுக்களிலும் உண்மையாகுமா?
3. இக்கருத்து விகிதமுறு எண்களிலும் உண்மையாகுமா?



நாம் கற்றவை

1. பின்னங்களின் கூட்டல் அல்லது கழித்தலில் பின்னங்கள் சமமான பகுதியை உடையவையாக இருக்க வேண்டும்.
2. பின்னங்களின் பெருக்கல் என்பது $\frac{\text{தொகுதிகளின் பெருக்கல்}}{\text{பகுதிகளின் பெருக்கல்}}$
3. "ல்" என்பதை பெருக்கலில் உபயோகிக்கிறோம். உதாரணமாக 6ல் $\frac{1}{3}$

   6ல் $\frac{1}{3} = \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{6}} = 2$.

4. இரண்டு தகு பின்னங்களின் பெருக்கற்பலன் ஒவ்வொரு பின்னத்தைவிட குறைவு. ஒரு தகு மற்றும் தகா பின்னங்களின் பெருக்கற்பலன் தகா பின்னத்தை விட குறைவு மற்றும் தகு பின்னத்தைவிட அதிகம். இரண்டு தகா பின்னங்களின் பெருக்கல் ஒவ்வொரு பின்னத்தைவிட அதிகம்.
5. ஒரு பின்னத்தின் தலைகீழி என்பது பகுதி, தொகுதிகளை தலைகீழாக எழுதுவது.
6. இரண்டு பின்னங்களை வகுக்கும் போது
   (i) முழுஎண்ணை பின்னத்தால் வகுக்கும் போது முழு எண்ணை பின்னத்தின் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.
   (ii) பின்னத்தை முழு எண்ணால் வகுக்கும் போது பின்னத்தை முழு எண்ணின் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.
   (iii) ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் வகுக்கும் போது, முதல் பின்னத்தை இரண்டாவது பின்னத்தின் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.

   எ.கா. : $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

7 இரண்டு தசம எண்களை பெருக்கும் போது அவற்றை முழு எண்களின் பெருக்கலாக செய்ய வேண்டும். இரண்டிலும் உள்ள தசம இலக்கங்களைக் கூட்டி, தசமப் புள்ளியை பெருகற்பலனில் முதல் எண்ணிலிருந்து எண்ணி இடது புறமாக வைக்க வேண்டும்.

8. ஒரு தசம எண்ணை 10, 100, 1000 ... ஆல் பெருக்கும் போது தசமப்புள்ளி பெருக்கும் எண்ணில் எத்தனை '0' க்கள் உள்ளனவோ அத்தனை இலக்கங்கள் வலது பக்கம் நகரும்.

9. தசம எண்களை வகுக்கும் போது

(i) தசம எண்ணை முழு எண்ணால் வகுக்கும் போது அவற்றை முழு எண்களின் வகுத்தலாக செய்ய வேண்டும். அதன் பிறகு ஈவில் தசமப்புள்ளியை தசம எண்ணில் இருப்பதைப் போல் வைக்க வேண்டும்.

(ii) தசம எண்ணை 10, 100, 1000 ... ஆல் வகுக்கும் போது எத்தனை பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளனவோ அத்தனை இலக்கங்களை இடது புறமாக தள்ளி, தசமப்புள்ளியை நகர்த்த வேண்டும்?

(iii) இரண்டு தசம எண்களை வகுக்கும் போது பகுதியை முழு எண்ணாக வருமாறு தசமப்புள்ளிகளை வலது புறத்திற்கு நகர்த்த வேண்டும்.

10. விகிதமுறு எண்கள் என்பது எல்லா முழுக்களும் மிகை பின்னங்கள், குறை பின்னங்களைக் கொண்டது. $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுதக் கூடிய இரண்டு முழுக்களை விகிதமுறு எண்கள் என்கிறோம்.

இதில் i) p, q என்பவை முழுக்கள் மேலும்

ii) $q \neq 0$

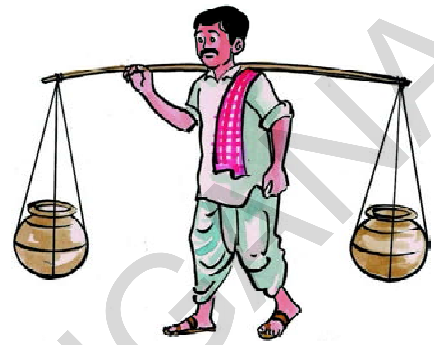
விகிதமுறு எண்களை Q கணமாகக் குறிக்கிறோம்.

ஜான் நேப்பியர் (ஸ்காட்லாந்து)

கி.பி.1500-1617
மடக்கைகளை கண்டுபிடித்தார்.
பெருக்கலுக்கான நேப்பியர் அட்டைகளை அறிமுகபடுத்தினார்.
தசமபின்னங்களின் வரிசை அமைப்பையும் அறிமுகபடுத்தினார்.

எளிய சமன்பாடுகள் 3

3.0 அறிமுகம்



நாம் ஆறாம் வகுப்பில் $4x = 44$, $2m = 10$ போன்ற சாதாரண சமன்பாடுகளை தீர்க்கும் முறையை கற்றுள்ளோம். இந்த சமன்பாடுகள் அன்றாட வாழ்க்கையில் மிகவும் உதவுகின்றன. இதற்கு முன் படித்தவற்றை பயிற்சியின் மூலம் மீள்பார்வை செய்யலாம்.

பயிற்சி 1

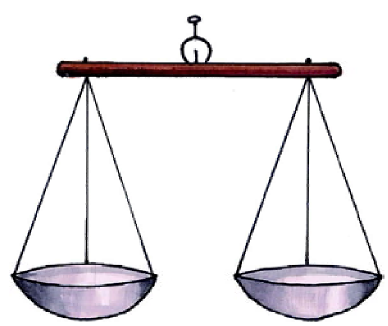
1. கீழ்கண்ட சமன்பாடுகளின் L.H.S, R.H.S எழுது.

(i)	$2x = 10$	(ii)	$2x–3 = 9$
(iii)	$4z + 1 = 8$	(iv)	$5p + 3 = 2p + 9$
(v)	$14 = 27 – y$	(vi)	$2a – 3 = 5$
(vii)	$7m = 14$	(viii)	$8 = q + 5$

2. கீழ்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்

(i)	$2 + y = 7$	(ii)	$a – 2 = 6$
(iii)	$5m = 15$	(iv)	$2n = 14$

3.1 சமன்பாடு - சாதாரண தராசு



ஆறாம் வகுப்பில் சமன்பாடு என்பது இருபக்கமும் சமமான எடையை உடைய தராசுக்கு ஒப்பிட்டு படித்துள்ளோம்.

தராசின் இடது தட்டில் 5 கி.கிம் வலது தட்டில் 2 கி.கி. வைத்தால் என்னவாகும்?

தராசின் இடது தட்டில் 3 கி.கி, வலது தட்டில் 7 கி.கி வைத்தால் என்னவாகும்?

தராசின் இடது தட்டில் 3 கி.கி. வலது தட்டில் 3 கி.கி வைத்தால் என்னவாகும்?

சமமான எடையை இரண்டு புறமும் வைக்கும் போது தராசு சமமாக நிற்கும்.

12-2 = 6+4 என்பதை எடுத்துக்கொள்.

இங்கு LHS = 12 – 2 = 10 மேலும் RHS = 6 + 4 = 10

இரண்டு பக்கங்களும் சமம். எனவே சமன்பாடு சரி.

ஒரு சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களுக்கும் 3ஐக் கூட்டினால் இரண்டு பக்கங்களின் மதிப்புகள் சமமாகவே இருக்கும். இருபக்கமும் 10ஐ கூட்டினால் சமன்பாடு சமமாக இருக்குமா? மேலும் சில எண்களை வைத்து சமன்பாட்டை சரி பார்.

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 5ஐக் கழித்தால் சமன்பாடு சமமாகுமா?

7ஐக் கழித்தால் சமமாக இருக்குமா? மேலும் சில எண்களை வைத்து சரிபார்?

சமன்பாட்டின் இருபக்கமும் 5ஆல் பெருக்கினால் சமமாக இருக்குமா?

சமன்பாட்டின் இருபக்கமும் 2ஆல் வகுத்தால் சமமாக இருக்குமா?

மேற்கண்ட எல்லாவற்றிலும் ஆம் என்ற பதிலையே கொண்டிருக்கும். ஓரே எண்ணால் இருபக்கமும் கூட்டினாலோ, கழித்தாலோ, பெருக்கினாலோ வகுத்தாலோ சமன்பாட்டின் மதிப்பு மாறாது.

3.2 சமன்பாடுகளை தீர்த்தல்

முயன்று தவறி கற்றல் முறையில் சமன்பாடுகளை தீர்க்கும் முறையை நாம் கற்றுள்ளோம். (சமன்பாட்டின் தீர்வை குறைந்த நேரத்தில் தீர்க்க மேற்சொன்ன சமத்துவ விதியை பயன்படுத்துவோம்.

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் போது மாறிகளையும், எண்களையும் இரண்டு வெவ்வேறு பகுதிகளில் மாற்றவேண்டும். பிறகு சமன்பண்புகளை உபயோகிக்க வேண்டும்.

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டைக் கவனி :

எடுத்துக்காட்டு 1 : தீர் $x + 3 = 7$

தீர்வு : $x + 3 = 7$ .... (1)

L.H.S = $x + 3$.

L.H.S. ன் மொத்த மதிப்பு x ஐ விட 3 அதிகம்.

எனவே 'x' ன் மதிப்பைக்காண 3ஐ இடதுபக்கத்திலிருந்து கழிக்க வேண்டும். இப்போது RHS லும் 3ஐ கழிக்க வேண்டும். அப்போது சமன்பாட்டின் மதிப்பு மாறாது.

$x + 3 = 7$

$x + 3 - 3 = 7 - 3$

$x = 7 - 3$ .... (2)

$x = 4$

$x = 4.$

(1),(2)லிருந்து '+3'RHS லிருந்து கழிப்பதற்கு சமம். அதாவது LHS ல் உள்ள '+3' என்பது RHSல் '–3' ஆகிறது.

சரிபார் : x க்கு 4ஐ சமன்பாட்டின் இருபுறமும் பிரதியீடு செய்து

LHS = RHS என சரிபார்க்கலாம்

LHS $= x + 3$

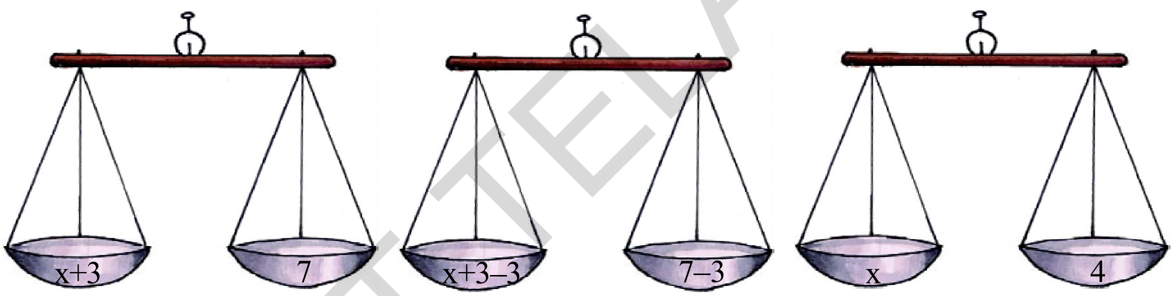
$= 4 + 3$ (x = 4என பிரதியிட)

$= 7$

RHS $= 7$

ஃ LHS = RHS.

இதை தராசின் மூலம் புரிந்து கொள்ளலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 2 : தீர்க்க : $y - 7 = 9$

தீர்வு : $y - 7 = 9$ .... (1)

இங்கு L.H.S $= y - 7$

'y' ன் மதிப்பை பெற 7ஐ இருபுறமும் கூட்டு

இப்போது $y - 7 + 7 = 9 + 7$

$y = 9 + 7$ .... (2)

$y = 16$

$y = 16.$

(1),(2)லிருந்து LHSல் உள்ள '–7' என்பது RHS ல் '+7'.

சரிபார் : y = 16 எனக் கொண்டு சமன்பாட்டை LHS = RHS என சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு 3 : தீர்க்க : $5x = -30$

தீர்வு : $5x = -30$ .... (1)

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5} \quad \text{(இருபுறமும் 5ஆல்வகு)}$$

$$x = \frac{-30}{5} \text{ .... (2)}$$

$\therefore x = -6$

(1),(2)விருந்து LHSல் '5'ன் பெருக்கல் என்பது RHSல் வகுத்தல் ஆகிறது.

சரிபார்த்தல் : $x = -6$ என பிரதியிடு செய்து LHS = RHS என சரிபார்

எடுத்துக்காட்டு 4 : தீர்க்க : $\frac{z}{6} = -3$

(1),(2)விருந்து LHSல் 6ன் வகுத்தல் RHSல் 6ன் பெருக்கல் ஆகிறது.

தீர்வு : $\frac{z}{6} = -3$ .... (1)

$$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3) \quad \text{(இருபுறமும் 6ஆல் பெருக்கு)}$$

$$z = 6 \times (-3) \text{ .... (2)}$$

$\therefore \quad z = -18$

சரிபார்த்தல் : z = –18 என பிரதியீடு செய்து LHS = RHS என சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு 5 : தீர்க்க : $3x + 5 = 5x - 11$

தீர்வு : $3x + 5 = 5x - 11$

$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$ (5 x ஐ இருபுறமும் கழி)

$-2x + 5 = -11$

$-2x + 5 - 5 = -11 - 5$ (இருபுறமும் 5ஐக் கழி)

$-2x = -16$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2} \quad \text{(இருபுறமும் '–2'ஆல் வகு)}$$

$\therefore x = 8$

சரிபார்த்தல் : சமன்பாட்டில் x=8 என பிரதியீடு செய்

LHS = $3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$

RHS = $5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$

$\therefore$ LHS = RHS

இவ்வாறாக LHS லிருந்து RHS க்கு உறுப்புகளை மாற்றும்போது

‘+ மதிப்பு’ ‘– மதிப்பு’ ஆகிறது

‘– மதிப்பு’ ‘+ மதிப்பு’ ஆகிறது

‘× மதிப்பு’ ‘÷ மதிப்பு’ ஆகிறது

‘÷ மதிப்பு’ ‘ × மதிப்பு’ ஆகிறது

எடுத்துக்காட்டு 6 : தீர்க்க : $12 = x + 3$

தீர்வு : LHS ல் உள்ள 12 RHS க்கு -12 ஆக மாறுகிறது.

RHS ல் உள்ள $x+3$ LHSக்கு $-x - 3$ ஆக மாறுகிறது.

அதாவது $-x - 3 = -12$

இருபுறமும் -1 ஆல் பெருக்க

$$-1\,(-x - 3) = -1\,(-12)$$

$$x + 3 = 12$$

$$x = 12 - 3$$

$$\therefore x = 9$$

எனவே LHS, RHS ஐ ஒன்றுக்கொன்று மாற்றி எழுதினால் அதாவது LHSஐ RHSஆகவும், RHS ஐ LHS ஆகவும் மாற்றினால் மதிப்பு மாறாது.

பயிற்சி - 2

1. உறுப்புகளின் இடத்தை மாற்றாமல் கீழ்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து விடையை சரிபார்.

(i)	$x + 5 = 9$	(ii)	$y - 12 = -5$
(iii)	$3x + 4 = 19$	(iv)	$9z = 81$
(v)	$3x + 8 = 5x + 2$	(vi)	$5y + 10 = 4y - 10$

2. உறுப்புகளின் இடத்தை மாற்றி கீழ்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர். விடையை சரிபார்.

(i)	$2 + y = 7$	(ii)	$2a - 3 = 5$
(iii)	$10 - q = 6$	(iv)	$2t - 5 = 3$
(v)	$14 = 27 - x$	(vi)	$5\,(x+4) = 35$
(vii)	$-3x = 15$	(viii)	$5x - 3 = 3x - 5$
(ix)	$3y + 4 = 5y - 4$	(x)	$3\,(x - 3) = 5\,(2x + 1)$

3.3 சமன்பாடுகளை அன்றாட வாழ்க்கையில் உபயோகித்தல்

கீழ்கண்ட உதாரணங்களைக் கவனி.

(i) ஒரு வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவ, மாணவியர் 52பேர். மாணவிகள் மாணவர்களைவிட 10பேர் அதிகம் எனில் மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?

(ii) ராமுவின் தந்தையின் தற்போதைய வயது ராமுவின் வயதைப்போல் மூன்று மடங்கு. 5 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு இருவரின் வயதுகளின் மொத்தம் 70 வருடங்கள். அவர்களுடைய தற்போதைய வயதைக் கண்டுபிடி.

(iii) ஒரு பர்ஸில் ₹ 10, ₹ 50 நோட்டுகள் சேர்த்து ₹ 250 உள்ளன. ₹50 நோட்டுகளை விட ₹10 நோட்டு ஒன்று அதிகம் இருந்தால் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை நோட்டுகள் உள்ளன?

(iv) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் இருமடங்கு அகலத்தை விட 8மீ குறைவு. செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 56மீ எனில் அதன் நீள, அகலங்களைக் கண்டுபிடி.

இவை நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் காணும் சில கணக்குகள். இவற்றைத் தீர்க்கும் படிகளைப் பார்ப்போம்.

படி 1 : கணக்கை கவனமாகப் படி.

படி 2 : கண்டுபிடிக்க வேண்டிய மதிப்பை x, y, z, u, v, w, p, t. எனக்குறி.

படி 3 : மதிப்புகளுக்கு இடையேயுள்ள உறவினை சமன்பாட்டு வடிவில் எழுது.

படி 4 : சமன்பாட்டைத் தீர்.

படி 5 : விடையை சரிபார்த்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவ, மாணவியர் மொத்தம் 52பேர். மாணவர்களைவிட மாணவிகள் 10பேர் அதிகம் எனில் மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?

தீர்வு : வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் x எனவே.

மாணவிகள் $x + 10$.

வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவ மாணவியர் $= x + (x + 10)$

$= x + x + 10$

$= 2x + 10$

கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டபடி மொத்தம் 52பேர்

எனவே $2x + 10 = 52$

சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல் $2x + 10 = 52$

$2x = 52 - 10$ (10ஐ LHSலிருந்து RHSக்கு மாற்று)

$2x = 42$

$x = \frac{42}{2}$ (2ஐ LHSலிருந்து RHSக்கு மாற்று)

$\therefore\ x = 21$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $= 21$

மாணவிகள் $= 21 + 10 = 31$

சரிபார்த்தல் : $21 + 31 = 52$ (மொத்த மாணவர்கள்)

$31 - 21 = 10$ (மாணவிகள் மாணவர்களை விட 10 பேர் அதிகம்)

எடுத்துக்காட்டு 8 : ராமுவின் தந்தையின் தற்போதைய வயது ராமுவின் வயதைப் போல் 3மடங்கு. 5ஆண்டுகளுக்கு பிறகு அவர்களின் வயதுகளின் மொத்தம் 70 வருடங்கள். அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

தீர்வு : ராமுவின் தற்போதைய வயது $= x$ வருடங்கள்

ராமுவின் தந்தையின் தற்போதைய வயது $= 3x$ வருடங்கள்

5 வருடங்களுக்கு பிறகு ராமுவின் வயது $= (x+5)$ வருடங்கள்

5 வருடங்களுக்கு பிறகு தந்தையின் வயது $= (3x + 5)$ வருடங்கள்

5 வருடங்களுக்கு பிறகு இருவரின் வயதுகளின் மொத்தம் =

$(x + 5) + (3x + 5) = (4x + 10)$ வருடங்கள்

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி $4x + 10 = 70$

$$4x = 70 - 10$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

ராமுவின் தற்போது வயது = 15 வருடங்கள்

ஃ தந்தையின் தற்போது வயது $= 3x = 3 \times 15$ வருடங்கள் $= 45$ வருடங்கள்.

சரிபார்த்தல் : 5 வருடங்களுக்கு பிறகு ராமுவின் வயது $= 15 + 5 = 20$

அப்போது தந்தையின் வயது $= 45 + 5 = 50$

வயதுகளின் மொத்தம் $20 + 50 = 70$ வருடங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு பர்ஸில் சில ₹10, ₹ 50 நோட்டுகள் சேர்த்து உள்ளன. ₹10 நோட்டுகள் ₹50 நோட்டுகளை விட ஒன்று அதிகம் எனில் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை நோட்டுகள் உள்ளன?

தீர்வு : ₹ 50 நோட்டுகள் $= x$ எனவே

₹ 50 நோட்டுகளின் மதிப்பு $= 50x$

₹ 10 நோட்டுகள் $= x + 1$

₹ 10 நோட்டுகளின் மதிப்பு $= 10\,(x+1)$

$\therefore$ நோட்டுகளின் மொத்த மதிப்பு $= 50x + 10\,(x+1)$

$= 50x + 10x + 10$

$= 60x + 10$

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி இது ₹ 250 ஆகும்.

எனவே $60x + 10 = 250$

$60x = 250 - 10$

$60x = 240$

$$x = \frac{240}{60}$$

$\therefore x = 4$

எனவே ₹50 நோட்டுகள் $= 4$

₹10 நோட்டுகள் $= 4 + 1 = 5$

சரிபார்த்தல் : நோட்டுகளின் மதிப்பு $= (50\times4) + (10\times5)$

$= 200 + 50$

$=$ ₹ 250

எடுத்துக்காட்டு 10 : ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் இருமடங்கு அகலத்தைவிட 8 மீ குறைவு. செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 56 மீ எனில் அதன் நீள அகலங்களைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : செவ்வகத்தின் அகலம் = x மீ எனவை

அகலத்தின் இருமடங்கு = $2x$ மீட்டர்

எனவே நீளம் = $(2x - 8)$ மீ (கணக்கின்படி)

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)

= $2\,(2x - 8 + x)$ மீ.

= $2\,(3x - 8)$ மீ.

= $(6x - 16)$ மீ.

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி, செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 56 மீ

எனவே $6x - 16 = 56$

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore\ x = 12$$

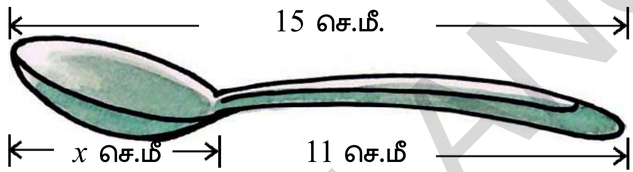
செவ்வகத்தின் அகலம் $= 12$ மீ.

செவ்வகத்தின் நீளம் $= 2 \times 12 - 8 = 16$ மீ.

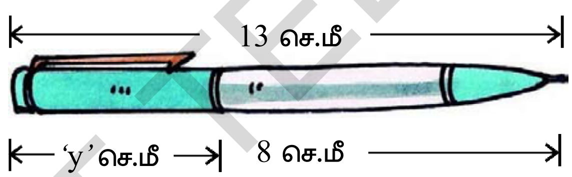
சரிபார்த்தல் : சுற்றளவு $= 2\,(16 + 12) = 2 \times 28 = 56$ மீ.

பயிற்சி - 3

1 கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் உள்ள விவரத்திற்கு ஒரு சமன்பாடு எழுது. 'x' ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.



2. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் உள்ள விவரத்திற்கு ஒரு சமன்பாடு எழுது. 'y' ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.



3. ஓர் எண்ணின் இரு மடங்கிற்கு 7ஐக் கூட்டினால் 49 கிடைக்கும். அந்த எண் எது?

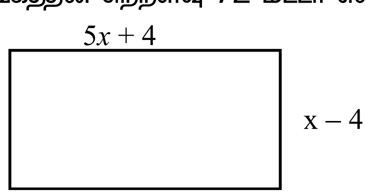
4. ஒரு எண்ணில் 3 மடங்கிலிருந்து 22ஐக் கழித்தால் 68 கிடைக்கும். அந்த எண் எது?

5. ஓர் எண்ணை 7ஆல் பெருக்கி அதிலிருந்து 3ஐக் கழித்தால் 53 கிடைக்கும். அந்த எண்ணைக் கண்டுபிடி.

6. இரண்டு எண்களின் மொத்தம் 95. ஒன்று, மற்றொன்றை விட 3 அதிகம் எனில் அந்த எண்களைக் கண்டுபிடி.

7. மூன்று அடுத்தடுத்த எண்களின் மொத்தம் 24. அந்த எண்களைக் கண்டுபிடி.

8. கீழே கொடுக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 72 மீட்டர் எனில் அதன் நீள, அகலங்களைக் காண்க.



9. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம், அகலத்தை விட 4 மீ அதிகம். அதன் சுற்றளவு 84 மீ எனில் அதன் நீள அகலங்களைக் காண்.

10. 15 வருடங்களுக்கு பிறகு ஹேமாவின் வயது தற்போதைய வயதை போல் நான்கு மடங்கு அவளுடைய தற்போதைய வயது என்ன.

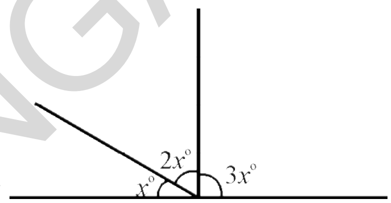
11. ₹ 3000 ஐ 63 பரிசுகளாக கொடுக்கப்பட வேண்டும். பரிசாக கொடுக்கவேண்டியது ₹ 100 அல்லது ₹ 25 எனில் ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை பரிசுகள் வழங்க வேண்டும்?

12. ஓர் எண் இரண்டு பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டது. ஒரு பாகம் அடுத்த பாகத்தை விட 10 அதிகம். இரண்டு பாகங்களும் 5:3 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால் அந்த எண்ணையும், இரண்டு பாகங்களையும் கண்டுபிடி.

13. சுஜாதா தன்னுடைய எண்ணை 5ஆல் பெருக்கி 8ஐக் கூட்டினாலும், 20லிருந்து தன்னுடைய எண்ணை கழித்தாலும் ஒரே விடை வரும் என்று கூறினாள்.

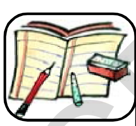
14. ஒரு வகுப்பில் ஒரு மாணவனின் மிக அதிக மதிப்பெண் அவ்வகுப்பின் மிககுறைந்த மதிப்பெண்ணோடு 7ஐ கூட்டுவதால் கிடைப்பதாகும் என்று ஆசிரியர் கூறுகிறார். மிக அதிக மிதிப்பெண் 87 எனில் மிக குறைந்த மதிப்பெண் எவ்வளவு?

15. பக்கத்திலுள்ள படத்திலிருந்து ஒவ்வொரு கோணத்தின் மதிப்பை கண்டுபிடி?



(குறிப்பு : ஒரு கோட்டில் ஒருபுள்ளியில் ஏற்படும் கோணங்களின் மொத்தம் 180°)

16. கீழ்கண்ட விடுகதையைத் தீர்.
நானொரு எண். என்னை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?
என்னை இருமடங்காக்கி
அதற்கு 36 ஐ சேர்த்துப் பார்.
நான் 100க்கு சமமாக வேண்டுமென்றால்
எனக்கு மேலும் 4 வேண்டும்.



நாம் கற்றவை

- சாதாரண சமன்பாடுகள் அன்றாட வாழ்க்கையில் கணக்குகளைத் தீர்க்க பயன்படுகின்றன.
- ஒரு சமன்பாட்டை சமம் செய்ய
  (i) (ii) இருபக்கத்திற்கும் ஒரே எண்ணை கூட்டலாம் (அ) கழிக்கலாம்.
  (iii) (iv) இருபக்கத்தையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கலாம் (அ) வகுக்கலாம்
- ஒரு சமன்பாட்டின் LHS, RHS ஐ இடம் மாற்றுவதால் சமன்பாட்டின் மதிப்பு மாறுவதில்லை.

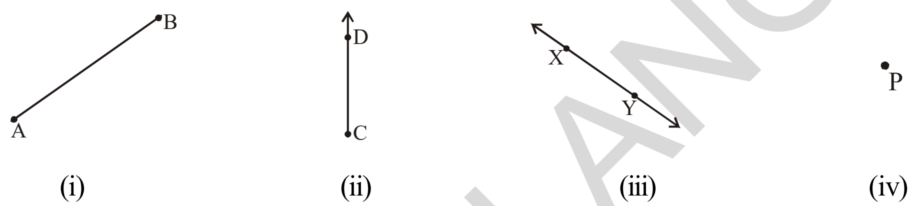
கோடுகள் மற்றும் கோணங்கள் 4

4.0 அறிமுகம்

கீழ்வகுப்பில் சில வடிவியல் கருத்துக்களை குறித்து தெரிந்து கொண்டீர்கள். இவற்றை குறித்து மேலும் சில கருத்துக்களை தெரிந்து கொள்வோம்.

பயிற்சி 1

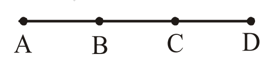
1. கீழ்கண்ட படங்களுக்கு பெயரிடவும்.



2. கீழ்கண்டவற்றை குறிப்பிடும் படங்களை வரையவும்.

(i) $\overrightarrow{OP}$ (ii) புள்ளி X (iii) $\overleftrightarrow{RS}$ (iv) $\overline{CD}$

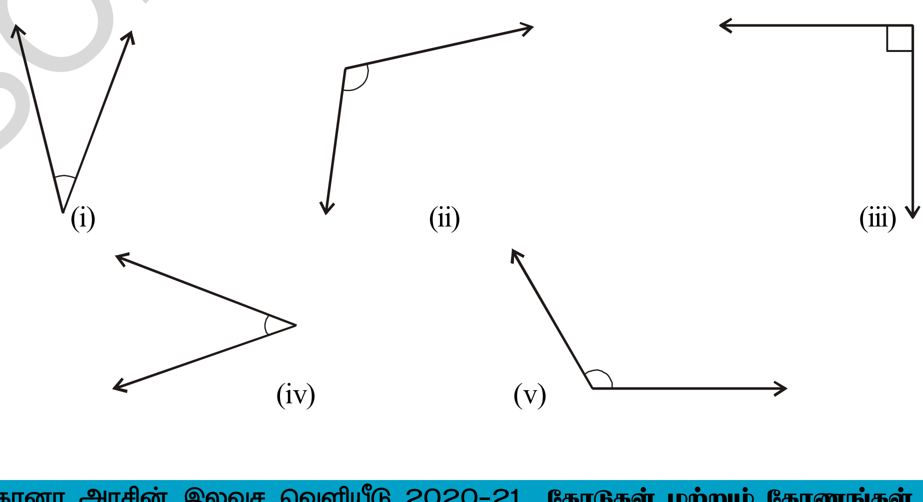
3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகளை குறிப்பிடவும்.



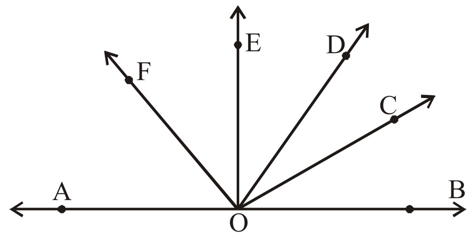
4. உன் சுற்றுப்புறத்தில் நீ கவனித்த கோணங்களுக்கு தொடர்புடைய ஏதேனும் ஐந்து உதாரணங்களை குறிப்பிடவும்.

(உ.ம்) கத்தரிகோல் பயன்படுத்தும் போது இரு கூரான முனைகளுக்கு இடைபட்ட கோணம்.

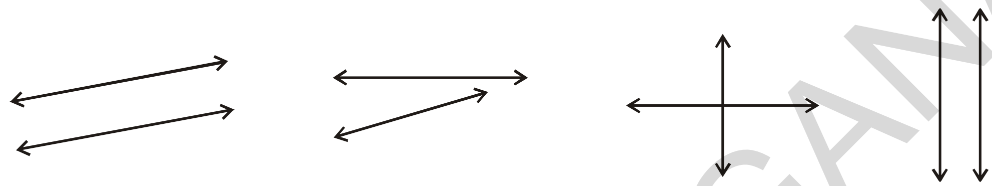
5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களில் எவை குறுங்கோணம், செங்கோணம், விரிகோணம் என்பதை குறிப்பிடவும்.



6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் எத்தனை கோணங்கள் உள்ளன என்பதை குறிப்பிடவும். இவற்றில் குறுங்கோணம், செங்கோணம் மற்றும் விரிகோணங்கள் எவை?

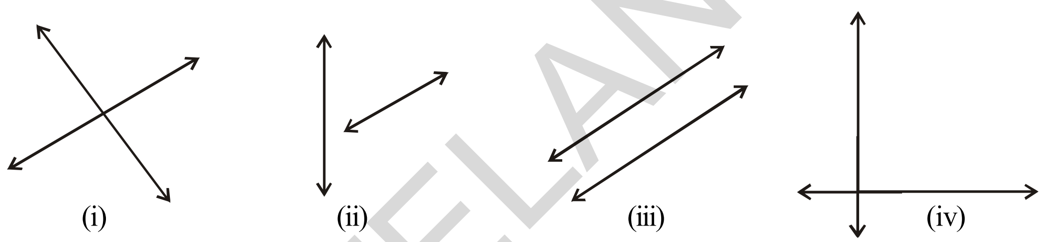


7. கீழ்கண்டவற்றில் எந்த ஜதை கோடுகள் இணையாக உள்ளன? ஏன்?



(i) (ii) (iii) (iv)

8. கீழ்காணும் கோடுகளில் வெட்டிக்கொள்ளும் கோடுகள் எவை?



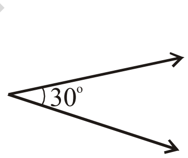
(i) (ii) (iii) (iv)

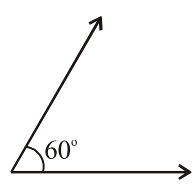
4.1 கோணங்களை குறித்து மேலும் அதிகமான கருத்துகளை தெரிந்து கொள்வோம்.

முந்தைய அத்தியாயத்தில் கோணங்களை எவ்வாறு குறிப்பிட வேண்டுமென தெரிந்து கொண்டோம். இப்பொழுது மேலும் சில கோணங்களை குறித்தும், வெவ்வேறு கோண ஜோடிகளைப் பற்றியும் தெரிந்துக்கொள்வோம்.

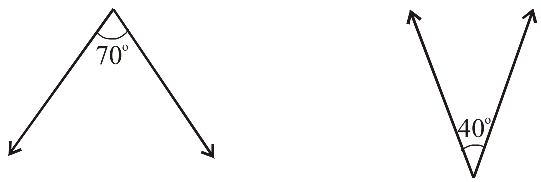
4.1.1 நிரப்பு கோணங்கள்

இரு கோணங்களின் கூடுதல் 90^0 க்கு சமமானால் அவை நிரப்பு கோணங்கள் எனப்படும்.





இவை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும். ஏனெனில் இவற்றின் கூடுதல் $30^0 + 60^0 = 90^0$.
30^0 க்கு 60^0 யையும், 60^0 க்கு 30° யையும் நிரப்புக் கோணங்கள் என்று கூறலாம்..



மேலே உள்ள படங்களில் இரு கோணங்களின் கூடுதல் $70^0 + 40^0 \neq 90^0$. எனவே இந்த கோணங்கள் நிரப்புக் கோணங்கள் அல்ல.

முயன்று பார்

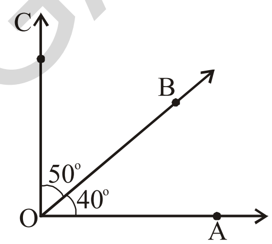
உன் விருப்பப் படி ஐந்து ஜோடி நிரப்புக் கோணங்களை வரையவும்.

இதை செய்

$\angle AOB = 40^0$ இருக்குமாறு வரையும்.'O'வை மையமாக கொண்டு $\angle BOC = 50^0$ வரையவும். $\overrightarrow{OB}$ ஐ முதன்மைக் கதிராக படத்தில் காட்டியபடி எடுத்துக் கொள்ளவும்.

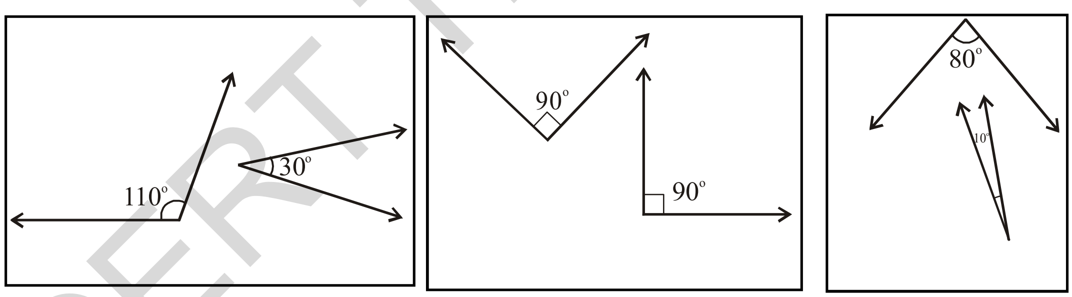
இந்த இரு கோணங்களின் கூடுதல் 90^0. இவை ஒரு செங்கோணத்தை உருவாக்குகின்றன.

மற்றொரு ஜோடி 60^0 மற்றும் 50^0 ஐ கொண்டு மேற்கூறியவாறு இணைக்கவும். இவை நிரப்புக் கோணங்களை உருவாக்குகின்றனவா? ஏன்? ஏன் உருவாக்குவதில்லை?



பயிற்சி 2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஜோடிகளில் எவை நிரப்புக் கோணங்கள்?



(i) (ii) (iii)

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றிற்கு நிரப்புக் கோணங்களை எழுதவும்.

   (i) 25^0 (ii) 40^0 (iii) 89^0 (iv) 55^0

3. இரு கோணங்கள் ஒன்றிற்கொன்று நிரப்பிகள் மற்றும் சமமானவை. அவற்றை கண்டறியவும்.

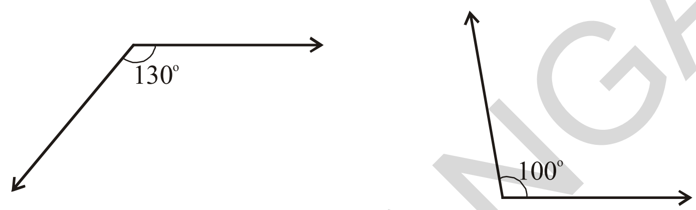
4. "நிரப்புக் கோணங்களில் ஒரு கோணம் எப்போதும் குறுங்கோணமாகும்" என்று மானஸா கூறுகிறாள். இதை நீ ஏற்றுக்கொள்கிறாயா? காரணம் கூறு.

4.1.2 மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்

இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 எனில் அந்த கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும்.

இந்த கோண ஜோடிகள் மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும். ஏனெனில் அவற்றின் கூடுதல் $120^0 + 60^0 = 180^0$.

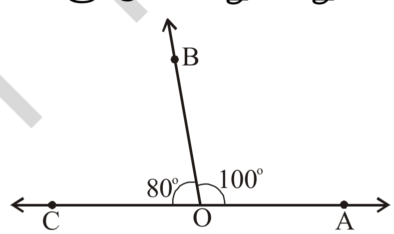
120^0 ன் மிகை நிரப்பி 60^0 எனவும், 60^0 ன் மிகை நிரப்பி 120^0 எனவும் கூறலாம்..



130^0 மற்றும் 100^0 கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் அல்ல. ஏன்?

இதை செய்

$\angle AOB = 100^0$ இருக்குமாறு வரையவும் O ஐ மையமாக கொண்டு$\angle BOC = 80^0$ வரையவும். $\overrightarrow{OB}$ இரு கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.



மேலே உள்ள இரண்டு கோணங்களும் 180^0 கொண்ட ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. எனவே 100^0 மற்றும் 80^0 ஒன்றிற்கொன்று மிகை நிரப்பிகள்.

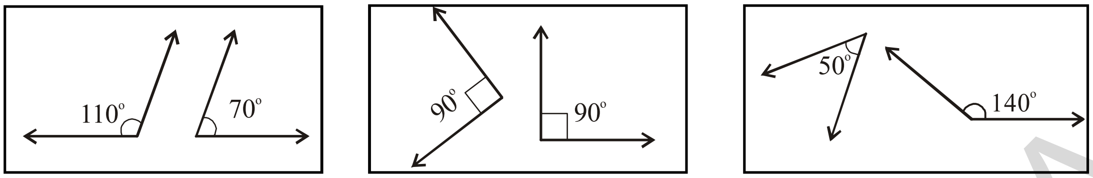
130^0 மற்றும் 70^0 கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்களா? ஏன்? ஏன் இல்லை?

முயன்று பார்

உன் விருப்பப்படி ஐந்து ஜோடி மிகை நிரப்புக் கோணங்களை வரையவும்.

பயிற்சி 3

1. கீழ்காணும் கோண ஜோடிகளில் எவை மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்?



(i) (ii) (iii)

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களுக்கு மிகை நிரப்புக் கோணங்களை கண்டறியவும்.

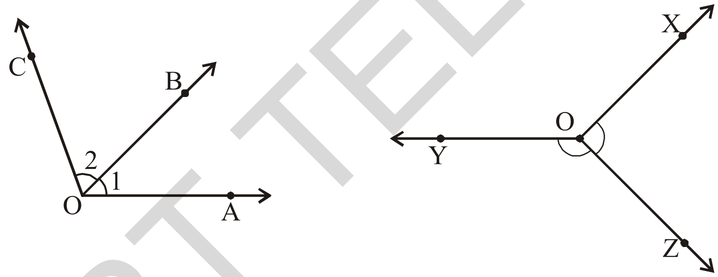
   (i) 105^0 (ii) 95^0 (iii) 150^0 (iv) 20^0

3. இரண்டு குறுங்கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்களை உருவாகாது என்பதை நிரூபிக்கவும்.

4. இரண்டு கோணங்கள் சமமானவை மற்றும் ஒன்றிற்கொன்று மிகை நிரப்பிகள் எனில் அவற்றை கண்டறியவும்.

4.1.3 அடுத்துள்ள கோணங்கள்

பொதுவான பக்கம் மற்றும் பொது முனை கொண்ட கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனப்படும்.



(i) (ii)

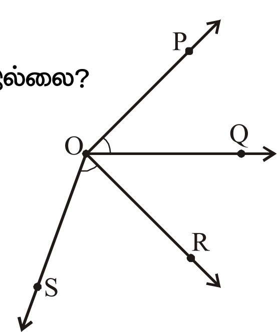
படம் (i) ல் உள்ள $\angle AOB$ மற்றும் $\angle BOC$ அடுத்துள்ள கோணங்கள். ஏனெனில் அவற்றின் பொது முனை புள்ளி 'O' மற்றும் பொது பக்கம் $\overrightarrow{OB}$.

படம் (ii) ல் உள்ள கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்களா? பொது முனை எது? பொது பக்கம் எது? இப்பொழுது படம் (iii) பார்க்கவும்.

$\angle POQ$ மற்றும் $\angle ROS$ அடுத்துள்ள கோணங்களா? ஏன்? ஏன் இல்லை?

அடுத்துள்ள படத்தில் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எவை?

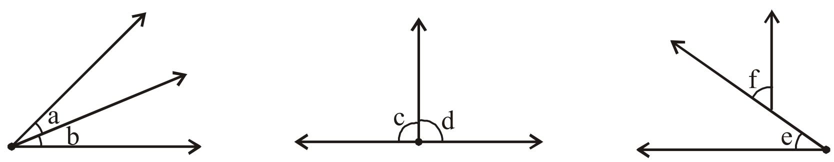
அவை அடுத்துள்ள கோணங்கள் என ஏன் நினைக்கிறாய்?



(iii)

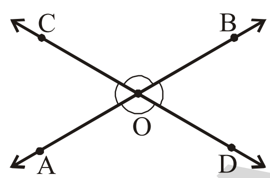
பயிற்சி 4

1. கீழ்காணும் படங்களில் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எவை?



(i) (ii) (iii)

2. படத்தில் உள்ள அனைத்து அடுத்துள்ள கோணங்களையும் பெயரிடு. எத்தனை ஜோடி அடுத்துள்ள கோணங்கள் உருவாகியுள்ளது? இவை ஏன் அடுத்துள்ள கோணங்கள் என அழைக்கப்படுகிறது?



3. இரண்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள் மிகை நிரப்பியாகுமா? படம் வரைக.

4. இரண்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள் நிரப்பியாகுமா? படம் வரைக.

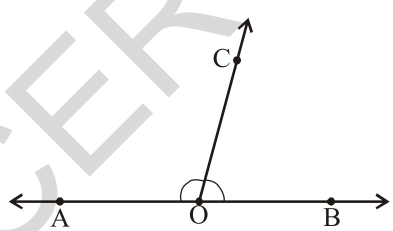
5. அன்றாட வாழ்க்கையில் ஐந்து அடுத்துள்ள கோணங்களை பெயரிடுக.

உதாரணம் : சைக்கிளில் உள்ள சக்கரக் கம்பிகள் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள்.

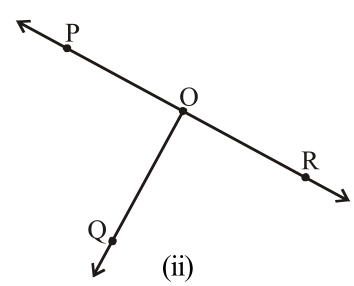
(i) ____________________ (ii) ____________________

(iii) ____________________ (iv) ____________________

4.1.3 a) **கோட்டு ஜோடி**



(i)



(ii)

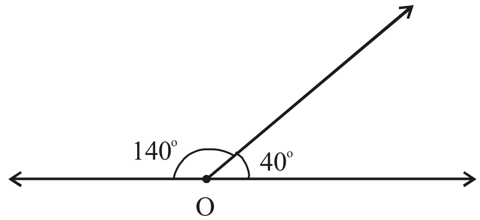
படம் (i) ல் $\angle AOC$ மற்றும் $\angle BOC$ ஆகியவை அடுத்துள்ள கோணங்கள். இந்த கோணங்களின் கூடுதல் எவ்வளவு?

இந்த கோணங்கள் சேர்ந்து ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. அதே போன்று படம் (ii) ல் $\angle POQ$ மற்றும் $\angle ROQ$ சேர்ந்து ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குகிறதா?

ஒரு ஜோடி அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 அல்லது ஒரு நேர்க்கோணமாக இருந்தால் அவை கோட்டு ஜோடிகள் எனப்படும்.

இதை செய்

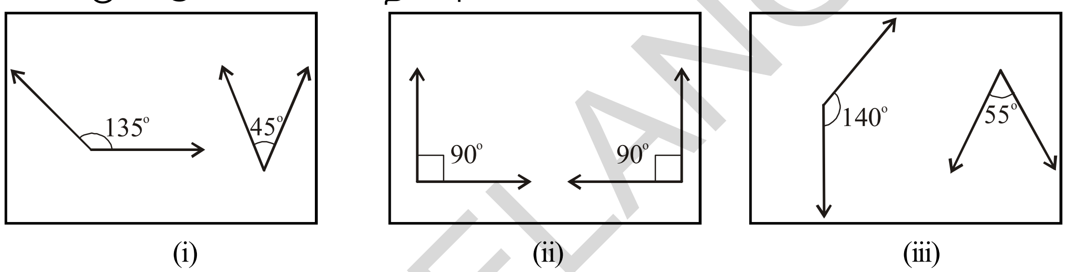
இரு அடுத்துள்ள கோணங்கள் 40^0 மற்றும் 140^0. இவை கோட்டு ஜோடிகளை உருவாக்குமா? படம் வரைந்து சோதிக்கவும். மணி கீழ்காணும் படத்தை வரைகிறான்.



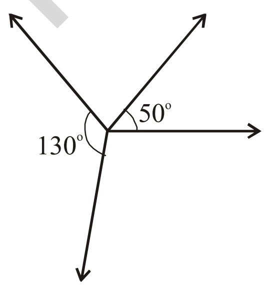
அவன் படத்தை சரியாக வரைந்தானா? இந்த அடுத்துள்ள கோணங்கள் கோட்டு ஜோடிகளை உருவாக்குமா?

பயிற்சி 5

1. கீழ்காணும் கோண ஜோடிகளை அடுத்துள்ள கோணங்களாக வரையவும். இவை கோட்டு ஜோடிகளை உருவாக்குமா என பரிசோதிக்கவும்.



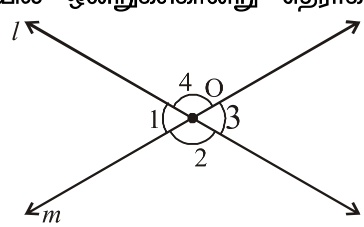
2. நித்யா 130^0 மற்றும் 50^0 கோணங்களை எடுத்துக் கொண்டு அவை கோட்டு ஜோடிகளை ஏற்படுத்துமா என்பதை பரிசோதித்துப் பார்க்கிறாள். கீழ்காணும் படத்தை வரைந்து சரிபார்க்கிறாள்.



இந்த இரு கோணங்களும் கோட்டு ஜோடிகளை உருவாக்க இயலாது என கூற இயலுமா? இல்லையெனில் நித்யா செய்த தவறு என்ன?

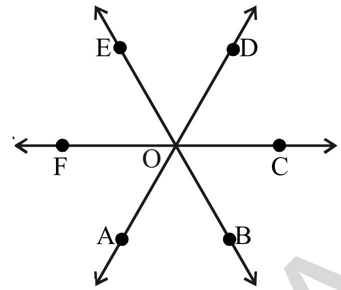
4.1.4 குத்தெதிர் கோணங்கள்

இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் போது வெட்டும் புள்ளியில் ஒன்றுக்கொன்று எதிராக ஏற்படும் கோணங்கள் குத்தெதிர் கோணங்கள் எனப்படும்.



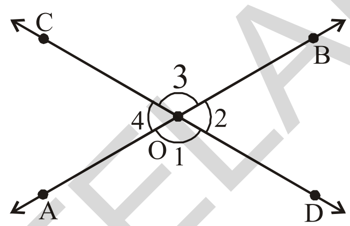
மேற்காணும் படத்தில் 'l' மற்றும் 'm' கோடுகள் 'O' என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கிறது. கோணம் $\angle 1$ கோணம் $\angle 3$ ற்கு எதிராக உள்ளது. $\angle 2$ மற்றும் $\angle 4$ மற்றொரு ஜோடி எதிர் கோணங்கள் ஆகும். ஆகையால் $\angle 1$, $\angle 3$ மற்றும் $\angle 2$, $\angle 4$ ஆகியவை இரண்டு ஜோடி குத்தெதிர் கோணங்கள்.

அடுத்துள்ள படத்தில் குத்தெதிர் கோணங்கள் எவை?



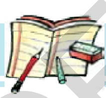
இதை செய்

$\overleftrightarrow{AB}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{CD}$ என்ற இரண்டு கோடுகள் ‘O’என்ற புள்ளியில் வெட்டுமாறு வரையவும். படிமத்தாளை உபயோகித்து மேற்காணும் படத்தின் மாதிரியை வரைந்து, இந்த மாதிரித்தாளை மேற்காணும் படத்தின் மீது வைத்து $\angle BOD$, $\angle AOC$ யோடு ஒன்றும் படி படத்தை மடிக்கவும். $\angle AOD$ & $\angle BOC$ மற்றும் $\angle AOC$ & $\angle BOD$ யை உற்று நோக்கவும். $\angle AOD = \angle BOC$ மற்றும் $\angle AOC = \angle BOD$ என அறியலாம்.



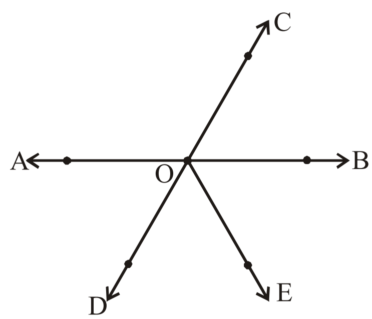
இதன் மூலம் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமம் என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

குறிப்பு : இரண்டு ஸ்ட்ராக்களை எடுத்துக் கொள்ளவும். அவற்றை ‘O’ என்ற நடுப்புள்ளியில் ஊசியால் பொருத்தவும். ஒன்றன் மீது மற்றொன்று பொருந்தும்படி அமர்த்தவும். ஸ்ட்ராக்களை சுழற்றவும். அவை குத்தெதிர் கோணங்களை உருவாக்குவதை கவனிக்கலாம்.

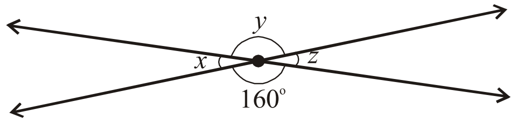


பயிற்சி 6

1. படத்தில் உள்ள ஏதேனும் இரண்டு ஜோடி குத்தெதிர் கோணங்களை பெயரிடவும்.



2. அளவிடாமல் x^0, y^0 மற்றும் z^0 ன் கோணங்களின் அளவை கண்டறியவும்.

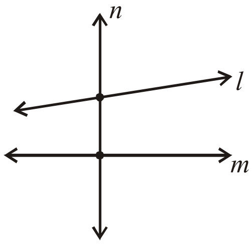


3. உன் சுற்றுப்புறத்தில் குத்தெதிர் கோணங்களுக்கு சில உதாரணங்களை கொடுக்கவும்.

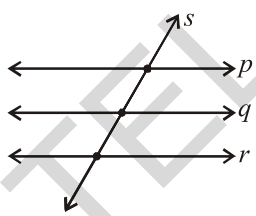
4.2 குறுக்குக் கோடுகள்

நீ இரயில் தண்டவாளத்தை பார்த்திருப்பாய். இந்த படம் இரண்டு கோடுகள் குறுக்குக் கோடுகளால் வெட்டப்பட்டுள்ளதற்கு உதாரணம் ஆகும்.

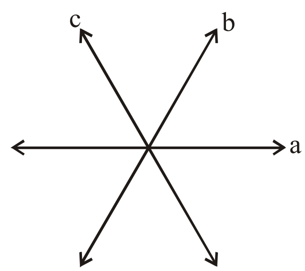
இரண்டு அல்லது அதற்கு அதிகமான கோடுளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் ஒரு கோட்டிற்கு குறுக்குக் கோடு என்று பெயர்.



படம் (i)



படம் (ii)



படம் (iii)

படம் (i) 'l' மற்றும் 'm' என்ற இரு கோடுகள் 'n' என்ற கோட்டினால் இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டப்பட்டுள்ளது. ஆகையால் 'n' என்பது 'l' மற்றும் 'm' ன் குறுக்கு வெட்டி ஆகும்.

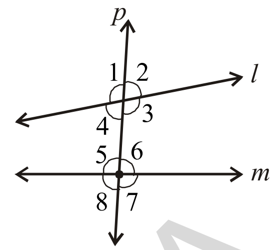
படம்(ii) 'p', 'q' மற்றும் 'r' என்ற மூன்று கோடுகள் 's' என்ற கோட்டினால் மூன்று வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டப்பட்டுள்து. ஆகையால் 's' என்பது 'p' 'q' மற்றும் 'r' ன் குறுக்கு வெட்டி ஆகும்.

படம் (iii) இரண்டு கோடுகள் 'a' மற்றும் 'b' ,'c' எனும் கோட்டினால் வெட்டப்பட்டுள்ளது. குறுக்கு வெட்டுப்கோடு 'c' , 'a' மற்றும் 'b'க்கு பொதுவாக உள்ளது. இந்த மூன்று கோடுகளும் வெட்டிக்கொள்ளும் கோடுகள், ஒன்று மற்ற இரண்டிற்கும் குறுக்கு வெட்டியாக அமையாது.

முயன்று பார்

இரண்டு வெவ்வேறு கோடுகளுக்கு எத்தனை குறுக்கு வெட்டிகளை வரைய இயலும்?

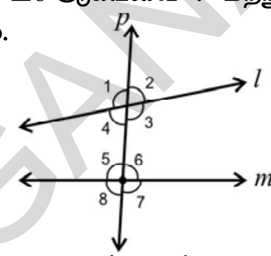
4.2.1 குறுக்குவெட்டி உருவாக்கும் கோணங்கள்



இரண்டு கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும்போது 8 கோணங்கள் உருவாகும். ஏனெனில் ஒவ்வொரு குறுக்கு வெட்டியிலும் 4 கோணங்கள் உருவாகும் படத்தை பரிசீலிக்கவும்.

இங்கு 'l' மற்றும் 'm'என்ற இரு கோடுகள் 'p'என்ற குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படுகிறது. $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ மற்றும் $\angle 8$ கோணங்கள் உருவாகிறது.

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ மற்றும் $\angle 6$ ஆகிய கோணங்கள் 'l' மற்றும்'m'ற்கு உட்புறமாக உள்ளது. ஆகையால் இவை உள்கோணங்கள் எனப்படும். கோணங்கள் $\angle 1, \angle 2, \angle 7$ மற்றும் $\angle 8$ ஆகியவை 'l' மற்றும் 'm'ற்கு வெளிப்புறம் உள்ளது. இவை வெளிக்கோணங்கள் எனப்படும்.



அடுத்துள்ள படத்தை பரிசீலிக்கவும்.

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ மற்றும் $\angle 8$ ஆகியவை வெளிக்கோணங்கள் ஆகும்.

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ மற்றும் $\angle 6$ ஆகியவை உள்கோணங்கள் ஆகும்.

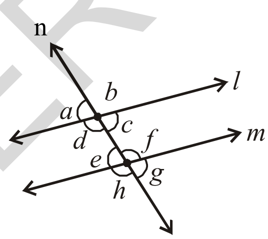
நாம் குத்தெதிர் கோணங்கள் குறித்தும், அவை சமம் எனவும் தெரிந்து கொண்டோம்.

ரேணு படத்தை பார்த்து $\angle 1 = \angle 3$ மற்றும் $\angle 2 = \angle 4$ என கூறினாள். இந்த ஜோடிகளில் உள்ள கோணங்கள் சமம் என்ற ரேணுவின் கருத்தை ஏற்றுக் கொள்கிறாயா?

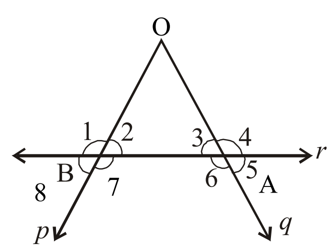
இதை செய்

1. படம் (i) மற்றும் (ii) ல் குறுக்குவெட்டியை குறிப்பிடவும்.

உள் மற்றும் வெளிக்கோணங்களை கண்டறிந்து கீழ்காணும் அட்டவணையில் நிரப்பவும்.



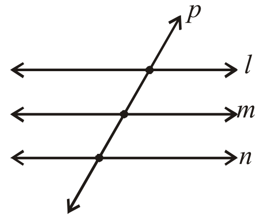
படம் (i)

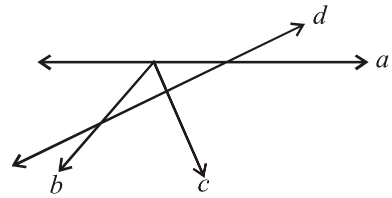


படம் (ii)

படம்	குறுக்குவெட்டி	வெளிக்கோணங்கள்	உள்கோணங்கள்
(i)			
(ii)			

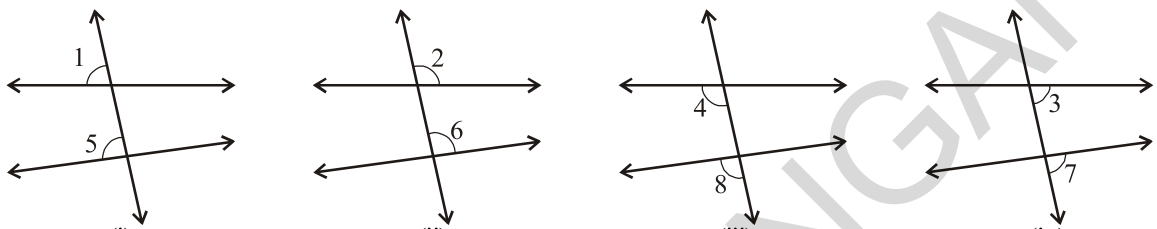
2. கீழ்காணும் கோடுகளை கவனிக்கவும். எந்த கோடு குறுக்கு வெட்டி? எத்தனை கோணங்கள் உருவாகும் என வகைப்படுத்து. உள் கோணங்கள் எவை? மற்றும் வெளிக்கோணங்கள் எவை?





4.2.1 a) **ஒத்த கோணங்கள்**

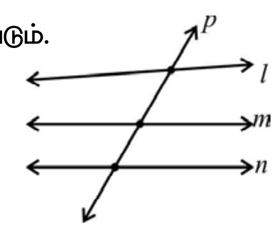
படங்கள் (i), (ii), (iii) மற்றும் (iv) ஐ பார்க்கவும்.



(i) (ii) (iii) (iv)

$(\angle 1, \angle 5), (\angle 2, \angle 6), (\angle 4, \angle 8), (\angle 3, \angle 7)$ கோண ஜோடிகளை பரிசீலிக்கவும். இந்த கோண ஜோடிகளில் ஏதாவது பொதுவாக உள்ளதா? இந்த கோணங்கள் வெவ்வேறு முனைகளில் அமைந்துள்ளது. இவை குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமாக அமைந்துள்ளது. ஒவ்வொரு ஜோடியிலும் ஒன்று உள்கோணம் மற்றொன்று வெளிக்கோணம்.

மேற்கூறப்பட்ட ஒவ்வொரு கோண ஜோடியும் ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.



மூன்று கோடுகளும் ஒரே குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்பட்டால் என்ன நிகழும்?

இதில் ஒத்த கோணங்கள் எவை?

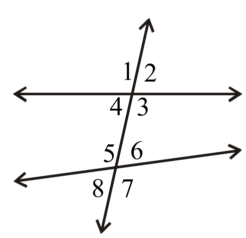
உள் மற்றும் வெளிக்கோணங்கள் எத்தனை?

ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் 4,5 மற்றும் அதற்கு அதிகமான கோடுகளை வெட்டினால் என்ன நிகழும்?

இதனால் ஏற்படும் ஒத்த கோணங்கள் மற்றும் உள், வெளிக் கோணங்களின் எண்ணிக்கையை கற்பனை செய்ய இயலுமா?

4.2.1 (b) **ஒன்றுவிட்ட உள் மற்றும் வெளிக்கோணங்கள்**

அருகிலுள்ள படத்தை பார்க்கவும் கீழ்கண்ட மூன்று பண்புகளை கொண்ட கோணஜோடிகளை கண்டறியவும்.

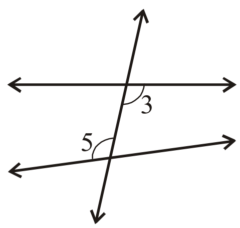


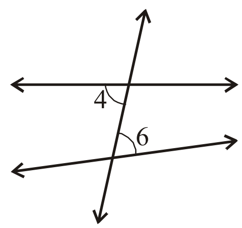
(i) வெவ்வேறு முனைப்புள்ளிகள் கொண்டவை.

(ii) குறுக்கு வெட்டியின் இரு புறமும் அமைந்தவை.

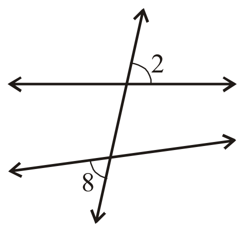
(iii) இரண்டு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணங்கள்.

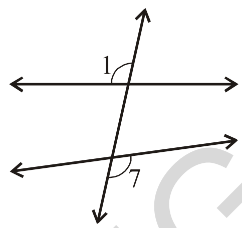
இதுபோன்ற கோணஜோடிகளை ஒன்றுவிட்ட உள்கோணங்கள் என்பர்.





கோண ஜோடிகள் ($\angle 3, \angle 5$) மற்றும் ($\angle 4, \angle 6$) ஆகிய இரு ஜோடிகள் ஒன்றுவிட்ட உள்கோணங்கள் ஆகும்.

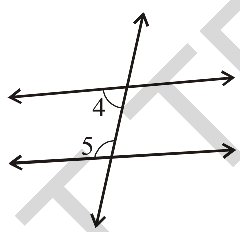


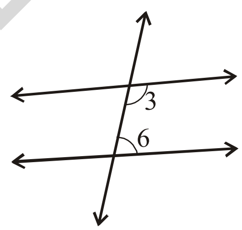


கோண ஜோடிகள் ($\angle 2, \angle 8$) மற்றும் ($\angle 1, \angle 7$) ஆகியவை ஒன்றுவிட்ட வெளிக்கோணங்கள் ஆகும்.

4.2.1 c) **குறுக்கு வெட்டியின் ஒரு பக்கத்தில் அமைந்த உள் கோணங்கள்.**

குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமாக அமைந்துள்ள கோணங்கள்.

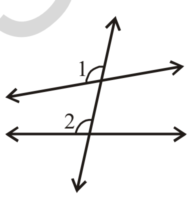




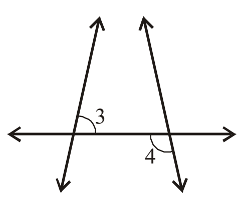
கோணங்கள் $\angle 4, \angle 5$ மற்றும் $\angle 3, \angle 6$ ஆகிய இரு ஜோடி உள்கோணங்கள் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமாக அமைந்துள்ளது.

இதை செய்

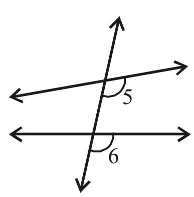
1. கீழ்காணும் படங்களில் அவற்றின் பண்புகளை பொறுத்து கோண ஜோடிகளை பெயரிடு.



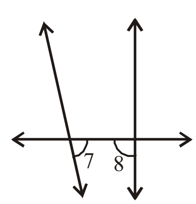
(i)



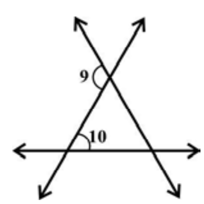
(ii)



(iii)



(iv)

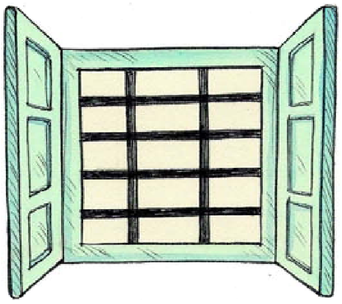


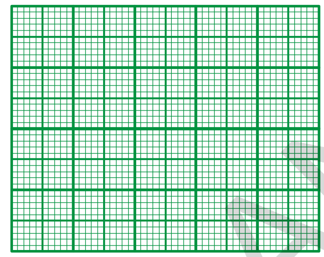
(v)

4.2.2 இணை கோடுகளின் மீது குறுக்குவெட்டி.

ஒரே தளத்திலுள்ள இரண்டு வெட்டிக்கொள்ளாத கோடுகள் இணைகோடுகள் என்பது உனக்கு தெரியும். இப்பொழுது இணைகோடுகளின் மீதுள்ள குறுக்கு வெட்டியையும், அதன் மீதுள்ள கோணங்களின் பண்புகளை குறித்தும் தெரிந்து கொள்வோம்.

கீழ்காணும் சன்னல், வரைப்படத்தாளை கவனி



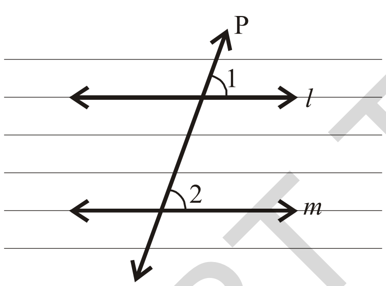


இவைகள் இணைக்கோடுகளை வெட்டும் குறுக்குவெட்டிக்கு உதாரணம்

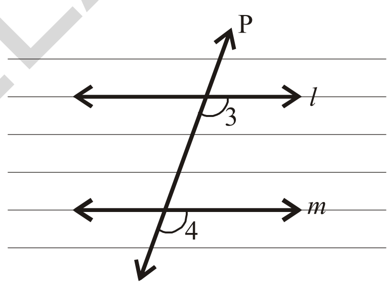
இதை செய்

கோடிட்ட காகிதத்தை எடுத்துக் கொண்டு 'l' , 'm' என்ற இரண்டு இணைக்கோடுகளை வரையவும், இந்த கோடுகளின் மீது 'p' என்ற குறுக்கு வெட்டியை வரையவும்.

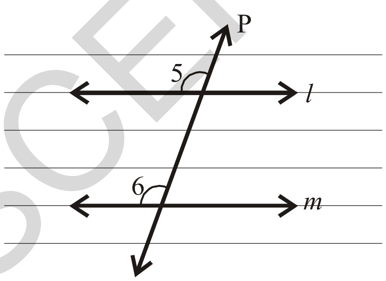
படங்கள் (i), (ii), (iii) மற்றும் (iv) ல் ஒத்த கோண ஜோடிகளை பெயரிடவும்.



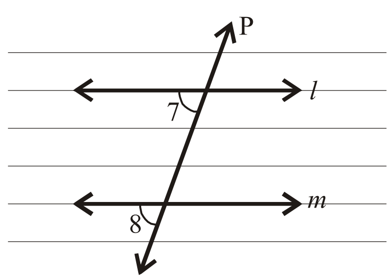
படம் (i)



படம் (ii)



படம் (iii)



படம் (iv)

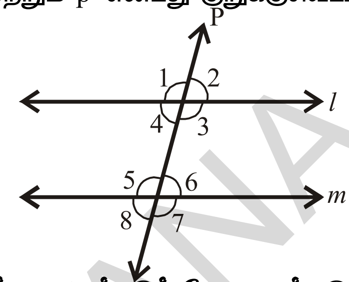
படம்(i) ன் மீது படிமத்தாளை வைக்கவும். 'l', 'm' மற்றும் 'p' கோடுகளை படிமம் செய். படிமத்தாளை 'p'யின் மீது வைத்து 'l' எனும் கோடு 'm'ன் மீது பொருந்துமாறு சரி செய்யவும் படிமமாக்கப்பட்ட படத்தில் $\angle 1$, உண்மையான படத்தில் உள்ள $\angle 2$ ன் மீது ஒன்றியிருப்பதை காணலாம். ஆகையால் $\angle 1 = \angle 2$

மீதியுள்ள ஒத்த கோண ஜோடிகள் சமமா? படிமத்தாளை வைத்து சரிபார்க்கவும்.

ஒரு ஜோடி இணைகோடுகள் ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் போது ஏற்படும் ஒவ்வொரு ஒத்தக்கோண ஜோடிகள் சமம்.

ஒத்த கோணங்கள் பண்பை மற்றொரு விடை பெறுவதற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

அருகிலுள்ள படத்தில் 'l' மற்றும் 'm' ஒரு ஜோடி இணை கோடுகள் மற்றும் 'p' என்பது குறுக்குவெட்டி. ஒத்த கோணங்களின் அனைத்து ஜோடிகளும் சமம்.



$\angle 1 = \angle 5$

ஆனால் $\angle 1 = \angle 3$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

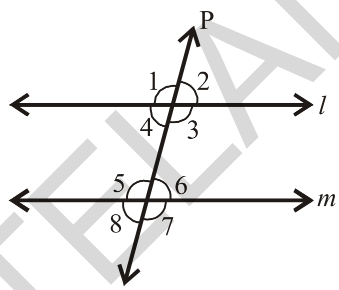
ஆகையால், $\angle 3 = \angle 5$

அதே போன்று $\angle 4 = \angle 6$ என காண்பிக்கலாம்.

ஆகையால் ஒரு ஜோடி இணைகோடுகள் ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் போது ஏற்படும் ஒவ்வொரு ஒன்றுவிட்ட உள் கோணங்களின் ஜோடிகள் சமம்.

இதே விடையை ஒன்றுவிட்ட வெளிக் கோணங்களுக்கும் பெற இயலுமா? முயற்சிக்கவும்.

இப்போது, குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்க உள் கோணங்களுக்கு தொடர்பான மற்றொரு அதிசயமான விடையை பார்க்கலாம்.



மேற்கண்ட படத்தில் 'l' மற்றும் 'm' ஒரு ஜதை இணைகோடுகள், 'p' என்பது குறுக்குவெட்டி.

$\angle 3 = \angle 5$ (ஒன்றுவிட்ட உள்கோணங்கள்)

ஆனால் $\angle 3 + \angle 4 = 180^0$ (ஏன்?)

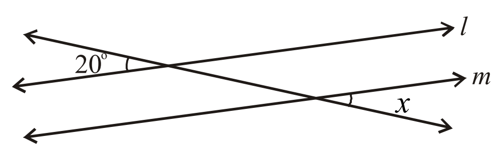
எனவே, $\angle 4 + \angle 5 = 180^0$

அதே போன்று $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$ (காரணம் கூறு)

ஆகையால் ஒரு ஜதை இணைகோடுகள் ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் போது. குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமுள்ள உள் கோணங்களின் கோண ஜோடிகள் மிகை நிரப்பிகள்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் 'l' மற்றும் 'm' என்பவை ஒரு ஜதை இணைகோடுகள், 'p' என்பது குறுக்கு வெட்டி எனில் 'x' ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு:

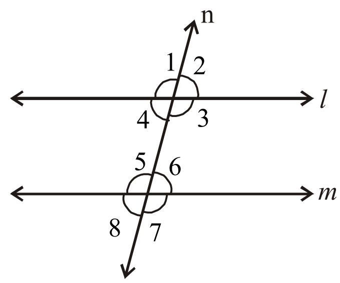


இங்கு $l \parallel m$, மேலும் p என்பது குறுக்குவெட்டி.

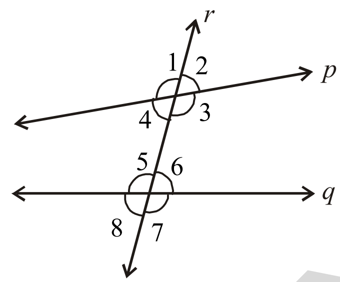
$\angle x$ மற்றும் 20^0 என்பவை ஒரு ஜோடி ஒன்றுவிட்ட வெளிக்கோணங்கள் எனவே அவை சமமானவை.

எனவே, $\angle x = 20^0$.

இதை செய்



படம் (i)



படம் (ii)

உன்னுடைய நோட்டுப் புத்தகத்தில் மேற்காணும் படத்தை படிமத்தாள் கொண்டு படிமம் எடுக்கவும். பாகைமானி கொண்டு கோணங்களை அளந்து கீழ்காணும் அட்டவணையை நிரப்பவும்.

அட்டவணை 1 : ஒத்த கோணங்களை அளந்து அட்டவணையை நிரப்பவும்.

படம்	ஒத்த கோண ஜோடிகள்			
	முதல் ஜோடி	2 வது ஜோடி	3 வது ஜோடி	4 வது ஜோடி
(i)	$\angle 1 =$	$\angle 2 =$	$\angle 3 =$	$\angle 4 =$ ....
	$\angle 5 =$	$\angle 6 =$	$\angle 7 =$	$\angle 8 =$ ....
(ii)	$\angle 1 =$	$\angle 2 =$	$\angle 3 =$	$\angle 4 =$ ....
	$\angle 5 =$	$\angle 6 =$	$\angle 7 =$	$\angle 8 =$ ....

எந்த படத்தில் ஒத்த கோண ஜோடிகள் சமமாக உள்ளது என்பதை கண்டுபிடி?

'l' மற்றும் 'm' கோடுகளை பற்றி என்ன கூறுகிறாய்?

'p' மற்றும் 'q' கோடுகளை குறித்து என்ன கூறுகிறாய்?

எந்த ஜோடி கோடுகள் இணையாக உள்ளது?

இரு கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டும் போது, ஒத்த கோண ஜோடிகள் சமம் எனில் அந்த கோடுகள் இணையானவை.

அட்டவணை 2 : ஒன்றுவிட்ட உள் கோணங்களை அளந்து அட்டவணையை நிரப்பவும்.

படம்	ஒன்றுவிட்ட உள்கோண ஜோடிகள்	
	முதல் ஜோடி	2 வது ஜோடி
(i)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...
(ii)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...

எந்த படத்தில் ஒன்றுவிட்ட உள் கோண ஜோடிகள் சமமாக உள்ளது என்பதை கண்டுபிடி?

'l' மற்றும்'m' கோடுகளை பற்றி என்ன கூறுகிறாய்?

'p' மற்றும் 'q' கோடுகளை பற்றி என்ன கூறுகிறாய்?

ஆகையால் ஒரு ஜோடி கோடுகள் ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் போது ஒன்றுவிட்ட உள் கோணங்கள் சமம் எனில் அந்த கோடுகள் இணைகோடுகள்.

அட்டவணை 3 : குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமுள்ள உள் கோணங்களின் அளவை பொறுத்து அட்டவணையை நிரப்பவும்.

படம்	**குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கம் உள்ள உள்கோண ஜோடிகள்**			
	முதல் ஜோடி		2 வது ஜோடி	
(i)	$\angle 3$= .... $\angle 6$=	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4$= .... $\angle 5$=	$\angle 4+\angle 5$= ....
(ii)	$\angle 3$= .... $\angle 6$=	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4$= .... $\angle 5$=	$\angle 4+\angle 5$= ....

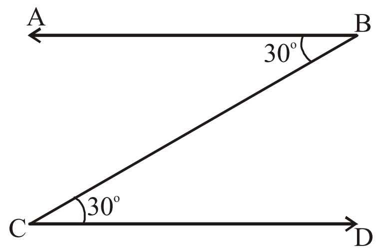
எந்த படத்தில் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமுள்ள உள் கோண ஜோடிகள் மிகை நிரப்பிகள் (கூடுதல் 180^0)?

'l' மற்றும் 'm' கோடுகளை பற்றி என்ன கூறுகிறாய்?

'p' மற்றும் 'q' கோடுகளை பற்றி என்ன கூறுகிறாய்?

ஒரு ஜோடி கோடுகள் ஒரு குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும்போது, குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கமுள்ள உள் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகள் எனில் அந்த கோடுகள் இணைகோடுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 2 : கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் இரண்டு கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 30^0 என குறிக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு AB || CD என்பது சரியா?



தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட கோணங்கள் BC என்ற குறுக்கு வெட்டியோடு ஒரு ஜோடி

ஒன்றுவிட்ட உள்கோணங்களை உருவாக்குகிறது.

இந்த கோணங்கள் சமம் ஆதலால் AB || CD.

பயிற்சி 7

1.கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பு.

(i) ஒரு கோடு, இரண்டு அல்லது அதிகமான கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டினால், அது __________ என அழைக்கப்படுகிறது.

(ii) ஒன்றுவிட்ட உள் கோணங்கள் சமமானால் அந்த கோடுகள்______________

(iii) குறுக்கு வெட்டிக்கு ஒரே பக்கமுள்ள உள் கோணங்களின் கூடுதல் மிகை நிரப்பி எனில் அந்த கோடுகள் ____________

(iv) இரண்டு கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளும் போது அவை ஏற்படுத்தும் பொதுப் புள்ளிகள்______________.

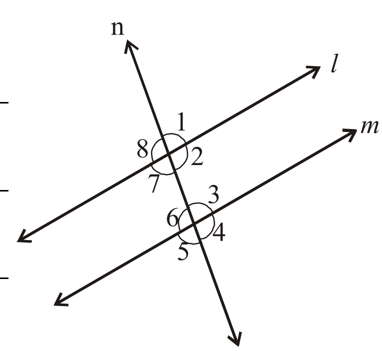
2. அடுத்துள்ள படத்தில் ‘l’ மற்றும் ‘m’ இணைக்கோடுகள் மற்றும்‘n’ என்பது குறுக்கு வெட்டி. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) $\angle 1 = 80^0$ எனில் $\angle 2$ = ______________

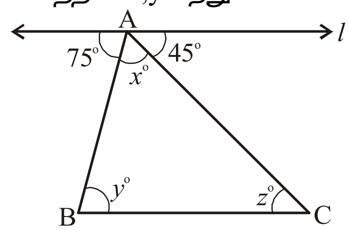
(ii) $\angle 3 = 45^0$ எனில் $\angle 7$ = ______________

(iii) $\angle 2 = 90^0$ எனில் $\angle 8$ = ______________

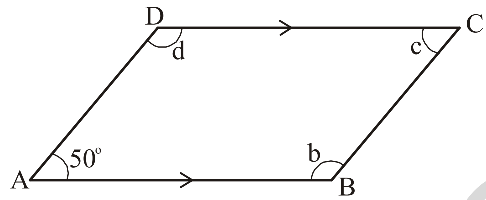
(iv) $\angle 4 = 100^0$ எனில் $\angle 8$ = ______________



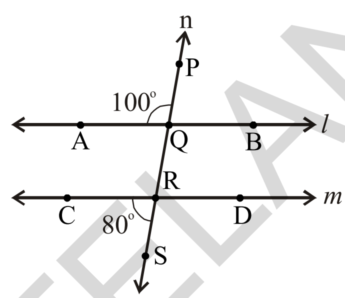
3. l // BC எனில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் x,y மற்றும் z ன் கோண அளவுகளை கண்டறியவும்.



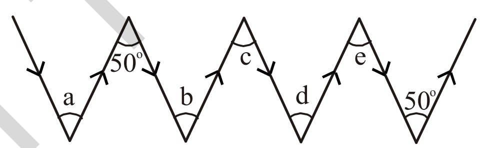
4. ABCD என்ற இணைக்கரத்தில் AB ll DC மற்றும் AD ll BC எனில் $\angle$ b, $\angle$ c மற்றும் $\angle$ d ஐ கண்டுபிடி?



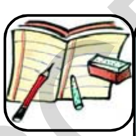
5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் 'l' மற்றும் 'm' ன் குறுக்குவெட்டி 'n' எனில் l || m என்பது சரியா



6. படத்தில் $\angle$a, $\angle$b, $\angle$c, $\angle$d மற்றும் $\angle$e ன் கோண அளவுகளை கண்டுபிடி. காரணம் கூறு.



குறிப்பு: இரண்டு அம்புக் குறிகள் ஒரே திசையில் குறிக்கப்பட்டால் அவை இணைகோடுகளை குறிக்கும்.



நினைவு கூர்க

1.(i) இரு கோணங்களின் கூடுதல் 90^0 எனில் அந்த கோணங்கள் நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும்.

(ii) நிரப்புக் கோண ஜோடிகளில் ஒவ்வொரு கோணம் குறுங்கோணம் ஆகும்.

2.(i) இரு கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 எனில், அந்த கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும்.

(ii) மிகை நிரப்புக் கோண ஜோடிகளில் ஒரு கோணமும் குறுங்கோணம் அல்லது செங்கோணம் அல்லது விரிகோணமாக இருக்கும்.

(iii) இரண்டு செங்கோணங்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்பியாகும்.

3. பொதுவான பக்கம் மற்றும் பொது முனைக்கு இருபுறமும் உருவாகும் கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் ஆகும்.

4. ஒரு ஜோடி நிரப்புக் கோணங்களும், ஒரு ஜோடி மிகை நிரப்புக் கோணங்களும் அடுத்துள்ள கோணங்களாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

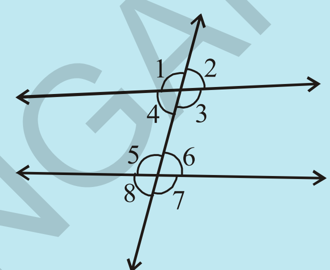
5. ஒரு ஜோடி கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் மற்றும் மிகை நிரப்புக் கோணங்களாக இருந்தால் அவை கோட்டு ஜோடிகள் ஆகும்.

6.(i) இரண்டு கோடுகள் ஒன்றையொன்று ஒரே புள்ளியில் வெட்டும் போது ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உருவாகும் கோணங்கள் குத்தெதிர் கோணங்கள் எனப்படும்.

(ii) குத்தெதிர் கோண ஜோடிகள் எப்பொழுதும் அளவில் சமமாக இருக்கும்.

7.(i) இரண்டு அல்லது அதற்கு அதிகமான கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும்கோடு அந்த கோடுகளின் குறுக்கு வெட்டி ஆகும்.

(ii) அடுத்துள்ள படத்தில் குறுக்குவெட்டியானது இரண்டு கோடுகளோடு எட்டு கோணங்களை உருவாக்கும்.



வ.எண்	கோணங்களின் வகைகள்	ஜோடிகளின் எண்ணிக்கை	கோணங்கள்
1.	உள் கோணங்கள்	—-	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	வெளிக்கோணங்கள்	—-	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	குத்தெதிர் கோணங்கள்	4ஜோடிகள்	$(\angle 1, \angle 3)$; $(\angle 4, \angle 2)$; $(\angle 5, \angle 7)$; $(\angle 8, \angle 6)$
4.	ஒத்த கோணங்கள்	4 ஜோடிகள்	$(\angle 1, \angle 5)$; $(\angle 2, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 8)$; $(\angle 3, \angle 7)$
5.	ஒன்றுவிட்ட உள் கோணங்கள்	2 ஜோடிகள்	$(\angle 3, \angle 5)$; $(\angle 4, \angle 6)$
6.	ஒன்றுவிட்டவெளிக்கோணங்கள்	2ஜோடிகள்	$(\angle 1, \angle 7)$; $(\angle 2, \angle 8)$
7.	குறுக்குவெட்டிக்கு ஒரே பக்கமுள்ள உள்கோணங்கள்	2ஜோடிகள்	$(\angle 3, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 5)$

8. ஒரு ஜோடி இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும் போது ஏற்படும் கோணங்களில்

(i) ஒவ்வொரு ஜோடி ஒத்த கோணங்கள் சமம்.

(ii) ஒவ்வொரு ஜோடி ஒன்றுவிட்ட உள்கோணங்கள் சமம்.

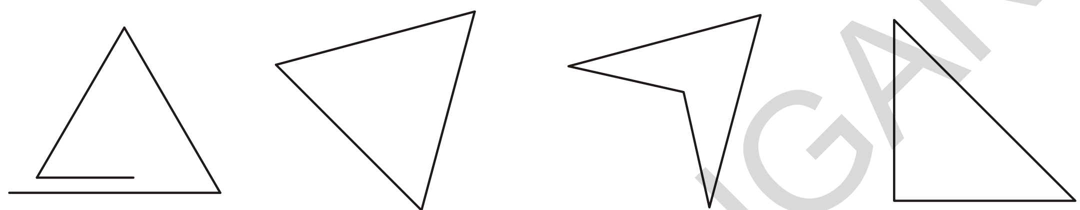
(iii) ஒவ்வொரு ஜோடி ஒன்றுவிட்ட வெளிக்கோணங்கள் சமம்.

(iv) குறுக்குவெட்டிக்கு ஒரே பக்கமுள்ள ஒவ்வொரு ஜோடி உள்கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகள்.

முக்கோணங்களும் அதன் பண்புகளும் 5

5.0 அறிமுகம்

முக்கோணங்களை குறித்து நீங்கள் சென்ற வகுப்பில் கற்றுக்கொண்டீர்கள். கீழ்காணும் படங்களை கவனிக்கவும். இவற்றில் எவை முக்கோணங்கள்?

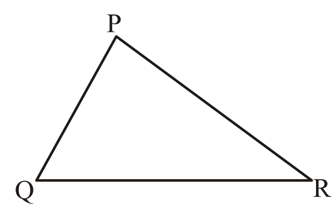


(i) (ii) (iii) (iv)

இவற்றில் சில மட்டுமே முக்கோணங்கள். ஏன் என்பதை உன் நண்பர்களுடன் விவாதிக்கவும்.

மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளால் ஆன மூடிய படம் முக்கோணம் எனப்படும்.

ΔPQR ல்



(i) மூன்று பக்கங்கள் $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$

(ii) மூன்று கோணங்கள் $\angle PQR$, $\angle QRP$, $\angle RPQ$

(iii) மூன்று முனைப் புள்ளிகள் P, Q, R

P என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிரிலுள்ள பக்கம் $\overline{QR}$. Q மற்றும் R முனைப்புள்ளிகளுக்கு எதிரிலுள்ள பக்கங்களை பெயரிட இயலுமா? அதே போன்று $\angle QPR$க்கு எதிரிலுள்ள பக்கம் $\overline{QR}$. $\angle PQR$ க்கு எதிரிலுள்ள பக்கத்தை பெயரிட இயலுமா?

முயன்று பார்

உமா ஒரு முக்கோணமானது மூன்று ஒருகோட்டுப்புள்ளிகளால் உருவாகும் என நினைக்கிறாள். நீ அதை ஏற்றுக்கொள்கிறாயா? ஏன்? உன் விடையை படங்கள் வரைந்து சரிபார்?

(மூன்று (அ) அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டின் மீது அமைந்திருந்தால் அவை ஒருகோட்டுப்புள்ளிகள் எனப்படும்)

குறிப்பு : LM = LM கோட்டுத்துண்டின் நீளம் ; $\overline{LM}$ = கோட்டுத்துண்டு LM

$\overrightarrow{LM}$ = LM கதிர் ; $\overleftrightarrow{LM}$ = கோடு LM

5.1 முக்கோணங்களின் வகைப்பாடு

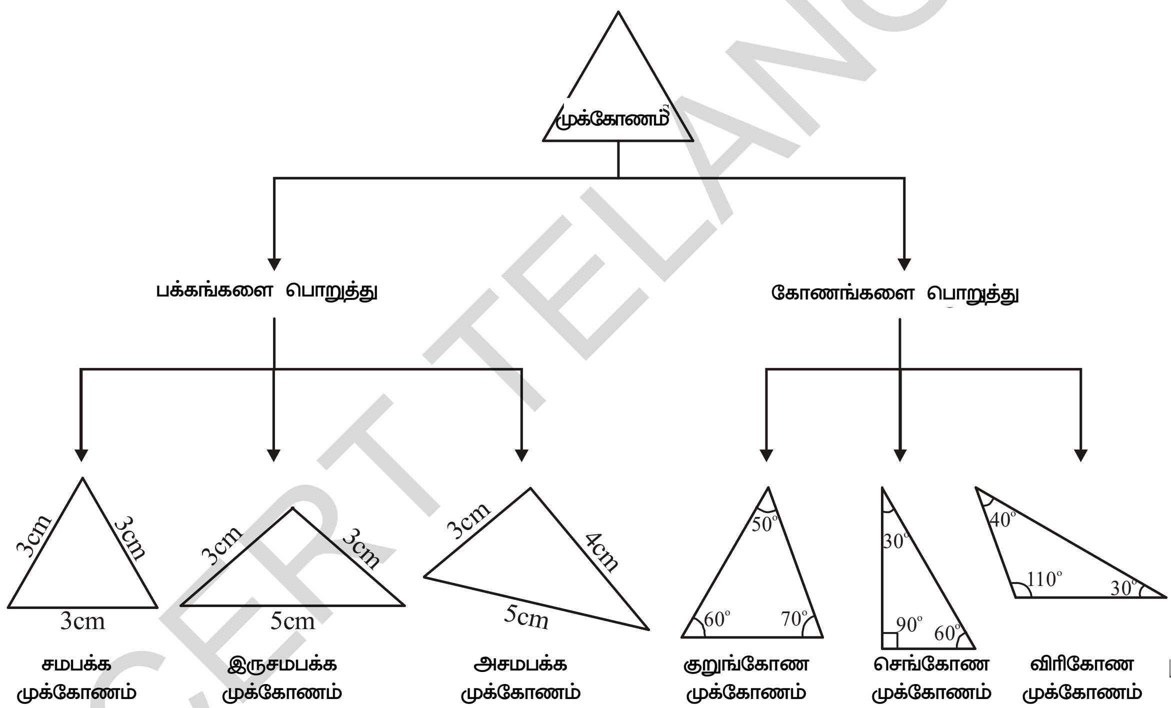
முக்கோணங்கள் அவற்றின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை பொறுத்து வகைபடுத்தப்படுகிறது.

பக்கங்களை பொறுத்து முக்கோணங்கள் மூன்று வகைப்படும்.

- முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களும் சமமாக இருந்தால் அது சமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் சமமாக இருந்தால் அது இருசமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறு நீளங்கள் கொண்டதாக இருந்தால் அது அசமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.

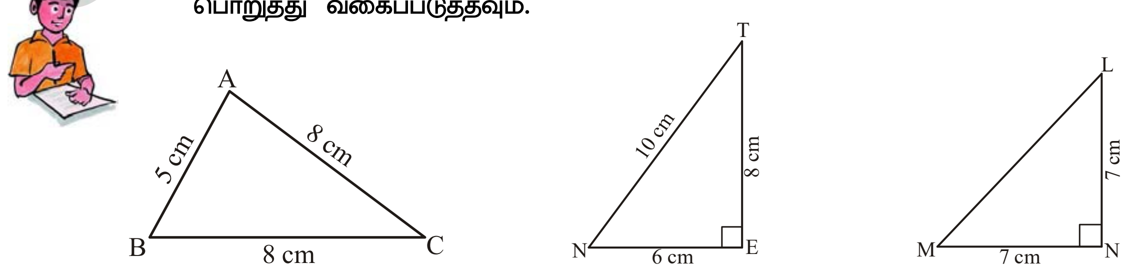
கோணங்களை பொறுத்து முக்கோணத்தை மூன்று வகையாக பிரிக்கலாம்.

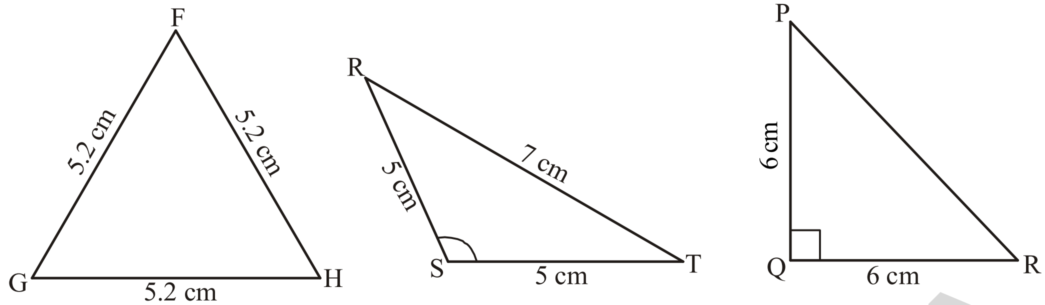
- முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணமாக இருந்தால் அது குறுங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் விரிகோணமாக இருந்தால் அது விரிகோண முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் செங்கோணமாக இருந்தால் அது செங்கோண முக்கோணம் எனப்படும்.



இதை செய்

1. கீழ்காணும் முக்கோணங்களை அவற்றின் (i) பக்கங்கள் மற்றும் (ii) கோணங்களை பொறுத்து வகைப்படுத்தவும்.





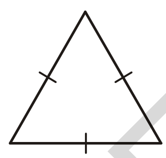
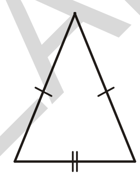
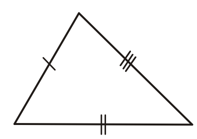
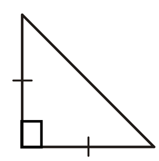
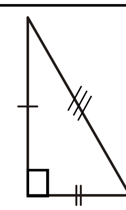
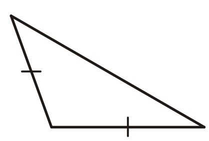
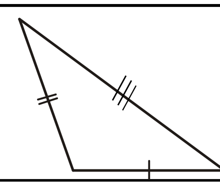
(2) ΔABC ன் மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் 3 கோணங்களை குறிப்பிடவும்.

(3) ΔPQR ல் முனைப்புள்ளி Qற்கு எதிரிலுள்ள பக்கம் எது?

(4) Δ LMNல் $\overline{LM}$ ற்கு எதிரிலுள்ள கோணம் எது?

(5) ΔRSTல் $\overline{RT}$ பக்கத்திற்கு எதிரிலுள்ள முனைப்புள்ளி எது?

கோணங்கள் மற்றும் பக்கங்களை பொறுத்து முக்கோணத்தின் கீழ்காணும் வகைகளை பெறலாம்.

முக்கோணத்தின் வகை	சமபக்கம்	இருசமபக்கம்	அசமபக்கம்
குறுங்கோண முக்கோணம்			
செங்கோண முக்கோணம்			
விரிகோண முக்கோணம்			

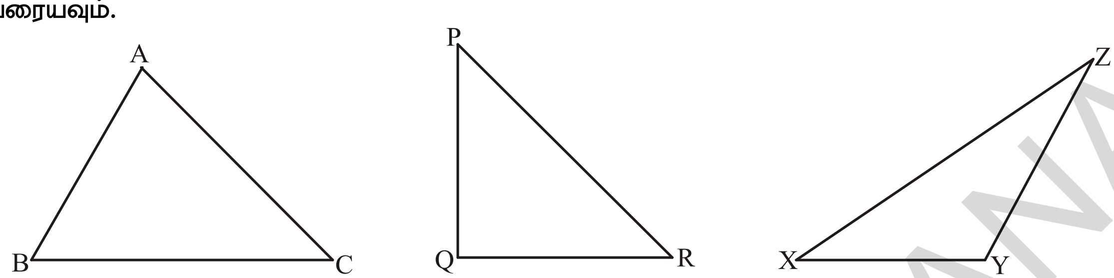
முயன்று பார்

1. மேற்கூறியவாறு பல்வேறு முக்கோணங்களின் மாதிரிகளை காகிதங்களை பயன்படுத்தி செய்யவும். நீங்கள் தயார் செய்த மாதிரிகளை உங்கள் நண்பர்கள் செய்தவற்றுடன் தொடர்புபடுத்தி பார்க்கவும்.
2. எந்த ஒரு முக்கோணத்திலும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட செங்கோணம் இருக்காது. என ரேகா கூறுகிறாள். நீ இதை ஏற்றுக் கொள்கிறாயா? ஏன்?
3. எந்த ஒரு முக்கோணமும் இரண்டிற்கு மேற்பட்ட குறுங்கோணம் பெற்றிருக்காது என கமல் கூறுகிறான்? நீ இதை ஏற்றுக்கொள்கிறாயா? ஏன்?

5.2 முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு இடையேயான தொடர்பு

5.2.1 முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு ΔABC, ΔPQR, ΔXYZ ஆகிய ஏதேனும் மூன்று முக்கோணங்களை வரையவும்.



உன் அளவுகோலை கொண்டு முக்கோணங்களின் நீளங்களை அளந்து முடிவுகளை அட்டவணைப்படுத்தவும்.

Δ ன்பெயர்	Δ ன் பக்கங்கள்	பக்கங்களின் கூடுதல்	இது உண்மையா?	சரி/தவறு
ΔABC	$\overline{AB} =$	$\overline{AB}+\overline{BC} =$	$\overline{AB}+\overline{BC} > \overline{CA}$	
	$\overline{BC} =$	$\overline{BC}+\overline{CA} =$	$\overline{BC}+\overline{CA} > \overline{AB}$	
	$\overline{CA} =$	$\overline{CA}+\overline{AB} =$	$CA+\overline{AB} > \overline{BC}$	
ΔPQR	$\overline{PQ} =$	$\overline{PQ}+\overline{QR} =$	$\overline{PQ}+\overline{QR} > \overline{RP}$	
	$\overline{QR} =$	$\overline{QR}+\overline{RP} =$	$\overline{QR}+\overline{RP} > \overline{PQ}$	
	$\overline{RP} =$	$\overline{RP}+\overline{PQ} =$	$\overline{RP}+\overline{PQ} > \overline{QR}$	
ΔXYZ	$\overline{XY} =$	$\overline{XY}+\overline{YZ} =$	$\overline{XY}+\overline{YZ} > \overline{ZX}$	
	$\overline{YZ} =$	$\overline{YZ}+\overline{ZX} =$	$\overline{YZ}+\overline{ZX} > \overline{XY}$	
	$\overline{ZX} =$	$\overline{ZX}+\overline{XY} =$	$\overline{ZX}+\overline{XY} > \overline{YZ}$	

மேற்கண்ட உதாரணங்களின் மூலம், ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தை விட அதிகமாக இருப்பதை காணலாம்.

எ.கா. : ΔABC ல் $\overline{AB}+\overline{BC} > \overline{CA}$

$\overline{BC}+\overline{CA} > \overline{AB}$

$\overline{CA}+\overline{AB} > \overline{BC}$

5.2.2 முக்கோணத்தின் இருபக்கங்களின் நீளங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடு

மேற்கூறப்பட்ட முக்கோணத்தை உதாரணமாக கொண்டு உன் முடிவுகளை கீழ்காணுமாறு அட்டவணைப்படுத்தவும்.

Δன்பெயர்	பக்கங்களின்நீளம்	இருபக்கங்களின் வேறுபாடு	இதுஉண்மையா?	சரி/தவறு
ΔABC	$AB =$	$BC - CA =$	$BC - AB < AC$	
	$BC =$	$CA - AB =$	$CA - AB < BC$	
	$CA =$	$AB - BC =$	$AB - BC < CA$	
ΔPQR	$PQ =$	$QR - RP =$	$QR - RP < PQ$	
	$QR =$	$RP - PQ =$	$RP - PQ < QR$	
	$RP =$	$PQ - QR =$	$PQ - QR < RP$	
ΔXYZ	$XY =$	$YZ - ZX =$	$YZ - ZX < XY$	
	$YZ =$	$ZX - XY =$	$ZX - XY < YZ$	
	$ZX =$	$XY - YZ =$	$XY - YZ < ZX$	

மேற்கூறப்பட்ட கவனிப்புகளிலிருந்து முக்கோணத்தின் ஏதாவது இரு பக்கங்களிடையே வேறுபாடு மூன்றாவது பக்கத்தைவிட குறைவாக இருப்பதை அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு ΔABC, ல் $AB - BC < CA$; $BC - AB < CA$

$BC - CA < AB$; $CA - BC < AB$

$CA - AB < BC$; $AB - CA < BC$

இதை செய்

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் 6 செ.மீ மற்றும் 9 செ.மீ எனில் மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இயன்ற வரை அளவுகளை எழுதவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : ஒரு முக்கோணத்தின் நீளங்கள் 6 செ.மீ, 5 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ என இருக்க இயலுமா?

தீர்வு : முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் $AB = 6$ செ.மீ

$BC = 5$ செ.மீ

$CA = 8$ செ.மீ

ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் அதாவது, $AB + BC = 6 + 5 = 11 > 8$

$BC + CA = 5 + 8 = 13 > 6$

$CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5$

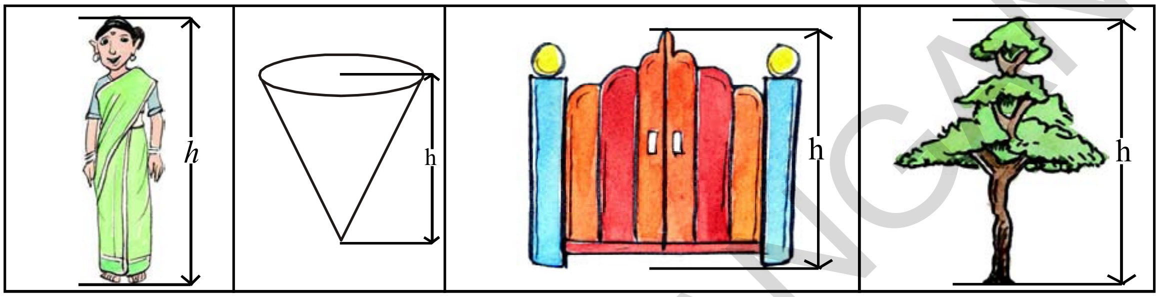
முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தை விட அதிகமாக இருந்தால் அது முக்கோணம் ஆகும்.

பயிற்சி - 1

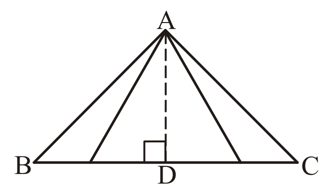
1. கீழ்காணும் அளவுகளை கொண்டு முக்கோணத்தை உருவாக்க இயலுமா?
   (i) 3 செ.மீ, 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ
   (ii) 6 செ.மீ, 6 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ
   (iii) 4 செ.மீ, 4 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ
   (iv) 3 செ.மீ, 5 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ

5.3 முக்கோணத்தின் உயரங்கள்

உன் அன்றாட வாழ்க்கையில் பல்வேறு சூழல்களில் 'உயரம்' எனும் வார்த்தையை உபயோகித்திருப்பாய் எனில் கீழ்காணும் படங்களின் உயரங்களை எவ்வாறு கண்டறிவாய்?



மேற்காணும் படங்களின் உயரத்தை அளப்பதற்கு படங்களில் காண்பித்தபடி படங்களின் மேல் பாகத்திலிருந்து அடிபாகம்வரை உள்ள நீளத்தை அளப்போம் அல்லவா? இந்த முறையை முக்கோணத்தின் உயரத்தை அளப்பதற்கும் பயன்படுத்தலாம்.



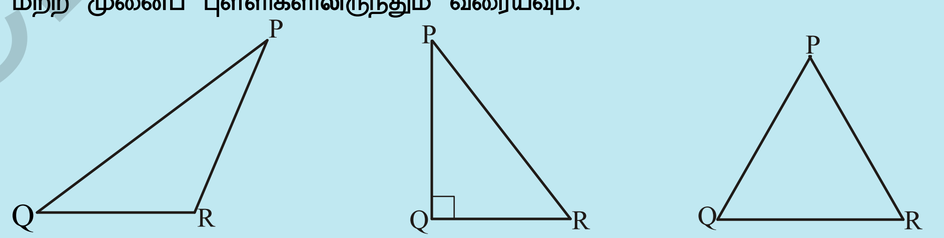
கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ΔABCல் முனைப்புள்ளி Aயிலிருந்து அடிபாகம் $\overline{BC}$ வரை உள்ள தூரத்தை உயரம் என்போம். ஆனால் படத்தில் காண்பித்தபடி Aயிலிருந்து $\overline{BC}$ க்கு அதிக அளவில் தூரங்களை கோட்டுத்துண்டுகளாக கற்பனை செய்ய இயலும். இவற்றில் எந்த கோட்டுத்துண்டு உயர்த்தை தெரிவிக்கும்?

ΔABCல் Aயிலிருந்து $\overline{BC}$ க்கு செங்குத்தாக வரையப்பட்ட கோட்டுத்துண்டின் நீளமே அதன் உயரம் ஆகும்.

ஆகையால் கோட்டுத்துண்டு $\overline{AD}$ என்பது முக்கோணத்தின் உயரம் மற்றும் அதன் நீளமே உயரம் ஆகும். ஒவ்வொரு முனைப் புள்ளியிலிருந்தும் உயரம் வரையலாம்.

இதை செய்

(i) கீழ்காணும் முக்கோணங்களுக்கு Pயிலிருந்து $\overline{QR}$ வரை உயரம் வரையவும். மற்ற முனைப் புள்ளிகளிலிருந்தும் வரையவும்.

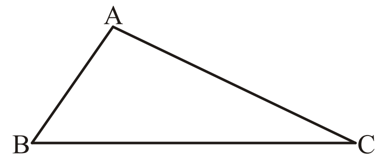


விரிகோண முக்கோணம்   செங்கோண முக்கோணம்   குறுங்கோணமுக்கோணம்

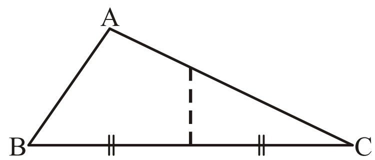
(ii) முக்கோணத்தின் உயரம் எப்போதும் அதன் உள்பக்கமாக மட்டுமே இருக்குமா?

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு உயரங்கள் அதன் இரு பக்கங்களாக இருக்கும் என கற்பனை செய்ய இயலுமா?

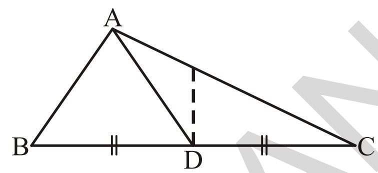
5.4 முக்கோணத்தின் மையக்கோடுகள்



ஒரு காகிதத்தின் மீது ΔABC வரைந்து கத்தரிக்கவும். இப்பொழுது முக்கோணத்தை அதன் முனைப் புள்ளி B,Cன்மீது பொருந்துமாறு மடிக்கவும். இந்த மடிப்பு படம்1ல் காட்டியபடி பக்கம் $\overline{BC}$-ஐ வெட்டும். வெட்டும் புள்ளி $\overline{BC}$ ன் மையப்புள்ளி ஆகும். இதை D என பெயரிடலாம். A என்ற முனைப் புள்ளியிலிருந்து, மையப்புள்ளி Dவரை கோடு வரையவும். (படம் 2ல் காட்டியபடி)



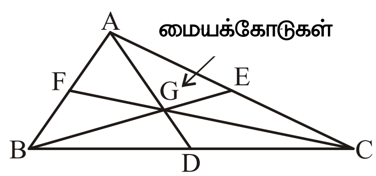
படம் 1



படம் 2

அதேபோன்று முனைப்புள்ளி A முனைப்புள்ளி Cன்மீது பொருந்துமாறு முக்கோணத்தை மடிக்கவும். முக்கோணத்தின் மடிக்கப்பட்ட கோடு பக்கம் $\overline{AC}$ ஐ வெட்டும். வெட்டும் புள்ளி பக்கம் $\overline{AC}$ ன் மையப்புள்ளி ஆகும். முனைப்புள்ளி Bயிலிருந்து இந்த மையப்புள்ளி வரை கோடு வரையவும் அதற்கு E என பெயரிடவும்.

இறுதியாக முனைப் புள்ளி A, முனைப் புள்ளி B யோடு பொருந்துமாறு முக்கோணத்தை மடிக்கவும். மடிக்கப்பட்ட கோடு பக்கம் $\overline{AB}$ யை வெட்டும். வெட்டும் புள்ளி பக்கம் $\overline{AB}$ ன் மையப்புள்ளி. முனைப்புள்ளி Cயிலிருந்து இந்த முனைப்புள்ளி வரை கோடு வரையவும். இதை F என பெயரிடவும்.



கோட்டுத்துண்டுகள் $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ மற்றும் $\overline{CF}$ முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளை. எதிரெதிர் பக்கங்களின் மையப்புள்ளியோடு இணைகிறது. இவை மையக்கோடுகள் எனப்படுகின்றன.

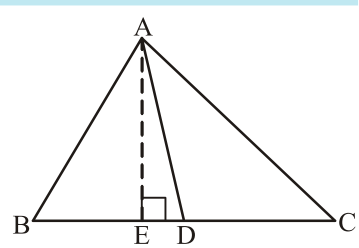
மூன்று மையக்கோடுகள் ஒன்றையொன்று முக்கோணத்தின் உட்புறம் வெட்டிக்கொள்வதை பார்க்கலாம். இந்த வெட்டும் புள்ளியானது மையக்கோட்டுச்சந்தி எனப்படும்.

எனவே முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளை அதன் எதிரெதிர்பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளோடு இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டுகள் மையக்கோடுகள் எனப்படும். அவற்றின் வெட்டும் புள்ளி மையக்கோட்டுச்சந்தி எனப்படும்.

முயன்று பார்

செங்கோண முக்கோணங்கள் மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்களின் காகித மாதிரிகளை எடுத்து அவற்றின் மையக்கோட்டுச் சந்தியை கண்டறியவும்.

பயிற்சி - 2



1. ΔABC ல் D என்பது $\overline{BC}$ ன் மையப்புள்ளி.

   (i) $\overline{AD}$ என்பது ____________________

   (ii) $\overline{AE}$ என்பது ____________________

2. முக்கோணத்தின் இரு உயரங்கள் அதன் இரு பக்கங்களாக இருந்தால் அந்த முக்கோணத்தை பெயரிடுக.

3. மையக்கோடு எப்பொழுதும் முக்கோணத்தின் உட்பக்கமாக மட்டுமே அமையுமா?

4. முக்கோணத்தின் உயரம் எப்போதும் அதன் உள்பக்கமாக மட்டுமே அமையுமா?

5. (i) ΔXYZல் முனைப்புள்ளி Y க்கு எதிரிலுள்ள பக்கத்தை எழுதவும்.

(ii) ΔPQRல் பக்கம் $\overline{PQ}$ ற்கு எதிரிலுள்ள கோணத்தை எழுதவும்.

(iii) ΔABCல் பக்கம் $\overline{AC}$ க்கு எதிரிலுள்ள முனைப்புள்ளியை எழுதவும்.

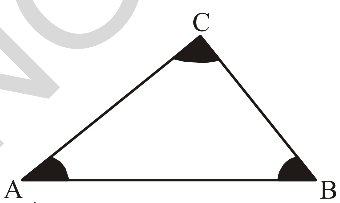
5.5 முக்கோணத்தின் பண்புகள்

5.5.1 முக்கோணம்-மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு

கீழ்காணும் நான்கு செயல்கள் மூலம் இந்த பண்பை தெரிந்துகொள்ளலாம்.

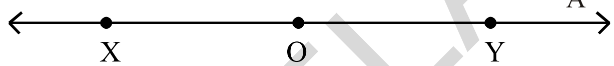
செயல் 1

1. வெள்ளை காகிதத்தின் மீது ΔABC வரையவும். வண்ண பென்சில்களை பயன்படுத்தி படத்தில் காட்டியபடி நிறமிடவும்.

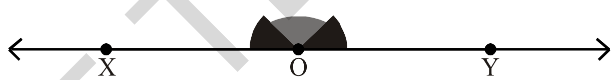


2. கத்திரிகோலை கொண்டு மூன்று கோணப்பகுதிகளை வெட்டவும்.

3. XY என்ற கோடு வரைந்து அதன் மீது 'O' என்ற புள்ளியை குறிக்கவும்.



4. படத்தில் காட்டியவாறு மூன்று கோணப்பகுதிகளை ஒன்றுக்கொன்று அருகில் பொருந்துமாறும், ஒரு கோணம் 'O' வில் அமையுமாறும் பொருத்தவும்.

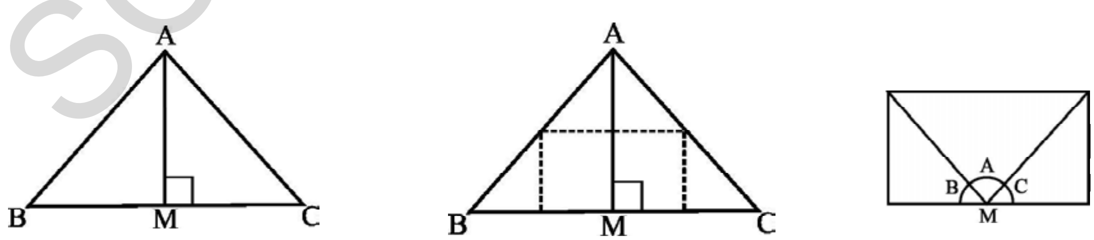


மூன்று கோணங்கள் சேர்ந்து ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குவதை பார்க்கலாம். ஆகையால் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180^{o}க்கு சமம்.

செயல் 2

ஒரு காகிதத்தை எடுத்துக்கொண்டு Δ ABCயை கத்தரிக்கவும்.

ΔABCயை மடித்து உயரம் $\overline{AM}$ ஐ உருவாக்கவும். கீழ்காணும் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி மூன்று முனைப்புள்ளிகள் A,B,C ஆகிய மூன்றும் Mஐ தொடுமாறு மடிக்கவும்.

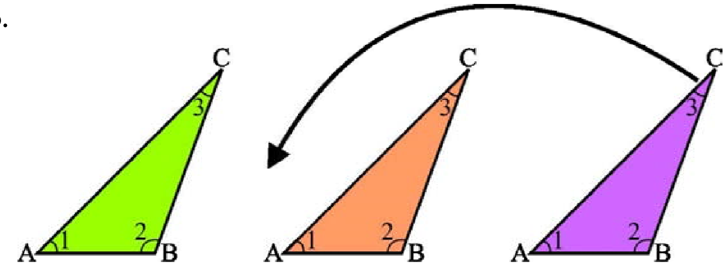


(i) (ii) (iii)

மூன்று கோணங்கள் A, B,C சேர்ந்து ஒரு நேர்க்கோட்டை உருவாக்குவதை கவனிக்கலாம். எனவே $\angle A + \angle B + \angle C = 180^{o}$.

செயல் 3

ABC என்ற முக்கோணத்தின் மூன்று படிவங்களை எடுக்கவும். அதன் கோணங்களை 1,2,3 என பெயரிடவும்.



முக்கோண படிவங்களை மேலே மற்றும் கீழே காட்டிய படங்களின் படி பொருத்தவும்.

0 என்ற புள்ளியில் $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ ஐ குறித்து என்ன கவனித்தாய்?

மூன்று கோணங்கள் ஒரு நேர்க்கோட்டை உருவாக்குதலையும், அதன் கூடுதல் 180° எனவும் கவனிக்கலாம்.

செயல் 4

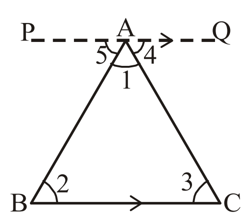
ΔABC, ΔPQR மற்றும் ΔXYZ எனும் மூன்று முக்கோணங்களை வரையவும். பாகைமானியை பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் அளவிடவும்.

முக்கோணத்தின் பெயர்	முக்கோணத்தின் அளவுகள்	மூன்று முக்கோணங்களின் அளவுகளின் கூடுதல்
ΔABC	$\angle A$ =....., $\angle B$ =....., $\angle C$ =.....,	$\angle A + \angle B + \angle C =$
ΔPQR	$\angle P$ =....., $\angle Q$ =....., $\angle R$ =.....,	$\angle P + \angle Q + \angle R =$
ΔXYZ	$\angle X$ =....., $\angle Y$ =....., $\angle Z$ =.....,	$\angle X + \angle Y + \angle Z =$

கோணங்களை அளக்கும் போது அளவுகளில் ஏற்படும் சிறு பிழைகளை கருத்தில் கொண்டால் முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என தெரிந்து கொள்ளலாம்.

இப்பொழுது முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என தர்க்கரீதியாக விவாதித்து நிரூபிக்கலாம்.

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பின் நிரூபணம்



கருத்து : முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°

கொடுக்கப்பட்டது : முக்கோணம் ABC

நிரூபித்தல் : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

அமைப்பு : Aன் வழியாக BCக்கு இணையாக $\overleftrightarrow{PQ}$ எனும் கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

நிரூபணம் :

படத்தில் காட்டியபடி கோணங்களை குறிக்கவும்

$\angle 2 = \angle 5$ ....(1) (ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள்)

$\angle 3 = \angle 4$ ....(2) (ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள்)

$\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$ ((1) மற்றும் (2) ஐ கூட்டவும்)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$ ((1) ஐ இருபக்கமும் கூட்டவும்)

$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ (நேர்கோட்டை உருவாக்கும் கோணங்கள்)

ஆகையால் $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

எனவே, முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°.

எடுத்துக்காட்டு 1 : ΔABC ல் $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C$ ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு : ΔABC ல் $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$30^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை பிரதியிடுதல்)

$75^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 75^\circ$

$\therefore \angle C = 105^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 2 : ΔABC ல் $\angle A = 3\angle B$ மற்றும் $\angle C = 2\angle B$ எனில் அதன் மூன்று கோணங்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு]

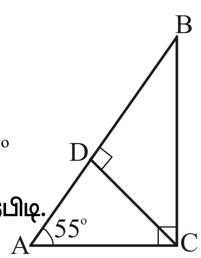
$3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ$ [$\angle A = 3\angle B$, $\angle C = 2\angle B$]

$6\angle B = 180^\circ$

$\therefore \angle B = 30^\circ$

எனவே $\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$

$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$



எடுத்துக்காட்டு 3 : ΔABC ல் C செங்கோணம் மற்றும் $CD \perp AB$, $\angle A = 55^\circ$

(i) $\angle ACD$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$ களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : ΔACDல்

$\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின்கூடுதல் பண்பு)

$55^\circ + 90^\circ + \angle DCA = 180^\circ$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை பிரதியிடுதல்)

$145^\circ + \angle DCA = 180^\circ$

$\angle DCA = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

∴ $\angle DCA = 35^\circ$

(ii) ΔABC ல்

$\angle BCA = 90^\circ$

∴ $\angle DCA + \angle BCD = 90^\circ$ (படத்திலிருந்து $\angle ACB = \angle ACD + \angle BCD$)

$35^\circ + \angle BCD = 90^\circ$ ((i) –லிருந்து, $\angle ACD = 35^\circ$)

$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

(iii) ΔABC ல்

$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் பண்பு)

$\angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (கொடுக்கப்பட்டது)

$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$

∴ $\angle ABC = 35^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 4 : ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் 2:3:4 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது எனில் அதன் கோணங்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விகிதம் = 2:3:4

விகித உறுப்புகளின் கூடுதல் = 2+3+4 = 9

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் = 180°

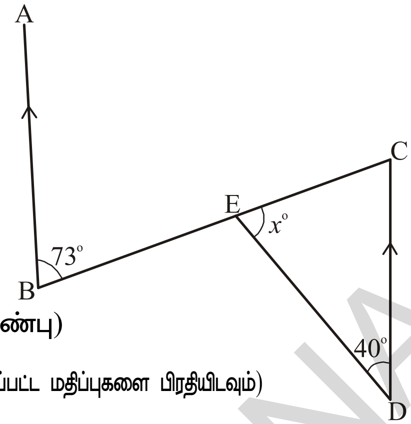
∴ முதல் கோணம் $= \frac{2}{9} \times 180^\circ = 40^\circ$

இரண்டாவது கோணம் $= \frac{3}{9} \times 180^\circ = 60^\circ$

மூன்றாவது கோணம் $= \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$

எனவே முக்கோணத்தின் கோணங்கள் 40°, 60°, 80°.

எடுத்துக்காட்டு 5 : படத்தில் 'x' ன் மதிப்பை கண்டறியவும்.



தீர்வு : $\angle ECD = \angle CBA = 73^o$

($AB \| CD$ இவை ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

ΔECD ல்,

$\angle DEC + \angle CDE + \angle ECD = 180^o$

(முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$x^o + 40^o + 73^o = 180^o$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை பிரதியிடவும்)

$x^o + 113^o = 180^o$

$x^o = 180^o - 113^o$

$x^o = 67^o$

எடுத்துக்காட்டு 6 : ΔABCல் ஒரு கோணம் 40^o மற்ற இரு கோணங்கள் சமம் எனில் சமமான கோணங்களின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

தீர்வு : $\angle C = 40^o$ மற்றும் $\angle A = \angle B = x^o$ என கொள்வோம்.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின்கூடுதல் பண்பு)

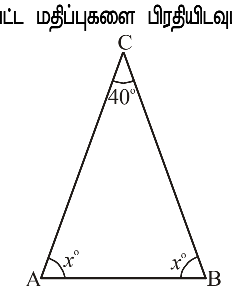
$x^o + x^o + 40^o = 180^o$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை பிரதியிடவும்)

$2x^o + 40^o = 180^o$

$2x = 180^o - 40^o$

$2x = 140^o$

$x^o = 70^o$

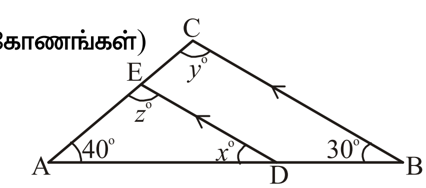


எனவே ஒவ்வொரு கோணமும் 70^o

எடுத்துக்காட்டு 7 : படத்தில் D மற்றும் E என்பது ΔABCல் AB மற்றும் AC பக்கங்களின் மீதுள்ள புள்ளிகள் மேலும் $DE \| BC$, $\angle B = 30^o$ மற்றும் $\angle A = 40^o$ எனில் (i) x^0 (ii) y^0 (iii) z^0 ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு : (i) $\angle EDA = \angle CBA$ ($DE \| BC$ ஒத்த கோணங்கள்)

எனவே $x^o = 30^o$



(ii) ΔABC ல்,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$40^o + 30^o + y^o = 180^o$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை பிரதியிடவும்)

$70^o + y^o = 180^o$

$\therefore \quad y^o = 180^o - 70^o = 110^o$

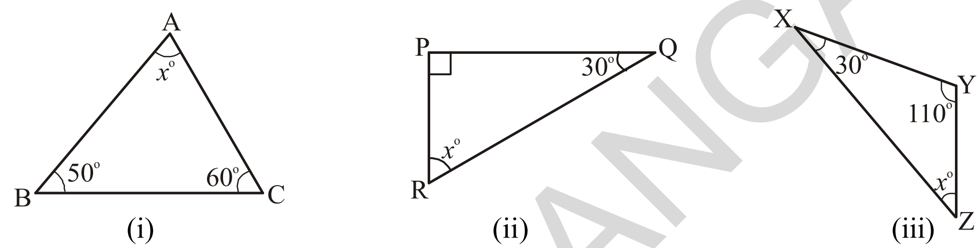
(iii) $y^o = z^o = 110^o$ ஏனெனில்

DE//BCஎன்பதால்

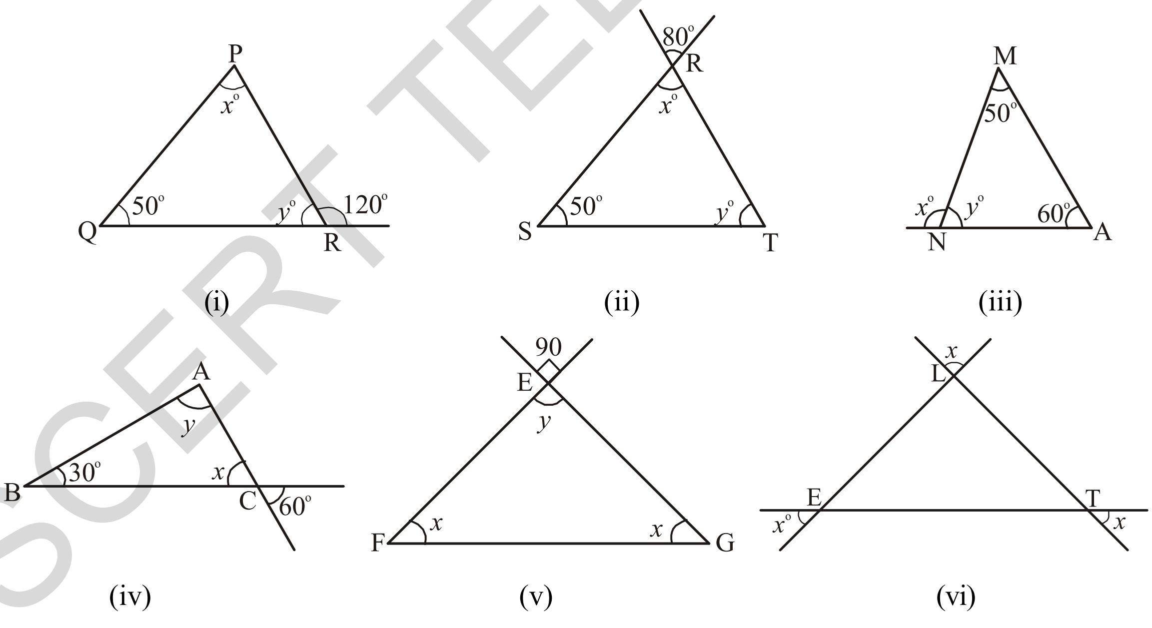
y^o, z^o ஒத்தகோணங்கள்

பயிற்சி – 3

1. கீழ்கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் 'x' ன் கோண மதிப்பை கண்டுபிடி.



2. கொடுக்கப்பட்ட படங்களில் 'x' மற்றும் 'y' ன் கோண மதிப்புகளை கண்டுபிடி.



3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களுக்கு மூன்றாவது கோணத்தின் அளவை கண்டுபிடி. இரு கோணங்களின் அளவுகள் தரப்பட்டுள்ளது.

   (i) $38^o, 102^o$ (ii) $116^o, 30^o$ (iii) $40^o, 80^o$

4. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் ஒரு குறுங்கோணத்தின் அளவு 30^o எனில் மற்றொரு குறுங்கோணத்தின் அளவை கண்டுபிடி.

5. கீழ்காணும் வாக்கியங்கள் சரியா, தவறா என எழுது.

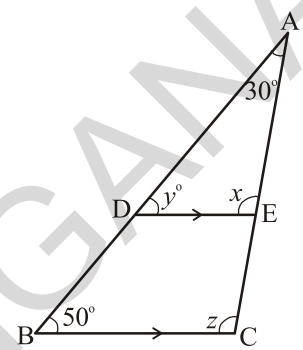
(i) ஒரு முக்கோணத்திற்கு இரண்டு செங்கோணங்கள் இருக்கும்.

(ii) ஒரு முக்கோணம் இரண்டு குறுங்கோணங்களை பெற்றிருக்கும்.

(iii) ஒரு முக்கோணம் இரண்டு விரிகோணங்களை பெற்றிருக்கும்.

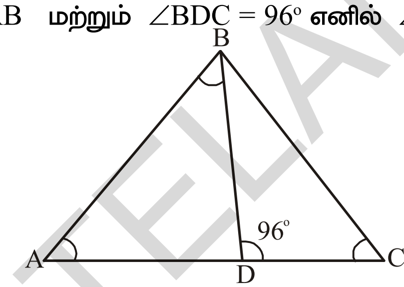
(iv) ஒரு முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோணமும் 60^{o}ஐ விட குறைவாக இருக்கும்.

6. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் விகிதம் $1 : 2 : 3$ எனில் கோணங்களை கண்டுபிடி.



7. படத்தில் $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 30^{o}$ மற்றும் $\angle B = 50^{o}$ எனில் x^0, y^0 மற்றும் z^0ன் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

8. படத்தில் $\angle ABD = 3\ \angle DAB$ மற்றும் $\angle BDC = 96^{o}$ எனில் $\angle ABD$ யை கண்டுபிடி.

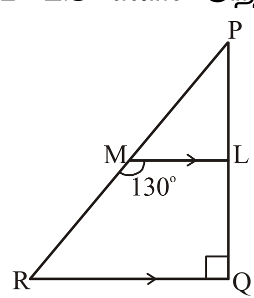


9. ΔPQR-ல் $\angle P = 2\ \angle Q$ மற்றும் $2\ \angle R = 3\ \angle Q$ எனில் ,ΔPQR ன் கோணங்களின் மதிப்புகளை கணக்கிடு.

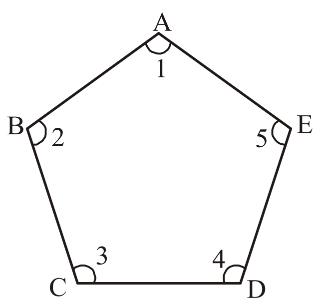
10. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விகிதம் 1:4:5 எனில் கோணங்களின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

11. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் குறுங்கோணங்களின் விகிதம் 2:3 எனில் அந்த முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

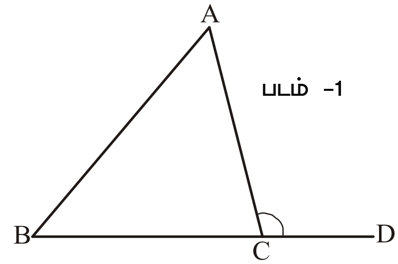
12. படத்தில் ΔPQR ல் Q என்பது செங்கோணம் $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$ மற்றும் $\angle LMR = 130^{o}$ எனில் $\angle LPM$, $\angle PML$ மற்றும் $\angle PRQ$ ன் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.



13. படம் ABCDEல் $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ன் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

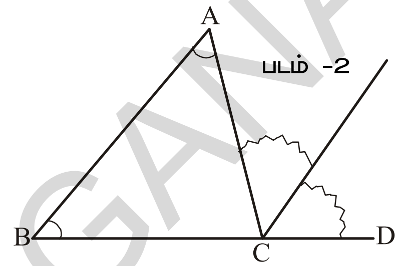


5.5.2 முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம்



ΔABC வரையவும். படம் 1-ல் காட்டியபடி பக்கம் $\overline{BC}$ ஐ D வரை நீட்டிக்கவும். C என்ற புள்ளியில் உருவாகும் $\angle ACD$ யை கவனிக்கவும். இந்த கோணம் ΔABC ன் வெளிக்கோணம் என அழைக்கலாம்.

$\angle BCA$ என்பது $\angle ACD$க்கு அடுத்துள்ள கோணம் என்பது தெளிவாகிறது. மீதியுள்ள இரு கோணங்கள் $\angle BAC$ அல்லது $\angle A$ மற்றும் $\angle CBA$ அல்லது $\angle B$ என்பவை $\angle ACD$ன் இரண்டு உள் எதிர்க்கோணங்கள் ஆகும். இப்பொழுது இதை கத்தரித்து எடுத்து $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஒன்றன் மீது மற்றொன்று பொருந்துமாறு படத்தில்(2) காட்டியபடி அமைக்கவும்.



இந்த இரு துண்டுகளும் $\angle ACD$ஐ முழுவதுமாக அடைத்துள்ளதா?

$\angle ACD = \angle A + \angle B$ என உன்னால் கூற இயலுமா?

மேற்கண்ட செயலின் மூலம் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் முக்கோணத்தின் இரண்டு உள் எதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமம் என தெரிகிறது.

இதை செய்

ΔABC வரைந்து $\angle ACD$ன் வெளிப்பக்கத்தை உருவாக்கவும். பாகைமானியை கொண்டு $\angle ACD$, $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ன் மதிப்புகளை அளவிடவும்.

$\angle A + \angle B$ன் கூடுதலை கண்டறிந்து அதை $\angle ACD$ன் மதிப்போடு ஒப்பிடவும்.

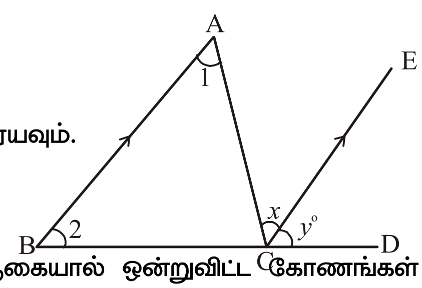
$\angle ACD$ ன் மதிப்பு $\angle A + \angle B$ன் மதிப்பிற்கு சமம் என்பதை கவனித்தாயா?

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தை அதிகமாக்குவதால் ஏற்படும் வெளிக்கோணம் அதன் உள் எதிர்க்கோணங்களுக்கு சமம் என்பதை தர்க்க ரீதியாக கீழ்காணும் விதமாக நிரூபிக்கலாம்.

கருத்து : ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் அதன் உள் எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமம்.

கொடுக்கப்பட்டது : ΔABCல் $\angle ACD$ வெளிக்கோணம்

நிரூபிக்கவேண்டியது : $\angle ACD = \angle A + \angle B$



வரைமுறை : Cன் வழியாக $\overline{BA}$ க்கு இணையாக $\overline{CE}$ வரையவும்.

நிரூபணம் :

$\angle 1 = \angle x$ ($\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ மற்றும் $\overline{AC}$ என்பது குறுக்குவெட்டி, ஆகையால் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்)

$\angle 2 = \angle y$ ($\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ மற்றும் $\overline{BD}$ என்பது குறுக்குவெட்டி என்பதால் ஒத்த கோணங்கள் சமம்)

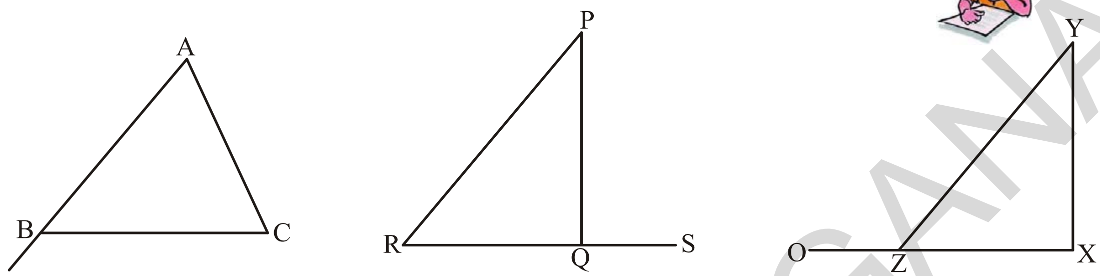
$\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

ஆகையால் $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (படத்தில் இருந்து $\angle x + \angle y = \angle ACD$)

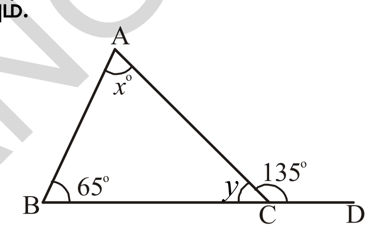
எனவே முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம், அதன் உள் எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமம். இந்த பண்பு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணப் பண்பு ஆகும்.

இதை செய்

கீழ்காணும் முக்கோணங்களின் மாதிரிகளை வரையவும். ஒவ்வொன்றிலும் வெளிக்கோணம் இரண்டு உள் எதிர்க்கோணத்தின் மொத்தத்திற்கு சமமாக உள்ளதா என்பதை கண்டறியவும்.



எடுத்துக்காட்டு 8 : படத்தில் x மற்றும் y ன் மதிப்பை கண்டறியவும்.



தீர்வு : $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

(வெளிக்கோணப் பண்பு)

$$135^\circ = 65^\circ + x^\circ$$

$$135^\circ - 65^\circ = x^\circ$$

$$\therefore \; x^\circ = 70^\circ$$

$$\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

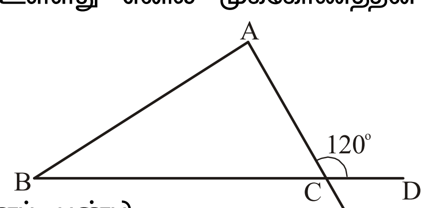
$$65^\circ + 70^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$135^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\therefore \; y^\circ = 45^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் 120° மேலும் அதன் உள் எதிர்க்கோணங்கள் 1:5 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது எனில் முக்கோணத்தின் கோணங்களை கண்டுபிடி.



தீர்வு : $\angle ACD = 120^\circ$ (வினாவில் இருந்து)

$$\angle ACD = \angle A + \angle B$$ (வெளிக்கோணப் பண்பு)

$$\angle A + \angle B = 120^\circ$$

$$\angle B : \angle A = 1 : 5$$

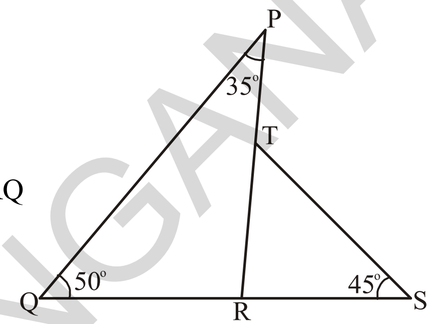
$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^\circ = 20^\circ$$

$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^\circ = 100^\circ$$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$100^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$

ஃ $\angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$



எடுத்துக்காட்டு 10 : அடுத்துள்ள படத்தில்

(i) $\angle PRS$ (ii) $\angle PTS$ (iii) $\angle STR$ (iv) $\angle PRQ$

மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

தீர்வு : (i) ΔPQR ல் $\angle PRS$ என்பது வெளிக்கோணம்.

மற்றும் $\angle RQP$ மற்றும் $\angle QPR$ என்பவைகள் உள் எதிர்க்கோணங்கள்.

$\therefore \angle PRS = \angle RQP + \angle QPR$ (வெளிக்கோணப் பண்பு)

$\angle PRS = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$

(ii) ΔRST ல் $\angle PTS$ வெளிக்கோணம் மற்றும் $\angle SRT$ மற்றும் $\angle RST$ என்பவை உள் எதிர்க்கோணங்கள்.

ஃ $\angle PTS = \angle SRT + \angle RST$

$\angle PTS = 85^\circ + 45^\circ$ ($\angle SRT = \angle PRS = 85^\circ$)

$\angle PTS = 130^\circ$

(iii) ΔRST ல்

$\angle STR + \angle RST + \angle SRT = 180^\circ$ (முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\angle STR + 45^\circ + 85^\circ = 180^\circ$

$\angle STR + 130^\circ = 180^\circ$

ஃ $\angle STR = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

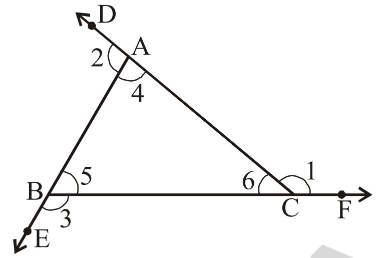
(iv) $\angle PRQ + \angle PRS = 180^\circ$ (கோட்டு ஜோடிப் பண்பு)

$\angle PRQ + 85^\circ = 180^\circ$

$\angle PRQ = 180^\circ - 85^\circ$

$\angle PRQ = 95^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 11 : ΔABCல் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் 360^o என காட்டு.



தீர்வு : $\angle 2 + \angle 4 = 180^o$ (கோட்டு ஜோடி)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^o$ (கோட்டு ஜோடி)

$\angle 6 + \angle 1 = 180^o$ (கோட்டு ஜோடி)

இருபுறமும் கோணங்களை கூட்டினால் நமக்கு கிடைப்பது,

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^o + 180^o + 180^o$$

$$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^o$$

$\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^o$ என நமக்கு தெரியும்

(முக்கோணத்தின் கோணங்களின்கூடுதல் பண்பு)

$$\therefore \quad 180^o + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o$$

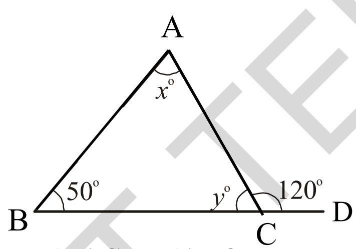
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^o - 180^o$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^o$$

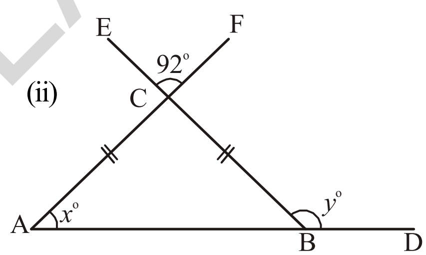
எனவே முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் 360^o ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 12 : கீழ்காணும் படங்களில் x^o மற்றும் y^o மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

(i)



(ii)



தீர்வு : (i) $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ (வெளிக்கோணப் பண்பு)

$x^o + 50^o = 120^o$

$x^o = 120^o - 50^o = 70^o$

$\angle ACB + \angle ACD = 180^o$ (கோட்டு ஜோடி)

$y^o + 120^o = 180^o$

$y^o = 180^o - 120^o = 60^o$

(ii) $\angle ACB = \angle ECF = 92^o$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

$\angle CAB = \angle CBA$ (சமபக்கங்களுக்கு எதிரிலுள்ள கோணங்கள் சமம்)

ΔABC ல் $\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^o$ (கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$x^o + x^o + 92^o = 180^o$

$2x = 180^o - 92^o = 88^o$

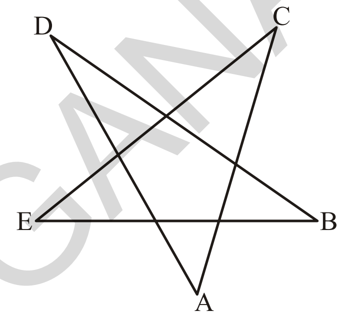
$$\therefore \quad x^\circ = \frac{88}{2} = 44^\circ$$

மேலும் $\angle ABC + y^\circ = 180^\circ$ (கோட்டு ஜோடி)

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ$$

$$\therefore \quad y^\circ = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 13 : கீழ்காணும் படத்தில் $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ மதிப்புகளை கண்டுபிடி.



தீர்வு : படத்தில் காட்டிய கோணங்களை பெயரிடவும்

ΔGHC ல் $\angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ$ ....(1)

(முக்கோணத்தின் கோணப்பண்பு)

ΔEHB ல், $\angle 6 = \angle 5 + \angle 2$ ....(2)

ΔAGD ல், $\angle 7 = \angle 1 + \angle 4$ ....(3)

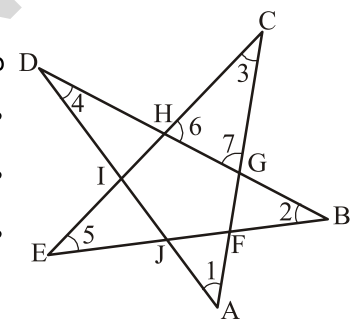
(முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணப் பண்பு)

(2) மற்றும் (3) ன் மதிப்புகளை (1)ல் பதிலீடு செய்தால்

$\Rightarrow \quad \angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

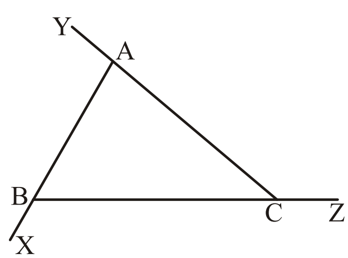
$\Rightarrow \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

$\therefore \quad \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$

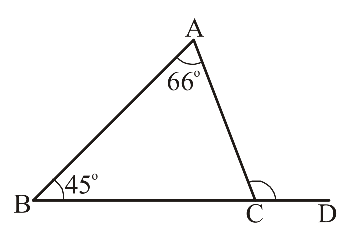


பயிற்சி – 4

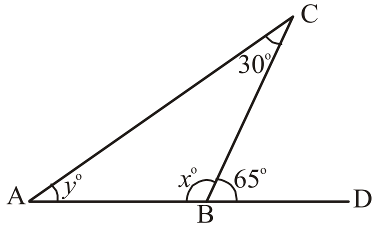
1. ΔABCல் முக்கோணத்தின் உள் மற்றும் வெளிக்கோணங்களை பெயரிடுக.



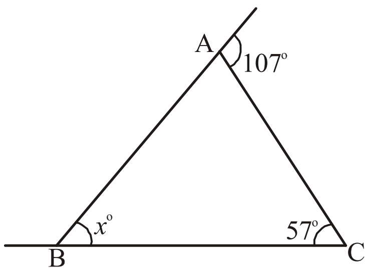
2. ΔABCல் $\angle ACD$ன் மதிப்பை அளவிடவும்.

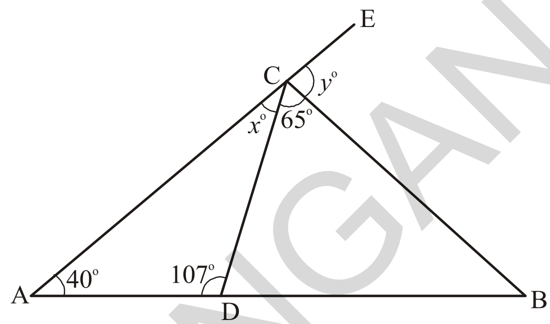


3. x° மற்றும் y° கோணங்களை அளவிடவும்.

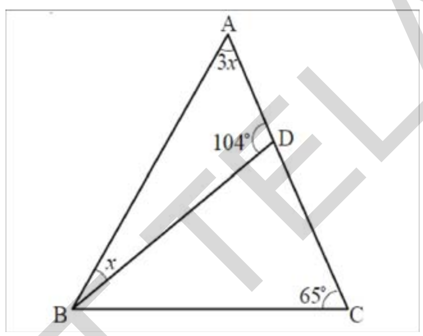


4. கீழ்க்காணும் படத்தில் x° மற்றும் y° மதிப்புகளை கண்டறியவும்.

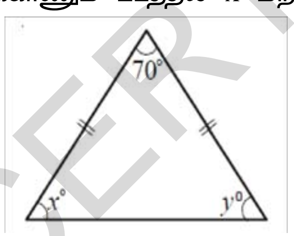




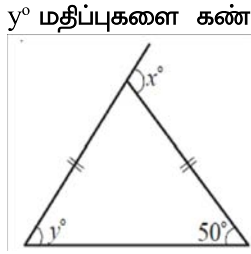
5. படத்தில் $\angle BAD = 3\angle DBA$ மேலும் $\angle CDB$, $\angle DBC$ மற்றும் $\angle ABC$ன் மதிப்புகளை கண்டறியவும்.



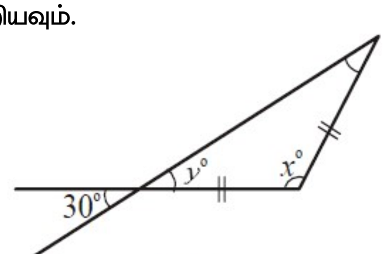
6. கீழ்க்காணும் படத்தில் x° மற்றும் y° மதிப்புகளை கண்டறியவும்.



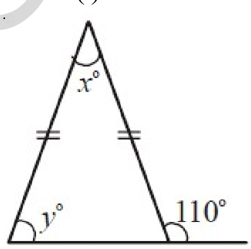
(i)



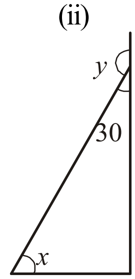
(ii)



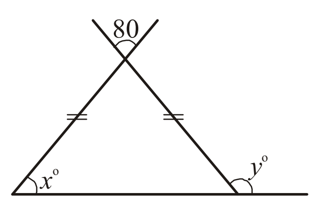
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

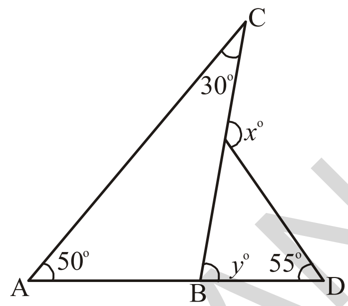
7. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணம் 125° மேலும் அதன் உள் எதிர்க்கோணங்கள் 2:3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது எனில் அந்த முக்கோணத்தின் கோணங்களை கண்டுபிடி.

8. ΔPQRல் $\angle PRS$ என்பது வெளிக்கோணம். வெளிக்கோணத்தின் அளவு = 105° மற்றும் $Q = 70^{\circ}$, எனில் $\angle P$ ன் மதிப்பை கண்டுபிடி. $\angle PRS$, $\angle P$ஐ விட அதிகமா?

9. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் 130° மற்றும் அதன் ஒரு உள் எதிர்க்கோணத்தின் அளவு 60°. மற்றொரு உள் எதிர்க்கோணத்தின் அளவை கண்டுபிடி.

10. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோண அளவு 105°. அதன் உள் எதிர்க்கோணங்கள் 2:5 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது எனில் அந்த முக்கோணத்தின் கோணங்களை கண்டுபிடி.

11. படத்தில் x° மற்றும் y°ன் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.



முக்கிய கருத்துகள்

1 (i) ஒரு முக்கோணம் என்பது மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளால் அடைபடும் எளிய மூடிய படம்.

(ii) பக்கங்களை பொறுத்து முக்கோணங்கள் மூன்று வகைப்படும்.

- மூன்று பக்க அளவுகளும் ஒரே நீளத்தில் இருந்தால் அது சமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் சம அளவில் இருந்தால் அது இருசமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறு அளவுகளில் இருந்தால் அது அசமபக்க முக்கோணம் ஆகும்.

(iii) கோணங்களை பொறுத்து முக்கோணங்களை மூன்று வகையாக பிரிக்கலாம்.

- முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணமாக இருந்தால் அது குறுங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் விரிகோணமாக இருந்தால் அது விரிகோண முக்கோணம் ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் செங்கோணமாக இருந்தால் அது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

2. மூன்று பக்கங்களும், மூன்று கோணங்களும் முக்கோணத்தின் ஆறு பாகங்கள் ஆகும்.

3. முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்களின் பண்புகள்

(i) முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தை விட அதிகமாக இருக்கும்.

(ii) முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் வேறுபாடு, மூன்றாவது பக்கத்தை விட குறைவாக இருக்கும்.

4. முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளியை அதன் எதிர்பக்க மையப்புள்ளியோடு இணைக்கும் கோடு மையக்கோடு ஆகும். ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்ற மையக்கோடுகள் உள்ளன.

5. முக்கோணத்தின் முனையிலிருந்து அதன் எதிர்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாக வரையப்படும் கோட்டுத்துண்டு முக்கோணத்தின் உயரம் ஆகும்.

6. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் மொத்தம் 180^{o} இந்த பண்பு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு ஆகும்.

7. முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணத்தின் அளவானது, அதன் உள் எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமமாக இருக்கும். இந்த பண்பு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணப் பண்பு ஆகும்.

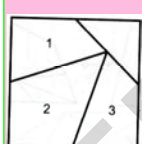
8. கோடு, கோட்டுத்துண்டு மற்றும் கதிரை குறித்து காட்டுதல்.

LM - நீளத்தை இணைக்கும் கோடு LM

$\overline{LM}$ - LM - இணைக்கும் கோடு $\overrightarrow{LM}$ = கதிர் LM

$\overleftrightarrow{LM}$ = LM கோடு

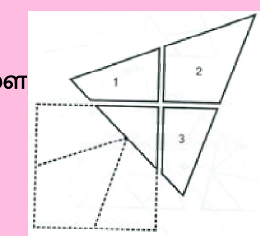
வடிவ அட்டைகள் விளையாட்டு



சதுர வடிவ அட்டையை எடுத்துக்கொள்.

படத்தில் காட்டியபடி பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை குறித்து அவற்றை கோட்டால் இணைக்கவும்.

சதுர அட்டையை நான்கு பாகங்களாக கத்தரித்து அவற்றை முக்கோண வடிவில் அமைக்கவும்.



விகிதம் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள் 6

6.0 அறிமுகம்

சென்ற வகுப்பில் விகிதம் மற்றும் விகிதசமம் அளவுகளை ஒப்பிட பயன்படுத்தப்படுகிறது என தெரிந்து கொண்டோம். இந்த வகுப்பில் முதலில் முன்பு படித்தவற்றை நினைவுபடுத்திக்கொண்டு பிறகு விகதங்கள் எவ்வாறு சதவீதங்களில் தெரியப்படுத்தப்படுகிறது என்பதை பற்றி தெரிந்து கொள்வோம்.

6.1 விகிதம்

மாதுரியின் எடை 50 கிலோ மற்றும் அவள் மகளின் எடை 10 கிலோ. நாம் மாதுரியின் எடை, மகளின் எடையை போல் 5 மடங்கு என்போம். மகளின் எடை தாயின் எடையில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு என்றும் கூறலாம். ஆகவே மாதுரியின் எடை மற்றும் அவள் மகளின் எடை விகிதத்தில் 50:10 அல்லது 5:1 ஆகும். மறுதலையாக மகளின் எடை மற்றும் தாயின் எடை விகிதம் 1:5 ஆகும்.

ஒரு வகுப்பில் 60 மாணவர்களும் 40 மாணவிகளும் உள்ளனர். மாணவர்களின் எண்ணிக்கை. மாணவிகளின் எண்ணிக்கையில் $\frac{3}{2}$ மடங்கு. நாம் மாணவிகளின் எண்ணிக்கை, மாணவர்களின் எண்ணிக்கையில் மூன்றில் இரண்டு பங்கு என்றும் கூறலாம். ஆகையால் மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் விகிதம் 60:40 அல்லது 3:2 ஆகும். மறுதலையாக, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கு இடையே உள்ள விகிதம் 2:3 ஆகும்.

ஆனந்த் 100 செ.மீ நீளமுள்ள கம்பியையும், ரேஷ்மி 5 மீ நீளமுள்ள கம்பியையும் கொண்டுள்ளனர். ஆனந்த், ரேஷ்மியிடம் என்னிடம் உள்ள கம்பியின் நீளம் உன்னிடம் உள்ளதை விட 20 மடங்கு அதிகம் என்றான். இது தவறு. ஏனெனில் 5 மீ என்பது 100 செ.மீ ஐவிட மிகவும் அதிகம் என்பது உனக்குத் தெரியும். ரேஷ்மியிடம் கம்பியின் நீளம் மீட்டரிலும், ஆனந்திடம் உள்ள கம்பியின் நீளம் சென்டிமீட்டரிலும் தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளது. இருவரிடம் உள்ள கம்பியின் நீளத்தை ஒப்பிடும் முன் அவை ஒரே அலகில் தெரிவிக்க வேண்டும். 1 மீ 100 செ.மீ என நமக்கு தெரியும். ஆகையால் ரேஷ்மியிடம் உள்ள கம்பியின் நீளம் 5 மீ $= 5 \times 100 = 500$ செ.மீ. அதனால் ரேஷ்மி மற்றும் ஆனந்திடம் உள்ள கம்பியின் விகிதம் 500:100=5:1 ரேஷ்மியிடம் உள்ள கம்பியின் நீளம் ஆனந்திடம் உள்ளதை போல் 5 மடங்கு எனவும் கூறலாம்.

மேற்கூறப்பட்ட அனைத்து உதாரணங்களிலும் அளவுகள் அனைத்தும் விகிதத்தால் ஒப்பிடப்பட்டுள்ளது. ஆகையால் விகிதம் என்பது ஒரே அலகை கொண்ட வகைபடுத்தப்பட்ட அளவுகளை ஒப்பிடுதல் ஆகும். விகிதத்தை தெரிவிக்க ':' எனும் குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறோம். "a மற்றும் b" என்ற இரு அளவுகளின் விகிதம் a:b ஆகும். நாம் இதை 'a' ஈஸ்டு 'b' என படிக்கிறோம், அல்லது a விகிதம் b என்று படிக்கிறோம் 'a' மற்றும் 'b' என்ற இரு அளவுகள் விகித உறுப்புகள் எனப்படும். 'a' என்பதை முதல் உறுப்பு அல்லது முன்னுறுப்பு என்றும், 'b' ஐ இரண்டாவது உறுப்பு அல்லது பின்னுறுப்பு என்றும் கூறலாம்.

இதை செய்

அன்றாட வாழ்க்கையில் அளவுகளை விகித உருவில் ஒப்பிட சில சூழல்களை தெரிவிக்கவும்.

பயிற்சி -1

1. ₹ 100 ரூ மற்றும் ₹ 10 -ன் விகிதம் என்ன? உன் விடையை சுருங்கிய வடிவில் தெரியப்படுத்தவும்.

2. சுதாவிடம் ₹ 5 உள்ளது. ராதாவிடம் சுதாவிடம் உள்ளதை விட 3 மடங்கு பணம் உள்ளது. ராதாவிடம் உள்ள பணங்களின் எவ்வளவு?

   (i) ராதா மற்றும் சுதாவிடம் உள்ள பணங்களின் விகிதம் என்ன?

   (ii) சுதா மற்றும் ராதாவிடம் உள்ள பணங்களின் விகிதம் என்ன?

3. 96 சாக்லேட்டுகளை ராஜா மற்றும் ரவி இடையே 5:7 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்தளிக்கவும்.

4. AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் நீளம் 38 செ.மீ. அதன் மீதுள்ள X எனும் புள்ளி கோட்டை 9:10 என்ற விகிதத்தில் பிரிகிறது. AX மற்றும் XB எனும் கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களை கண்டுபிடி.

5. ₹ 1, 60, 000 தொகை 3:5 எனும் விகிதத்தில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. குறைவான பங்கு எது?

6. பச்சை பெயிண்டை உருவாக்க, பெயிண்டர் மஞ்சள் மற்றும் நீல வண்ணத்தை 3:2 என்ற விகித்தில் கலந்துள்ளார். அவர் 12 லி மஞ்சள் பெயிண்டை பயன்படுத்தியிருந்தால், எவ்வளவு நீல பெயிண்டை பயன்படுத்தியிருப்பார்?

7. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 40 செ.மீ, அகலம் 20 செ.மீ எனில் நீளம் மற்றும் அகலத்தின் விகிதத்தை கண்டுபிடி.

8. ஒரு சாதாரண நத்தையின் வேகம் ஒரு மணிக்கு 50 மீ. சிறுத்தையின் வேகம் மணிக்கு 120 கி.மீ எனில் வேகங்களின் விகிதத்தை ஒப்பிடு.

9. கண்டுபிடி (i) உன் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் விகிதம்

   (ii) உன் வகுப்பில் உள்ள கதவுகள் மற்றும் ஜன்னல்களின் விகிதம்

   (iii) உன்னிடம் உள்ள புத்தகங்கள் மற்றும் நோட்டுப் புத்தகங்களின் விகிதம்

வகுப்பறை செயல்திட்டம்

1. அளவு நாடாவை எடுத்துக்கொண்டு உன் நண்பனின் உதவியால் வகுப்பறையின் நீளம் மற்றும் அகலத்தை கண்டுபிடி. நீளம் மற்றம் அகலத்தின் விகிதத்தை கண்டுபிடி.

2. பத்து ரூபாய் நோட்டை எடுத்துக்கொள்ளவும். அதன் நீளம் மற்றும் அகலத்தை கண்டுபிடி. விடைகளை அருகிலுள்ள முழு எண்ணுடன் சரி செய்து ஆசிரியரின் உதவியுடன் நீள, அகலங்களின் விகிதத்தை கண்டுபிடி.

   இதே செயலை ₹ 50 மற்றும் ₹20 உடன் செய்யவும். நீளங்களை உடன் நோட்டுப்புத்தகத்தில் பதிவு செய்யவும்.

6.2 விகித சமம்

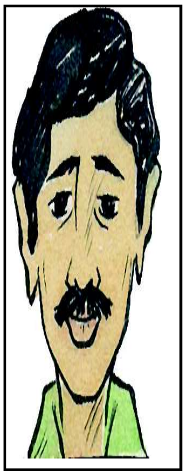
ஸ்ரீலேகாவின் தாயார் ஒரு கப் டீ தாயர் செய்ய 2 ஸ்பூன் டீத்தூளை பயன்படுத்தினார். ஒரு நாள் அவர்கள் வீட்டிற்கு 3 விருந்தினர்கள் வந்தனர். 3 கப் டீ தயார் செய்ய அவள் எத்தனை ஸ்பூன் டீத்தூளை பயன்படுத்த வேண்டும்? ஆம் நீ சொன்னது சரி. அவர் 6 ஸ்பூன் டீத்தூளை 3 கப் டீ தயார் செய்ய பயன்படுத்தினார். இங்கு ஸ்ரீலேகாவின் தாயார் கணக்கை தீர்ப்பதற்கு விகித சம விதியை பயன்படுத்தினார்.

4 cm

6 cm

மற்றொரு உதாரணத்தை பார்க்கலாம். ரவி போட்டோ எடுத்துக்கொண்டான் $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. அளவில் அவனுக்கு படம் கிடைத்தது.

4 cm



12 cm

அவனுக்கு பெரிய அளவில் போட்டோ தேவைப்பட்டது. அதனால் மறுபடியும் புகைப்பட ஆய்வகத்திற்கு சென்றான். ஆய்வகத்தில் உள்ள மனிதர் இந்த புகைப்படத்தை கொடுத்தார். படத்தைப் பார்த்த ரவி இந்த படத்தில் ஏதோ தவறு உள்ளது என்றான். ரவி சொன்னது சரி என நீ நினைக்கிறாயா? இந்தப்படத்தில் என்ன தவறு உள்ளது என உன்னால் கூற இயலுமா? ரவி புகைப்படத்தின் நீள, அகலங்களை அளந்தான். உண்மையான படத்தின் நீள, அகலங்களின் விகிதமும் உருப்பெருக்கப்பட்ட படத்தின் நீள, அகலங்களின் விகிதமும் ஒன்றாக இருப்பதை கண்டான்.

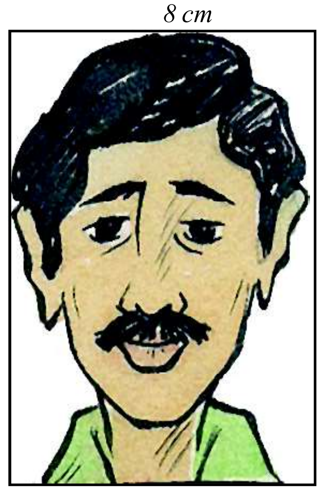
உண்மை படத்தின் நீள அகலங்களின் விகிதம் = 4:6=2:3

உருப்பெருக்கப்பட்ட படத்தின் நீள, அகலங்களின் விகிதம் = 4:12=1:3

இந்த விகிதங்கள் சமமா? உண்மை படத்தின் நீள, அகலங்கள் உருப்பெருக்கில் தென்பட்ட படத்தின் நீள, அகலங்களுக்கு சமமாக இல்லை என ரவி உணர்ந்தான். இரண்டாவது படம் முதல் படத்திற்கு விகிதசமம் அல்ல என்பதை தெரிந்து கொண்டான்.

அவன் ஆய்வகத்திற்கு சென்று மற்றொரு உருப்பெருக்கப்பட்ட படத்தை தருமாறு கேட்டான்.

8 cm



12 cm

இந்த முறை படம் நன்றாக இருந்தது. அவன் மறுபடியும் நீள, அகலங்களை அளந்து விகிதத்தை கணக்கிட்டான். நீள அகலங்களின் விகிதம் = 8:12=2:3

இப்பொழுது ரவி, உண்மையான புகைப்படம் மற்றும் உருப்பெருக்கப்பட்ட படம் நன்றாக இருப்பதை கவனித்தான். ஏனெனில் அவற்றின் நீள, அகலங்களின் விகிதம் சமமாக உள்ளது. அதாவது அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன.

இரண்டு விகிதங்கள் சமமாக இருக்கும் போது அவை விகித சமத்தில் உள்ளது எனலாம். விகித சமத்தின் குறியீடு ‘: :’ (is as). $a : b$ மற்றும் $c : d$ என்ற இரண்டு விகிதங்கள் சமமானால் அதை $a : b = c : d$ அல்லது $a : b : : c : d$ என எழுதலாம். a ஈஸ்டு b யும், c ஈஸ்டு d யும் விகித சமத்தில் உள்ளன என படிக்கலாம். இதை a ஈஸ்டு b is as c ஈஸ்டு d எனவும் படிக்கலாம்.

நான்கு அளவுகள் a,b,c மற்றும் d என்பவை முதல், இரண்டு மூன்று மற்றும் நான்காம் உறுப்புகள் எனப்படுகின்றன. முதல் மற்றும் நான்காம் உறுப்புகள் கோடி உறுப்புகள் எனப்படும். இரண்டு மற்றும் மூன்றாம் உறுப்புகள் நடு உறுப்புகள் எனப்படும்.

விகித சமத்தில் a:b = c:d

அதாவது $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ஃ ad = bc

எனவே நடு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

அதாவது நடு உறுப்புகள்

$$\underbrace{a : \overbrace{b = c} : d}_{\text{கோடி உறுப்புகள்}}$$

இங்கு ‘d’ என்பது நான்காவது விகித சமம் மற்றும் $d = \frac{b.c}{a}$

மேலும் சில உதாரணங்களை பார்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : விகிதசமத்தை நிறைவு செய்ய $\square$ ஐ கண்டுபிடி.

(i) $2 : 5 = 6 : \square$

நடு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

அதாவது $\underbrace{2 : \overbrace{5 = 6} : \square}$

ஆகையால் $2 \times \square = 5 \times 6$

$$\square = \frac{30}{2} = 15 \quad 2:5=6:\boxed{15}$$

(ii) $16 : 20 = \square : 35$

நடு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

அதாவது $\underbrace{16 : \overbrace{20 = \square} : 35}$

ஆகையால் $20 \times \square = 16 \times 35$

$$\square = \frac{560}{20} = 28$$

$\therefore \quad 6 : 20 = \boxed{28} : 35$

பயிற்சி- 2

1. கீழ்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட விகிதசமத்தின் விடுபட்ட எண்களை கண்டுபிடி.

வ.எண்	விகிதசமம்	கோடிஉறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்	இடை உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்
(i)	1 : 2 : : 4 : 8		
(ii)	5 : 6 : : 75 : 90		
(iii)	3 : 4 : : 24 : 32		
(iv)	2 : 5 : : $\square$: 15	30	
(v)	3 : 6 : : 12 : $\square$		72

2. சரியா, தவறா என எழுது.

(i) 15 : 30 : : 30 : 40

(ii) 22 : 11 : : 12 : 6

(iii) 90 : 30 : : 36 : 12

(iv) 32 : 64 : : 6 : 12

(v) 25 : 1 : : 40 : 160

3 மது மார்க்கெட்டில் 5 கிலோ உருளைக்கிழங்கை வாங்கினான். 2 கிலோவின் விலை ₹ 36 எனில் மது எவ்வளவு பணம் செலுத்தினான்?

4. இயற்பியல் சந்திரனின் மீது பொருளின் எடைகள், பூமியின் மீது பொருளின் எடைகளுக்கு இடையே உள்ள விகிதசமத்தை பற்றி கூறுகிறது. 90 கிலோ எடை கொண்ட மனிதனின் எடை சந்திரனில் 15 கிலோ எனில் 60 கிலோ எடை கொண்ட மனிதனின் எடை சந்திரனில் எவ்வளவு?

5. ஒரு விபத்து நிவாரணக் குழு பொறியாளர்கள் மற்றும் மருத்துவர்களை 2:5 என்ற விகிதத்தில் கொண்டுள்ளது.

(i) 18 பொறியாளர்கள் இருந்தால் மருத்துவர்களின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி.

(ii) 65 மருத்துவர்கள் இருந்தால் பொறியாளர்களின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி.

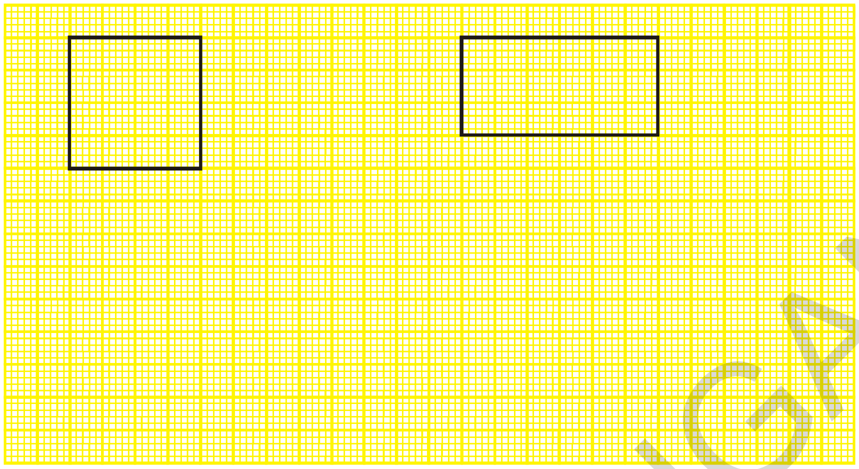
6. இரண்டு கோணங்களின் விகிதம் 3:1

(i) குறைவான கோணம் 180° எனில் மிகையான கோணத்தை கண்டுபிடி.

(ii) மிகைகோணம் 63° எனில் குறைவான கோணத்தை கண்டுபிடி.

இதை செய்

கீழுள்ள படத்தில் சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் தரப்பட்டுள்ளது. இந்த படங்களை பெரிதாக்கி விகித சமத்தில் இருக்குமாறு மற்றொரு சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் வரைக.



6.3 வீதம் (Rate)

i) சில சமயங்களில் விகிதங்களை வீதம் எனவும் சொல்லலாம். சில உதாரணங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ii) என் அப்பா வண்டியை மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் ஓட்டுவார் (அதாவது 60 கி.மீ/வி) (மணிக்கு 60 கி.மீ)

iii) நான் ஒரு கிலோ ஆப்பிள் பழங்களை ₹ 120 கொடுத்து வாங்கினேன். (₹ 120க்கு 1கி.கி)

iv) என் இதயத்துடிப்பு நிமிடத்திற்கு 72 முறை (நிமிடத்திற்கு 72 துடிப்புகள்)

v) 1 டஜன் கோழி முட்டைகளின் விலை ₹ 60 (₹ 60 க்கு 1 டஜன் முட்டைகள்)

vi) இந்தியாவின் சராசரி பிறப்பு விகிதம் 21 (பிறப்பு விகிதம் என்பது கொடுக்கப்பட்ட சமயத்தில் ஒவ்வொரு ஆயிரம் பேருக்கு வரும் மக்களின் எண்ணிக்கை)

முதல் உதாரணத்தில் வண்டி செல்லும் தூரத்தை அதற்கு ஆகும் காலத்தோடு ஒப்பிட்டுள்ளனர். இரண்டாவது உதாரணத்தில் ஆப்பிள் பழங்களின் எண்ணிக்கையை அதன் விளையோடு ஒப்பிட்டுள்ளனர். மூன்றாவது உதாரணத்தில் நாடித்துடிப்புகளின் எண்ணிக்கையை நேரத்தோடு ஒப்பிட்டுள்ளனர். நான்காவது உதாரணத்தில் முட்டைகளின் விலையை அதன் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டுள்ளனர். ஐந்தாவது உதாரணத்தில் பிறப்பு எண்ணிக்கையை 1000 பேர் கொண்ட மக்களோடு ஒப்பிட்டுள்ளனர்.

மேற்கூறப்பட்ட உதாரணங்களில் தரப்பட்டுள்ள சொற்களை '/' என்ற குறியீடு பயன்படுத்தி மாற்றி எழுதலாம். 60 கி.மீ/ மணி, ₹ 120/கி.கி, 72 துடிப்புகள்/ நிமிடம், ₹ 60/டஜன் மற்றும் 21 பிறப்புகள் / 1000 மனிதர்கள் எனவும் எழுதலாம்.

6.4 அலகியல் முறை

முதலில் ஒரு அலகின் மதிப்பையும் பிறகு தேவையான அலகுகளின் மதிப்புகளையும் கண்டறியும் முறை அலகியல் முறை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரு கடைக்காரர் 5 டம்ளர்களை ₹ 30க்கு விற்றார் எனில் 10 டம்ளர்களின் விலை என்ன?

தீர்வு : 5 டம்ளர்களின் விலை = ₹ 30

∴ 1 டம்ளரின் விலை $= \frac{30}{5} =$ ₹ 6

எனவே 10 டம்ளர்களின் விலை $= 6 \times 10 =$ ₹ 60.

எடுத்துக்காட்டு 3 : டஜன் வாழைப்பழங்களின் விலை ₹ 20 எனில் 9 வாழைப்பழங்களின் விலை எவ்வளவு?

தீர்வு : 1 டஜன் = 12 அலகுகள்

12 வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹ 20

∴ 1 வாழைப்பழத்தின் விலை = ₹ $\frac{20}{12}$

9 வாழைப்பழங்களின் விலை $= \frac{20}{12} \times 9 =$ ₹ 15

இதை செய்

1. 160 மாணவர்கள் அமர சுமார் 40 பெஞ்சுகள் தேவைப்படுகிறது. 240 மாணவர்கள் அமர எத்தனை பெஞ்சுகள் தேவைப்படும்?
2. ஒரு குருவி 10 வினாடிகளுக்கு 23 முறை தனது இறக்கைகளை அடித்துக் கொள்கிறது. 2 வினாடிகளுக்கு எத்தனை முறை இறக்கைகளை அடித்துக்கொள்ளும்?
3. மனித இதயம் சராசரியாக ஒரு நிமிடத்திற்க 72 முறை துடிக்கிறது. 15 வினாடிகளில் எத்தனை முறை துடிக்கிறது? ஒரு மணி நேரத்திற்கு எத்தனை ? ஒருநாளுக்கு எத்தனை முறை?

6.5 நேர்விகித சமம்

தினசரி வாழ்க்கையில் எத்தனையோ சூழ்நிலைகளில் ஒரு ராசியில் ஏற்படும் மாற்றம் மற்றொரு ராசியிலும் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகிறது.

உதாரணத்திற்கு.

- வாங்கும் பொருள்களின் எண்ணிக்கை அதிகமானால் அதற்கு கொடுக்க வேண்டிய மொத்தமும் அதிகமாகும். அதே போன்று வாங்கும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் கொடுக்க வேண்டிய மொத்தமும் குறையும்.
- வங்கியில் டெபாசிட் செய்த பணம் அதிகரித்தால் அதன் மீது கிடைக்கும் வட்டியும் அதிகரிக்கும். அதே போன்று வங்கியில் உள்ள பணம் குறைந்தால் வட்டியும் குறையும்.
- சீரான வேகத்தில் பயணம் செய்யும் போது தூரம் அதிகமானால், அதற்காகும் நேரமும் அதிகமாகும். அதே போன்று தூரம் குறைந்தால் நேரமும் குறையும்.

மேற்கூறிய உதாரணங்களில் ஒரு அளவு அதிகமாகும் போது மற்றொன்றும் அதிகமாகிறது.

சில உதாரணங்களின் மூலம் அது போன்ற சூழல்களை தெரிந்து கொள்வோம்.

ஒரு குழாய் ஒரு மணி நேரத்தில் 300 லிட்டரை தொட்டியில் நிரப்பும். 2 மணி நேரத்தில் எத்தனை லிட்டர்களை நிரப்பும்?

தொட்டியானது 1 மணி நேரத்தில் 600 லிட்டரால் நிரப்பப்படுகிறது. 4 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு? 8மணி நேரத்தில் எவ்வளவு? இந்த கணக்கை எவ்வாறு கணக்கிடுவாய்?

கீழ்காணும் அட்டவணையை பார்க்கவும் :

தொட்டியை நிரப்ப ஆகும் நேரம் (மணிகளில்)	1	2	4	8
நிரப்பப்பட்ட கொள்ளளவு (லிட்டரில்)	300	600	1200	2400

மேற்கூறிய உதாரணத்திலிருந்து நேரம் அதிகமாகும் போது நிரப்பப்படும் நீரின் அளவும் அதிகமாகும். அதனால் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமும் நிரப்பப்பட்ட அளவின் விகிதமும் சமமாக உள்ளது. ஆகையால் எடுத்துக்கொள்ளப்படும் நேரம் இருமடங்கானால் நிரப்பப்படும் அளவும் இரு மடங்காகும். எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 4 மடங்கானால் நிரப்பப்படும் அளவும் நான்கு மடங்காகும். மேலும் எடுத்துக்கொள்ளப்படும் நேரம் 8 மடங்கு ஆனால் நிரப்பப்படும் அளவும் 8 மடங்கு ஆகும். எடுத்துக்கொள்ளப்படும் நேரத்தின் விகிதம் 1:2 மற்றும் நிரப்பப்படும் அளவின் விகிதம் 1:2 ஆகையால் தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளப்படும் நேரமும், நிரப்பப்படும் அளவும் விகிதசமத்தில் உள்ளது எனலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4 : ஒரு கடைக்காரன் 6 முட்டைகளை ₹ 30க்கு விற்றான். 10 முட்டைகளின் விலை என்ன?

தீர்வு : 10 முட்டைகளின் விலை ₹ x என்க.

முட்டைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரித்தால், விலையும் அதிகரிக்கும் என்பது நமக்கு தெரியும். அதே போல் முட்டைகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதமும், அதன் விலையின் விகிதமும் சமமாக இருக்கும். எனவே முட்டைகளின் எண்ணிக்கையும் அதன் விலையும் விகித சமத்தில் உள்ளன எனலாம்.

ஆகையால் $6 : 10 = 30 : x$

இடை உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

$6 \times x = 10 \times 30$

$6x = 10 \times 30$

$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$

$x =$ ₹ 50

எனவே 10 முட்டைகளின் விலை ₹ 50க்கு சமம்.

இந்த கணக்கானது அலகியல் முறையை பயன்படுத்தியும் தீர்க்கப்படுகிறது. அதாவது ஒரு முட்டையின் விலையை கண்டறிந்து பிறகு தேவையான முட்டைகளின் எண்ணிக்கையோடு அதை பெருக்க வேண்டும்.

6 முட்டைகளின் விலை ₹ 30

∴ ஒரு முட்டையின் விலை $= \frac{30}{6} =$ ₹ 5

10 முட்டைகளின் விலை $= 5 \times 10 =$ ₹ 50

எடுத்துக்காட்டு 5 : ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள 4 நபர்களுக்கு 20 கிலோ அரிசி தேவைப்படுகிறது. வீட்டில் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கை 10 ஆக உயர்ந்தால் எத்தனை கிலோ அரிசி தேவைப்படும்?

நபர்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்தால், தேவைப்படும் அரிசியின் அளவும் அதிகரிக்கும் என கிரிஜா சொன்னாள். அதே போல் நபர்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமும், அரிசியும் அளவின் விகிதமும் சமம். ஆகையால் நபர்களின் எண்ணிக்கையும் அரிசியின் அளவும் விகிதசமத்தில் உள்ளன.

தீர்வு : 10 நபர்களுக்கு தேவையான அரிசியின் அளவு x என கொள்ளவும்.

$x : 20 = 10 : 4$

இடை உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

$$4x = 20 \times 10$$
$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$x = 50$ கிலோ.

$\therefore$ 10 நபர்களுக்கு தேவையான அரிசியின் அளவு = 50 கிலோ

எடுத்துக்காட்டு 6 : ஒரு ஜீப் சீரான வேகத்தில் மூன்று மணிக்கு 90 கி.மீ தூரத்தை கடக்கிறது. 150 கி.மீ தூரத்தை அடைய அந்த ஜீப் எவ்வளவு நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும்?

கடக்கவேண்டிய தூரம் அதிகரித்தால் எடுத்துக்கொள்ளப்படும் நேரமும் அதிகரிக்கும் என்பது நமக்கு தெரியும். அதே போல் கிலோமீட்டரின் எண்ணிக்கை விகிதமும், எடுத்துக்கொண்ட நேர விகிதமும் சமம். அதனால் கிலோமீட்டரிகளின் எண்ணிக்கையும் எடுத்துக்கொண்ட நேரமும் விகிதசமம்.

தீர்வு : 150 கி.மீ ஐ கடக்க ஜீப் எடுத்துக்கொண்ட நேரம் x என கொள்வோம்.

அதனால் $x : 3 = 150 : 90$

$90\,x = 150 \times 3$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$x = 5$

$\therefore$ 150 கி.மீ தூரத்தை கடக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரம் = 5 மணிகள்

எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒரு வரைபடத்தின் அளவு திட்டம் 1:30000 என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டு நகரங்கள் வரைபடத்திலிருந்து 4 செ.மீ தூரத்தில் உள்ளது. அவற்றிடையேயான உண்மையான தூரத்தை கண்டுபிடி.

தீர்வு : உண்மையான தூரம் x என்க. வரைபடத்தில் உள்ள தூரம் உண்மையான தூரத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது.

$1:30000 = 4 : x$

இடை உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்.

$x = 4 \times 30,000$

$=1,20,000$ செ.மீ

$=1.2$ கி.மீ (1 கி.மீ $= 1,00,000$ செ.மீ)

ஆகையால் வரைபடத்தில் உள்ள இரு நகரங்களும் பொதுவாக 1.2 கி.மீ தூரத்தில் உள்ளன.

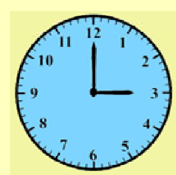
இதை செய்

1. ஒரு பழுதான குழாயின் கீழ் 1லி காலியான பாட்டிலை வைக்கவும். குழாய் பழுதாயிருப்பதால் தண்ணீர் துளித்துளியாக பாட்டிலில் விழுகிறது. பாட்டில் நிரம்ப எவ்வளவு நேரமாகும்? ஒரு வருடத்திற்கு எவ்வளவு நீர் வீணாகிறது என்பதை கணக்கிடு.

2. ஒரு கடிகாரத்தை எடுத்துக்கொண்டு அதன் நிமிடமுள் 12-ல் இருக்குமாறு பொருத்து.

கொடுக்கப்பட்ட நேர இடைவெளிகளில் நிமிட முள் ஏற்படுத்தும் கோணங்களை குறிப்பிடு.

கடந்த நேரம்	(T_1)	(T_2)	(T_3)	(T_4)
நிமிடங்களில்	15	30	45	60
திரும்பிய கோணம்	(A_1)	(A_2)	(A_3)	(A_4)
டிகிரியில்	90	....	....	....



நிமிட முள் திரும்பிய கோணம், கடந்த நேரத்திற்கு நேர்விகித்தில் உள்ளதா? ஆம் 1 மேற்காணும் அட்டவணையிலிருந்து

$T_1 : T_2 = A_1 : A_2$, ஏனெனில்

$T_1 : T_2 = 15 : 30 \ = 1 : 2$

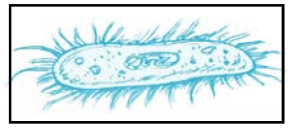
$A_1 : A_2 = 90 : 180 \ = 1 : 2$

$T_2 : T_3 = A_2 : A_3$ மற்றும் $T_3 : T_4 = A_3 : A_4$ ஐ சோதிக்கவும்.

இந்த செயலை உன் சொந்த நேர இடைவெளியை பயன்படுத்தியும் செய்து பார்க்கவும்.

பயிற்சி-3

1. ஒரு பாக்டீரியாவின் நீளத்தை 50000 மடங்கு உருப்பெருக்கினால் அது 5 செ.மீ நீளத்தை கொண்டுள்ளது. எனில் பாக்டீரியாவின் உண்மையான நீளம் எவ்வளவு? ஒரு வேளை அதன் நீளத்தை 20,000 மடங்கு உருப்பெருக்கினால் அது எவ்வளவு நீளத்தை கொண்டிருக்கும்?



2. கீழ்காணும் அட்டவணையை பரிசீலித்து x,y நேர்விகிதத்தில் உள்ளனவா என்பதை கவனிக்கவும்.

(i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(iii)

x	5	8	12	15	18	20	25
y	15	24	36	60	72	100	125

3. சுஷ்மாவிடம் 1 செ.மீ =18 கி.மீ என்ற அளவுத்திட்டம் கொண்ட ஒரு சாலை வரைபடம் உள்ளது. அவள் சாலையின் 72 கி.மீ தூரத்தை கடக்கிறாள். வரைபடத்தில் அவள் கடந்த தூரம் எவ்வளவு?

4. ஒரு கட்டத்தாள் மீது வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்ட ஐந்து சதுரங்களை வரையவும். கீழ்காணும் தகவலை அட்டவணைப்படுத்தவும்.

	சதுரம் 1	சதுரம் 2	சதுரம் 3	சதுரம் 4	சதுரம் 5
பக்கத்தின் நீளம் (L)					
சுற்றளவு (P)					
பரப்பளவு (A)					

பக்கத்தின் நீளம் கீழ்காண்பவற்றிற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளதா என்பதை கண்டறியவும்.

(i) சதுரத்தின் சுற்றளவு

(ii) சதுரத்தின் பரப்பளவு

விகிதங்கள் சதவீதங்கள் வடிவிலும் தெரிவிக்கப்படும். நாம் சதவீதங்களை குறித்தும் அவற்றை நம் தினசரி வாழ்க்கையில் எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம் என்பதை குறித்தும் தெரிந்து கொள்வோம்.

6.6 சதவீதங்கள்

- சௌமியா கணிதத்தில் 65% மதிப்பெண்களும், ரஞ்ஜித் 59% மதிப்பெண்களும் பெற்றுள்ளனர்.
- ஒரு துணிக்கடைக்காரர் மொத்த வியாபாரம் செய்யும் போது 25% லாபத்தையும், சில்லரை வியாபாரம் செய்யும் போது 10% லாபத்தையும் பெறுகிறார்.

- அனிதா வங்கியிலிருந்து ஒரு வருடத்திற்கு ₹ 10000 கடன் வாங்கினாள். அவள் வருட கடைசியில் 10% வட்டியை செலுத்த வேண்டும்.
- விழாக்காலத்தில் தொலைக்காட்சி விற்பவர் 10% தள்ளுபடியையம் மற்றொருவர் 15% தள்ளுபடியையம் அறிவித்தனர்.

சதவீதம் எனும் சொல்லுக்கு **ஒவ்வொரு நூற்றுக்கும்** அல்லது **நூற்றுக்கு** என்று பொருள். சதவீதம் % எனும் குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. ஆகையால் ஒரு சதவீதம் என்பது நூற்றுக்கு ஒன்று, 27% என்பது நூற்றுக்கு 27 மற்றும் 93% என்பது நூற்றுக்கு 93 என பொருள்படும்.

1% என்பது $\frac{1}{100}$ அல்லது 0.01 எனவும் எழுதலாம்.

27% என்பதை $\frac{27}{100}$ அல்லது 0.27 எனவும் எழுதலாம்.

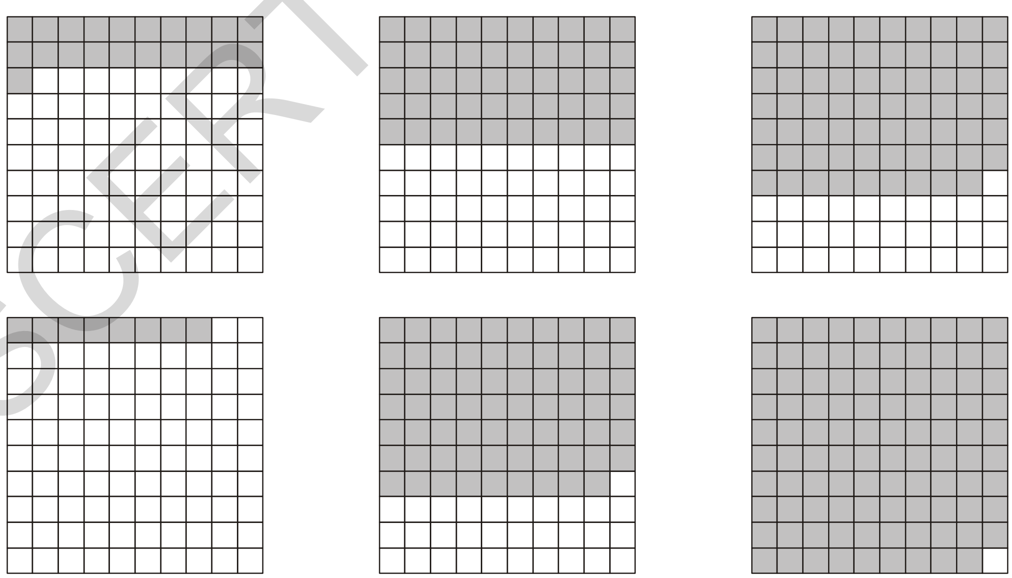
93% என்பதை $\frac{93}{100}$ அல்லது 0.93 எனவும் எழுதலாம்.

இதை செய்

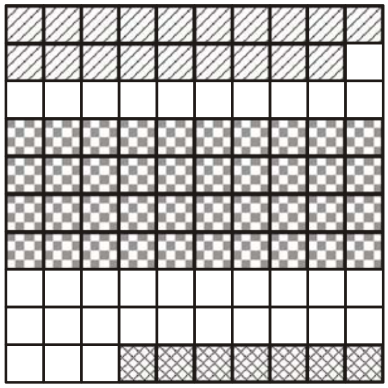
1. கீழே 100 சதுரங்கள் கொண்ட வெவ்வேறு கட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு சதுரங்களாக நிழலிடப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொன்றிலும் நிழலிடப்பட்ட மற்றும் வெள்ளை பகுதியை (1) சதவீதம் (2) பின்னம் (3) தசம பின்னம் வடிவில் எழுதுக.



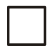
2. கீழ்காணும் கட்டத்தாளை பார்க்கவும். அது வெவ்வேறு வடிவங்களில் நிழலிடப்பட்டுள்ளது.



ஒவ்வொரு வடிவத்தின் சதவீதத்தை கண்டுபிடி.

 இந்த வடிவத்தின் சதவீதம் எவ்வளவு?

 இந்த வடிவத்தின் சதவீதம் எவ்வளவு?

 இந்த வடிவத்தின் சதவீதம் எவ்வளவு?

 இந்த வடிவத்தின் சதவீதம் எவ்வளவு?

3. ஒரு பள்ளியின் மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையையும், பள்ளியிலுள்ள மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையையும் பின்ன வடிவில் எழுது.

வகுப்பு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	பின்ன வடிவில்	சதவீதம்
VI	17		
VII	15		
VIII	20		
IX	30		
X	18		
மொத்தம்	100		

மேற்கூறிய அனைத்து உதாரணங்களிலும் மொத்தம் 100 ஆகும். மொத்தம் 100ஆக இல்லையென்றால் சதவீதத்தை எவ்வாறு கண்டறிவது?

எடுத்துக்காட்டு 8 : ஒரு வகுப்பில் 35 மாணவிகளும் 15 மாணவர்களும் உள்ளனர். மாணவர்களின் சதவீதம் எவ்வளவு? மாணவிகளின் சதவீதம் எவ்வளவு?

சுதீர் கீழ்வருமாறு தீர்வு கண்டான்.

அட்டவணை 1

மாணவர்கள்	எண்	பின்னம்	பகுதியை 100 ஆக மாற்றுதல்	சதவீதம்
மாணவிகள்	35	$\frac{35}{50}$	$\frac{35}{50}\times\frac{100}{100}=\frac{70}{100}$	70%
மாணவர்கள்	15	$\frac{15}{50}$	$\frac{15}{50}\times\frac{100}{100}=\frac{30}{100}$	30%
மொத்தம்	50			

அட்டவணை - 2	அட்டவணை 3
அன்வர் மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் சதவீதத்தை கீழ்காணுமாறு கண்டறிந்தான் மொத்த மாணவர்கள் 35+15=50 50 மாணவர்களில் 35 மாணவிகள் 100 மாணவிகளுக்கு $\frac{35}{50}\times 100 = 70$ மாணவிகள்	ரீனா கீழ்காணுமாறு தீர்வு கண்டாள் $\frac{35}{50}\times\frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$

மொத்த மதிப்பு 100க்கு சேர்க்காத போது சதவீதத்தை கண்டறிய மூன்று முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகிறது. பின்னத்தை $\frac{100}{100}$ ஆல் நாம் பெருக்குகிறோம். இது பின்னத்தின் மதிப்பை மாற்றாது. அதே போல் 100 பகுதியிலேயே இருக்கும். ரீனா 100ஐ பகுதியாக பெற $\frac{2}{2}$ ஆல் பெருக்குகிறாள்.

அன்வர் அலகியல் முறையை பயன்படுத்தினான். எந்த முறையை வேண்டுமானாலும் நீ பயன்படுத்தலாம். அல்லது உன் சொந்த முறையிலும் கண்டறியலாம்.

அன்வர் முறை எல்லா விகிதங்களுக்கும் பொருந்துமா? ரீனா பின்பற்றிய முறை அனைத்து விகிதங்களுக்கும் பொருந்துமா?

பெருக்கலின் போது முழு எண்ணோடு பகுதியில் 100ஐ பெறுவதற்காக மட்டுமே ரீனாவின் முறை பயன்படும் என அன்வர் கூறினான். பகுதி 50ஆக இருந்ததால் 100ஆக மாற்றுவதற்கு 2ஆல் பெருக்கினாள். பகுதி 60 ஆக இருந்தால் இந்த முறையை பயன்படுத்த முடியாது. இதை நீ ஏற்றுக்கொள்கிறாயா?

எடுத்துக்காட்டு 9 : "A" சட்டை $\frac{3}{5}$ அளவு பருத்தியையும் "B" சட்டை $\frac{3}{4}$ அளவு பருத்தியையும் கொண்டுள்ளது.

(i) ஒவ்வொரு சட்டையிலும் உள்ள பருத்தியின் சதவீதம் எவ்வளவு?

(ii) எந்த சட்டை அதிக அளவு பருத்தியை கொண்டுள்ளது?

தீர்வு : "A" சட்டையில் உள்ள பருத்தியின் சதவீதம் $= \frac{3}{5}\times 100 = 60\%$

"B" சட்டையில் உள்ள பருத்தியின் சதவீதம் $= \frac{3}{4}\times 100 = 75\%$

"B" சட்டை அதிக அளவில் பருத்தியை கொண்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 10 : கங்கா 1 மீ துணியுடன் தையல்காரனிடம் சென்றாள். அவள் அவனிடம் ஜாக்கெட் தைக்கும்படி கேட்டாள். தையல்காரன் 0.75ம் துணியை ஜாக்கெட் தைக்க எடுத்துக்கொண்டு மீதி துணியை திருப்பிக் கொடுத்தான்.

ஜாக்கெட் தைக்க பயன்படுத்திய துணியின் சதவீதம் எவ்வளவு? கங்காவிற்கு திருப்பிக் கொடுத்த துணியின் சதவீதம் எவ்வளவு?

தீர்வு : தையல்காரன் 0.75 மீ துணியை பயன்படுத்தினான்.

பயன்படுத்திய துணியின் சதவீதம் = $0.75 \times 100\%$

$$= \frac{75}{100} \times 100\%$$

$$= 75\%$$

தையல்காரன் $1 - 0.75 = 0.25$மீ துணியை திருப்பிக் கொடுத்தான்.

திருப்பிக் கொடுத்த துணியின் சதவீதம் = $0.25 \times 100\%$

$$= \frac{25}{100} \times 100\ \%$$

$$= 25\ \%$$

எடுத்துக்காட்டு 11 : சென்ற வருடம் ஒரு பொருளின் விலை ₹ 40. இந்த வருடம் அதன் விலை ₹ 50 ஆக உயர்ந்தது. விலையின் மாற்றத்தின் சதவீதம் என்ன?

தீர்வு : விலையின் சதவீதம் $= \dfrac{\text{உயர்த்தப்பட்ட விலை}}{\text{உண்மையான விலை}} \times 100\%$

$$= \frac{50-40}{40} \times 100\ \%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100\% = \frac{1000}{40}\% = 25\ \%$$

எடுத்துக்காட்டு 12 : சிவராமனின் மாத வருமானம் ₹ 10,000. அவன் குடும்ப செலவிற்கு 60%. மருத்துவ செலவிற்கு 10% நன்கொடைகளுக்கு 5% மற்றும் சேமிப்பிற்கு 2.5% செலவு செய்கிறான். ஒவ்வொன்றிற்கும் அவன் செலவு செய்யும் தொகையை கணக்கிடு.

தீர்வு : குடும்ப செலவிற்கு செலவு செய்த பணம் = மொத்த வருவாயில் 60%

$= ₹\ 10000$ ல் 60%

$= \frac{60}{100} \times 10000 = ₹\ 6000$

மருத்துவ செலவிற்கு செலவழித்த பணம் $= \frac{10}{100} \times 10000 = ₹\ 1000$

நன்கொடைகளுக்கு செலவழித்த தொகை $= \frac{5}{100} \times 10000 = ₹\ 500$

சேமித்த தொகை $= \frac{25}{100} \times 10000 = ₹\ 2500$

பயிற்சி-4

1. X என்ற பள்ளியில் 48 மாணவர்கள் 10ஆம் வகுப்பு தேர்வு எழுதினர். அதில் 30 மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெற்றனர். Y என்ற மற்றொரு பள்ளியில் 30 மாணவர்கள் தேர்வு எழுதினர். அதில் 24 மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெற்றனர். தேர்ச்சி சதவீதத்தை பொறுத்து மாவட்ட கல்வி அதிகாரி விருது வழங்கினால் எந்த பள்ளிக்கு விருது கிடைக்கும்?

2. கடந்த வருடம் 1000 பொருட்களின் விலை ₹ 5000. இந்த வருடம் அது ₹ 4000 என குறைந்துள்ளது. விலை சரிவின் சதவீதம் எவ்வளவு?

3. ஸ்ரீஜோதியிடம் ஒரு கூடை நிறைய வாழைப்பழங்கள், ஆரஞ்சுபழங்கள் மற்றும் மாம்பழங்கள் உள்ளன. அவற்றில் 50% வாழைப்பழங்கள், 15% ஆரஞ்சு பழங்கள் எனில் மாம்பழங்களின் சதவீதம் எவ்வளவு?

4. 64% + 20% + ...?....... = 100%

5. மழைக்கால நாளில் ஒரு பள்ளியில் 150 மாணவர்களுக்கு 25 மாணவர்கள் வருகை தரவில்லை. பள்ளிக்கு வராத மாணவர்களின் சதவீதம் எவ்வளவு? வருகை தந்த மாணவர்களின் சதவீதம் எவ்வளவு?

6. ஒரு தொகுதியில் 12000 வாக்காளர்கள் உள்ளனர். அதில் 60% பேர் வாக்களித்தனர். தொகுதியில் வாக்களித்தவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

7. ஒரு பருவத்தில் ஒரு கிரிக்கெட் குழுவானது 20 ஆட்டங்களை ஆடியது. அவற்றில் 25% வெற்றி பெற்றது. மீதியுள்ள ஆட்டங்களில் தோல்வியுற்றது எனில் எத்தனை ஆட்டங்களில் தோல்வியுற்றது?

8. ஒரு பொற்கொல்லன் ஒவ்வொரு கிராம் தங்கத்திலும் 0.25 கி. வெள்ளி மற்றும் 0.05 கி செம்பு கலந்து செய்கிறான். ஒவ்வொரு கிராம் தங்கத்திலும் உள்ள தங்கம், வெள்ளி, செம்பின் சதவீதம் எவ்வளவு?

9. ஒரு எண்ணில் 40% என்பது 800 எனில் அந்த எண் என்ன?

இதை செய்

1. 2011 மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பின் படி நம் நாட்டின் மக்கள்தொகை 12×10^8 (120,00,00,000).

   நாட்டின் மக்கள்தொகை ஒவ்வொரு வருடமும் 3% அதிகரித்தால் 2012ல் மக்கள் தொகை எவ்வளவாக இருக்கும்?

2. (i) தோசையில் 75%ஐ உன்னால் சாப்பிட இயலுமா?

   (ii) ஒரு பொருளின் விலை 90% அதிகரிக்குமா?

   (iii) ஒரு பொருளின் விலை 100% அதிகரிக்குமா?

செயல்திட்டம்

கீழ்காணும் அட்டவணை ஒவ்வொரு நாளும் நீ செலவழித்த நேரத்தின் அளவை தெரிவிக்கிறது. ஒவ்வொரு செயலுக்கும் நீ செலவழித்த நேரத்தின் சதவீத அளவை கணக்கிடு.

செயல்	மணிகளின் எண்ணிக்கை	நாளில் %
பல் துலக்க, குளிக்க, பள்ளிக்கு தயாராக		
பள்ளியில்		
படிப்பதற்கு, வீட்டுப்பாடம் செய்வதற்கு		
விளையாடுவதற்கு / டி.வி. பார்ப்பதற்கு பெற்றோர்களுக்கு உதவி செய்ய		
தூங்குவதற்கு		

6.7 சதவீதங்களை பயன்படுத்தும் சில சூழல்கள்

லாபம் மற்றும் நஷ்டம், தள்ளுபடி மற்றும் வட்டியை தெரிவிக்க நாம் சதவீதங்களை பயன்படுத்துகிறோம். இவற்றை சதவீதங்களில் தெரிவிப்பதால் ஒப்பிடுதல் எளிதாகும்.

6.7.1 லாபம் மற்றும் நஷ்டம்

- ஒரு குயவன் சக்கரத்தின் மீது பானை தயாரித்து அதை சூளையில் இட்டு, சுட்டு வண்ண நிறத்தால் அலங்கரிக்கிறான். அவன் களிமண்ணுக்கு ₹ 3, சுடுவதற்கு ₹ 2 மற்றும் நிறமிடுவதற்கு ₹ 1 செலவு செய்தான். அவன் ஒவ்வொரு பானையையும் 10 ரூபாய்க்கு விற்றால் அவனுக்கு லாபமா அல்லது நஷ்டமா?

- பொம்மை தயாரிப்பவன் பொம்மையை 50 ரூபாய்க்கு தயார் செய்து 75 ரூபாய்க்கு விற்றான். அவனுக்கு லாபமா அல்லது நஷ்டமா?
- ஒரு வர்த்தகர் ஒவ்வொரு சட்டையையும் ₹ 540 க்கு வாங்கினார். வருட இறுதியில் சில சட்டைகள் விற்கப்படாமல் இருந்தன. அவர் வருட இறுதியில் ஒவ்வொரு சட்டையையும் ₹ 500 விற்றால் அவருக்கு கிடைப்பது லாபமா அல்லது நஷ்டமா?

- அமர் ஒரு நகை வியாபாரி. அவர் கடந்த வருடம் ₹ 15000 மதிப்புள்ள 10 கி தங்கம் வாங்கினார். இப்பொழுது தங்கத்தின் விலை ₹ 20000 ஆக உயர்ந்துள்ளது. தங்கத்தை விற்றால் அமருக்கு கிடைப்பது லாபமா அல்லது நஷ்டமா?

மேற்காணும் அனைத்து சூழல்களிலும் லாபம் மற்றும் நஷ்டத்தின் தொகையை கணக்கிடு. கணக்கு வழக்குகளில் லாப, நஷ்டங்களை தெரிவிக்க சதவீதங்கள் அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 13 : ராமய்யா ₹ 200 க்கு 10 பேனாக்களை வாங்கி அதை ₹ 240க்கு விற்றார். சோமய்யா ₹ 500க்கு பேனாக்களை வாங்கி அதை ₹ 575க்கு விற்றார். யாருக்கு அதிக லாபம் கிடைத்தது?

தீர்வு : லாபத்தை கணக்கிட நாம் விற்றவிலை மற்றும் வாங்கிய விலையை ஒப்பிட வேண்டும்.

லாபம் = விற்றவிலை – வாங்கிய விலை or P = SP - CP

ராமய்யாவின் லாபம் = ₹ 240 – ₹ 200 = ₹ 40

சோமய்யாவின் லாபம் = ₹ 575 – ₹ 500 = ₹ 75

சோமய்யாவிற்கு அதிக லாபம் கிடைத்தது. அவருடைய லாபம் ₹ 75. ராமய்யாவின் லாபம் ₹ 40 மட்டுமே. இது சரியா?

ராமய்யா ₹ 200 முன்பணமாக வைத்து ₹ 40 லாபம் பெற்றார்.

சோமய்யா ₹ 500ஐ முன்பணமாக வைத்து ₹ 75 லாபம் பெற்றார்.

ஆகையால் ராமய்யாவின் லாபம் மற்றும் வாங்கிய விலையின் விகிதம் $= \frac{40}{200}$

மேலும் சோமய்யாவின் லாபம் மற்றும் வாங்கிய விலையின் விகிதம் $= \frac{75}{500}$

லாபம் மற்றும் வாங்கிய விலையின் விகிதத்தை ஒப்பிட்டால் அதை சதவீதத்தில் மாற்ற வேண்டும்.

ஆகையால் ராமய்யாவின் லாப சதவீதம் $= \frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$

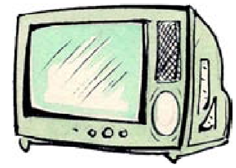
சோமய்யாவின் லாப சதவீதம் $= \frac{70}{500} \times 100\% = 15\%$

எனவே லாப சதவீதம் = $\frac{P}{CP} \times 100$ என நாம் எழுதலாம்.

ராமய்யா ₹ 100 முதலீட்டில் ₹ 20 அல்லது 20% லாபம் பெற்றுள்ளார். மேலும் சோமய்யா 15% லாபம் அல்லது ₹ 100 முதலீட்டில் ₹ 15 பெற்றுள்ளார். ஆகையால் ராமய்யா சோமய்யாவைவிட அதிக லாபம் அடைந்தார்.

எடுத்துக்காட்டு 14 : ஒரு கடைக்காரன் ஒரு தொலைக்காட்சியை ₹ 9000க்கு வாங்கி ₹ 10000 க்கு விற்றான். லாபம் அல்லது நஷ்டத்தை கணக்கிடு. சதவீதத்தை கணக்கிடு.

தீர்வு : கோபால் கணக்கை கீழ்காணும் முறையில் செய்தான்.



டி.வின் வாங்கிய விலை = ₹ 9000

டி.வி விற்ற விலை = ₹ 10,000

விற்றவிலை வாங்கிய விலையை விட அதிகமாக இருப்பதால் கடைக்காரருக்கு லாபம் கிடைத்தது.

லாபம் = ₹ 10000 – ₹ 9000 = ₹ 1000

ஆகையால் வாங்கிய விலை ₹ 9000 எனில் கடைக்காரருக்கு ₹ 1000 லாபம் கிடைத்தது.

லாபம் மற்றும் விலை விகிதம் $\frac{1000}{9000}$

லாப சதவீதத்தை கணக்கிட இந்த விகிதத்தை 100ஆல் பெருக்கவேண்டும்

அதாவது $\frac{1000}{9000}\times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$

மது விகிதசமத்தை பயன்படுத்தி இந்த கணக்கை கீழ்க்கண்டவாறு செய்தான்.

வாங்கிய விலை ₹ 9000 எனில் லாபம் ₹ 1000.

இப்பொழுது வாங்கிய விலை ₹ 100 எனில் லாபம் ₹ x என்க.

வாங்கிய விலையும், லாபமும் விகிதசமத்தில் உள்ளன என்பது நமக்கு தெரியும். ஆகையால் இரு நிலைகளிலும் லாப விகிதமும் வாங்கிய விலை விகிதமும் சமமாக இருக்கும்.

$x : 1000 = 100 : 9000$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}$$

எனவே லாப சதவீதம் $= 11\frac{1}{9}\%$

இதை செய்

5 மாம்பழங்களின் வாங்கிய விலை 2 மாம்பழங்களின் விற்ற விலைக்கு சமம். லாப சதவீதத்தை கண்டுபிடி.

எடுத்துக்காட்டு 15 : ஒருவன் ஒரு பொருளை ₹ 650க்கு வாங்கி அதை விற்று 6% லாபம் அடைந்தான். விற்ற விலையை கண்டுபிடி.

தீர்வு : ரவி கீழ்வருமாறு தீர்வு கண்டான்.

வாங்கிய விலை = ₹ 650

லாப சதவீதம் = 6%

வாங்கிய விலை = ₹ 100 எனில் லாபம் ₹ 6 மற்றும் விற்றவிலை 100 + 6 = ₹ 106

இப்பொழுது வாங்கிய விலை = ₹ 650 மற்றும் விற்ற விலை = ₹ x என்க.

வாங்கிய விலை மற்றும் விற்றவிலை நேர்விகிதசமம்.

∴ வாங்கிய விலையின் விகிதம் = விற்றவிலையின் விகிதம்

$100 : 650 = 106 : x$

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

∴ $100\,x = 106 \times 650$

∴ $x = \frac{106 \times 650}{100} = 689$

ஆகையால் விற்றவிலை = ₹ 689

அருண் கீழ்வருமாறு தீர்வு கண்டான்.

வாங்கிய விலை = ₹ 650

லாப சதவீதம் = 6%

ஆகையால் லாபம் = 650 ல் 6%

$$\frac{6}{100} \times 650 = 39$$

விற்றவிலை = வாங்கிய விலை + லாபம் என நமக்கு தெரியும்.

$= 650 + 39 = 689$

ஆகையால் விற்றவிலை = ₹ 689

எடுத்துக்காட்டு 16 : ரமேஷ் ஒரு D.V.D யை ₹ 2800க்கு விற்று 12% லாபம் அடைந்தான். அவன் D.V.D யை எவ்வளவு தொகைக்கு வாங்கினான்?

தீர்வு : நாயக் விகிதசமத்தை பயன்படுத்தினான்.

லாப சதவீதம் $= 12\%$

விற்றவிலை $=$ ₹ 2800

வாங்கிய விலை ₹ 100 எனில் விற்றவிலை $=$ ₹ 112

விற்றவிலை $=$ ₹ 2800 எனில் வாங்கிய விலை $=$ ₹ x என்க.

வாங்கிய விலை மற்றும் விற்றவிலை நேர்விகிதசமம்

வாங்கிய விலை விகிதம் $=$ விற்றவிலை விகிதம்

$x : 100 = 2800 : 112$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

$\therefore\ 112 \times x = 100 \times 2800$

$\therefore\ x = \dfrac{100 \times 2800}{112} =$ ₹ 2500

எனவே வாங்கிய விலை $=$ ₹ 2500

மீனா அலகியல் முறையை பயன்படுத்தினாள்.

விற்றவிலை $=$ ₹ 2800

லாபம் $= 12\%$

வாங்கிய விலை $=$ ₹100 எனில் லாபம் $=$ ₹12

விற்றவிலை $= 100+12 =$ ₹ 112

விற்றவிலை $=$ ₹ 112 ஆக இருந்தால் வாங்கிய விலை $=$ ₹ 100

$\therefore$ வாங்கிய விலை $= \dfrac{100}{112}$ எனில் விற்றவிலை மதிப்பு 1

விற்றவிலை $=$ ₹2800 எனில் வாங்கிய விலை $= \dfrac{100}{112} \times 2800 =$ ₹ 2500

வாங்கிய விலை $=$ ₹ 2500

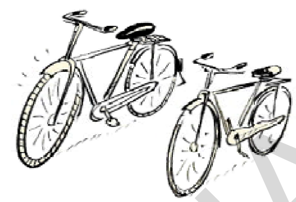
எடுத்துக்காட்டு 17 : ஒருவன் ₹ 3000ற்கு இரண்டு சைக்கிள்களை விற்று ஒன்றின் மீது 20% லாபமும், மற்றொன்றின் மீது 20% நஷ்டமும் பெற்றான்.

அவன் மொத்த கணக்கின் மீது லாபம் அல்லது நஷ்ட சதவீதத்தை கண்டுபிடி?

விற்றவிலை = ₹ 3000

முதல் சைக்கிளின் மீது லாப சதவீதம் = 20%

இரண்டாவது சைக்கிளின் மீது நஷ்ட சதவீதம் = 20%



முறை (i) : அலகியல் முறை :

முதல் சைக்கிளுக்கு

வாங்கிய விலை = ₹100 எனில் லாபம் ₹ 20 மற்றும் விற்றவிலை= 100 + 20 = ₹ 120

விற்றவிலை ₹ 120 எனில் வாங்கிய விலை = ₹ 100

இப்போது, விற்றவிலை மதிப்பு 1 ஆக இருந்தால் வாங்கிய விலை $= \frac{100}{120}$

இப்பொழுது வி.வி = ₹ 3000 ஆக இருந்தால் வா.வி $= \frac{100}{120} \times 3000$ = ₹ 2500

இரண்டாவது சைக்கிளுக்கு

வாங்கிய விலை = ₹100 எனில் நஷ்டம் 20. மேலும் வி.வி = 100 – 20 = ₹ 80

விற்றவிலை = ₹ 80 எனில் வாங்கிய விலை = ₹100

விற்றவிலை = ₹ 1 எனில் வாங்கிய விலை = ₹$\frac{100}{80}$

இப்பொழுது விற்றவிலை = ₹3000 எனில் வாங்கிய விலை $= \frac{100}{80} \times 3000$ = ₹ 3750

மொத்த வாங்கிய விலை = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

மொத்த விற்றவிலை = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000

வி.விலை, வா.விலையை விட குறைவாக உள்ளது. நஷ்டம் = 6250 – 6000 = ₹ 250

நஷ்ட சதவீதம் $= \frac{\text{நஷ்டம்}}{\text{வா.வி}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

முறை (ii): விகித சமத்தை பயன்படுத்துதல் :

வாங்கிய விலை அதிகமாகும் போது, விற்றவிலையும் அதிகமானால், வாங்கிய விலையும், விற்றவிலையும், நேர் விகிதசமம் ஆகும்.

வாங்கிய விலை	விற்றவிலை
100	120
x	3000

எனவே வாங்கிய விலை விகிதம் = விற்றவிலை விகிதம்

$100 : x = 120 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$100 \times 3000 = 120\,x$

$$\frac{100 \times 3000}{120} = x$$

$x = 2500$

ஆகவே முதல் சைக்கிளின் விலை = ₹ 2500

இரண்டாவது சைக்கிளுக்கு :

வாங்கிய விலை	விற்றவிலை
100	80
x	3000

$100 : x = 80 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80} = ₹\ 3750$$

ஆகையால் இரு சைக்கிள்களின் மொத்த விலை

= ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

சைக்கிள்களின் மொத்த விற்ற விலை = ₹ 6000

விற்றவிலை, வாங்கிய விலை ஐவிட குறைவாக இருப்பதால் நஷ்டம் வரும்.

நஷ்டம் = ₹ 6250 – ₹ 6000 = ₹ 250

∴ நஷ்ட சதவீதம் $= \frac{\text{நஷ்டம்}}{\text{வா.வி}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

முறை (iii): முதல் சைக்கிளின் விற்ற விலை = ₹ 3000

லாப சதவீதம் = 20%

வாங்கிய விலை = ₹ x என்க

லாபம் $= \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$

விற்றவிலை = வாங்கிய விலை + லாபம். என நாம் அறிவோம்.

ஆகவே, $x+\frac{20}{100}x = 3000$

$$\frac{100x+20x}{100}=3000$$

$$\frac{120x}{100}=3000$$

$$x=\frac{3000\times 100}{120} = ₹\,2500$$

ஆகவே, முதல் சைக்கிளின் வாங்கிய விலை = ₹ 2500
இரண்டாம் சைக்கிளின் விற்றவிலை = ₹ 3000

நஷ்ட சதவீதம் = 20%

வாங்கிய விலை ஐ ₹ x என வை.

ஆகவே, நஷ்டம் $\frac{20}{100}\times x = \frac{20}{100}x$

விற்றவிலை = வாங்கிய விலை – நஷ்டம் என்பது நாம் அறிந்ததே.

ஆகவே , $x-\frac{20}{100}x = 3000$

$$\frac{80}{100}x=3000$$

$$80\,x = 3000\times 100$$

$$x = \frac{3000\times 100}{80} = ₹\,3750$$

அதாவது, இரண்டாவது சைக்கிளின் வாங்கிய விலை = ₹ 3750
ஆகவே இரண்டு சைக்கிள்களின் மொத்தம் வா.வி = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250
சைகிள்களின் மொத்தம் விற்றவிலை = ₹ 6000

விற்ற விலை, வாங்கிய விலையை விட குறைவு, ஆகவே அவருக்கு நஷ்டம்.

நஷ்டம் = ₹ 6250 – ₹ 6000 = ₹ 250

ஆகவே நஷ்டம் சதவீதம் = $\frac{\text{நஷ்டம்}}{\text{வா.வி}}\times 100 = \frac{250}{6250}\times 100 = 4\%$

எடுத்துக்காட்டு 18 : ஒரு பொருளின் விலை ஒவ்வொரு ஆண்டும். முந்தைய விலையை விட 20% குறைகிறது. இரண்டு வருடங்களுக்கு பிறகு அதன் விலை ₹ 19,200 எனில் அதன் உண்மையான விலை என்ன?

தீர்வு : இரண்டு வருடங்களுக்கு பிறகு அதன் விலை = ₹ 19,200

ஒவ்வொரு ஆண்டும் குறையும் விலை = 20%

முதலாம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் பொருளின் விலை ₹ 100 என்க

இரண்டாம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் அதன் விலை = ₹ 80 (அதாவது 100–20% ல்100)

3ம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் அதன் விலை = ₹ 64 ஆக உள்ளது.(80-20% ல்80)

பொருளின் விலை இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு பிறகு = ₹ 19200

பொருளின் உண்மையான விலை = ₹ x.

உண்மையான விலையின் விகிதம் = இரண்டு வருடங்களுக்கு பிறகு அதன் விலையின் விகிதம்.

$x : 100 = 19200 : 64$

$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$64\,x = 19200 \times 100$

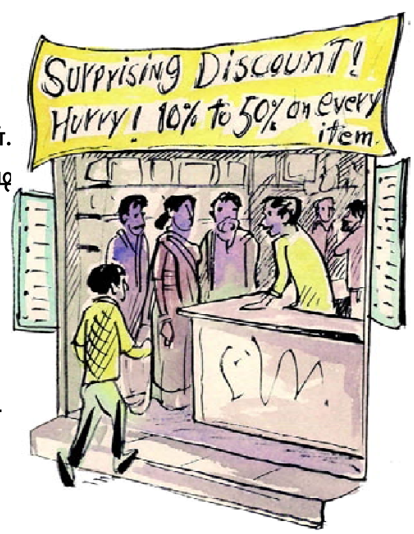
$$x = \frac{19200 \times 100}{64}$$

$= 30000$

பொருளின் உண்மையான விலை ₹ 30000.

6.7.2 தள்ளுபடி

நிகழ்வு 1 : புதிய துணிக் கடையை விஜய் திறந்து வைத்தார். மக்களை கவர்ந்திழுக்க கீழ்கண்டபடி விளம்பரம் செய்தார்.



பொருள்	வாங்கிய விலை	தள்ளுபடி சதவீதம்	தள்ளுபடி	விற்ற விலை
புடவை	*1000*	*10 %*	*100*	
பேண்ட்	*2000*	*20 %*	*400*	
சட்டை			*97.50*	*552.50*
T - சட்டை	*500*	*25 %*		*375*

நிகழ்வு 2 : சிறப்பு நாட்களில் அதாவது தீபாவளி, தசரா, பொங்கல் நாட்களில் வியாபாரிகள் பொருட்களின் வியையில் தள்ளுபடி அளிக்கிறார்கள்.

பொருள்	வாங்கிய விலை	தள்ளுபடி சதவீதம்	தள்ளுபடி	விற்ற விலை
தொலைக்காட்சி	*5000*	*15 %*		
குளிர்சாதனபெட்டி	*10000*		*1000*	*11000*
அலமாரி	*4000*	*20 %*		

நிகழ்வு 3 : பழைய துணிகளை விற்றுத்தீர்க்க, சில வியாபாரிகள் தள்ளுபடியை கீழ்காணும் முறையில் செய்வர்.

எடுத்துக்காட்டு 19 : ஒரு கடைக்காரர், பொருளின் வாங்கிய விலை மீது 25% அதிகரித்து 12% தள்ளுபடி தருகிறார். அவருடைய லாப சதவீதம் எவ்வளவு?

தீர்வு : பொருளின் விலை ₹ 100.

குறித்த விலை (MP) = ₹ 100 + ₹ 25 = ₹ 125.

குறித்த விலையின் தள்ளுபடி = 12%

தள்ளுபடி $= \frac{12}{100} \times 125$ = ₹ 15

விற்ற விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி

= 125 – 15 = 110

லாபம் = விற்றவிலை – வாங்கிய விலை

=110 – 100

= ₹ 10

லாப சதவீதம் $= \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

தள்ளுபடி செய்த பிறகு கடைக்காரருக்கு 10% லாபம் வரும்.

பயிற்சி-5

1. ஒரு கடைக்காரர் ஒரு பெட்டியை ₹ 480 க்கு வாங்கி ₹ 540க்கு விற்றால் அவருடைய லாபசதவீதம் என்ன?

2. ஒரு டி.வியை அஜய் ₹ 15000க்கு வாங்கி ₹ 14100க்கு விற்றான். நஷ்ட சதவீதத்தை கண்டுபிடி.

3. இராமு ஒரு மனையை 20% லாபத்தில் ₹ 2,40,000 க்கு விற்றான் எனில் அவன் மனையை வாங்கிய விலை என்ன?

4. ஒரு செல்போனை ₹ 750க்கு விற்றதால் கடைக்காரருக்கு 10% நஷ்டம் ஏற்பட்டது. 5% லாபம் பெற அவர் அதை எந்த தொகைக்கு விற்க வேண்டும்?

5. ஒரு விவசாயி இரண்டு எருதுகளை விற்றார். ஒவ்வொன்றையும் ₹ 24000 க்கு விற்றார். ஒரு எருதின் மீது 25% லாபமும், மற்றொரு எருதின் மீது 20% நஷ்டமும் அடைந்தார். அவருடைய மொத்த லாப மற்றும் நஷ்ட சதவீதத்தை கண்டுபிடி.

6. சரண்யா ஒரு கடிகாரத்தை ₹ 480க்கு வாங்கினாள். அவள் அதை ரிதிக்கு $6\frac{1}{4}$ % லாபத்தில் விற்றாள். ரிதி அதை திவ்யாவிற்கு 10% லாபத்தில் விற்றாள. திவ்யா கடிகாரத்திற்கு எவ்வளவு தொகையை செலுத்தினாள்?

7. ஒரு புத்தகத்தின் குறிக்கப்பட்ட விலை ₹ 225. பதிப்பாளர் அதன் மீது 10% தள்ளுபடியை அறிவித்தார். அதன் விற்ற விலையை கண்டுபிடி.

8. ஒரு தச்சர் அவர் செய்யும் பொருட்களின் மீது 10% தள்ளுபடியை அளித்தார். ஒரு நாற்காலியானது ₹ 680க்கு விற்கப்பட்டால் அதன் குறிக்கப்பட்ட விலையை கண்டுபிடி.

9. ஒரு வியாபாரி பொருள்களின் மீது 10% தள்ளுபடியை கொடுத்து 10% லாபம் பெற்றார். வாங்கிய விலை ₹ 900 எனில் அதன் குறிக்கப்பட்ட விலை எவ்வளவு?

6.7.3 சாதாரண வட்டி

ராமய்யாவிடம் ₹ 10,000 உள்ளது. அவருக்கு விவசாயத்திற்கு. ₹ 15,000 தேவைப்படுகிறது. அவர் விவசாய வங்கி மேலாளரை அணுகினார். வங்கி மேலாளரோடு உரையாடல் கீழ்வருமாறு இருந்தது.

ராமய்யா : ஐயா, எனக்கு விவசாயத்திற்காக சிறிது பணம் தேவைப்படுகிறது.

வங்கி மேலாளர்: உங்களுக்கு எவ்வளவு பணம் தேவைப்படுகிறது.

ராமய்யா : ₹ 5000

வங்கி மேலாளர்: நீங்கள் எவ்வளவு காலத்தில் திருப்பி செலுத்துவீர்கள்?

ராமய்யா : ஒரு வருடம்

வங்கி மேலாளர்: நீங்கள் வாங்கிய தொகைக்கு 6% வட்டி சேர்த்து ஒரு வருடம் கழித்து செலுத்த வேண்டும்.

ராமய்யா : சரி ஐயா, ஒரு வருடம் கழித்து நான் மொத்த தொகையை செலுத்துகிறேன்.

வங்கி மேலாளர்: ஒரு வருடம் கழித்து நீங்கள் எவ்வளவு செலுத்த வேண்டும் என தெரியுமா?

ராமய்யா : தெரியும் ₹ 100 ற்கு நான் ₹ 6 செலுத்த வேண்டும்.

அதனால் நான் ஒரு ரூபாயிக்கு ₹ $\frac{6}{100}$ மற்றும் ₹ 5000க்கு நான் ₹ $\frac{6}{100} \times 5000$

அதாவது ₹ 300 செலுத்த வேண்டும். மொத்தமாக நான் ₹ 5300 செலுத்த வேண்டும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு கொடுத்த அல்லது வாங்கிய பணம் **அசல்** எனப்படும். இந்த பணமானது வாங்கியவரால் குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு திரும்ப செலுத்துவதற்கு முன்பு பயன்படுத்தப்படும். இந்த பணத்தை சில காலம் வைத்திருப்பதால் அவர் வங்கிக்கு கூடுதலாக தொகையை செலுத்த வேண்டும். இந்த கூடுதல் தொகை **வட்டி** எனப்படும்.

அவர் திருப்பி அளிக்கக்கூடிய பணம், வாங்கிய அசல் மற்றும் வட்டியின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமமாக இருக்கும். அதாவது

மொத்த தொகை = அசல் + வட்டி.

வட்டி என்பது ஒரு வருடத்திற்கு அசல் தொகையின் மீது போடப்படும் சதவீதம் ஆகும். இதை ஒரு வருடத்திற்கு 10% அல்லது 10% p.a என எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 20 : சுனிதா ₹ 5000 தொகையை 12% வட்டி வீதம் எடுத்துக்கொண்டால். வருட இறுதியில் அவள் செலுத்த வேண்டிய வட்டியின் தொகையை கண்டுபிடி.

தீர்வு : அசல் = ₹ 5000, வட்டி வீதம் = 12 % ஒரு வருடத்திற்கு சுனிதா ₹ 100 வாங்கியிருந்தால் அவள் ஒரு வருடத்திற்கு வட்டியாக ₹ 12 செலுத்த வேண்டும். அவள் ₹ 5000 வாங்கியிருப்பதால் ஒரு வருடத்திற்கு அவள் செலுத்த வேண்டிய வட்டி

$$= \frac{12}{100} \times 5000 = ₹\,600$$

ஆகையால் வருட இறுதியில் அவள் செலுத்த வேண்டிய தொகை

₹ 5000 + ₹ 600 = ₹ 5600

பொதுவாக P என்பது அசல், R% ஒரு வருடத்திற்கு வட்டி வீதம் மற்றும் I என்பது வட்டி எனில், வருட இறுதியில் பெறப்படும் தொகை

$$A = P + \frac{P \times R}{100}$$

சில தவிர்க்க முடியாத காரணங்களால் ராமய்யா வங்கி மேலாளர் கூறியவாறு ஒரு வருடத்தில் பணத்தை செலுத்த இயலவில்லை. ஆகையால் செலுத்த வேண்டிய தொகை ஒரு வருடத்திற்கு நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது. அடுத்த வருடத்திற்கான வட்டியும் ₹ 300 கூடும்.

எனவே ராமய்யா இரண்டு வருடங்களுக்கு ₹ 600 செலுத்த வேண்டும்.

₹ 100 மூன்று வருடங்களுக்கு 18% வட்டிவீதம் பெறப்பட்டால், மூன்று வருடங்கள் கழித்து செலுத்த வேண்டிய வட்டி $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 = ₹\,54$

வருடங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமானால் வட்டியும் அதிகமாகும். இந்த வட்டியானது ஒவ்வொரு வருடத்திற்கும் கணக்கிடப்படும். இது சாதாரணவட்டி எனப்படும்.

பொதுவாக அசல் = P, வட்டிவிகிதம் = R மற்றும் காலம் = T வருடங்கள் எனில் செலுத்த வேண்டிய

வட்டி $= P\times R\%\times T$ அல்லது $P\times\frac{R}{100}\times T = \frac{PRT}{100}=\frac{PTR}{100}$

இதை செய்

1. ₹ 8250 -ற்கு ஒரு வருடத்திற்கு 8% வட்டிவீதம் 3 வருடங்களுக்கு ஆகும் வட்டியை கண்டுபிடி.
2. ₹ 3000 ஆனது 9% வட்டிவீதம் தரப்பட்டுள்ளது. 2½ வருடங்களுக்கு பிறகு பெறப்படும் வட்டியின் அளவை கண்டுபிடி.

எடுத்துக்காட்டு 21 : ஒரு வருடத்திற்கு 10% வட்டிவீதம் கணக்கிட்டால்,எப்போது ₹ 6880, ஆனது ₹ 7224, ஆகும்?

தீர்வு : தொகை = ₹ 7224

அசல் = ₹ 6880

சாதரன வட்டி = தொகை - அசல் = ₹ 7224 – ₹ 6880 = ₹ 344

R% = 10%

இப்பொழுது $I = P\times\frac{R}{100}\times T$

$$344 = 6880\times\frac{10}{100}\times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

$$\therefore T = \frac{344\times100}{6880\times10} = \frac{1}{2}$$ வருடம் = 6 மாதங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 22 : குறிப்பிட்ட அசல் மீது 2 வருடங்கள், 4 மாதங்களுக்கு 8% வட்டிவீதம் ₹ 3927 வட்டி கிடைக்கிறது எனில் அசலை கண்டுபிடி?

தீர்வு : சாதாரண வட்டி = ₹ 3927,

R% = 8 %

T = 2 வருடம் + 4 மாதங்கள்

$$\left(2_{\text{வருடங்கள்}} + \frac{4}{12}\right)^{\text{வருடங்கள்}}$$ வருடங்கள்

$$\left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3}$$ வருடங்கள்

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$ ஐ பதிலீடு செய்தால்

$3927 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$

$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$

∴ அசல் $= \frac{3927 \times 100 \times 3}{8 \times 7}$

ஆகையால் அசல் = ₹ 21037.50

எடுத்துக்காட்டு 23 : ₹ 6360 க்கு $2\frac{1}{2}$ வருடங்களுக்கு ₹1378 வட்டி கிடைக்கிறது எனில் ஒரு வருடத்திற்கு ஷ வட்டிவீதம் எவ்வளவு?

தீர்வு : அசல் (P) = ₹ 6360

காலம் (T) = $2\frac{1}{2}$ வருடங்கள் = $\frac{5}{2}$ வருடங்கள்

சாதாரண வட்டி (S.I) = ₹ 1378

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$ ல் பதிலீடு செய்தால்

$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$

$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$

∴ $R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}\%$

எடுத்துக்காட்டு 24 : அசல் தொகை 16 வருடங்களில் மும்மடங்கு ஆக ஒரு வருடத்திற்கு வட்டிவீதம் எவ்வளவு?

தீர்வு : அசல் = ₹ x

16 வருடங்களுக்கு பிறகு = ₹ $3x$

தொகை - அசல் = வட்டி

∴ $3x - x = 2x$

$P = x, \quad T = 16, \quad I = 2x$

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

$$\therefore R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}\%$$

பயிற்சி - 6

1. எவ்வளவு காலத்திற்கு பிறகு ₹12600 ஒரு வருடத்திற்கு 9% வட்டிவீதம் முதலீடு செய்தால் ₹ 15624 கிடைக்கும்?
2. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது எவ்வளவு வட்டி வீதத்தில் 8 வருடங்கள் 4 மாதங்களில் இரட்டிப்பாகும்?
3. 'குழந்தை நட்பு வங்கி' ஒரு சேமிப்புத் திட்டத்தை அறிமுகப்படுத்தியது. குழந்தைகளுக்கு குட்டி வங்கிகளை கொடுத்தது. குழந்தைகள் தமது சேமிப்புகளை அவற்றில் சேர்த்து வைப்பர். வங்கியானது வருடத்திற்கு ஒரு முறை அவற்றை சேகரிக்கும் குழந்தைகளில் சேமிப்பை ஊக்குவிக்க ₹ 10000ற்கு மேல் உள்ள தொகைக்கு 6% வட்டியையும், இல்லாவிட்டால் 5%யையும் வழங்குவர். ஒரு பள்ளியானது ஒரு வருடத்திற்கு ₹ 9000 முதலீடு செய்திருந்தால் பெறப்படும் வட்டியை கணக்கிடு.
4. சிறிது தொகையின் மீது 8% வட்டிவீதம் 2 வருடங்களுக்கு சாதாரண வட்டியுடன் ₹ 12122 கிடைத்தால், 9% வட்டிவீதத்தின்படி 2 வருடங்கள் 3 மாதங்களுக்கு எவ்வளவு மொத்தம் கிடைக்கும்?
5. சிறிதளவு வட்டிவீதத்துடன் தொகை ₹ 6500 நான்கு வருடங்களுக்கு ₹ 8840 ஆகும். அதே வட்டி வீதத்தில் ₹ 1600 எவ்வளவு காலத்தில் ₹ 1816 ஆகும்?

வட்டியை பெறலாம்

குழந்தைகளே! சாதாரண வட்டியின் மீது ஒரு விளையாட்டு விளையாடுவோம்.

5 நபர்கள் இந்த விளையாட்டை விளையாட இயலும்.

1. 3 கிண்ணங்களை எடுத்துக்கொண்டு அதை P, T,R, என பெயரிடவும். ஒவ்வொரு கிண்ணத்திலும் 5 காகிதத் துண்டுகளை போடவும். ஒவ்வொரு துண்டிலும் ஒரு எண்ணை எழுதவும்.

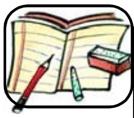
   (குறிப்பு : P என்ற கிண்ணத்தில் உள்ள அனைத்து எண்களும் 100 அல்லது 1000ன் மடங்குகள்)
2. ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு காகிதத் துண்டை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக எடுக்கவும்.
3. P என்ற கிண்ணத்தில் எடுக்கப்பட்ட காகிதம் அசல் P ஐயும் T என்ற கிண்ணத்தில் எடுக்கப்பட்ட காகிதம் காலத்தையும், R என்ற கிண்ணத்தில் எடுக்கப்பட்ட காகிதம் வட்டிவீதம் Rஐயும் குறிப்பிடும்.

4. இப்பொழுது வட்டியை கணக்கிட்டு ஒவ்வொருவரும் I,P,T மற்றும் R ஐ சொல்லவும்.

5. நீ சரியான விடையை கூறியிருந்தால் உன்னுடைய கணக்கில் வட்டியை பதிவு செய். இல்லையெனில் கணக்கில் 0 என எழுதவும்.

குறிப்பு : இரண்டு அல்லது மூன்று சுற்றுகள் அதே போல் செய்து உன்னுடைய மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்தவும்.

வட்டித்தொகை				
பெயர்	முதல் சுற்று	2ம் சுற்று	3ம் சுற்று	மொத்தம்



நினைவு கூர்க

- தினசரி வாழ்க்கையில் நிறைய சந்தர்ப்பங்களில் வெவ்வேறு ராசிகளை விகிதங்களில் ஒப்பிடுவோம். எடுத்துக்காட்டாக, என் சம்பளம் மாதத்திற்கு ₹ 10000 மற்றும் என் நண்பனின் சம்பளம் மாதத்திற்கு ₹ 20000 என கொள்வோம். அதாவது என் சம்பளத்தை விட என் நண்பனின் சம்பளம் இருமடங்கு எனவும், என் சம்பளம் என் நண்பனின் சம்பளத்தில் பாதி எனவும் கூறலாம். என் சம்பளம் மற்றும் என் நண்பனின் சம்பள விகிதம் 1:2 எனவும், என் நண்பனின் சம்பளம் மற்றும் என் சம்பளத்தின் விகிதம் 2:1 எனவும் கூறலாம்.
- இரண்டு விகிதங்கள் சமம் எனில் அவற்றிலுள்ள உறுப்புகள் விகிதசமத்தில் உள்ளன எனலாம்.
- ஒரு அளவில் அதிகரிப்பு (குறைவு) மற்றொரு அளவில் அதிகரிப்பிற்கு (குறைவு) வழிவகுக்கும். அந்த அளவுகள் நேர்விகிதசமத்தில் உள்ளன எனலாம்.
- விகிதங்கள் சதவீதத்திலும் தெரியப்படுத்தப்படும். சதவீதம் எனும் சொல்லானது 'நூற்றுக்கு' என பொருள்படும். சதவீதத்தின் குறியீடு '%'. 13% என்றால் நூற்றுக்கு 13 என பொருள்.

$$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$

- லாபம் மற்றும் நஷ்டம் தள்ளுபடி மற்றும் சாதாரண வட்டி போன்ற பல்வேறு சூழல்களில் சதவீதங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

சிறப்பு விகிதங்களுடன் (Fascinating Ratio) விளையாடுதல்

1,2,3,.....9 வரையிலான எண்களை கொண்டு இரண்டு எண்களின் விகிதம் 1:2 என வருமாறு கீழ்கண்டவாறு உருவாக்கலாம்.

$\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2$ இது மிகவும் ஆர்வத்தை தூண்டக்கூடியவை.

இதேப்போல், மேற்கூறிய 9 இலக்கங்களைக் கொண்டு 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8, 1:9, என்ற விகிதங்களில் வருமாறு உருவாகும் அந்த எண்களை கண்டுபிடி.

விவரங்களை கையாளுதல் 7

7.0 விவரங்களை கையாளுதல்

ரவி செய்தித்தாளில் உள்ள விளையாட்டு செய்தியை படித்தான். அதில் இரண்டு அட்டவணைகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தன.

உலக கோப்பை கிரிக்கெட் போட்டி 2011 ல் அதிக ரன்களை எடுத்த முதல் 5 பேட்ஸ்மேன்கள்

பெயர்	ரன்கள்
டி.தில்சன் (இலங்கை)	500
சச்சின் டென்டுல்கர் (இந்தியா)	482
கே.சங்கக்கரா (இலங்கை)	465
ஜோனாடிராட் (இங்கிலாந்து)	422
யு.தரங்கா (இலங்கை)	395

அட்டவணை -1

உலக கோப்பை கிரிக்கெட் போட்டி 2011ல் அதிக விக்கெட்டுகளை எடுத்த முதல் 5 பவுலர்கள்

பெயர்	விக்கெட்டுகள்
சாயித் அப்ரிடி (பாகிஸ்தான்)	21
ஜாகீர்கான் (இந்தியா)	21
டி.ஜி.சௌத்தி (நியுசிலாந்து)	18
ராபின் பீட்டர்சன்(தென்ஆப்பிரிக்கா)	15
எம்.முரளிதரன் (இலங்கை)	15

அட்டவணை -2

இரண்டு அட்டவணைகளிலிருந்து அறிவது என்ன?

உலக கோப்பை 2011ல் அதிக ரன்களை எடுத்தவர்கள் பெயர் பட்டியல் மற்றும் அவர்கள் எடுத்த ரன்கள் முதல் அட்டவணையில் இடம் பெற்றுள்ளது. இத்தகவல்கள் உலக கோப்பை 2011ல் சிறப்பாக விளையாடிய பேட்ஸ்மேனை தேர்ந்தெடுக்க உதவும்.

உலக கோப்பை 2011ல் அதிக விக்கெட்டுகளை எடுத்த பவுலர்கள் பெயர் மேலும் அவர்கள் எடுத்த விக்கெட்டுகள் இரண்டாவது அட்டவணையில் இடம்பெற்றுள்ளது. இத்தகவல்கள் சிறந்த பவுலரை தேர்ந்தெடுக்க உதவும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தகவல்கள் நமக்கு தேவையான முடிவுகள் எடுக்க உதவினால் அந்த தகவல்களை 'புள்ளி விவரம்' என்பர்.

மேலே உள்ள புள்ளி விவரம் பேட்ஸ்மேன்களின் பெயர்கள் அவர்கள் எடுத்த ரன்கள் மற்றும் பவுலர்கள் அவர்கள் எடுத்த விக்கெட்டுகளை நமக்கு தெரிவிக்கின்றன.

அட்டவணைகளும், வரைபடங்களும் நமக்கு புள்ளி விவரங்களை தெரிவிக்கின்றன.

எண்கள் வடிவில் உள்ள புள்ளி விவரங்களை ''நிகழ்வுகள்'' என்பர்.

முயன்று பார்

உங்கள் பள்ளியில் உள்ள தகவல் பலகையை பார். அதில் ஏதேனும் அட்டவணையை பார்க்கிறாயா? அந்த புள்ளி விவரங்கள் யாருக்கு பயன்படுகிறது?

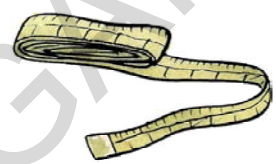
7.1 புள்ளி விவர ஒழுங்கமைப்பு

“ஜவஹர் பால ஆரோக்ய ரக்ஷா” திட்டத்தில் ஒரு பள்ளியில் எட்டாம் வகுப்பு படிக்கும் ஏழு மாணவர்களின் விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டன.
அம்மாணவர்களின் உயரங்களை ரவி தன் நோட்டுப் புத்தகத்தில் கீழ்கண்டவாறு பதிவு செய்தான்.

அமலா - 125 செ.மீ, இலக்கியா - 133 செ.மீ, சூர்யா - 121 செ.மீ, சுதா -140 செ.மீ, வனஜா -117 செ.மீ, லெனின் - 129 செ.மீ மற்றும் ராஜேஷ் - 132 செ.மீ.

மற்றொரு மாணவன் குமார் இதே விவரங்களை பட்டியல் முறையில் இறங்கு வரிசையில் பதிவு செய்தான்.

மாணவர்களின் பெயர்	உயரம் (செ.மீ)
வனஜா	117
சூர்யா	121
அமலா	125
லெனின்	129
ராஜேஷ்	132
இலக்கியா	133
சுதா	140



இப்போது, கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளி:

(i) அனைத்து மாணவர்களிலும் உயரமானவர் யார்?

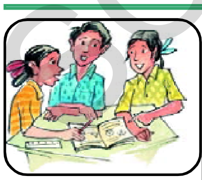
(ii) அனைத்து மாணவர்களிலும் குள்ளமானவர் யார்?

(iii) அமலாவின் உயர அளவிற்கும் ராஜேஷின் உயர அளவிற்கும் இடைப்பட்ட உயர அளவு உடையவர்கள் யாவர்?

மேற்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்க, நீங்கள் ரவி பதிவு செய்த விவரங்களை பயன்படுத்துவீர்களா? அல்லது குமார் பதிவு செய்த விவரங்களையா? நிச்சயமாக நீங்கள் குமார் பதிவு செய்த விவரங்களையே பயன்படுத்தியிருப்பீர்கள். குமார் பதிவு செய்த விவரங்கள் முறையாக இருப்பதினால் படிக்கவும், புரிந்துகொள்ளவும் எளிமையாக இருப்பதே காரணமாகும்.

இதை செய்:

ஓர் அலகுத்தேர்வில் தமிழ், தெலுங்கு, ஆங்கிலம், கணிதம், அறிவியல் மற்றும் சமூகவியல் ஆகிய பாடங்களில் அமர் முறையே 20, 18, 23, 21, 24 மற்றும் 22 எனும் மதிப்பெண்களை பெற்றான். பீட்டர் மேற்கண்ட பாடங்களில் முறையே 23, 21, 20, 19, 24 மற்றும் 17 மதிப்பெண்களைப் பெற்றான். இவ்விவரங்களை ஒழுங்காக வரிசைக்கிரமத்தில் அமைக்கவும்.



வகுப்பறை செயல்திட்டம்

உங்கள் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எடையை எடைபோடும் எந்திரம் (weighing machine) உதவியுடன் எடையிடவும். இவ்விரங்களை முறையாக அமைக்கவும். எடைகளை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்குவரிசையில் அமைக்கவும். கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளி.

a. உங்கள் வகுப்பில் எல்லோரையும் விட அதிக எடையுள்ளவர் யார்?

b. 25 கி.கிஜ விட அதிக எடையுள்ளவர்கள் எத்தனை பேர்?

c. 20 கி.கி-லிருந்து 30 கி.கி இடையே எடையுள்ளவர்கள் எத்தனை பேர்?

7.2 **பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகள்** (Representative Values) :

ஒரு விடுதியில்,

- ஒவ்வொரு மாணவனின் ஒரு நாள் சராசரி அரிசி நுகர்வு 150 கிராம்கள்.
- மாணவர்களின் சராசரி வயது 13 ஆண்டுகள்.
- மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 135 செ.மீ.

மேற்கண்ட விவரங்களை பரிசீலிக்கவும். ஒவ்வொரு மாணவனும் ஒரு நாளுக்கு சரியாக 150 கிராம் அரிசியை பயன்படுத்துகின்றனரா? வகுப்பில் ஒவ்வொரு மாணவனின் வயதும் 13 வருடங்கள் என சரியாக கூற முடியுமா? வகுப்பில் உள்ள ஒவ்வொரு மாணவனின் உயரமும் 135 செ.மீ என கூற முடியுமா?

மேற்கண்ட வினாக்கள் அனைத்திற்கும் பதில் இல்லை அல்லது முடியாது எனக் கூறலாம். சில மாணவர்கள் 150 கிராம் அரிசியை விட அதிகமாக பயன்படுத்தினால் ஒரு சில மாணவர்கள் 150 கிராம் அரிசியை விடக் குறைவாகப் பயன்படுத்துவர். சிலர் சரியாக 150 கிராம் அரிசியையே பயன்படுத்துவர். மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடையின் நிலையிலும் அவ்வாறே.

இந்நிலையில் புள்ளி விவரம் விடுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு மாணவனும் பயன்படுத்தும் அரிசியின் அளவை 150 கிராம் என்று தெரிவிக்கிறது. ஒவ்வொரு மாணவனும் பயன்படுத்தும் அரிசிக்கு இது பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு (Representative value) ஆகும். இவ்வாறே விடுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு மாணவனின் வயதும் 13 வருடங்களை காட்டுகிறது. இது ஒவ்வொரு மாணவரின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு ஆகும். உயரத்தையும் இவ்வாறே கூற இயலும். மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகள் ஒரு சிறப்பு பிரதிநிதித்துவ மதிப்பைத் தெரிவிக்கின்றன. இதையே கூட்டுச் சராசரி என்கிறோம். இப்பகுதியில் மேலும் மற்ற இரண்டு பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகளான இடைநிலை அளவு மற்றும் முகடு பற்றியும் தெரிந்துக் கொள்வோம்.

7.3.1 கூட்டுச் சராசரி (அ) கூட்டிடை மதிப்பு

ஒரு பள்ளியில் உள்ள உடற்பயிற்சி ஆசிரியர் மாணவர்களை ஒவ்வொரு நாளும் பயிற்சி செய்யுமாறு தெரிவித்தார். ஒரு வாரத்தில் ராஜேந்திரன் என்னும் மாணவன் பயிற்சி செய்த நேரத்தின் (நிமிடங்களில்) விவரம் கீழ்கண்டவாறு உள்ளது.

நாள்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி	ஞாயிறு
பயிற்சி செய்த நேரம் (நிமிடங்களில்)	20	35	40	30	25	45	15

ராஜேந்திரன் ஒரு நாளில் பயிற்சியில் ஈடுபட்ட நேரத்தை நாம் கணக்கிட முடியுமா? பரிசீலிக்கலாம்.

மொத்தம் ஒரு வாரத்தில் ராஜேந்திரன் பயிற்சியில் ஈடுபட்ட காலம் எவ்வளவு?

மொத்த நேரம் $= 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210$ நிமிடங்கள்

ஒரு நாளில் பயிற்சி செய்த நேரத்தைக் கணக்கிட மொத்த நேரத்தை மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்க வேண்டும்.

அதாவது $\dfrac{20+35+40+30+20+45+15}{7} = \dfrac{210}{7} = 30$ நிமிடங்கள்

இது ஒரு நாள் பயிற்சிக்கு எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தின் சராசரி அல்லது சராசரி பயிற்சி நேரம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : ஒரு காய்கறி வியாபாரி ஒரு வாரத்தில் பெற்ற வருவாய் (ரூபாயில்) 200, 150, 180, 300, 160, 170, மற்றும்170 எனில் ஒரு நாளைக்கு அவரின் சராசரி வருவாயைக் கணக்கிடு.

தீர்வு: வாரத்தின் மொத்த வருமானம் (ரூபாயில்)

$= 200+150+180+300+160+170+170 = ₹\,1330$

வாரத்தில் மொத்த நாட்கள் $= 7$

சராசரி வருமானம் $= \dfrac{1330}{7} = ₹\,190$

சராசரி என்பதையே கூட்டுச் சராசரி அல்லது கூட்டிடை என்பர்.

சராசரி அல்லது கூட்டுச் சராசரி (A.M) $=$ $\dfrac{\textbf{இராசிகளின் மொத்தம்}}{\textbf{இராசிகளின் எண்ணிக்கை}}$

முயற்சி செய்

1. ஓர் அணியில் விளையாட்டு வீரர்களின் வயது (வருடங்களில்) 16, 16, 16, 14, 17, மற்றும் 18 எனில்,

   (i) மிகக் குறைந்த மற்றும் மிக அதிக வயதுடைய விளையாட்டு வீரர்களின் வயது எவ்வளவு?

   (ii) விளையாட்டு வீர்களின் சராசரி வயது எவ்வளவு?

2. நீங்கள் ஒரு வாரத்தில் சராசரியாக ஒரு நாளைக்கு எத்தனை டம்ளர் தண்ணீர் குடிக்கிறீர்கள்? இந்த சராசரியை நீங்கள் எவ்வாறு கண்டறிந்தீர்கள்?

7.3.2 சராசரி எங்கு அமையும்?

தமிழ், தெலுங்கு, ஆங்கிலம் ஆகிய பாடங்களில் அனில், அமர், ஆண்டோனி மற்றும் இந்திரன் ஆகியோர் பெற்ற மதிப்பெண்களின் விவரங்கள் கீழ்கண்டவாறு உள்ளன.

மாணவர் பெயர்	தமிழ்	தெலுங்கு	ஆங்கிலம்
அனில்	15	8	10
அமர்	10	10	12
ஆண்டோனி	11	6	11
இந்திரன்	12	12	13

ஒவ்வொரு பாடத்திலும் மாணவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை கணக்கிடுவோம்.

தமிழ்	தெலுங்கு	ஆங்கிலம்
$AM = \frac{15+10+11+12}{4}$	$AM = \frac{8+10+6+12}{4}$	$AM =$………
$= \frac{48}{4}$	$= \frac{36}{4}$	= ………
= 12	= ……..	= ………
அதிகபட்ச மதிப்பெண் = 15	அதிகபட்ச மதிப்பெண் =	அதிகபட்ச மதிப்பெண் = .
குறைந்தபட்ச மதிப்பெண் = 10	குறைந்தபட்ச மதிப்பெண் =	குறைந்தபட்ச மதிப்பெண் =
சராசரி = 12	சராசரி = …….	சராசரி = …….

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் சராசரி மதிப்பானது அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்த பட்ச மதிப்புகளுக்கிடையே அமைகிறதா? ஆம்.

கூட்டுச்சராசரி எப்பொழுதும் அதிகபட்ச, குறைந்தபட்ச மதிப்புகளுக்கிடையே அமைகிறது.

7.3.3 கூட்டுச் சராசரியின் பண்புகள்

எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரே குடும்பத்தை சேர்ந்த உறுப்பினர்களான சூர்யா, ராதிகா, அமுலு, நிகில் ஆகியோரின் வயது (வருடங்களில்) 44, 39, 17 மற்றும் 12. எனில் (i)அவர்களின் வயதின் கூட்டுச் சராசரியை கண்டறி (ii) ஐந்து வருடங்களுக்கு முன் அவர்களின் வயது எவ்வளவு? (iii) சராசரியில் மாற்றத்திற்கும், வயதிற்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பை நீங்கள் கவனித்தீர்களா?

தீர்வு: குடும்பத்தினரின் தற்போதைய வயது (வருடங்களில்) = 44, 39, 17, 12

குடும்பத்தினரின் எண்ணிக்கை = 4

எனவே அவர்கள் வயதின் சராசரி = $\frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4} = 28$ வருடங்கள்

ஐந்து வருடங்களுக்கு முன் குடும்பத்தினரின்

வயது (வருடங்கள்) $= 44-5, 39-5, 17-5, 12-5,$

$= 39, 34, 12, 7$

ஐந்து வருடங்களுக்கு முன் குடும்ப நபர்களின் வயதின் சராசரி (வருடங்களில்) =

$$\frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 23 \text{ (வருடங்கள்)}$$

தற்போதைய கூட்டுச் சராசரிக்கும், ஐந்து வருடங்களுக்கு முன் அவர்களின் வயதின் கூட்டுச் சராசரிக்கும் வித்தியாசம் எவ்வளவு? இதைப் பொருத்து நீ அறிவது என்ன?

ஒவ்வொரு குடும்ப நபரின் வயதையும் ஐந்து வருடங்கள் குறைக்கும் போது கூட்டுச்சராசரியும் ஐந்து வருடங்கள் குறைகிறது.

இப்பொழுதிலிருந்து மூன்று வருடங்களுக்கு பிறகு அக்குழுவின் நபர்களின் வயதின் கூட்டுச்சராசரியை கண்டறி?

பத்து வருடங்களுக்குப் பிறகு அக்குடும்பத்தில் உள்ள நபர்களின் வயதின் கூட்டுச் சராசரி எவ்வளவு இருக்கலாம்?

ஒரு புள்ளி விவரத்தின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் ஒரே எண்ணை கூட்டினாலும் அல்லது கழித்தாலும் கூட்டுச்சராசரியும் அவ்வெண் மதிப்பால் அதிகரிக்கும் அல்லது குறையும்.

முயன்று பார்

1. ஒரு புள்ளி விவரத்தில் உள்ள பத்து ராசிகளில் அதிகபட்ச மதிப்பு 25 ஆகவும் குறைந்தபட்ச மதிப்பு 15 ஆகவும் உள்ளது. இதன் சராசரி எவ்வளவு?

   (i) 12 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 27

2. பரிசீலனை மதிப்புகள் (விவரங்கள்) 23, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36 மற்றும் 35. கீழ்கண்ட மதிப்புகளில் எது இவற்றின் சராசரி என்பதை கணக்கிடாமல் தெரிவிக்கவும்.

   (i) 20 (ii) 35 (iii) 48 (iv) 50

பயிற்சி - 1

1. ஹைதராபாதில் 2011 பிப்ரவரி 26 முதல் மார்ச் 4 வரை ஒரு வாரத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் பதிவான அதிகபட்ச வெப்பநிலைகள் $26^{o}C$, $27^{o}C$, $30^{o}C$, $30^{o}C$, $32^{o}C$, $33^{o}C$, $32^{o}C$ ஆக இருந்தது.
   (i) வாரத்தில் அதிகபட்ச வெப்பநிலை என்ன?
   (ii) வாரத்தில் வெப்பநிலைகளின் சராசரி எவ்வளவு?

2. ஒரு பள்ளியில் மதிய உணவிற்காக தொடர்ச்சியாக 5 நாட்களில் பயன்படுத்திய அரிசியின் அளவு 15.750 கி.கி., 14.850 கி.கி., 16.500 கி.கி., 14.700 கி.கி., 17.700 கி.கி., எனில் அந்த 5 நாட்களில் சராசரியாக பயன்படுத்திய அரிசியை கண்டறி?

3. ஒரு கிராமத்தில் வேர்கடலை, சோளம், கேழ்வரகு ஆகிய தானியங்களை விளைவித்தனர். வரிசையாக நான்கு வருடங்களில் ஏக்கருக்கு அப்பயிரின் வருமானம் (ரூபாயில்)

வருடம் / தானியங்கள்	2005	2006	2007	2008
வேர்கடலை	7000	8000	7500	7500
சோளம்	6000	1000	8000	1000
கேழ்வரகு	9000	5000	3000	4000

(i) மேற்கண்ட நான்கு வருடங்களில் ஒவ்வொரு பயிரின் சராசரி வருமானத்தையும் கணக்கிடு.

(ii) உங்கள் பதிலை ஆதாரமாகக் கொண்டு அடுத்த வருடத்தில் எப்பயிரை பயிரிடுதல் சிறந்தது எனத் தெரிவிக்கவும்.

4. ஆந்திரப்பிரதேச போக்குவரத்து கழகப்பேருந்தில் நகரியிலிருந்து திருப்பதிக்கு ஒரு நாளில் 4 முறைகளில் பயணம் செய்த பயணிகளின் எண்ணிக்கை 39, 30, 45 மற்றும் 54. எனில் அப்பேருந்தில் ஒரு முறையில் பயணம் செய்த பயணிகளின் சராசரியை கணக்கிடு?

5. ஆங்கிலத்தில் நான்கு அலகுத்தேர்வுகளில் அஞ்சு, நீலு, இலக்கியா பெற்ற மதிப்பெண்கள் விவரங்கள் கீழ்கண்டவாறு உள்ளன.

மாணவி பெயர்	அலகுத்தேர்வு I	அலகுத்தேர்வு II	அலகுத்தேர்வு III	அலகுத்தேர்வு IV
அஞ்சு	தேர்வு எழுதவில்லை	19	23	21
நீலு	0	20	22	24
இலக்கியா	20	24	24	24

(i) இலக்கியா பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை கண்டுபிடி?

(ii) அஞ்சு பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை கண்டறி. அவள் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களை 3-ஆல் வகுப்பாயா? அல்லது 4-ஆல் வகுப்பாயா? ஏன்?

(iii) நீலு எல்லா தேர்வுகளுக்கும் வருகை தந்தாள். அவளின் சராசரி மதிப்பெண் என்ன? அவள் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களை 3-ஆல் வகுப்பாயா? அல்லது 4-ஆல் வகுப்பாயா? ஏன்?

(iv) ஆங்கிலத்தில் திறமையை வெளிப்படுத்திய மாணவி யார்?

6. மூன்று நண்பர்கள் ஓர் உணவகத்திற்கு சென்று அவர்களுக்கு விருப்பமான சிற்றுண்டியை உண்டனர். அவர்கள் ₹16, ₹ 17 , ₹ 21 செலுத்தினர். (i) அவர்களின் சராசரி செலவை கண்டறி.(ii) அவர்கள் ஏற்கனவே செலவு செய்த தொகைக்கு 3 மடங்கு செலவு செய்தால் சராசரி செலவு எவ்வளவு ஆகியிருக்கும்? (iii) செலவின் மாற்றத்திற்கும் சராசரி செலவின் மாற்றத்திற்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பை கவனித்தாயா?

7. முதல் பத்து இயல் எண்களின் சராசரியை கண்டறி.

8. முதல் ஐந்து பகா எண்களின் சராசரியை கண்டறி.

9. நான்கு முழுக்களின் கணத்தில் முதல் இரண்டு சிறிய முழுக்களின் சராசரி 102. முதல் மூன்று சிறிய முழுக்களின் சராசரி 103, மொத்தம் நான்கு முழுக்களின் சராசரி 104. எனில் இம்முழுக்கள் அனைத்திலும் பெரிய முழுவை கண்டறி?

10. சராசரியை கண்டறிய சரியான விவரங்களுடன் இரண்டு வினாக்களை எழுது.

செயல் திட்டம்

உங்கள் தெருவில் உள்ள வீடுகளில் வசிக்கும் குடும்பத்தினரின் குடும்ப நபர்களின் எண்ணிக்கையை தெரிந்து கொள்க. உங்கள் தெருவின் குடும்ப உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கைகளின் சராசரியை கண்டறி?

7.4 முகடு (Mode)

பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகளில் இரண்டாவதான முகடு (mode) பற்றித் தெரிந்து கொள்வோம். கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை படிக்க.

எடுத்துக்காட்டு 3 : எந்த சமையல் எண்ணெய் அதிக இருப்பில் வைக்க வேண்டும் என ஒரு வியாபாரி தெரிந்து கொள்ள நினைத்தார். அதற்காக ஒரு வாரத்தில் சமையல் எண்ணெய்களில் விற்பனையை கீழ்கண்டவாறு பதிவு செய்தார்.

நாள்	விற்பனை செய்த சமையல் எண்ணெய் பொட்டலங்கள்
திங்கள்	GGGSSSSPP
செவ்வாய்	GGGSSSSSPP
புதன்	GGSSSSSP
வியாழன்	GGGSSSP
வெள்ளி	GGGSSPP
சனி	GSSSSSSSS
ஞாயிறு	GGGSSSP

G = கடலெண்ணெய் பொட்டலம், S = சூரியகாந்தி எண்ணெய் பொட்டலம், P= பாமோலின் எண்ணெய் பொட்டலம்.

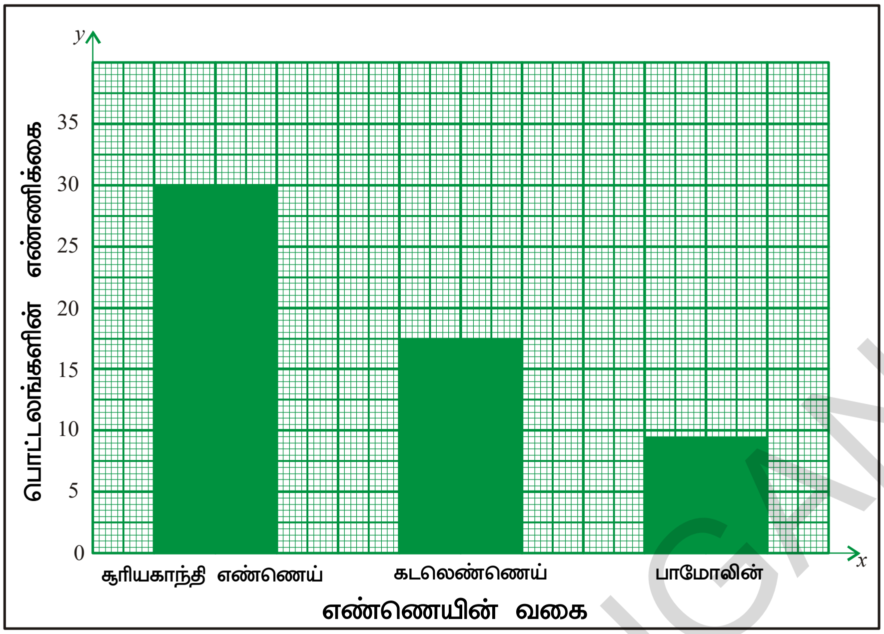
இது போன்ற சூழ்நிலையில் சமையல் எண்ணெய் பொட்டலங்களின் சராசரியை கணக்கிடுவது அந்த வியாபாரிக்கு ஒரு சரியான முடிவுக்கு வர பயன்படுமா?

தீர்வு : அவர் வாங்க வேண்டிய சமையல் எண்ணெய் பொட்டலங்களின் சராசரியை வியாபாரி முதலில் கண்டறிவார்.

சமையல் எண்ணெய் பொட்டலங்களின் சராசரி $= \dfrac{18+30+9}{3} = \dfrac{57}{3} = 19$

ஒவ்வொரு வகை எண்ணெய் பொட்டலங்களையும் 19 ஆக இருப்பில் வைக்க வேண்டிய -திருக்குமா? வியாபாரி சமையல் எண்ணெய் விற்பனையை மற்றொரு முறை பரிசீலனை செய்வார். சூரியகாந்தி எண்ணெய்க்கு அதிக அவசியமும், பாமோலின் எண்ணெய்க்கு மிகக் குறைந்த அவசியமும் உள்ளதை கவனிப்பார். ஒவ்வொரு வகை எண்ணெய் பொட்டலங்களையும் 19 என வாங்கினால் சூரியகாந்தி எண்ணெய் பொட்டலங்களில் பற்றாக்குறை ஏற்படும், பாமோலின் எண்ணெய் பொட்டலங்கள் மீதியாகும். எனவே சூரியகாந்தி எண்ணெய் பொட்டலங்களை மிகுதியாகவும், பாமோலின் பொட்டலங்களை குறைவாகவும் வாங்க அந்த வியாபாரி முடிவு எடுப்பார். இந்த முடிவுக்கு காரணம் அந்த வாரத்தில் சூரியகாந்தி எண்ணெய் பொட்டலங்கள் 30 விற்பனையானது. இந்த பிரதிநிதித்துவ மதிப்பே அந்த வாரத்தில் அதிகமாக விற்பனையானது, சூரியகாந்தி எண்ணெய் பொட்டலங்கள் என காட்டியது. இதுவே முகடு (mode) எனப்படும். சில பரிசீலனை மதிப்புகளில் அடிக்கடி வரும் மதிப்பை முகடு என்பர்.

கம்பி வரைப்படத்தில் மிக நீளமான கம்பியை முகடு (mode) என அழைப்பர். எடுத்துக்காட்டாக கீழ்கண்ட வரைபடத்தை பார்க்கவும்.



எடுத்துக்காட்டு 4 : 2,3,5,3,4,7,3,2,1,7,3 எனும் எண்களின் கணத்தில் முகடை கண்டறி?

தீர்வு : இவ்வெண்களை வரிசைக்கிரமத்தில் அமைக்கும் போது 1,2,2,3,3,3,3,4,5,7,7 என எழுதலாம்.

மற்றவற்றை காட்டிலும் 3 அதிக முறை வந்துள்ளது.

எனவே முகடு = 3

எடுத்துக்காட்டு 5 : 3,5,9,6,5,9,2,9,3,5 எனும் எண்களின் முகடை கண்டறி.

தீர்வு : ஒரே மதிப்புள்ள எண்களை ஓர் இடத்தில் உள்ளவாறு வகைப்படுத்தினால் 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9 ஆகும்.

இவற்றில் 5, 9 எனும் எண்கள் அதிக முறையாக 3 முறை மீண்டும் மீண்டும் வந்துள்ளன. எனவே இந்த புள்ளி விவரத்திற்கு இரண்டு முகடுகள் 5,9 என உள்ளன.

இது போன்ற புள்ளி விவரங்களை “இரு முகடு புள்ளி விவரம்” (Bimodal Data) என்பர்

குறிப்பு :

ஒரு புள்ளி விவரத்தில் ஒவ்வொரு ராசியின் மதிப்பும் சமமான எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் வந்தால் அந்த புள்ளி விவரத்திற்கு முகடு இருக்காது.

முயன்று பார்

1. கீழ்கண்ட புள்ளி விவரத்தில் முகடு மதிப்புகளை கண்டறி.

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5

(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24

(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

எடுத்துக்காட்டு 6 : 10 மதிப்பெண்கள் கொண்ட ஒரு அலகுத்தேர்வில் 50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்கண்டவாறு உள்ளன.

பெற்ற மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
00	2
1	1
2	2
3	1
4	-
5	4
6	10
7	15
8	9
9	5
10	1
மொத்தம்	50

தீர்வு: மதிப்பெண் பட்டியலில் அளிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத்தின் மூலம் 7 மதிப்பெண்கள் எனும் பிரிவில் அதிக மாணவர்கள் உள்ளனர். அதாவது 7 எனும் எண் அதிக முறை வருகிறது.

புள்ளி விவர முகடு = 7

குறிப்பு : 15 முறை மீண்டும் மீண்டும் வந்த 7 எனும் எண் முகடு ஆகும். 15 முறை வந்ததால் 15 ஐ முகடாக கருதக்கூடாது.

எடுத்துக்காட்டு 7 : கீழ்கண்டவற்றில் எந்த சூழ்நிலையில் முகடு சரியான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாகும்?

(a) சட்டைகளை விற்கும் வியாபாரி எந்த அளவு சட்டைகளை வாங்க வேண்டும் என முடிவெடுத்தல்.

(b) இருபது பேர் கலந்து கொள்ளும் விருந்திற்கு அரிசி வாங்குதல்.

(c) உங்கள் வீட்டின் கதவுகளின் உயரத்தை கண்டறிதல்.

தீர்வு :(a) முதல் நிகழ்வை பரிசீலிக்கலாம். வியாபாரி நான்கு அளவுகள் உள்ள சட்டைகளை விற்பதாக கொண்டால் பிப்ரவரி மாதத்தில் அவற்றின் விற்பனை கீழ்கண்டவாறு இருக்கலாம்.

சட்டையின் அளவு	எண்ணிக்கை
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
மொத்தம்	92

ஒவ்வொரு அளவுகளிலும் சராசரியாக அந்த வியாபாரி விற்ற சட்டைகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{12+18+40+22}{4} = 23$ சட்டைகள்

இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் ஒவ்வொரு அளவிலும் 23 சட்டைகள் வாங்க நினைப்பது சரியாகுமா? அந்த வியாபாரி தன்னிடம் உள்ள விவரத்தை மற்றொரு முறை பரிசீலனை செய்வார். அதிகமாக விற்பனையான அளவு XL, என கண்டறிவார். எல்லா சட்டைகளின் அளவுகளிலும் 23 ஆக வாங்கினால் XL அளவு சட்டைகள் குறைபாடாகும். எனவே இந்த அளவு சட்டைகளை அதிக எண்ணிக்கையிலும் மற்ற அளவு சட்டைகளை குறைவான எண்ணிக்கையிலும் வாங்கினால் சரியாக இருக்கும்.

(a) இவ்வாறான முடிவுக்கு வர அந்த வியாபாரி முகடு அல்லது திரும்ப திரும்ப வருகின்ற எண்ணின் மதிப்பு எனும் கருத்தை பரிசீலினை செய்து கொள்கிறார்.

இரண்டாவது நிகழ்வை பரிசீலிக்கலாம்.

(b) ஒவ்வொருவரும் உண்பதை அதிகபட்சமாக யூகித்துக்கொண்டு 20 மடங்கு அரிசியை வாங்கினால் அதிகமாக வீணாகும். அதை போன்றே 20 மடங்கு குறைவாக நினைத்து அரிசியை வாங்கினால் அது பற்றாக்குறை ஆகும். எனவே ஒவ்வொருவரும் உண்ணும் உணவின் அளவை சராசரியாக யூகித்தால் சரியான அளவில் அரிசியை வாங்க முடியும். இதிலிருந்து இவ்வகை புள்ளி விவரத்திற்கு முகடு கண்டறிதல் எம்முறையிலும் பயன்படாது.

(c) ஒரு வீட்டில் 134 செ.மீ, 125செ.மீ, 100செ.மீ, 125செ.மீ மற்றும் 144செ.மீ உயரம் கொண்ட குடும்பத்தினர் ஐந்து பேர் உள்ளனர். இந்த புள்ளி விவரத்தில் முகடு 125 செ.மீ எனவே வீட்டில் உள்ள கதவுகளின் உயரம் 125 செ.மீ ஆக இருக்கலாமா? ஐந்து பேரில் நான்கு பேரின் உயரம் 135 செ.மீ ஐவிட குறைவு என்பதால் கதவின் உயரம் 140 செ.மீ ஆக நிர்ணயிக்கலாமா? இங்கு சராசரியையோ, முகடையோ பயன்படுத்தலாமா? அனைவரையும் விட உயரமான நபர் எளிதாக செல்லும்படி கதவின் உயரம் நிர்ணயித்தல் சரியா? யோசிக்கவும்.

முயன்று பார்

1. சராசரிக்கு பொருத்தமான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக இருக்கும் ஒரு நிகழ்வை தெரிவிக்கவும்.
2. முகடுக்கு சரியான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக இருக்கும் ஒரு நிகழ்வை தெரிவிக்கவும்.

பயிற்சி 2

1. ஓர் அணியில் உள்ள ஏழு மாணவர்கள் நீளம் தாண்டுதலில் 98 செ.மீ, 125 செ.மீ, 140 செ.மீ, 155 செ.மீ, 174 செ.மீ, 140 செ.மீ மற்றும் 155 செ.மீ தாண்டினர். இப்புள்ளி விவரத்திற்கு முகடை கண்டறி.
2. ஒரு கிரிக்கெட் அணியில் விளையாட்டு வீரர்களின் வயதுகள் 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29. (i) இப்புள்ளி விவரத்திற்கு சராசரி மற்றும் முகடுகளை கண்டறி.(ii) முகடு அளவை மாற்ற இவ்வணியில் சேர்க்க வேண்டிய விளையாட்டு வீரர்களின் குறைந்த பட்ச எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி. அவர்களின் வயதுகள் எவ்வளவு இருக்க வேண்டும்?
3. கீழ்கண்ட புள்ளி விவரத்திற்கு முகடு கண்டறி. 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36,25, 38 மற்றும் 36.
4. கீழ்கண்ட சந்தர்ப்பங்களில் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக கூட்டுச்சராசரி, முகடு ஆகியவற்றில் எதை பயன்படுத்தலாம் என்பதை தெரிவி.

   (i) வெவ்வேறு அளவுகளில் உள்ள பற்பசை (Tooth Paste) களை விற்கும் வியாபாரி எந்த அளவு பற்பசையை அதிகமாக வாங்க வேண்டும் என முடிவெடுக்க.

(ii) தேர்வுக்கூடத்திற்கு சரியான அளவு விடைத்தாள்களை (Additional papers) கொண்டு வர தேர்வாளருக்கு பயன்படுவது.

(iii) ஒரு திருமணத்திற்கு தயாரிக்க வேண்டிய லட்டுகளின் எண்ணிக்கையை முடிவெடுக்க.

(iv) ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களுக்கு விருப்பமான கிரிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் யார் என கண்டறிய.

7.5 இடைநிலை (அ) நடுநிலை அளவு (Median)

புள்ளி விவரத்தில் பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகளாக சராசரி, முகடு உள்ள நிகழ்வுகளை நாம் பரிசீலித்தோம். இப்பொழுது மற்றொரு நிகழ்வை காணலாம். ஒரு நிறுவனத்தின் உற்பத்தி பிரிவில் மேலாளர், தொழிலாளர்களின் ஊதிய விவரங்கள் கீழ்கண்டவாறு உள்ளது.

மேலாளர்	-	40,000
முதல் தொழிலாளர்	-	3300
இரண்டாம் தொழிலாளர்	-	5000
மூன்றாம் தொழிலாளர்	-	4000
நான்காம் தொழிலாளர்	-	4200
ஐந்தாம் தொழிலாளர்	-	3500
ஆறாம் தொழிலாளர்	-	4500
ஏழாம் தொழிலாளர்	-	4200
எட்டாம் தொழிலாளர்	-	4300
ஒன்பதாம் தொழிலாளர்	-	3500
பத்தாம் தொழிலாளர்	-	3500

இப்புள்ளி விவரங்களுக்கு சராசரி அல்லது முகடு பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக இருக்குமா? பரிசீலிப்போம்! அந்த கம்பெனியின் ஊதிய சராசரியை கணக்கிடுவோம்.

$$\text{ஊதிய சராசரி} = \frac{\text{மொத்த ஊதியம்}}{\text{ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{3300+5000+4000+4200+3500+4500+4200+4300+3500+3500+40000}{11}$$

$$= ₹\, 7272.72$$

இந்த ஊதியத்தின் சராசரி மேலாளர், தொழிலாளர்களின் ஊதியத்திற்கு பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக இருக்குமா? இல்லை! இது மேலாளர் ஊதியத்தை விட மிகக் குறைவு மேலும் தொழிலாளர்களின் ஊதியத்தை விட மிக அதிகம்.

இப்பொழுது முகடு மதிப்பை பரிசீலிக்கலாம். இப்புள்ளி விவரத்தில் அதிக முறை மீண்டும் மீண்டும் வரும் மதிப்பு 3500 ஆனால் இது மூன்று முறை மீண்டும் மீண்டும் வந்ததினால் இது இப்புள்ளிவிவரத்திற்கு பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு அன்று.

இப்பொழுது பிரதிநிதித்துவ மதிப்பை கண்டறியும் மற்றொரு முறையை பரிசீலிக்கலாம். இவ்வெண்களை ஏறுவரிசையில் அமைக்கலாம்.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

இப்புள்ளி விவரத்தில் இடைநிலை மதிப்பு 4200. இந்த மதிப்பு எல்லா ஊழியர்களையும் ₹ 4200 ஐ விட அதிகம் ஊதியம் பெறும் ஐந்துபேர், அதைவிட குறைவாகப் பெறும் ஐந்துபேர் என இரண்டு தொகுதிகளாக பிரிக்கிறது.

இம்மதிப்பை இடைநிலை மதிப்பு (Median) என்பர். இந்த நிறுவனத்தில் ஊழியர்களின் ஊதியத்திற்கு இது பிரதிநிதித்துவ மதிப்பாக அமைகிறது.

மேற்கண்ட உற்பத்தி கம்பெனியின் உதாரணங்களை மீண்டும் பரிசீலிப்போம் ₹ 4000 ஊதியம் பெறும் மற்றொரு நபர் இக்கம்பெனியில் சேர்ந்தால் எவ்வாறு இருக்கும்?

இப்பொழுது 12 பேர் ஊழியர்களின் ஊதியங்களை ஏறுவரிசையில் அமைத்தால் 3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

இவ்விவரங்களின் இடையே 4000, 4200 எனும் இரண்டு மதிப்புகள் உள்ளன. இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் இவ்விரண்டு மதிப்புகளின் சராசரியை கண்டறிவதனால் இடைநிலை மதிப்பு கண்டறியலாம். எனவே இடைநிலை ஊதியம் $= \dfrac{4000+4200}{2} =$ ₹ 4100.

எடுத்துக்காட்டு 8 : ஏழு பட்டதாரிகளின் மாத வருமானம் 8000, 9000, 8200, 7900, 8500, 8600 மற்றும் 60000. இடைநிலை வருமானத்தை கண்டுபிடி?

தீர்வு : வருமானங்களை ஏறுவரிசையில் அமைத்தால் : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

மொத்த விவரங்களின் எண்ணிக்கை = 7

விவரத்தின் வரிசையில் நடுவில் உள்ள எண் அதாவது விவரத்தில் 4-வதுஎண் = 8500

எனவே நடுநிலை மதிப்பு = ₹ 8500

எடுத்துக்காட்டு 9 : 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14 மற்றும் 110 களின் இடைநிலைப் புள்ளியை கண்டறி.

தீர்வு : விவரங்களை இறங்கு வரிசையில் அமைத்தால் = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110

மொத்த விவரங்களின் எண்ணிக்கை = 8

இடைநிலை மதிப்பு விவரங்களின் 4,5-வது விவரங்கள் = 20, 28.

இடைநிலை = 4 மற்றும் 5வது விவரத்தின் சராசரி $= \dfrac{20+28}{2} = 24$

எனவே புள்ளி விவரத்தின் இடைநிலை = 24

பயிற்சி 3

1. சரியான விடையை கண்டறிந்து (✓) குறியிடவும்.

   (i) அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச ராசிகளின் இடையே உள்ள வித்தியாசத்தை ‘கூட்டு சராசரி’ என்பர்.

   (ii) கம்பி வரைப்படத்தில் மிகப் பெரிய கம்பி முகடை காட்டுகிறது.

   (iii) இடைநிலையை கணக்கிடும் போது புள்ளி விவரத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு விவரத்தின் மதிப்பையும் கணக்கில் கொள்ள வேண்டும்.

   (iv) ஒரு எண் கணத்தில் இடைநிலை எப்பொழுதும் அவ்வெண்களில் ஒன்றாகவே இருக்கும்.

2. ஒரு கிராமத்தில் உள்ள 7 குடும்பங்களின் மாத வருமானம் (ரூபாயில்) 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600 மற்றும்10000. (i) அக்குடும்பங்களின் இடைநிலை வருமானத்தை கண்டறி. (ii) ₹ 1500 மாத வருமானம் உள்ள மற்றொரு குடும்பத்தை இவ்விவரங்களுடன் சேர்க்கும் போது இடைநிலை வருமானம் எவ்வளவு ஆகும்?

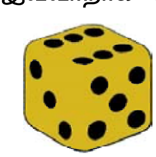
3 ஒரு புள்ளி விவரத்தில் 16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, 41. பூஜ்ஜியத்தை கணக்கில் கொள்ளாமல் பிரசாத் இடைநிலை, சராசரி மதிப்பை கண்டறிந்தான். பிரசாத் செய்தது சரியா?

4. சராசரி 6, இடைநிலை 7 மற்றும் முகடு இல்லாமல் அமையும் மூன்று மிகை முழுக்களை கொண்ட கணங்களை எழுது.

5. 3, 4, 5, 5 , 8 எனும் முழுக்களின் கணத்திற்கு நான்கு முழுக்களை சேர்த்தால் கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு, ஆகியவற்றின் மதிப்பு 1 உயரும். புதிதாக உருவான கணத்தில் அதிகபட்ச முழு எண் எவ்வளவு?

விளையாட்டு

1, 2, 3, 4, 5 , 6 எண்கள் குறியிட்ட பகடையை (dice) எடுத்துக்கொள்ளவும். மூன்று மாணவர்களில் ஒவ்வொருவரையும் பகடையை உருட்டி, வந்த எண்ணை குறித்துக்கொள்ளவும். இவ்வாறாக 10 முறை தொடர்க. ஒவ்வொரு மாணவரும் 10 எண்களை பெறுவர். இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாணவரும் பெற்ற 10 எண்களுக்கு கூட்டு சராசரி, இடைநிலை, முகடு மதிப்புகளை கண்டறியவும்.



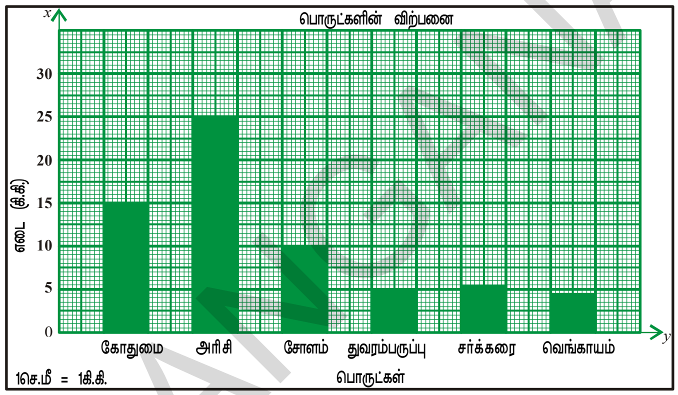
7.6 புள்ளி விவர காட்டல் (presentation of data)

விவரங்களை கம்பி வரைபடங்களிலும், படவிளக்கங்களிலும் (Pictograph) வெளிப்படுத்துதலை 6-ஆம் வகுப்பில் கற்றீர்கள். பொருட்களின் படங்களை பயன்படுத்தி விவரங்களை தெரிவிப்பது படவிளக்கம் ஆகும். ஆனால் படவிளக்கம் பயன்படுத்துதல் கால தாமதத்தையும் கடினத் தன்மையையும் கொண்டிருக்கும். கம்பி வரைபடங்கள் மூலம் விவரங்களை அளித்தல் எளிமையானதாக அமையும்.

7.6.1 கம்பி வரைபடம் (Bar Graph)

இப்பகுதியில் கம்பி வரைபடத்தை பற்றி மேலும் சில கருத்துக்களை தெரிந்துக்கொள்வோம் . சீரான இடைவெளியுடனும் சீரான அகலத்துடனும் உள்ள கம்பிகளை கொண்டுள்ள வரைபடத்தை கம்பி வரைபடம் என்பர். இவற்றை செங்குத்தாகவோ, கிடைமட்டமாகவோ வரையலாம். ஒவ்வொரு விவரத்தின் அளவினையும் கம்பியின் நீளம் தெரிவிக்கிறது. கம்பி வரைபடத்தின் நீளம் அளவு திட்டத்தை (scale) பொருத்தது என நாம் அறிவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 10 : ஒரு கடையில் ஒரு நாளில் வெவ்வேறு பொருள்களின் விற்பனையை இந்த கம்பி வரைப்படம் தெரிவிக்கிறது.



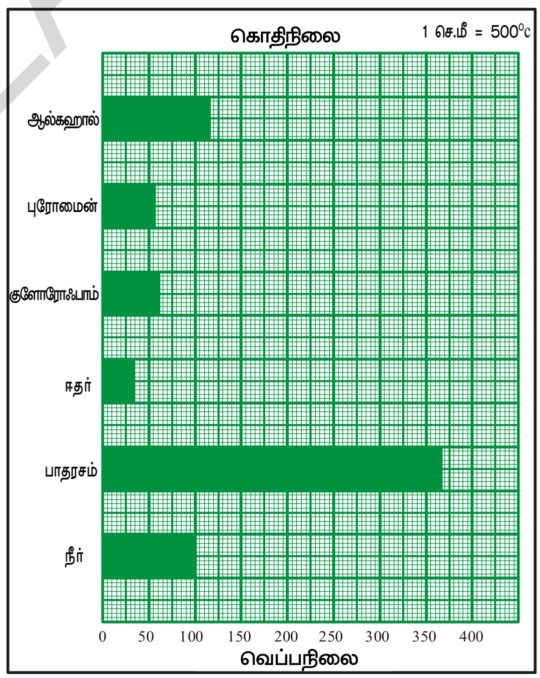
(i) x-அச்சு மற்றும் y –அச்சின் மேல் எந்த அம்சங்களை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்?

(ii) y- அச்சிற்கான அளவு திட்டம் (scale) எவ்வளவு?

(iii) இவற்றில் எப்பொருள் அதிகமாக விற்பனையானது? எவ்வளவு?

(iv) வெங்காயத்தின் விற்பனை, துவரம் பருப்பின் விற்பனையை விட அதிகமாக உள்ளதா?

(v) சோளம் மற்றும் துவரம் பருப்பின் விற்பனைகளின் விகிதம் எவ்வளவு?



எடுத்துக்காட்டு 11 : மற்றொரு கம்பி வரைபடத்தை பரிசீலிக்கலாம்.

(i) இவ்வரைபடம் எவ்விவரங்களை தெரிவிக்கிறது?

(ii) x- அச்சு, y- அச்சின் மீது என்ன எழுதப்பட்டுள்ளது?

(iii) இவற்றில் அதிக கொதிநிலை கொண்ட திரவப்பொருள் எது?

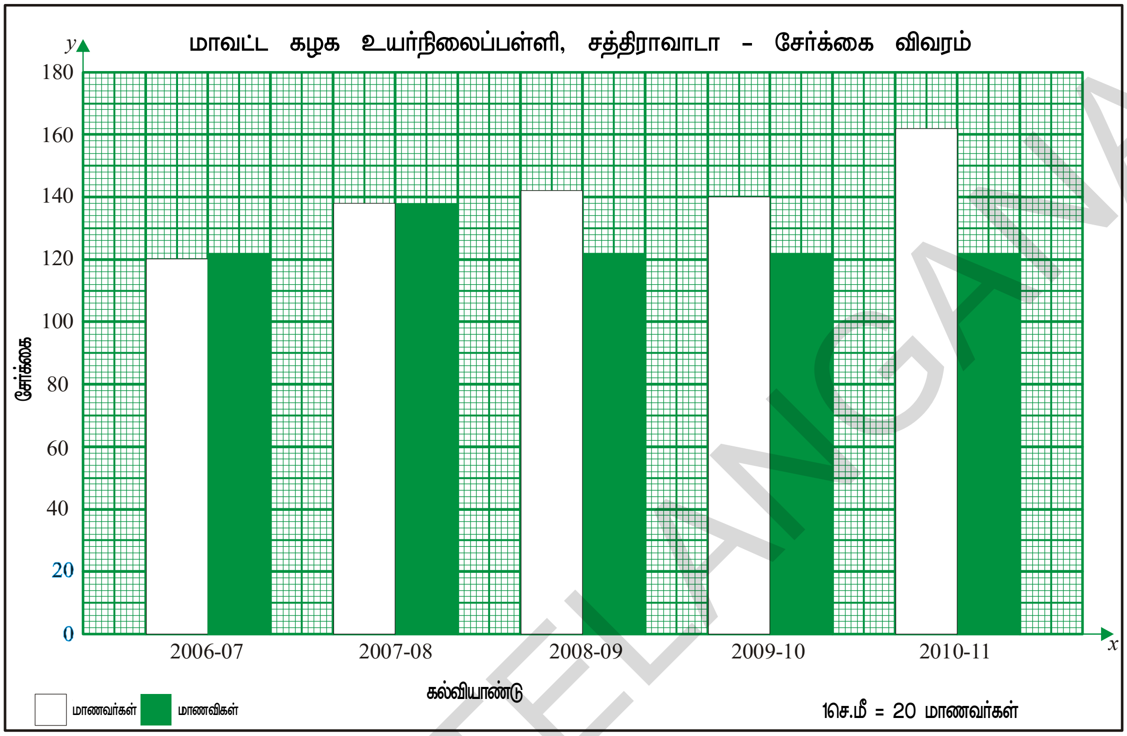
(iv) கொடுத்துள்ள திரவப்பொருட்களில் குறைந்த கொதிநிலையைக் கொண்ட திரவம் எது?

(v) பாதரசம், ஈதர் ஆகியவற்றின் கொதிநிலைகளின் விகிதம் எவ்வளவு?

7.6.2 இரட்டைக் கம்பி வரைபடம் (Double Bar Graph)

இப்பொழுது மற்றொரு வகை கம்பி வரைபடத்தைப் பற்றி தெரிந்துக்கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 12 : கீழ்கண்ட கம்பி வரைபடத்தை பரிசீலிக்கவும். மாவட்ட கழக உயர்நிலைப்பள்ளி, சத்திராவாடாவில் மாணவ, மாணவிகளின் சேர்க்கை பதிவின் எண்ணிக்கையை இப்படம் தெரிவிக்கிறது.



ஒவ்வொரு வருடத்திலும் இரண்டு கம்பிகள் இருப்பதை நீங்கள் கவனித்தீர்களா? முதல் கம்பி எதை தெரிவிக்கிறது? இரண்டாவது கம்பி எதை தெரிவிக்கிறது? இது போன்ற கம்பி வரைபடத்தை இரட்டை கம்பி வரைபடம் (Double bar graph) என்பர். இப்படம் இரண்டு விவரங்களை அருகருகே உள்ளவாறு தெரிவிக்கிறது.

(i) எந்த வருடத்தில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை விட மாணவிகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக உள்ளது?

(ii) எந்த வருடத்தில் மாணவ, மாணவியர்களின் எண்ணிக்கை சமமாக உள்ளது?

(iii) எந்த வருடத்தில் மாணவிகளின் எண்ணிக்கை குறைந்தபட்சமாக உள்ளது?

(iv) 2007-08 ஆம் ஆண்டில் மாணவ, மாணவியரின் மொத்த எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

எடுத்துக்காட்டு 13 : ஏழாம் வகுப்பில் ஐந்து மாணவர்களின் மதிப்பெண் விவரங்கள் அருகே உள்ள பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளது. இவ்விவரத்தை இரட்டை கம்பி வரைபடம் (double bar graph) வடிவில் தெரிவி.

மாணவர் பெயர்	கணிதம்	அறிவியல்
சரவணன்	70	75
ராமன்	35	30
மணி	65	75
ரேணுகா	90	100
கிரிஜா	22	35
ஷர்மிளா	50	50

தீர்வு : இரட்டைக்கம்பி வரைபடம் வரைதலின் படிகள்

1. ஒரு கட்ட வரைபடத்தின் மீது x- அச்சு (கிடைமட்டமாகவும்), y- அச்சு (செங்குத்தாகவும்) ஆகியவற்றை வரைக. வெட்டும் புள்ளியை O என குறிப்பிடு.

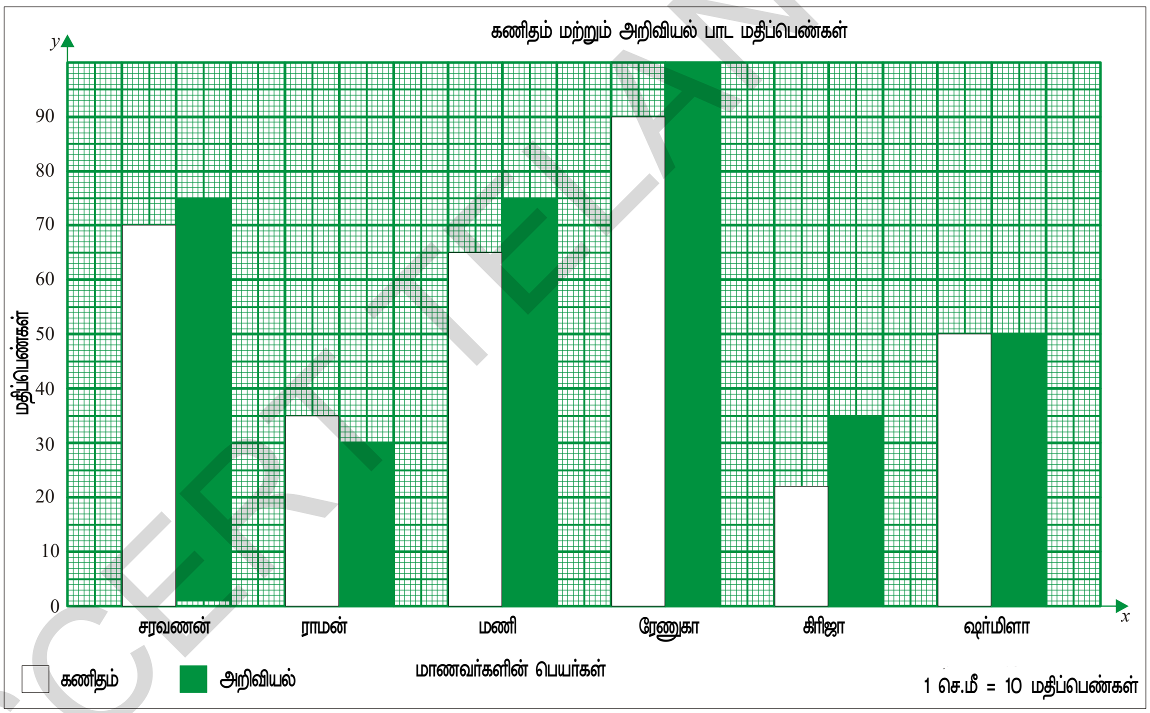
2. x- அச்சின் மீது மாணவர்களின் பெயர்களை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

3. y- அச்சின் மீது கணிதம் மற்றும் அறிவியலில் பெற்ற மதிப்பெண்களை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

4. இரண்டு பாடங்களிலும் அதிகபட்ச மதிப்பெண்கள் கட்ட வரைபடத்தின் மீது அமையுமாறு தகுந்த அளவு திட்டத்தை (scale) y- அச்சின் மீது எடுத்துக்கொள்ளவும். y- அச்சின் மீது 100 என்பது அதிகபட்சமாக உள்ளதால் 1 செ.மீ = 10 மதிப்பெண்கள் என்பது சரியாக இருக்கும்.

5. மதிப்பெண்களை 10–ஆல் வகுத்து கம்பியின் நீளத்தை கண்டறி. (அளவு திட்டம் 1 செ.மீ = 10 மதிப்பெண்கள்)

6. ஒவ்வொரு மாணவரின் கணிதம், அறிவியல் பாட மதிப்பெண்களை அருகருகே குறிக்கவும்.

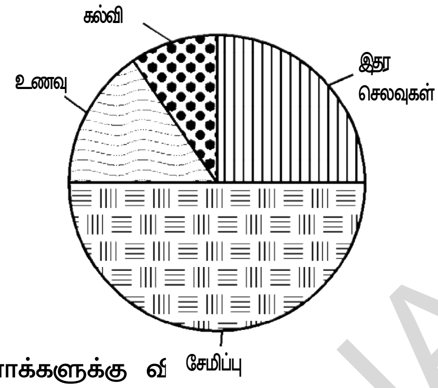


7.6.3 வட்ட வரைபடம் (Pie Charts)

விவரங்களை தெரிவிக்கும் மற்றொரு வகை வட்ட வரைபடம் (பை வரைபடம்) மூலம் தெரிவித்தல் ஆகும்.

ஒரு குடும்பத்தின் மாதச் செலவு கீழ்கண்ட பட்டியலில் உள்ளது. இவ்விவரம் ஒரு வட்ட வரைபடத்தின் மூலமும் தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளது. மொத்த வருமானத்தில் செலவு எவ்விவரத்தில் அதிகமாக உள்ளதோ அதன் பாகம் வட்ட வரைப்படத்திலும் அதிகமாக இருக்கும்.

செலவு விவரம்	மொத்தம்(₹)
உணவு	1500
கல்வி	750
இதர செலவுகள்	2250
சேமிப்பு	4500
மொத்தம்	9000



மேற்கண்ட வட்ட வரைபடத்தை பரிசீலித்து கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு வி

(i) பை வரைபடம் எவ்வடிவத்தில் உள்ளது?

(ii) பை வரைபடத்தில் வெவ்வேறு செலவுகள் எவ்வடிவத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன?

(iii) சரியா? தவறா? கூறு. (a) வருமானத்தின் அதிக பாகம் சேமிக்கப்பட்டது.

(b) கல்விக்காக மிகக் குறைந்த அளவு செலவு செய்யப்பட்டது.

7.6.4 வட்ட வரைபடத்தை வரைதல்

இந்த வட்ட வரைபடம் எவ்வாறு விவரங்களை தெரியப்படுத்துகிறது என்பதை கற்போம்.

செலவுகளுக்கு தொடர்பான ஒவ்வொரு விவரமும் மொத்த வருமானத்தில் எவ்வளவு பாகத்தை கொண்டிருக்குமோ, வட்டத்தில் அதற்கேற்ற வட்டகோணப்பகுதிகள் (செக்டார்) அவ்விவரத்தை காண்பிக்கிறது.

வட்டத்தின் மொத்த கோணம் 360^{o}. அது மொத்த வருமானம் ₹ 9000 -ஐ தெரிவிக்கிறது.

செலவின் ஒவ்வொரு விவரமும் மொத்த வருமானத்தில் ஒரு பாகமாகும். எனவே ஒவ்வொரு செலவின் விவரத்திற்கும் மொத்த வருமானத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தின் மீது வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் அல்லது வட்டகோணப்பகுதியின் பரப்பளவு ஆதாரப்பட்டுள்ளது.

எனவே, ஒவ்வொரு வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் $= \dfrac{\text{செலவு}}{\text{மொத்த வருமானம்}} \times 360^{o}$

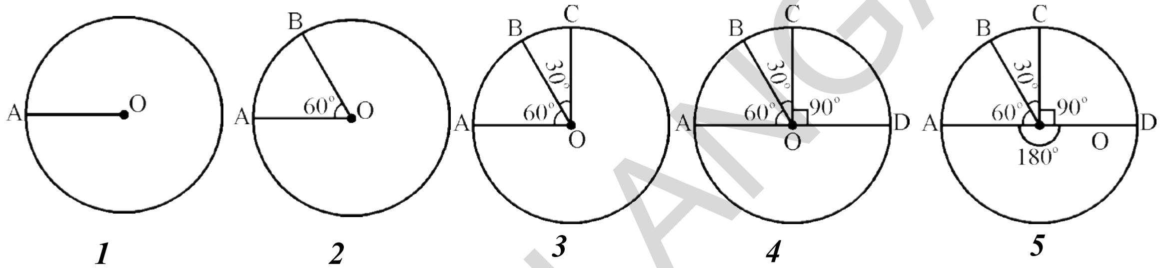
வட்டகோணப்பகுதியின் கோணத்தை கண்டறிய பயன்படும் அட்டவணையை உருவாக்குவோம். அட்டவணைணை கீழ்கண்டவாறு அமைப்போம்.

செலவு விவரங்கள் தொகை	செலவு செய்யப்பட்ட	செலவு (ம) வருமானத்தின் விகிதம்	வட்டக்கோணப் பகுதியின் கோணம்
உணவு	1500	$\frac{1500}{9000}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}\times 360^{o}=60^{o}$
கல்வி	750	$\frac{750}{9000}=\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}\times 360^{o}=30^{o}$
இதர செலவுகள்	2250	$\frac{2250}{9000}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\times 360^{o}=90^{o}$
சேமிப்பு	4500	$\frac{4500}{9000}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\times 360^{o}=180^{o}$

குறிப்பு : வட்டகோணப்பகுதியின் மொத்த கோணங்களையும் கூட்டும் போது 360^{o}கிடைக்கின்றதா என்பதை சரிபார்.

வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஒரு ஆரத்தால் வட்டத்தை வரைந்து அதன் மையத்தை ‘O’ எனக் குறிக்கவும்.
2. வட்டத்தின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி A ஆக குறிக்கவும். OA -ஐ இணைக்கவும்.
3. உணவிற்கான வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் 60^o இருக்குமாறு $\angle AOB = 60^o$ அமைக்கவும்.
4. கல்விக்கான வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் 30^o இருக்குமாறு $\angle BOC = 30^o$ வரையவும்.
5. இதர செலவுகளில் வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் 90^o உள்ளவாறு $\angle COD = 90^o$ வரையவும்.
6. $\angle DOA = 180^o$ எனும் வட்டகோணப்பகுதியின் கோணம் சேமிப்பை தெரிவிக்கிறது.



பயிற்சி 4

1. கீழ்கண்ட விவரத்திற்கு கம்பி வரைபடம் வரைக.

அடுத்தடுத்த கணக்கெடுப்பு வருடங்களில் இந்தியாவின் மக்கள்தொகை

வருடம்	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
மக்கள்தொகை (மில்லியன்களில்) ஏறக்குறைய	320	360	440	550	680	850	1000

சான்று : 1991, 2011 வருடங்களில் இந்தியாவின் மக்கள் தொகை விவரம்

2. கீழ்கண்ட விவரத்திற்கு பை வரைபடம் வரைக.

செலவு விவரங்கள்	உணவு	ஆரோக்கியம்	ஆடைகள்	கல்வி	சேமிப்பு
செலவு மொத்தம் (ரூபாய்களில்)	3750	1875	1875	1200	7500

3. கீழ்கண்ட விவரத்தைக் கொண்டு இரட்டைக் கம்பி வரைபடம் (double bar graph) வரைக.

1999-ல் வெவ்வேறு மாநிலங்களின் பிறப்பு, இறப்பு விகிதம் (ஏறக்குறைய)

மாநிலம்	பிறப்பு விகிதம்(1000 ற்கு)	இறப்பு விகிதம் (1000 ற்கு)
ஆந்திரப்பிரதேசம்	22	8
கர்நாடகம்	22	8
தமிழ்நாடு	19	8
கேரளா	18	6
மகாராஷ்டிரம்	21	8
ஒடிசா	24	11

சான்று : எஸ்.ஆர்.எஸ் 1999 கணக்கின்படி.

4. கீழ்கண்ட விவரத்தைக் கொண்டு பை வரைபடம் வரைக.

ஒரு குழந்தை ஒரு நாளில் வெவ்வேறு நிகழ்ச்சிகளுக்காக செலவிடும் நேரத்தின் பட்டியல்

நிகழ்ச்சிகள்	தூக்கம்	பள்ளி	விளையாட்டு	இதர வேலைகள்
நேரம்	8 மணிகள்	6 மணிகள்	2 மணிகள்	8 மணிகள்

5. ஒரு குடும்பத்தில் ஒரு மாதத்தில் செய்த செலவு விவரங்கள் அருகிலுள்ள பை வரைபடம் தெரிவிக்கிறது. (படத்தை சுற்றிலும் உள்ள எண்கள் ஒவ்வொரு வட்டகோணப் பகுதி மையத்தில் உருவாகும் கோணத்தை தெரிவிக்கின்றன)

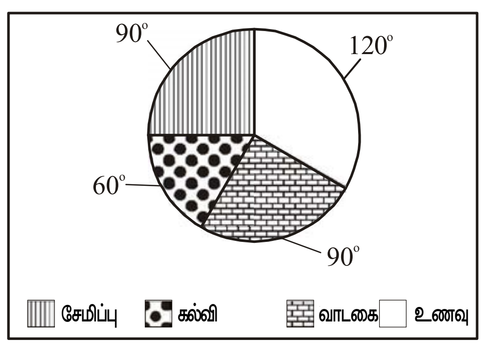
கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளி.

(i) அக்குடும்பம் எதன் மீது குறைந்த செலவு செய்கிறது?

(ii) அக்குடும்பம் அதிக செலவை எவ்விவரத்திற்கு செய்கிறது?

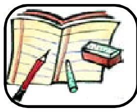
(iii) குடும்ப வருமானம் ரூ.9000 எனில் வாடகைக்காக செய்யும் செலவு எவ்வளவு?

(iv) உணவிற்காக செய்யும் செலவு ரூ.3000. எனில் குழந்தைகளின் கல்விக்காக செய்யும் செலவு என்ன?



செயல்திட்டம்

1. உங்கள் வார்டு/காலனி/கிராமத்தில் வெவ்வேறு வகையான வீடுகள் எத்தனை உள்ளன எனும் விவரத்தை சேகரிக்கவும். அவ்விவரத்தின் முகடு கண்டறிக.
2. உங்கள் குடும்பம் ஓர் மாதத்தில் செய்யும் செலவு விவரங்களை சேகரிக்கவும். அவ்விவரங்களுக்கு பை வரைபடம் வரைக.
3. வாரப்பத்திரிகைகள், செய்தித்தாள்களின் மூலம் கம்பி வரைபடங்கள், பை வரைபடங்களில் உள்ள விவரத்தை சேகரிக்கவும். உங்கள் வகுப்பு சுவரொட்டியில் காண்பிக்கவும்.



மீள் பார்வை

- ஒரு புள்ளி விவரத்தின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகள் கூட்டு சராசரி, முகடு மற்றும் இடைநிலை மதிப்பு ஆகும்.
- ஒரு புள்ளி விவரத்தின் இராசிகளின் கூட்டு மொத்தத்தை மொத்த இராசிகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கிடைக்கும் பலன் கூட்டு சராசரிக்கு சமம். இது புள்ளி விவரங்களின் அதிகபட்ச, குறைந்தபட்ச மதிப்புகளுக்குகிடையே இருக்கும்.
- அதிக முறை மீண்டும் மீண்டும் வரும் புள்ளி விவரம் முகடு எனப்படும். ஓர் புள்ளி விவர கணத்தில் ஒன்று அல்லது ஒன்றை விட அதிக முகடுகள் இருக்கலாம். சில நேரங்களில் முகடு இல்லாமலும் இருக்கலாம்.
- ராசிகளை இறங்கு அல்லது ஏறுவரிசையில் அமைத்தால்

  1. ராசிகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில் இடைநிலை மதிப்பு, அந்த ராசிகளின் வரிசையின் மையத்தில் உள்ள ராசி ஆகும்.

  2. ராசிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் எனில் மையத்தில் உள்ள இரண்டு ராசிகளின் சராசரி இடைநிலை மதிப்பு ஆகும்.
- வட்டத்தை வட்டகோணப் பகுதிகளாக பிரித்து விவரத்தை தெரிவிக்கும் படமே வட்ட வரைபடம் (அ) பை வரைபடம் எனப்படும்.
- பை வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு வட்டகோணப் பகுதியும் மையத்தில் உருவாக்கும் கோணம் (அல்லது வட்டகோணப் பகுதியில் பரப்பளவு) அது தெரிவிக்கும் ராசிக்கு விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

டாக்டர் C.R.ராவ்(இந்தியா)

கி.பி.1920

இவர் ஒரு மிகச்சிறந்த புள்ளியியல் நிபுனர், மதிப்பிடல் கோட்பாட்டை (Theory of Estimation) 1945ல் வெளியிட்டார். கிரேமர்-ராவ் சமமின்மை மற்றும் பிஷர்-ராவ் தேற்றம் ஆகியவற்றின் மீது பல ஆராய்ச்சிகளை மேற்கொண்டார்.

முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்பு 8

8.0 அறிமுகம்

நாம் சில ஒரு ரூபாய் நாணயங்களை எடுத்துக்கொண்டு ஒன்றின் மீது ஒன்றாக வைக்கும்போது அவை சரியாக அமைகின்றன. இதற்கு காரணம் உங்களுக்கு தெரியுமா? எல்லா நாணயங்களும் ஒரே வடிவமும், அளவும் கொண்டுள்ளன. இதேபோன்று ஒரு நோட்டுப்புத்தகத்தில் எல்லா பக்கங்களும் ஒரே வடிவமும், ஒரே அளவும் கொண்டுள்ளன.

உங்கள் சுற்றுப்புறங்களில் உள்ள பொருள்களை கவனியுங்கள். அவற்றில் ஒரே அளவும், வடிவமும் உள்ள பொருட்களை கண்டறிந்து குறைந்தது 5 உதாரணங்கள் கூறவும்.

ஒரே அளவும், வடிவமும் கொண்டுள்ள பொருட்களை சர்வசமங்கள் என்பர். பொருள்களின் சர்வசமத்தை பரிசோதனை வாயிலாக பரிசீலிக்க அப்பொருட்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக வைக்கும்போது மிகச்சரியாக பொருந்த வேண்டும்.

செயல்பாடு:

எல்லா பத்து ரூபாய் காகிதங்களும் சர்வசமமா? எவ்வாறு கூறுவாய்?

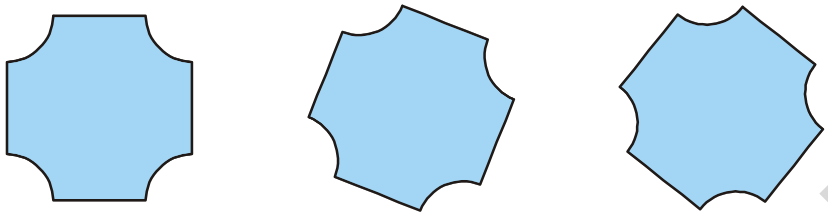
இரண்டு 5 ரூபாய் காகிதங்களை கவனி. சர்வசமமாக உள்ளனவா? உங்கள் பரிசீலனையை எழுதவும்.

இப்பொழுது நம்மை சுற்றிலும் சர்வசமமாக உள்ள மேலும் சில வடிவங்களை பற்றி யோசிப்போம்.

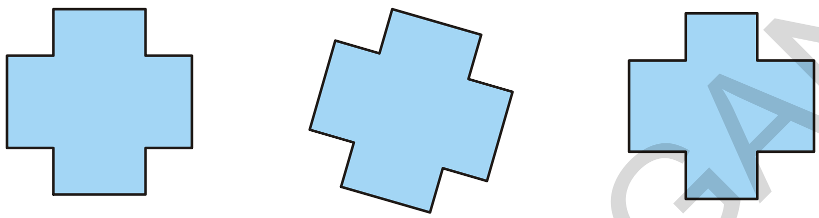
இவற்றை செய்

1. இங்கு சில வடிவங்கள் உள்ளன. ஒரே வரிசையில் உள்ள படங்கள் அனைத்தும் சர்வசமமா? அவற்றின் மாதிரிகளை கொண்டு சரிபார்க்கவும்.

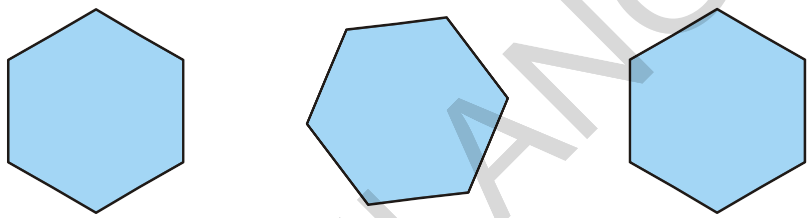
(i)



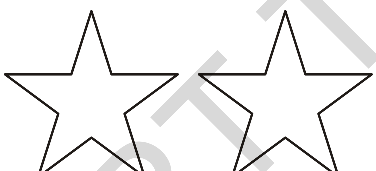
(ii)



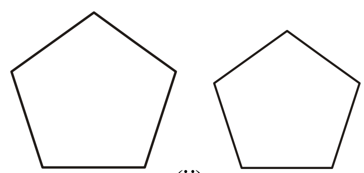
(iii)



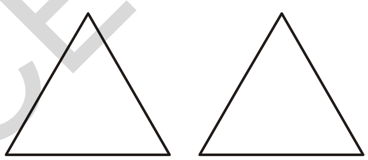
2. கீழ்கண்ட ஜோடிகளில் எவை சர்வசமங்கள்?



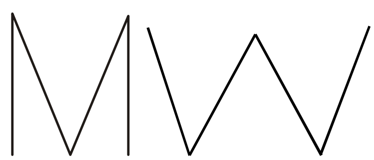
(i)



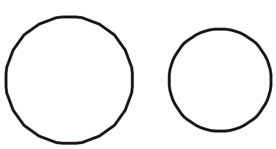
(ii)



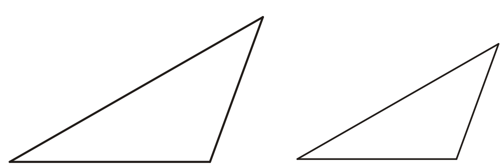
(iii)



(iv)



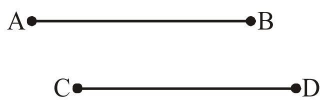
(v)



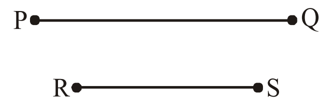
(vi)

8.1 கோட்டுத்துண்டுகளின் சர்வசம பண்பு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டுத்துண்டுகளின் ஜோடிகளை பரிசீலிக்கவும்.



படம் 1



படம் 2

கோட்டுத்துண்டு AB ஐ ஒளிபுகும் காகிதத்தைப் பயன்படுத்தி மாதிரியை வரைக. அதை கோட்டுத்துண்டு CD மீது பொருத்தவும். நாம் இரண்டு கோட்டுத் துண்டுகளும் ஒன்றியதை கவனிக்கலாம். புள்ளிகள் A, Bயுடன் புள்ளிகள் C, D பொருந்தும். எனவே இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகளும் சர்வசமங்கள் என கூறலாம். அதை நாம் $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ என எழுதலாம்.

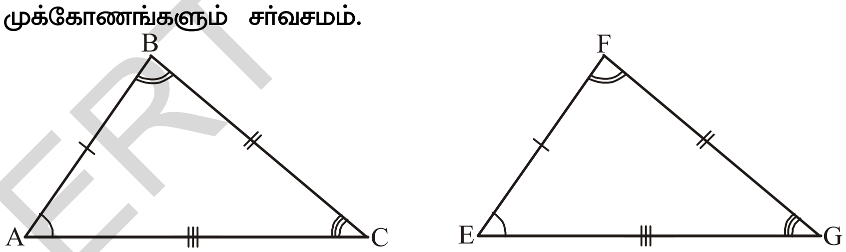
(சர்வசமம் என்பதை $\cong$ என்ற குறியால் குறிப்பிடலாம்)

இதேபோன்று படம் 2 டுடனும் செய்க. நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? அவ்விரு கோட்டுத்துண்டுகளும் சர்வசமமா? படம்1-ல் இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகளும் ஒன்றின. இதற்கான காரணம் AB, CD ஆகியவை ஒரே அளவு நீளங்களை பெற்றிருப்பதாகும். படம்2-ல் வெவ்வேறு நீளங்களை பெற்றுள்ளன. அதனால் அவை சர்வசமங்கள் அல்ல. அவற்றை $\overline{PQ} \ncong \overline{RS}$ என எழுதலாம். இதை கோட்டுத்துண்டு PQ, RS சர்வசமம் அல்ல என படிப்போம்.

கோட்டுத்துண்டு நீளம் எனும் ஒரே அளவை பெற்றுள்ளது. எனவே இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் ஒரே நீளத்தை பெற்றிருந்தால் அக்கோட்டுத்துண்டுகள் சர்வசமம். வேறு விதமாக கூறவேண்டுமானால், சர்வசம கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்கள் சமம்.

8.2 முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்பு

இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்தும் போது அவை சர்வசமம் என கற்றீர்கள் அல்லவா! இக்கருத்தை முக்கோணங்களுக்கு பொருந்துமாறு செய்வோம். இரண்டு முக்கோணங்களை ஒன்றின் மீது மற்றொன்றை வைக்கும்போது அவை சமமாக பொருந்தினால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.



ΔABC, ΔEFG முழுவதும் ஒன்றுக்கொன்று பொருந்துகின்றன. அவ்விரு முக்கோணங்களும் ஒரே வடிவமும் அளவும் கொண்டுள்ளன. இவற்றை சர்வசம முக்கோணங்கள் என்பர். இவற்றை $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ என எழுதலாம்.

இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் அவற்றின் ஆறு அலகுகள் சமம். அதாவது மூன்று பக்கங்களும், மூன்று கோணங்களும் சமம். எனவே ஒத்த மூன்று பக்கங்களும், ஒத்த மூன்று கோணங்களும் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமமாகும். ΔABC ஐ ΔEFG மீது பொருத்தும்போது A, E யின் மீதும்; B, Fன் மீதும்; C,Gன் மீதும் (முனைகள்) ஒன்றுகின்றன. AB, EF; BC, FG; AC, EG பக்கங்கள் ஒன்றுகின்றன. மேலும் கோணம் $\angle A$, $\angle E$ ன்மீதும்; $\angle B$, $\angle F$ ன் மீதும்; $\angle C$, $\angle G$ ன் மீதும் பொருந்தும்.

அதாவது, இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் அவற்றின் பாகங்கள் சமம். அவற்றின் முனைகள், கோணங்கள், பக்கங்கள் சமம்.

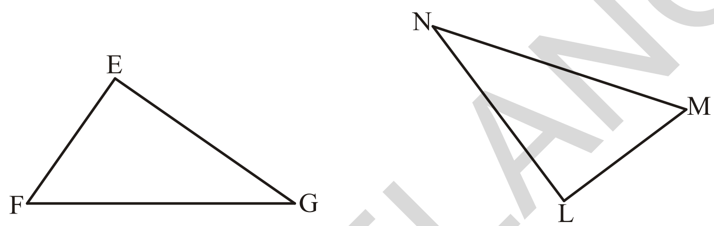
ΔABC மற்றும் ΔEFG களில்

$A \rightarrow E$	$B \rightarrow F$	$C \rightarrow G$	(ஒத்த முனைகள்)
$\angle A \cong \angle E$	$\angle B \cong \angle F$	$\angle C \cong \angle G$	(ஒத்த கோணங்கள்)
$\overline{AB} \cong \overline{EF}$	$\overline{BC} \cong \overline{FG}$	$\overline{AC} \cong \overline{EG}$	(ஒத்த பக்கங்கள்)

முக்கோணத்தை குறிக்கும் எழுத்துக்கள், ஒத்த பக்கங்களிடையே தொடர்புகளை தெரிவிக்கின்றன. அதாவது $\Delta ABC \cong \Delta EFG$.

இவற்றை செய்

1. $\Delta EFG \cong \Delta LMN$

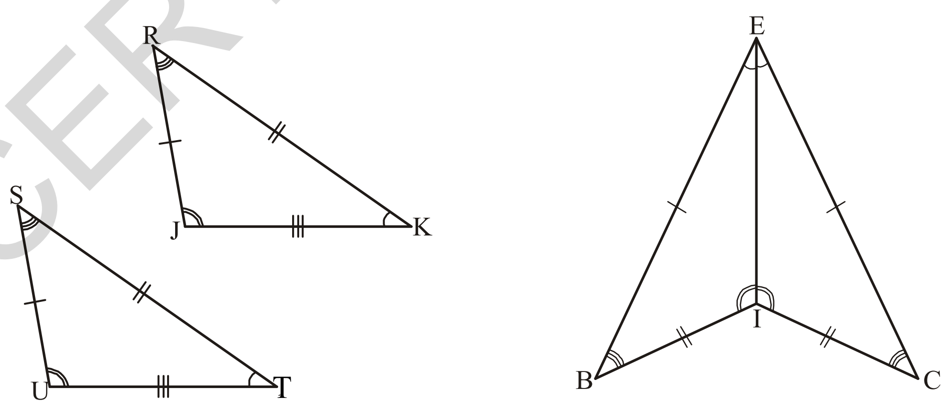


இரண்டு முக்கோணங்களின் முறையே பக்கங்கள், கோணங்கள், முனைகள் எழுதவும்?

2. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ எனில் ΔDEFல் கீழ்கண்ட பாகங்கள் ΔABC-ல் எவற்றிற்கு ஒத்தவையாகும்?

(i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. சர்வசமமான முக்கோணங்களின் பெயர்களை எழுதவும். அவற்றை சர்வசம குறியீட்டால் ‘ $\cong$’ குறிக்கவும்.



4 . கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சர்வசம முக்கோணங்களில் ஒத்த கோணங்கள், ஒத்த பக்கங்களை கண்டறிந்து எழுதவும்?

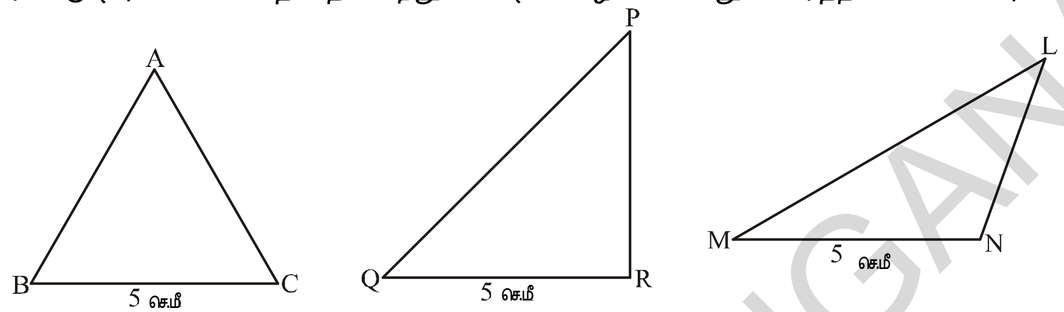
1. $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ 2. $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

8.3 முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்புகளுக்கான வரையறை

இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமா இல்லையா என்பதற்கு அந்த இரண்டு முக்கோணங்களின் சமநிலைகளை பரிசீலித்தல் அவசியம். நம்மிடம் உள்ள அளவுகோல், பாகைமானி போன்றவற்றால் முக்கோணத்தின் சர்வசம பண்பை பரிசீலிக்க இயலுமா? முயற்சிக்க.

8.3.1 பக்கம் - பக்கம் - பக்கம் சர்வசம பண்பு (ப.ப.ப.பண்பு)

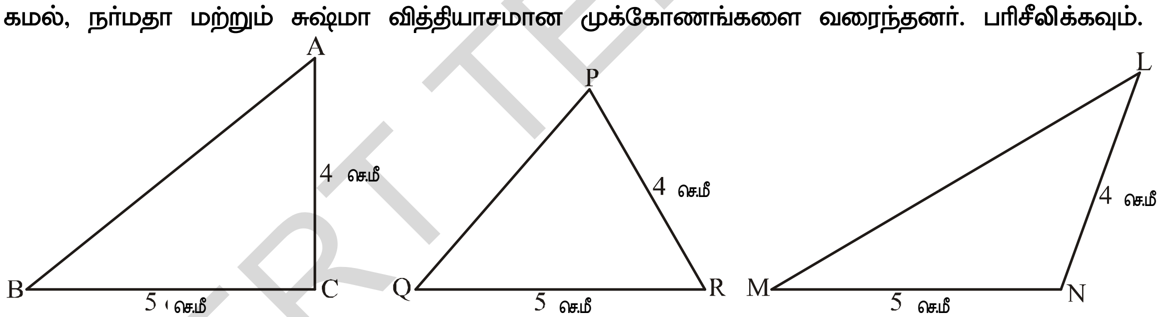
ஒரு பக்கத்தின் அளவு 5 செ.மீ உள்ள முக்கோணத்தை நீங்கள் அனைவரும் ஒரேவிதமாக வரைய முடியுமா? கமல் நர்மதா மற்றும் சுஷ்மா கீழ்கண்டவாறு வரைந்தனர், கவனியுங்கள்.



கமல் நர்மதா சுஷ்மா

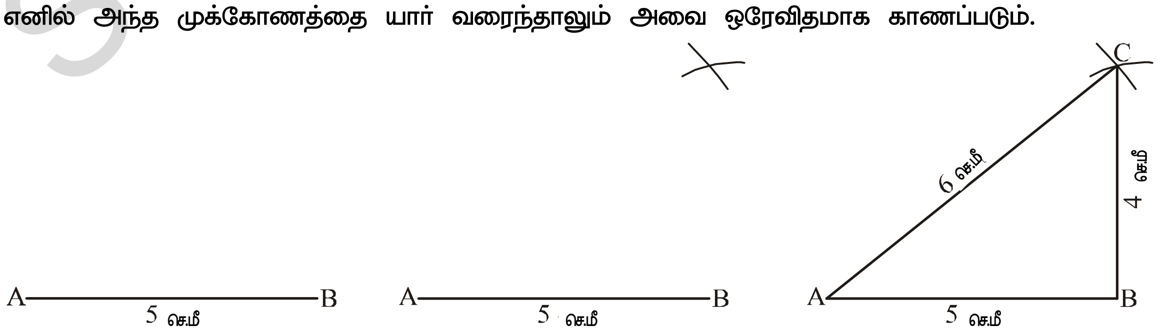
மூன்று பேர் வரைந்த முக்கோணங்கள் வெவ்வேறாக உள்ளன. கமல் 5 செ.மீ அளவுள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைந்தான். நர்மதா செங்கோண முக்கோணத்தையும், சுஷ்மா விரிகோண முக்கோணத்தையும் வரைந்தனர்.

முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகள் முறையே 5 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ உள்ளதாக நினைக்கவும். அவற்றில் ஒரேவிதமான முக்கோணங்களை நீங்கள் வரைய முடியுமா? மீண்டும் கமல், நர்மதா மற்றும் சுஷ்மா வித்தியாசமான முக்கோணங்களை வரைந்தனர். பரிசீலிக்கவும்.



கமல் நர்மதா சுஷ்மா

நமக்கு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் அளவுகள் தெரிந்தால் வரைய முடியுமா? இது எவ்வாறு இருக்கும்? கமல், நர்மதா, சுஷ்மா மூவரும் ஒரேவிதமான முக்கோணங்களை வரைவார்களா? முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் அளவுகள் முறையே 4 செ.மீ, 6 செ.மீ, 5 செ.மீ எனில் அந்த முக்கோணத்தை யார் வரைந்தாலும் அவை ஒரேவிதமாக காணப்படும்.

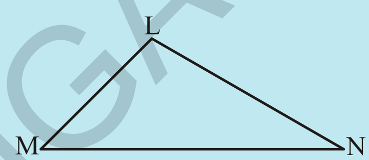


ABC முக்கோணத்திற்கு சர்வசமமான மற்றொரு முக்கோணத்தை வரைய வேண்டும் எனில் நமக்கு ABC முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் அளவுகளும் அவசியம். இதையே நாம் முக்கோணத்தின் பக்கம், பக்கம், பக்கம் சர்வசம பண்பு என்போம்.

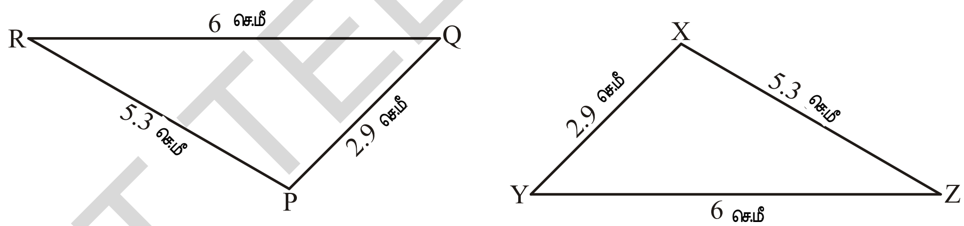
பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் (பபப-SSS)பண்பு : இரண்டு முக்கோணங்களில் முதல் முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்கு சமம் எனில் அந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.

முயன்று பார்

ΔLMNன் பக்கங்களின் அளவுகளை கண்டறி. ஒரு காகிதத்தின் மேல் அந்த அளவுகளை பயன்படுத்தி ஒரு முக்கோணத்தை வரைக. இந்த முக்கோணத்தை ΔLMN மேல் பொருத்து. இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமா? இந்த நிகழ்வில் முக்கோணத்தின் சர்வசமத்திற்கு எந்த பண்பை பயன்படுத்தினோம்.



எடுத்துக்காட்டு 1 : $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ உண்மையா? இரண்டு முக்கோணங்களின் கோணங்களை கண்டறி.



தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட படங்கள் ΔPQR, ΔXYZ முக்கோணங்களிலிருந்து.....

$PQ = XY = 2.9$ செ.மீ

$QR = YZ = 6$ செ.மீ

$RP = ZX = 5.3$ செ.மீ

எனவே பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் சர்வசம பண்பின் மூலம் $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

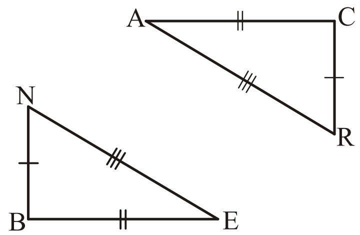
P ன் ஒத்த புள்ளி X, Qன் ஒத்த புள்ளி Y, Rன் ஒத்த புள்ளி Z,

ஆகவே, $\angle P, \angle X$; $\angle Q, \angle Y$; $\angle R, \angle Z$ ஆகியவை ஒத்த கோண ஜோடிகள் ஆகும்.

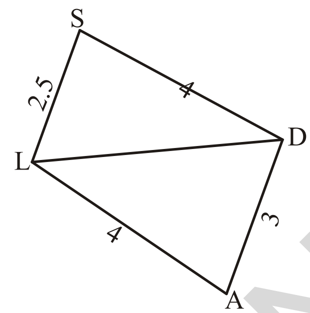
பயிற்சி- 1

1. கீழ்கண்ட முக்கோணங்கள் பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் சர்வசம பண்பை கொண்டுள்ளனவா? காரணங்களை தெரிவி?

(i)

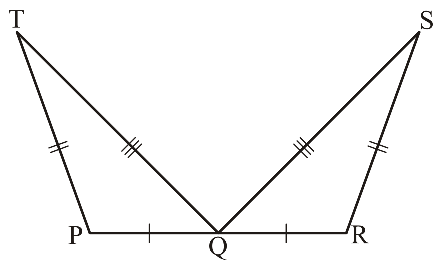


(ii)

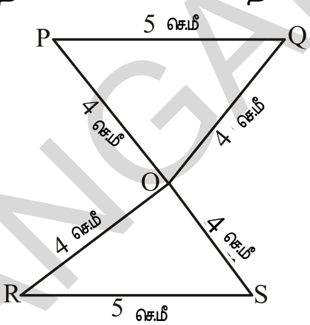


2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட சர்வசம முக்கோணங்களில் ஒத்த கோணங்களை தெரிவி.

(i)



(ii)



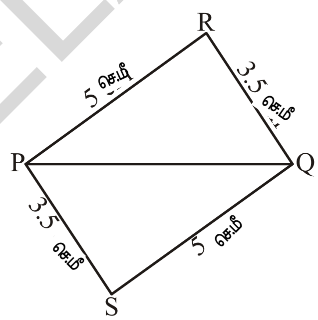
3. அருகில் உள்ள படத்தில் எவ்விரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என கண்டறி.

(i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$

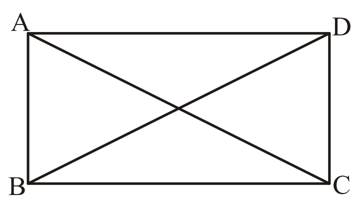
(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$

(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$

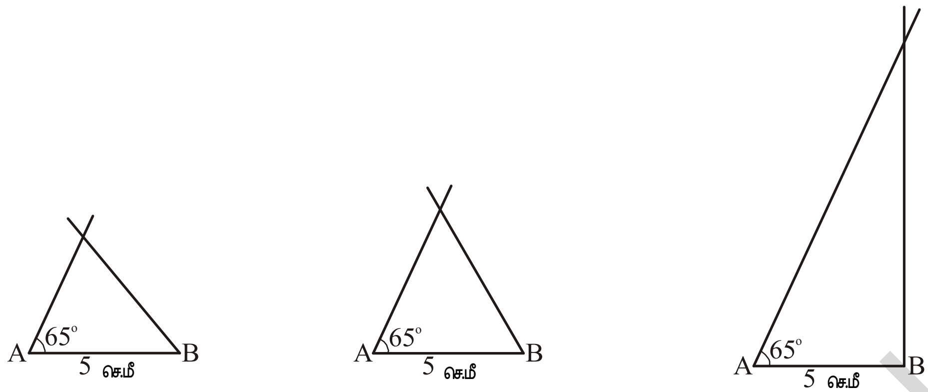


4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $AB = DC$ மற்றும் $AC = DB$ எனில் $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ ஆகுமா?



8.3.2 பக்கம்-கோணம்-பக்கம் சர்வசம பண்பு (ப.கோ.ப. பண்பு)

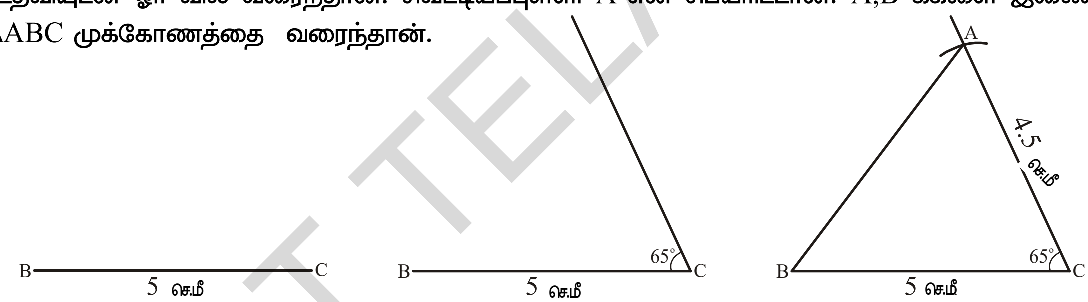
முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்தின் அளவு மட்டும் கொடுக்கப்படும் போது முக்கோணத்தை வரைய இயலாது என கற்றறிந்தோம். இப்பொழுது முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் அளவு மற்றும் ஒரு பக்கத்தின் அளவு கொடுக்கும் போது முக்கோணத்தை வரைய முடியுமா என அறியலாம். 5 செ.மீ, 65° கோணம் அளவுகள் கொடுக்கும் போது முக்கோணம் வரைய முடியுமா? கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கொண்டு முக்கோணங்களை கீழ்கண்டவாறு வரைந்தனர்.



கமல் நர்மதா சுஷ்மா

இப்பொழுது இவை வெவ்வேறாக உள்ளன அல்லவா! முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் அவற்றின் இடையே அமையும் கோணத்தின் அளவுகள் கொடுக்கும்போது ஒரேவிதமான முக்கோணங்களை வரைய இயலுமா? இயலாதா? என்பதை தெரிந்துகொள்வோம். மூன்று மாணவர்கள் 5 செ.மீ, 4.5 செ.மீ அளவுகள் உள்ள இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் அவற்றின் இடையே கோணம் 65° உள்ளவாறு முக்கோணத்தை வரைந்தார்கள். கமல் எவ்வாறு வரைந்தானோ பார்க்கலாம்.

கமல் 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டை அளவுகோலின் உதவியுடன் வரைந்து BC என பெயரிட்டான். பாகைமானி (அ) கோணமானியை பயன்படுத்தி C புள்ளியில் 65° கோணத்தை வரைந்தான். C ஐ மையமாகக் கொண்டு 4.5 செ.மீ அளவுள்ள ஆரத்தால் கவராயத்தின் உதவியுடன் ஓர் வில் வரைந்தான். வெட்டியப்புள்ளி A என பெயரிட்டான். A,B க்களை இணைத்து ΔABC முக்கோணத்தை வரைந்தான்.



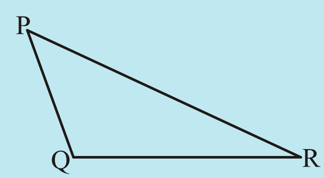
B புள்ளியில் 65° கோணத்தை அமைத்து $AB = 3.4$செ.மீ ஆக கொண்டு முக்கோணத்தை வரைய இயலுமா? இந்த முக்கோணம் கமல் வரைந்த முக்கோணத்துடன் சர்வசமமாக உள்ளதா? இதுபோன்ற சூழ்நிலையில் உருவான முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக உள்ளதா என கண்டறியலாம்.

ΔABC –க்கு சர்வசமமான முக்கோணத்தை வரைய வேண்டும் எனில் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளும் அவற்றின் இடையே கோணமும் தெரிந்திருக்க வேண்டும். இதற்கு பக்கம்–கோணம்–பக்கம் சர்வசம பண்பு என்று பெயர்.

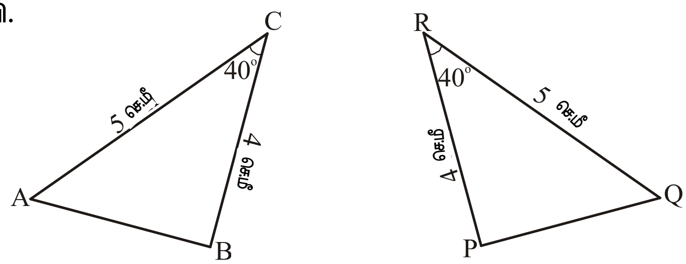
பக்கம்–கோணம்–பக்கம் (ப.கோ.ப. - SAS) பண்பு : இரண்டு முக்கோணங்களில் முதல் முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள், அவற்றிற்கு இடையே கோணம், இரண்டாவது முக்கோணத்தின ஒத்த பக்கங்கள், அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணத்திற்கு சமம் எனில் அந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.

முயன்று பார்

ΔPQRல் பக்கங்கள் PQ, QR மற்றும் $\angle Q$களை அளவிடவும். ஒரு காகிதத்தின் மீது இந்த அளவுகள் கொண்டு முக்கோணம் வரை. இந்த முக்கோணத்தை ΔPQRன் மேல் பொருத்து. இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமா? எந்த பண்பை ஆதாரமாக கொண்டு இந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் என்று கூற இயலும்?



எடுத்துக்காட்டு 2 : கீழே கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களின் அளவுகளை பார்க்கவும். அந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமமா? அவற்றின் ஒத்த முனைகள் மற்றும் கோணங்களை தெரிவி.



தீர்வு : ΔABC, ΔPQR -களில் $AC = QR$, $BC = PR$ மற்றும் அவற்றின் இடையே கோணம் $\angle C \cong \angle R$

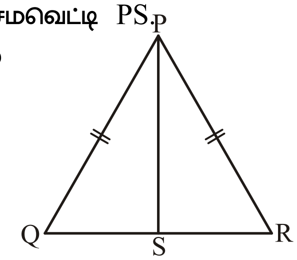
எனவே $\Delta ABC \cong \Delta QPR$ (ப.கோ.ப.சர்வசமபண்பு)

இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒத்த முனைகள்

$A \leftrightarrow Q$, $B \leftrightarrow P$ மற்றும் $C \leftrightarrow R$

ஒத்த கோணங்கள் $\angle A \cong \angle Q$, $\angle B \cong \angle P$ மற்றும் $\angle C \cong \angle R$

எடுத்துக்காட்டு 3 : ΔPQR-ல் $PQ = PR$ மற்றும் $\angle P$-ன் கோண இருசமவெட்டி PS. ΔPQS மேலும் ΔPRS சர்வசமங்கள்தானா? ஆம் எனில் காரணங்களை கூறு.



தீர்வு : ΔPQS மற்றும் ΔPRSல்

$PQ = PR$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

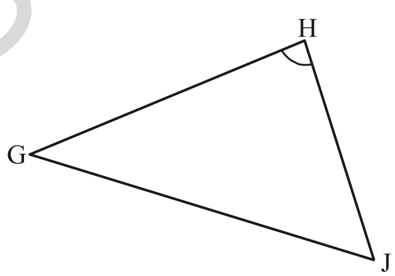
$PS = PS$ (இருமுக்கோணங்களுக்கும் பொதுவான பக்கம்)

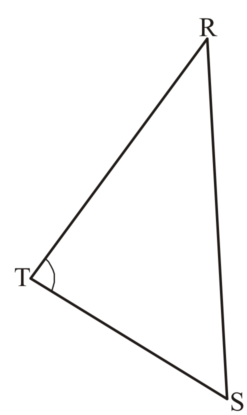
$\angle QPS \cong \angle RPS$ (PS கோண இருசமவெட்டி)

எனவே $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (ப.கோ.ப.சர்வசம பண்பு)

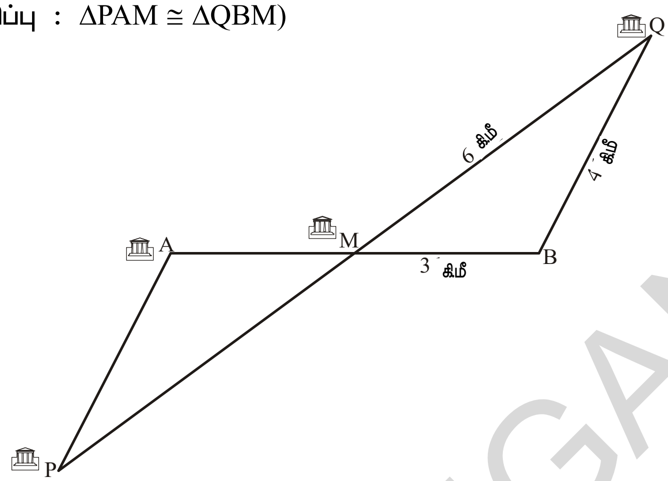
பயிற்சி-2

1. கீழ்கண்ட முக்கோணங்கள் ப.கோ.ப. பண்பைக் கொண்டு சர்வசமம் என காட்ட தேவையான கூடுதல் விவரம் என்ன?



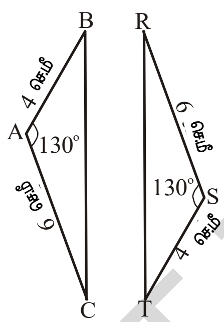


2. கீழே உள்ள படம் ஐந்து ஊர்களை காட்டுகிறது. ஊர் Mஆனது, A மற்றும் B ஊர்களை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டிற்கும் மேலும் P மற்றும் Q ஊர்களை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டிற்கும் நடுவில் உள்ளது. எனில், P மற்றும் A ஊர்களின் இடையே தூரம் எவ்வளவு? (குறிப்பு : $\Delta PAM \cong \Delta QBM$)

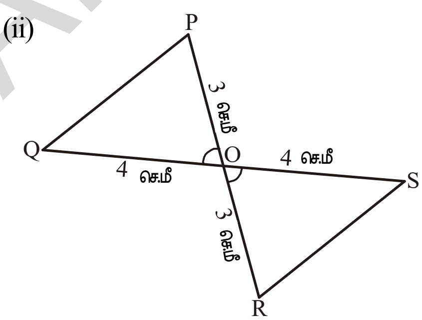


3. இங்கு சில முக்கோண ஜோடிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை சர்வசமமா? ஆம் எனில் ஒத்த பாகங்களின் பெயர்களை எழுது.

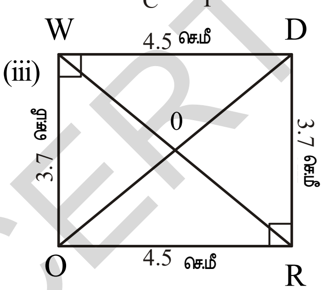
(i)



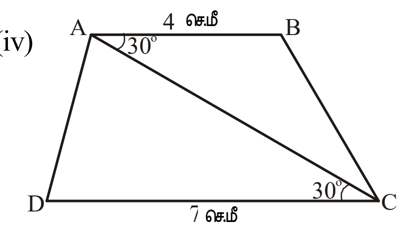
(ii)



(iii)

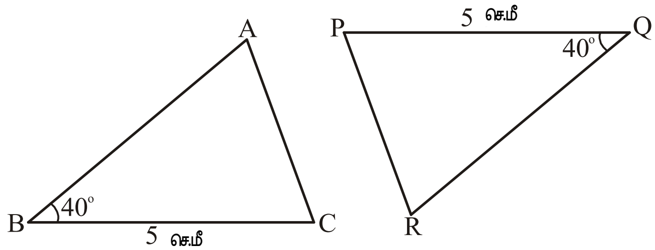


(iv)

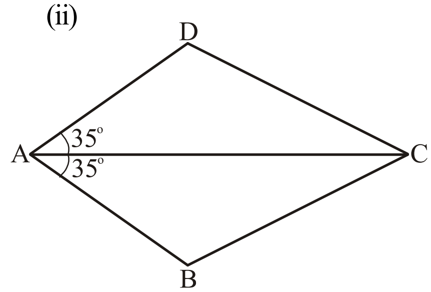


4. ப.கோ.ப. பண்பின் மூலம் பின்வரும் முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்று நிரூபிக்க எப்பக்கங்களை ஒத்த பக்கங்களாக கொள்ள வேண்டும்?

(i)



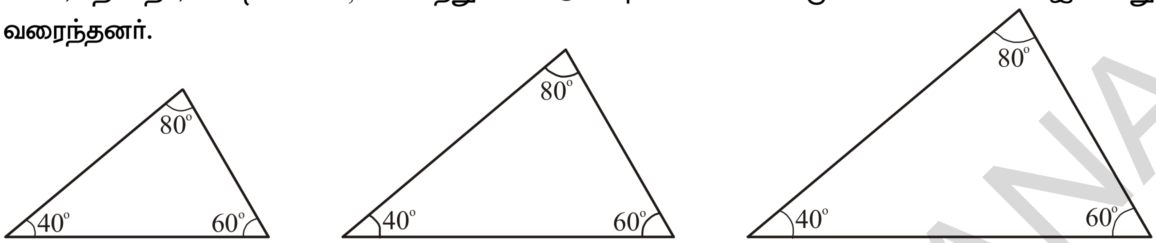
(ii)



8.3.3 கோணம்-பக்கம்-கோணம் சர்வசம பண்பு (கோ.ப.கோ.பண்பு)

மாணவர்களே! நீங்கள் முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் அளவு தந்தால் முக்கோணத்தை வரையமுடியுமா? இரண்டு கோணங்களின் அளவுகள் தெரிந்த போதாவது முக்கோணத்தை வரையமுடியுமா? முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் அளவுகள் தெரிந்தால் சர்வசம முக்கோணங்கள் வரையமுடியுமா?

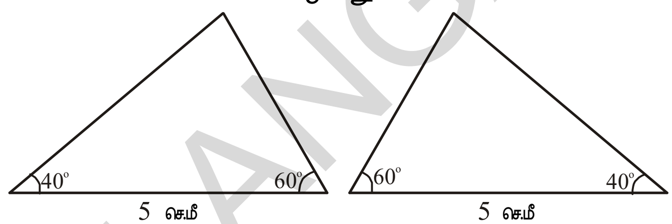
கமல், நர்மதா, சுஷ்மா 40^o, 60^o மற்றும் 80^o அளவுகள் உடைய முக்கோணங்களை இவ்வாறு வரைந்தனர்.



கமல் நர்மதா சுஷ்மா

இங்கு கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களின் கோணங்களின் அளவுகள் சமம் ஆனால் பக்கங்களின் அளவுகள் சமம் இல்லை. எனவே முக்கோணங்கள் சர்வசமம் ஆகாது.

எனவே சர்வசமமமான முக்கோணங்களை வரைய முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகள் அவசியம். நமக்கு ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களின் அளவுகள், ஒரு பக்கத்தின் அளவு மட்டும் தெரிந்தால் சர்வசம முக்கோணங்களை வரையமுடியுமா?



கமல் நர்மதா

கமல் மற்றும் நர்மதா $60^o, 40^o$ மற்றும் பக்க அளவு 5செ.மீ உள்ள முக்கோணங்களை வரைந்தனர். கமல் மற்றும் நர்மதா முக்கோணத்தை வரையும்போது பக்கத்தை 60^o, 40^o களுக்கு இடையே பக்கத்தை கொண்டு வரைந்தனர்.

எனவே நாம் இரண்டு கோணங்களின் அளவுகள், ஒரு பக்கத்தின் அளவு தெரிந்தபோது சர்வசம முக்கோணங்களை வரையலாம். அதாவது இரண்டு கோணங்களின் அளவுகள், அக்கோணங்களின் பொது பக்க அளவு அவசியமாகும். இதை நாம் கோணம்-பக்கம்-கோணம் சர்வசம பண்பு என்போம்.

கோணம்-பக்கம்-கோணம் (கோ.ப.கோ - ASA) பண்பு

இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் அவற்றின் பொது பக்கமும் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் ஒத்த கோணங்கள் மற்றும் ஒத்த பக்கத்திற்கு சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இதை கோணம்-பக்கம்-கோணம சர்வசம பண்பு என்பர்.

முயன்று பார்

ஆசிரியர் $60°, 40°$ மற்றும் 5 செ.மீ அளவுகள் உள்ள ஒரு முக்கோணத்தை வரையுமாறு மாணவர்களை கேட்டுக்கொண்டார். முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்களின் மொத்தம் $180°$. எனவே மூன்றாவது கோணம் $80°$ ஆக சுஷ்மா கணக்கிட்டாள். வகுப்பில் கமல், சுஷ்மா, நர்மதா முக்கோணங்களை வெவ்வேறாக கீழ்கண்ட அளவுகளால் வரைந்தனர்.

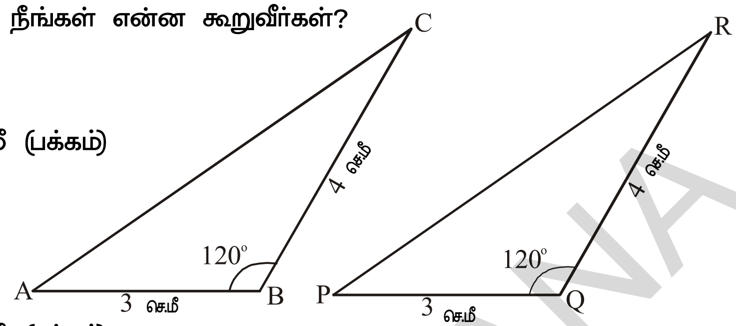
கமல் : $60°$, $40°$ மற்றும் 5செ.மீ (ஆசிரியர் அளித்தது போல்)

சுஷ்மா : $80°$, $40°$, மற்றும் 5 செ.மீ

நர்மதா : $60°$, $80°$ மற்றும் 5 செ.மீ.

இந்த மூன்று முக்கோணங்களை கத்தரித்து ஒன்றின் மீது ஒன்றை வைத்து சரிபார்த்தனர். இவை சர்வசமமாகுமா? நீங்களும் முயற்சி செய்யுங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 4 : முக்கோணங்கள் CAB மற்றும் RPQ கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமா? பரிசீலிக்கவும். சர்வசமம் எனில் மற்ற பாகங்களின் அளவுகளை பற்றி நீங்கள் என்ன கூறுவீர்கள்?



தீர்வு : ΔCAB, ΔRPQ ல்

$BC = QR = 4$ செ.மீ (பக்கம்)

$\angle B = \angle Q = 120°$ (பொது கோணம்)

$AB = PQ = 3$ செ.மீ (பக்கம்)

ΔCAB ன் இருபக்கங்கள் மேலும் ஒரு கோண முறையே ΔRPQ வின் ஒத்தப்பக்கங்கள், கோணங்களுக்கு சமம்

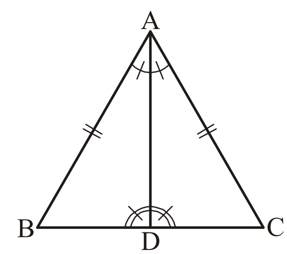
எனவே, $\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ (ப.கோ.ப. சர்வசம பண்பின்படி)

எனவே இரண்டு முக்கோணங்களில்

$AC \cong PR$

$\angle C \cong \angle R$, $\angle A \cong \angle P$ எனவும் கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5 : அருகில் உள்ள படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமங்களா? ஒத்த பாகங்களை தெரிவி.



தீர்வு : ΔABD, ΔACD முக்கோணத்தில்

$\angle BAD \cong \angle CAD$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

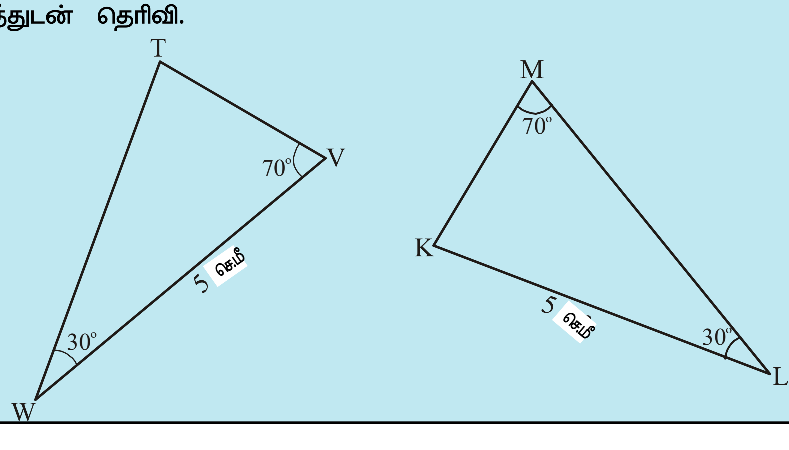
$\angle ADB \cong \angle ADC$ (வினாவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$AD \cong AD$ (பொதுவான பக்கம்)

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (கோ.ப.கோ. சர்வசம பண்பின் படி)

முயன்று பார்

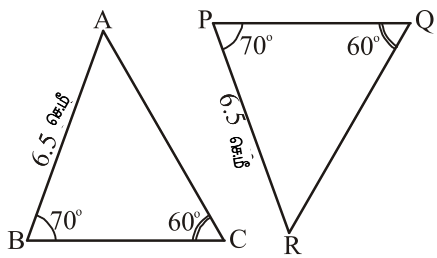
இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்கள் சர்வசமங்களா? உங்கள் விடையை ஆதாரத்துடன் தெரிவி.



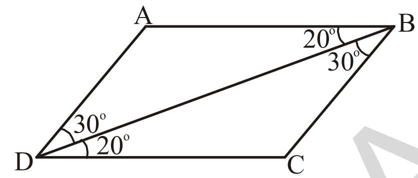
பயிற்சி - 3

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட முக்கோண ஜோடிகளில் எந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமம்? சர்வசமத்திற்கு காரணமான பண்பை தெரிவி.

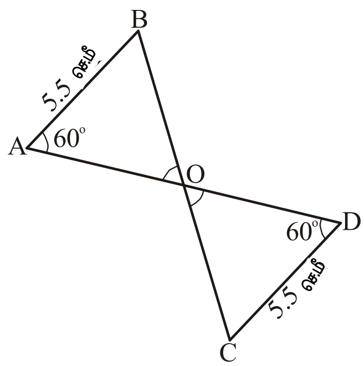
(i)



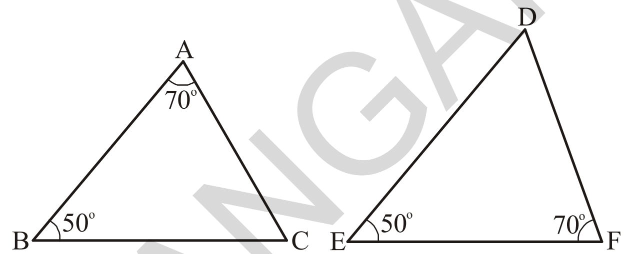
(ii)



(iii)



(iv)

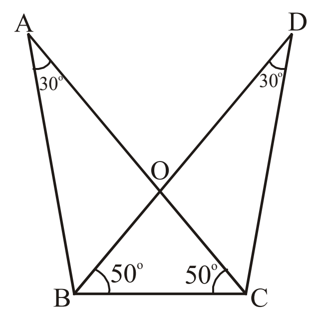


2. அருகில் உள்ள படத்தில்

(i) ΔABC, ΔDCB சர்வசமங்களா?

(ii) ΔAOB, ΔDOC சர்வசமங்களா?

சமபக்கங்களை கண்டறி. சர்வசமத்தை தெரிவிக்க தேவையான பண்பின் பெயரை தெரிவி.



8.3.4 செங்கோணம்-கர்ணம்-பக்கம் சர்வசம பண்பு (செ.க.ப.பண்பு)

செங்கோண முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் செங்கோணம். எனவே செங்கோண முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்று கூற நமக்கு தேவையான அம்சங்களை பரிசீலிப்போம்.

ஓர் எடுத்துக்காட்டை பரிசீலிக்கலாம். ABC முக்கோணத்தில் $\angle B = 90^0$ உள்ளவாறு முக்கோணம் எந்த சூழ்நிலைகளில் வரைய முடியும்?

(i) BC அளவு மட்டும் தெரிந்தபோது

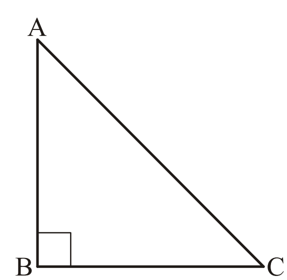
(ii) $\angle C$ மட்டும் தெரிந்தபோது

(iii) $\angle A$ மற்றும் $\angle C$ அளவுகள் தெரிந்தபோது

(iv) AB, BC அளவுகள் தெரிந்தபோது

(v) $\angle C$, BC அளவுகள் தெரிந்தபோது

(vi) BC மற்றும் கர்ணம் AC அளவுகள் தெரிந்தபோது



நாம் முக்கோணங்களை வரைவதற்கு முயற்சிக்கும் போது நிபந்தனைகள் (iv), (v) மற்றும் (vi)களில் மட்டுமே முக்கோணங்களை வரைய முடியும்.

நிபந்தனை (vi) க்கு செங்கோணம்-கர்ணம்-பக்கம் சர்வசம பண்பு பொருந்தும்.

செங்கோணம்-கர்ணம்-பக்கம் பண்பு : இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்கள் சர்வசமமாவதற்கு ஓர் முக்கோணத்தின் கர்ணம், பக்கம் வரிசையாக இரண்டாவது முக்கோணத்தின் கர்ணம், ஒத்த பக்கத்திற்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6 : கீழே இரண்டு முக்கோணங்களின் பாகங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமா? செ.க.ப. பண்பை கொண்டுள்ளதா? சர்வசமம் எனில் அவற்றை குறியீடுகளால் குறிக்கவும்.

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90^o$, AC = 8 செ.மீ, AB = 3 செ.மீ	$\angle P = 90^o$, PR = 3 செ.மீ, QR = 8 செ.மீ
(ii)	$\angle A = 90^o$, AC = 5 செ.மீ, BC= 9 செ.மீ	$\angle Q = 90^o$, PR = 8 செ.மீ, PQ = 5 செ.மீ

தீர்வு :

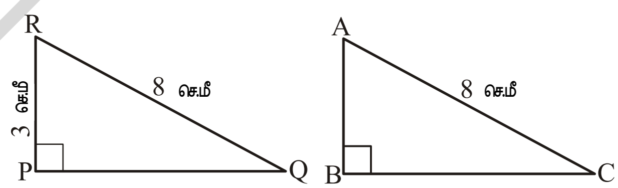
(i) இங்கு $\angle B = \angle P = 90^o$

கர்ணம் AC = கர்ணம் RQ (= 8 செ.மீ)

பக்கம் AB = பக்கம் RP (= 3 செ.மீ)

எனவே, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

(செ.க.ப.பண்பு)

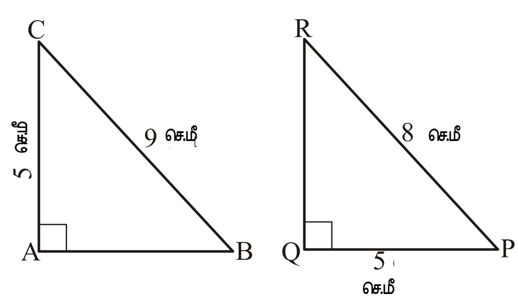


(ii) இங்கு, $\angle A = \angle Q = 90^o$

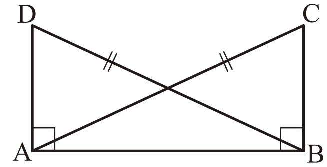
பக்கம் AC = பக்கம் PQ (= 5 செ.மீ).

கர்ணம் BC $\neq$ கர்ணம் PR

எனவே இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் அல்ல.



எடுத்துக்காட்டு 7 : அருகில் உள்ள படத்தில் $\overline{DA} \perp \overline{AB}$, $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ மற்றும் AC = BD.



ΔABC, ΔDAB முக்கோணங்களில் சர்வசமமான பாகங்களின் பெயர்களை எழுது. கீழ்கண்டவற்றில் எவை சரியானவை.

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

தீர்வு : சர்வசம பாகங்கள்

$\angle ABC = \angle BAD$ (= 90^o)

AC = BD (வினாவின்படி)

AB = BA (பொதுவான பக்கம்)

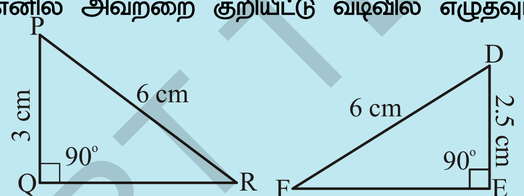
$\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (செ.க.ப. சர்வசம பண்பின்படி)

எனவே வாக்கியம் (i) சரி.

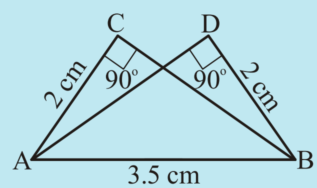
வாக்கியம் (ii) சரியல்ல. ΔABC, ΔBADகளின் மூலைகள் சமமல்ல.

முயன்று பார்

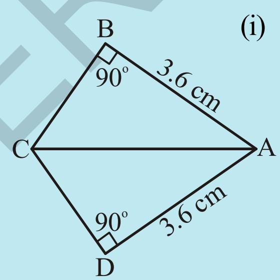
1. கீழே சில முக்கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. செ.க.ப.பண்பின் படி அவை சர்வசமமானவையா? உங்கள் விடைகள் ஆம் எனில் அவற்றை குறியீட்டு வடிவில் எழுதவும்.



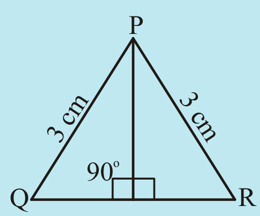
(i)



(ii)



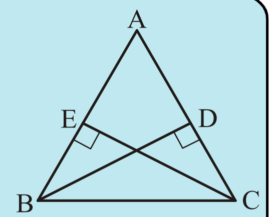
(iii)



(iv)

2. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (செ.க.ப. பண்பின்படி) எனில் $\angle B = \angle P = 90^o$ மேலும் AB = RP எனும் விவரம் போதுமானது தானா? மேலும் தேவையான விவரம் என்ன?

3. அருகில் உள்ள படத்தில் ΔABC-ல் $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ ஆகியவை உயரங்கள். மேலும் $BD = CE$.

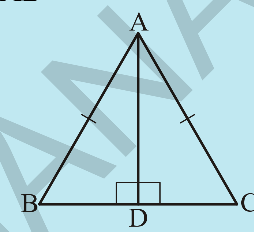


(i) ΔCBD, ΔBCE ல் சமமாக உள்ள பாகங்கள் எவை?

(ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ சரிதானா? ஏன்?

(iii) $\angle DBC = \angle EBC$ சரிதானா? ஏன் என காரணங்களை தெரிவி?

4. ABC ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம். $\overline{AB} = \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{AD}$ என்பது BCன் மேல் வரைந்த உயரம் ஆகும்.



(i) ΔADB, ΔADC ல் சமமான பாகங்களின் பெயர்களை எழுதவும்.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ சரிதானா? காரணங்களை தெரிவி?

(iii) $\angle B \cong \angle C$ சரிதானா? காரணங்களை தெரிவி?

(iv) $BD \cong CD$ சரிதானா? காரணங்களை தெரிவி?

பயிற்சி-4

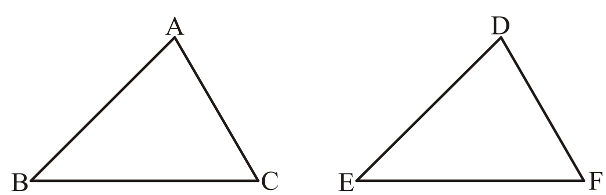
1. எந்த சர்வசம பண்பின் ஆதாரமாக பின்வரும் முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்பதை தெரிவி?

(i) $AC = DF$

$AB = DE$

$BC = EF$

எனவே, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

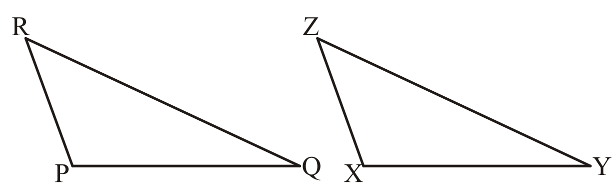


(ii) $ZX = RP$

$RQ = ZY$

$\angle PRQ \cong \angle XZY$

எனவே $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

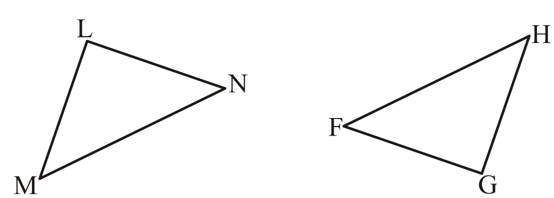


(iii) $\angle MLN \cong \angle FGH$

$\angle NML \cong \angle GFH$

$ML = FG$

எனவே $\Delta LMN \cong \Delta GFH$

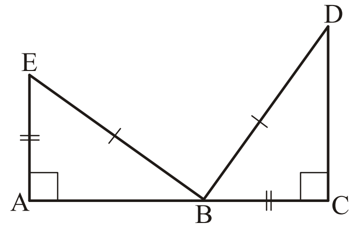


(iv) EB = DB

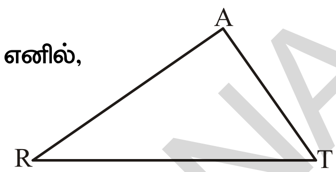
AE = BC

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

எனவே, $\Delta ABE \cong \Delta CDB$

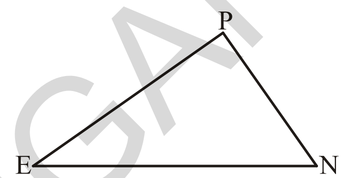


2. $\Delta ART \cong \Delta PEN$ என காட்டுவதற்கு



(i) ப.ப.ப. சர்வசமம் பண்பின்படி சர்வசமம் ஆகவேண்டும் எனில்,

(a) AR = (b) RT = (c) AT =



(ii) $\angle T = \angle N$ என கொடுத்தால் ப.கோ.ப. பண்பை பொருத்துவதற்கு

(a) RT = (ii) PN =

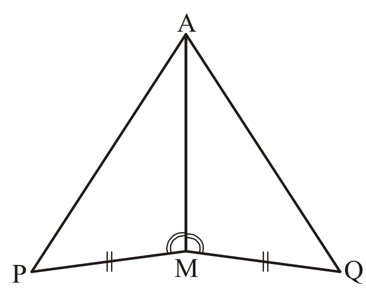
(iii) AT = PN என கொடுத்தால் கோ.ப.கோ பண்பை பொருத்துவதற்கு

(a) ? (b) ?

3. $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ என காட்ட

கீழே கொடுக்கப்பட்ட சில நிபந்தனைகளை கொண்டு காலி இடங்களை நிரப்புக.

நிபந்தனை	காரணம்
(i) PM = QM	(i) ....
(ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$	(ii) ....
(iii) AM = AM	(iii) ....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ....

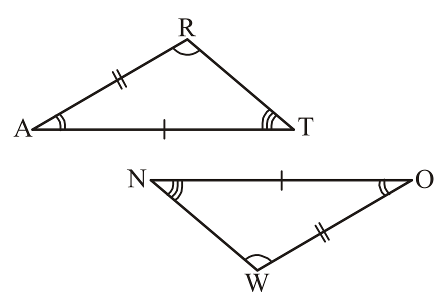


4. ΔABC-ல் $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ மேலும் $\angle C = 110^\circ$

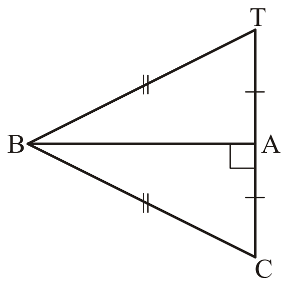
ΔPQR-ல் $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 40^\circ$ மேலும் $\angle R = 110^\circ$

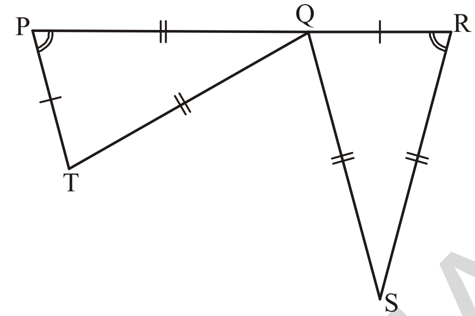
மேற்கூறிய குறிப்பிட்ட அளவுகளின்படி ஒரு மாணவன் கோணம்-கோணம்-கோணம் பண்பைக் கொண்டு இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ($\Delta ABC \cong \Delta PQR$) என தெரிவித்தான். சரியா?

5. அருகில் உள்ள படத்தில் இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்கள் உள்ளன. சம பாகங்களின் பெயர்களை எழுது. $\Delta RAT \cong$?



6. சர்வசம வாக்கியத்தை முழுமையாக்கு.



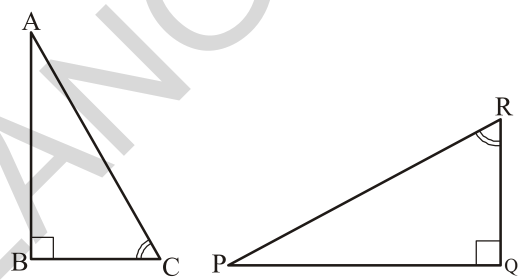


$\Delta ABC \cong ?$ $\Delta QRS \cong ?$

7. ஒரு கட்டத்தாளில் ஒரே பரப்பளவுடைய இரண்டு முக்கோணங்களை கீழ்கண்ட நிபந்தனைகளுடன் வரைக.

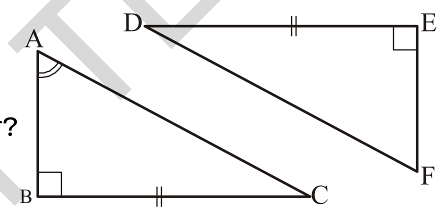
(i) முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

(ii) முக்கோணங்கள் சர்வசமம் ஆகாது. முக்கோணங்களின் சுற்றளவுகள் இடையே உள்ள தொடர்பை தெரிவி.



8. ΔABC மற்றும் ΔPQR-கள் சர்வசமம். எப்பண்பின்படி இவை சர்வசமம் (அ) சர்வசமமல்ல என கூறவும். படத்தில் காட்டியபடி மீதி எந்த பக்கங்கள், எந்த கோணங்கள் சமமோ கூறவும்.

9. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ சரியா? ஏன்?



நாம் கற்றவை

1. சர்வசம படங்கள் ஒரே வடிவமும், ஒரே அளவும் பெற்றுள்ளன.
2. இரண்டு படங்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக வைக்கும்போது முழுமையாக ஒன்றினால் அப்படங்களை சர்வசம படங்கள் என்பர்.
3. இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் AB, CDகள் ஒரே நீளத்தை பெற்றிருந்தால் இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் சர்வசமம். இதை $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ஆக கூறுவோம். சாதாரணமாக $\overline{AB} = \overline{CD}$ ஆகவும் கூறலாம்.
4. இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒரு முக்கோணத்தின் பாகங்கள் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் ஒத்த பாகங்களுக்கு சமம் எனில் அந்த இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

5. இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருந்தால் கீழ்கண்ட நிபந்தனைகள் பொருந்தும்.

(i) பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் சர்வசம பண்பு : இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் அளவுகள் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் ஒத்த பக்கங்களின் அளவுகளுக்கு சமமானால் அந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.

(ii) பக்கம்-கோணம்-பக்கம் சர்வசம பண்பு : இரண்டு முக்கோணங்களில் ஓர் முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள், அவற்றின் இடையே உள்ள கோணம் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் ஒத்த பக்கங்கள், அவற்றின் இடையே உள்ள கோணங்களுக்கு சமம் எனில் அந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

(iii) கோணம்-பக்கம்-கோணம் சர்வசம பண்பு : இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள், அவற்றின் இடைப்பட்ட பக்கம் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் ஒத்த கோணங்கள் அவற்றின் இடைப்பட்ட பக்கத்திற்கு சமம் எனில் அந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

(iv) செங்கோணம்-கர்ணம்-பக்கம்-சர்வசம பண்பு : இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒரு முக்கோணத்தின் கர்ணம், ஒரு பக்கம் முறையே இரண்டாவது முக்கோணத்தின் கர்ணம், ஒத்த பக்கத்திற்கு சமம் எனில் அந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

முக்கோணங்களை வரைதல் 9

9.0 அறிமுகம்

இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் முக்கோணங்களை வரைதலைப் பற்றிக் கற்போம். ஒரு முக்கோணத்தை வரைய 6 அளவுகள் அதாவது 3 பக்கங்கள், 3 கோணங்களின் அளவுகள் அவசியமில்லை. ஒரு முக்கோணத்தை வரைய 3 சாரா அளவுகள் தேவை. எந்தெந்த சூழ்நிலைகளில் முக்கோணங்களை வரைய இயலும் என்பதை கவனிப்போம்.

(i) முக்கோணத்தின் 3 பக்க அளவுகள் கொடுக்கப்படும்போது.

(ii) முக்கோணத்தின் 2 பக்க அளவுகள் மற்றும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம் கொடுக்கப்படும் போது.

(iii) இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் இடைப்பட்ட பக்கத்தின் அளவை தரும்போது.

(iv) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கம் அளவு கொடுக்கப்படும் போது.

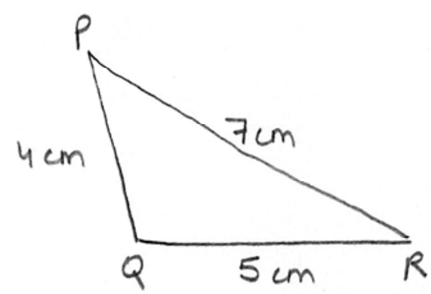
மேற்கண்ட சூழ்நிலைகளில் முக்கோணத்தை எவ்வாறு வரைய வேண்டும் என்பதைக் கற்போம்.

9.1 ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்க அளவுகள் தரும்போது முக்கோணத்தை வரைதல்

ஒரு வடிவியல் படத்தை வரைவதற்கு முன்பாக மாதிரி படத்தை வரைய வேண்டும். எனவே கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மாதிரி படத்தை வரைந்து அதில் நமக்கு கொடுத்துள்ள அளவுகளை குறிக்க வேண்டும்.

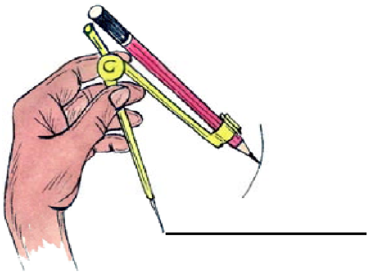
எடுத்துக்காட்டு 1 : PQ = 4 செ.மீ, QR = 5 செ.மீ, RP = 7 செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் PQR ஐ வரைக.

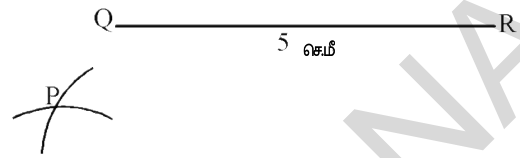
படி 1 : கொடுத்த முக்கோணத்தின் மாதிரி படத்தை வரைந்து, அளவுகளைக் குறிக்கவும்.



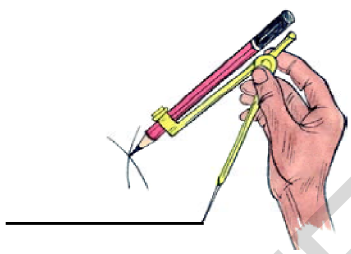
படி 2 : அளவுகோலின் உதவியுடன் 5 செ.மீ நீளம் உள்ள கோட்டுத்துண்டு QRஐ வரைக.

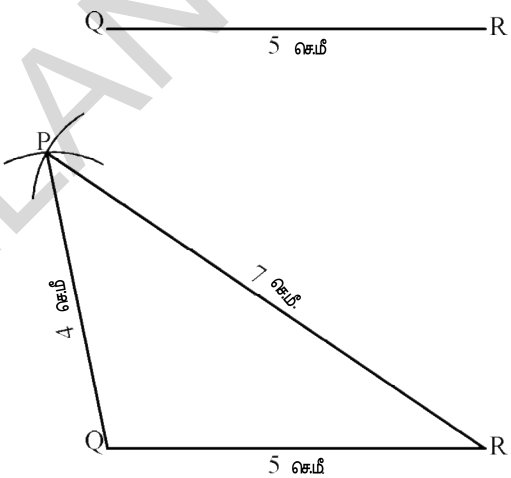
படி 3 : புள்ளி Qஐ மையமாகவும், 4 செ.மீ ஆரத்துடன் ஒரு வில் வரைக.





படி 4 : P புள்ளி, R புள்ளியிலிருந்து 7செ.மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனவே புள்ளி Rஐ மையமாக கொண்டு 7 செ.மீ ஆரத்துடன் ஏற்கனவே வரைந்த வில்லை வெட்டுமாறு மற்றொரு வில் வரைந்து வெட்டும் புள்ளியை P என குறிக்க வேண்டும்.





படி 5 : புள்ளி P ஐ புள்ளிகள் Q மற்றும் R களுடன் இணைக்கவும். நமக்கு தேவையான முக்கோணம் PQR வரையப்பட்டது.

முயன்று பார்

1. மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் உள்ள அளவுகளுடன் PQ அடிப்பக்கமாக உள்ளவாறு ஒரு முக்கோணத்தை வரைக. வரைந்த முக்கோணமும், மேற்கண்ட உதாரணத்தில் உருவான முக்கோணமும் சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகுமா?

2. உங்களின் நோட்டு புத்தகத்தில் PE = 4.5 செ.மீ, ET = 5.4 செ.மீ, மற்றும் TP = 6.5 செ.மீ, அளவுகள் உள்ளவாறு முக்கோணம் PET ஐ வரைக. ஒரு காகிதத்தின் மேல் AB = 5.4 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, மற்றும் CA = 6.5 செ.மீ, அளவுகளுடன் முக்கோணம் ABC ஐ வரைக. காகிதத்தின் மேல் வரைந்த முக்கோணம் ABC ஐ கத்தரித்து நோட்டுப்புத்தகத்தில் வரைந்த முக்கோணம் PETன் மேல் அமைக்க. இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களா? உன் விடையை கணித மொழியில் உன் நோட்டு புத்தகத்தில் எழுதவும்.

பயிற்சி - 1

1. AB = 5.5 செ.மீ, BC = 6.5 செ.மீ மற்றும் CA = 7.5 செ.மீ அளவுகளில் முக்கோணம் ABCஐ வரைக.

2. NI = 5.6 செ.மீ, IB = 6 செ.மீ மற்றும் BN = 6 செ.மீ அளவுகளில் முக்கோணம் NIB ஐ வரைக. உருவான முக்கோணம் எவ்வகையைச் சார்ந்தது?

3. 6.5 செ.மீ பக்க அளவு உள்ள சமபக்க முக்கோணம் APE ஐ வரைக.

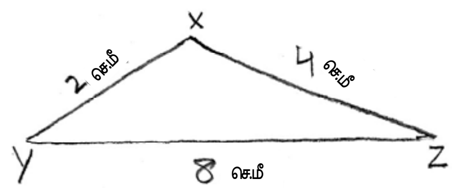
4. XY = 6 செ.மீ, YZ = 8 செ.மீ மற்றும் ZX = 10 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணம் XYZ ஐ வரைக. கோணமானியின் உதவியுடன் முனை Yயில் உள்ள கோணத்தை அளவிடு. XYZ எவ்வகை முக்கோணம்?

5. AB = 4 செ.மீ, BC = 7 செ.மீ மற்றும் CA= 3 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணம் ABCஐ வரைக. இது எவ்வகை முக்கோணம்?

6. PE = 4 செ.மீ, EN = 5 செ.மீ மற்றும் NP = 3 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணம் PEN ஐ வரைக. வரைதலின் போது வில் வரைவதற்கு பதிலாக வட்டங்களை வரைந்தால் எத்தனை வெட்டும் புள்ளிகள் தோன்றும்? கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளில் எத்தனை முக்கோணங்களை வரைய இயலும்? ஒவ்வொரு முறை முக்கோணங்கள் வரைதலின் போதும் இது மெய்யாகுமா?

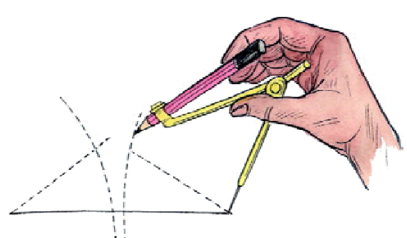
முயன்று பார்

XY = 2செ.மீ, YZ = 8 செ.மீ மற்றும் XZ = 4 செ.மீ அளவுகள் உள்ள முக்கோணம் XYZஐ வரையுமாறு கார்த்திக் ஒரு கேள்வியை உருவாக்கினான். இதற்கு ஒரு மாதிரி படத்தையும் வரைந்தான்.



இக்கேள்வியை படித்த சித்ரா இந்த அளவுகளில் முக்கோணத்தை வரைதல் இயலாது என்று கூறினாள். ஆனால் கார்த்திக் இம்முக்கோணத்தை வரைய படத்தில் காட்டியவாறு முயற்சித்தான்.

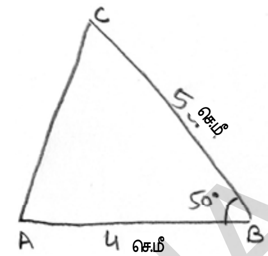
கார்த்திக்கினால் முக்கோணத்தை வரைய முடியுமா? முடியாதா? ஒருவேளை வரைய இயலாது எனில் ஏன் வரைய முடியாது? உன் நண்பனுடன் கலந்துரையாடு.



முக்கோணங்களின் எப்பண்பு சித்ரா கூறிய விவரத்தை சரியானது என்று உறுதி செய்கிறது.

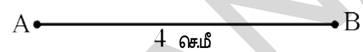
9.2 முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றின் இடைப்பட்ட கோண அளவும் தரப்பட்டால் முக்கோணத்தை வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு 2 : AB = 4 செ.மீ, BC = 5செ.மீ மற்றும் $\angle B = 50°$ அளவுகளுடைய Δ ABCஐ வரையவும்.

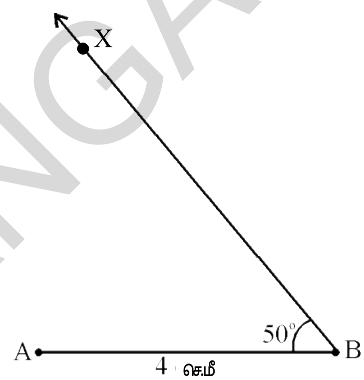


படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மாதிரிப் படத்தை வரைந்து அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

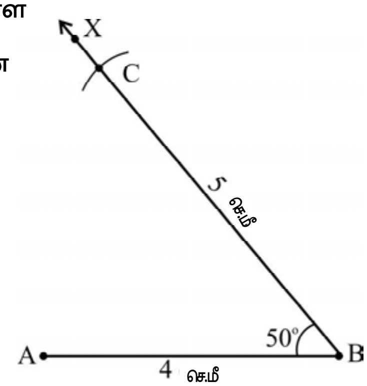
படி 2 : 4 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு ABஐ வரைக



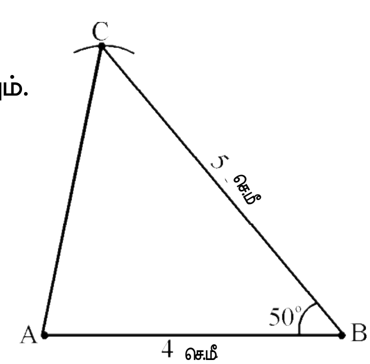
படி 3 : புள்ளி B யில் BA உடன் 50°கோணம் உள்ளவாறு கதிர் $\overrightarrow{BX}$ ஐ வரைக. (இந்த கோணத்தை அளவிட வடிவியல் கருவிப்பெட்டியில் உள்ள கோணமானியை பயன்படுத்தவும்)



படி 4 : புள்ளி ‘B’ ஐ மையமாகவும், 5 செ.மீ ஆரத்துடனும் உள்ள வில்லால் $\overrightarrow{BX}$ ஐ வெட்டவும் வெட்டியபுள்ளியை ‘C’ என பெயரிடுக.



படி 5 : C,A புள்ளிகளை அளவுகோலின் உதவியுடன் இணைக்கவும். நமக்கு தேவையான $\triangle$ABC வரையப்பட்டது.



1. $CA = 8$ செ.மீ, $\angle A = 60°$ மற்றும் $AR = 8$ செ.மீ அளவுள்ள ΔCAR வரைக. பக்கம் CRன் நீளத்தையும், கோணம் $\angle R$ மற்றும் $\angle C$-ஐயும் அளவிட்டு ΔCAR எவ்வகை முக்கோணம் என கூறு?

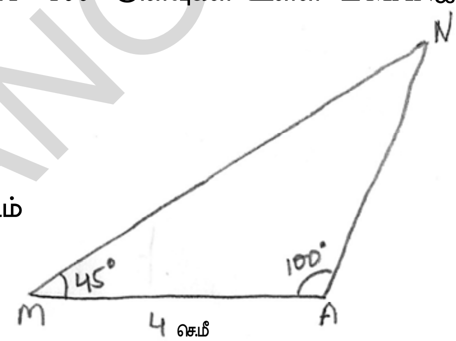
2. $AB = 5$ செ.மீ , $\angle B = 45°$ மற்றும் $BC = 6$ செ.மீ அளவுள்ள ΔABC ஐ வரைக.

3. $\angle R=100°$, $QR = RP = 5.4$ செ.மீ அளவுள்ள ΔPQRஐ வரைக.

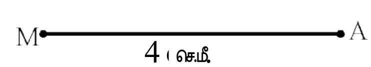
4. $TE = 3$செ.மீ, $\angle E = 90°$ மற்றும் $NE = 4$ செ.மீ அளவுள்ள ΔTENஐ வரைக.

9.3 இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடையே அமையும் பக்க அளவு கொடுக்கும்போது முக்கோணம் வரைதல்.

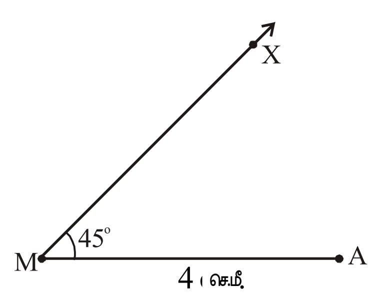
எடுத்துக்காட்டு 3 : $MA = 4$ செ.மீ, $\angle M = 45°$ மற்றும் $\angle A = 100°$ அளவுகள் உள்ள ΔMANஐ வரைக.



படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்திற்கு ஒரு மாதிரிப் படம் வரைந்து அளவுகளை குறிக்கவும்.



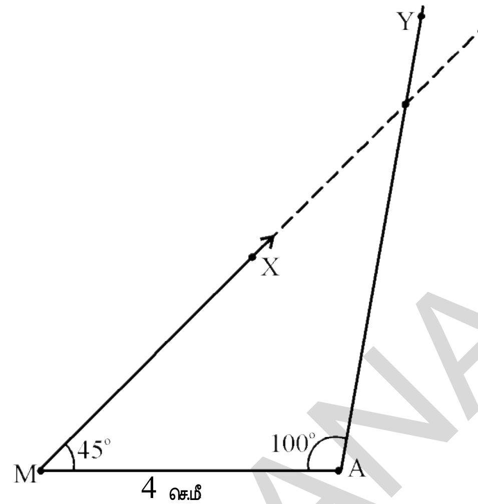
படி 2 : அளவுகோலின் உதவியுடன் 4 செ.மீ நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டு MA ஐ வரைக.

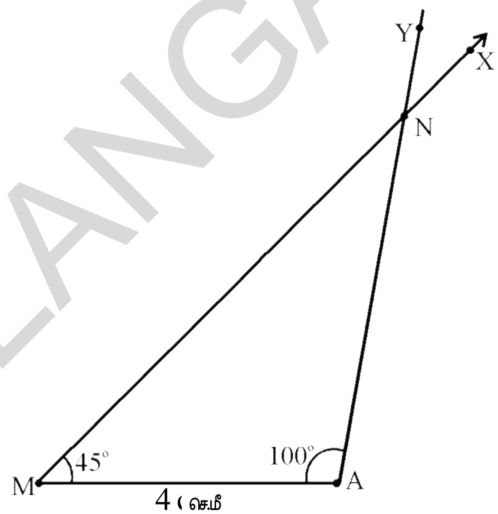


படி 3 : கோணமானியின் உதவியுடன் புள்ளி M-ல் MA உடன் 45° கோணம் உள்ளவாறு ஒரு கதிர் $\overrightarrow{MX}$ ஐ வரைக.

படி 4 : இதே போன்று புள்ளி A-ல் கோணமானியைப் பயன்படுத்தி MA-உடன் 100° கோணம் உள்ளவாறு கதிர் $\overrightarrow{AY}$ ஐ வரைக.

கதிர்கள் $\overrightarrow{MX}$ மற்றும் $\overrightarrow{AY}$ ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளும் வரை நீட்டுக.





படி 5 : இரண்டு கதிர்களும் வெட்டும் புள்ளி N ஆகும். Δ MAN நமக்கு தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

முயன்று பார்

கோணங்கள் 105° மற்றும் 95° மேலும் உங்களுக்கு பிடித்த பக்க அளவு கொண்ட ஒரு முக்கோணம் வரைய முயற்சிக்கவும். முக்கோணம் வரைய இயலுமா? உங்கள் நண்பர்களுடன் விவாதித்து பதில் அளிக்கவும்.

பயிற்சி - 3

1. NE = 6.4 செ.மீ, $\angle N = 50^\circ$ மற்றும் $\angle E = 100^\circ$ அளவுகளைக் கொண்டு Δ NET வரைக.

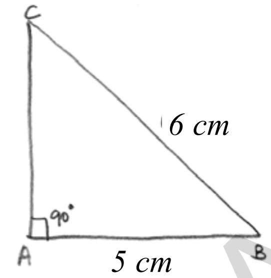
2. QR = 6 செ.மீ, $\angle Q = \angle R = 60^\circ$ அளவுகளைக் கொண்டு Δ PQR-ஐ வரைக. மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்களை அளவிடு. இது எவ்வகை முக்கோணம்?.

3. RN = 5 செ.மீ, $\angle R = \angle N = 45^\circ$ அளவுகளைப் பயன்படுத்தி Δ RUN வரைக. மூன்றாவது கோணம் மற்றும் மீதி இரண்டு பக்கங்களின் நீளத்தையும் கண்டறி. இது எவ்வகை முக்கோணம்?

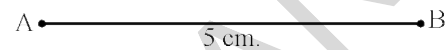
9.4 ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்க அளவு கொடுக்கப்படும் போது முக்கோணம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு 4 : முனை A ல் செங்கோணம் அமைந்து BC = 6 செ.மீ மற்றும் AB = 5 செ.மீ அளவுகள் உள்ள செங்கோண முக்கோணம் ABC வரைக.

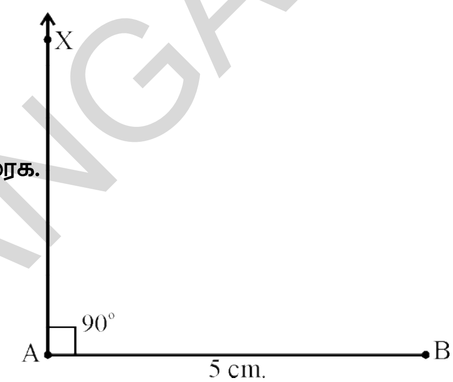
படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மாதிரி படம் வரைந்து அளவுகளை குறிக்கவும்.



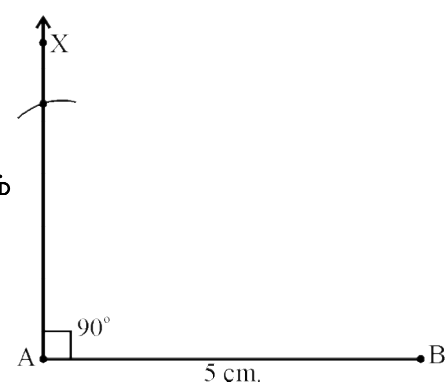
படி 2 : அளவுகோலின் உதவியுடன் 5 செ.மீ நீளமுள்ள ஒரு கோட்டுதுண்டு AB வரைக.



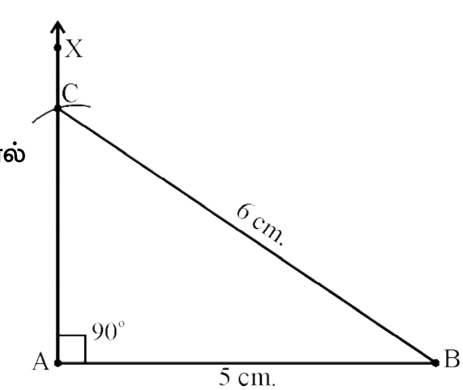
படி 3 : A புள்ளியில் கோணமானியை பயன்படுத்தி AB உடன் 90°கோணம் உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ ஐ வரைக.



படி 4 : புள்ளி Bஐ மையமாகவும் 6 செ.மீ ஆரத்துடனும் கதிர் $\overrightarrow{AX}$ ஐ வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரைக. வெட்டும் புள்ளி 'C' ஆகும்.



படி 5 : புள்ளிகள் B, C க்களை அளவுகோலின் உதவியால் இணைக்கவும். (உருவான Δ ABC நமக்கு தேவையான முக்கோணமாகும்) (அ) Δ ABC வரையப்பட்டது.



பயிற்சி - 4

1. $\angle B = 90°$, AB = 8 செ.மீ மற்றும் AC = 10 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட செங்கோண முக்கோணம் ΔABCஐ வரைக.

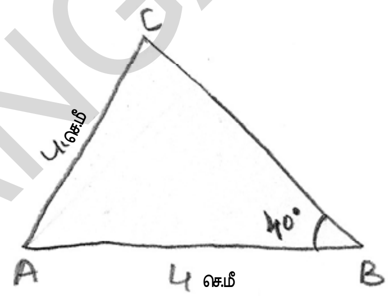
2. கர்ணம் 5 செ.மீ, ஒரு பக்கம் 4 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட Rல் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் செங்கோண முக்கோணம் ΔPQR வரைக.

3. $\angle Y = 90°$ மேலும் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகள் (கர்ணத்தை தவிர) ஒவ்வொன்றும் 5 செ.மீ உள்ளவாறு ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை வரைக.

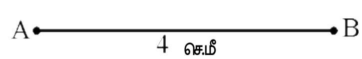
9.5 முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடையே அமையாத கோணத்தின் அளவு கொடுக்கும் போது முக்கோணம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு 5 : AB = 4 செ.மீ, AC = 4 செ.மீ, $\angle B = 40°$ அளவுகள் உள்ள ΔABCஐ வரைக.

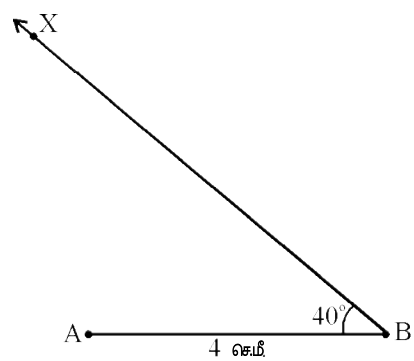
படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மாதிரிப் படத்தை வரைந்து அளவுகளைக் குறிக்கவும்.



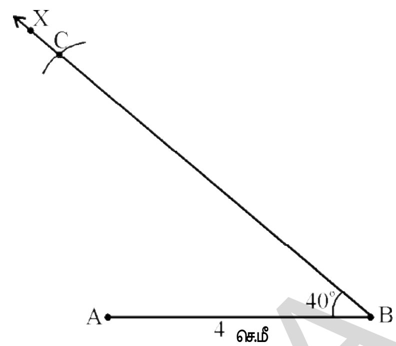
படி 2 : 4 செ.மீ நீளம் உள்ள கோட்டுத்துண்டு AB ஐ வரைக.



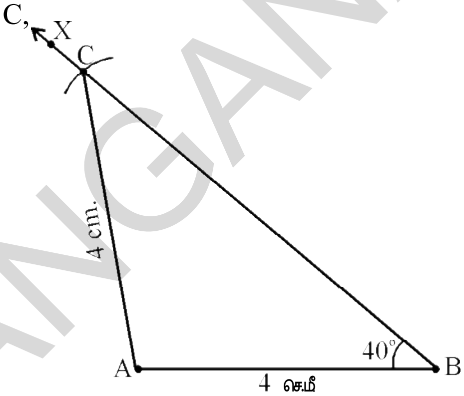
படி 3 : B புள்ளியில் கோணமானியைக் கொண்டு AB உடன் 40° கோணம் உள்ளவாறு ஒரு கதிர் $\overrightarrow{BX}$ ஐ வரைக.



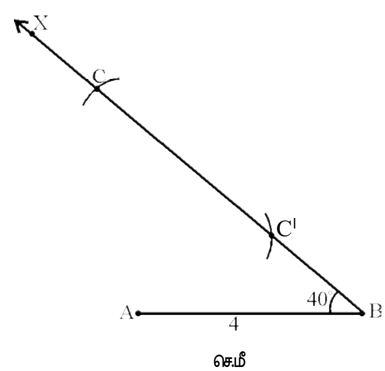
படி 4 : புள்ளி A ஐ மையமாகவும் 4 செ.மீ ஆரத்துடனும் கதிர் $\overrightarrow{BX}$ ஐ வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரைக.



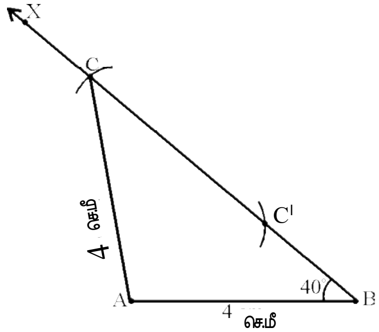
படி 5 : வெட்டிய புள்ளிக்கு C என பெயரிடுக. புள்ளிகள் C, A ஐ இணைக்கவும், ΔABC வரையப்பட்டது.

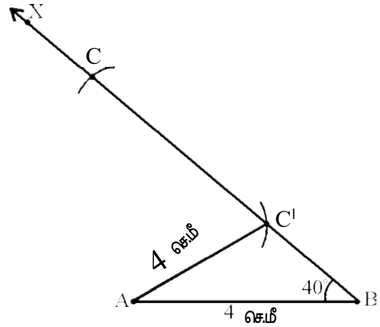


கதிர் $\overrightarrow{BX}$ ஐ வேறு ஏதேனும் புள்ளியில் வெட்டுதல் சாத்தியமாகுமா? $\angle B$ குறுங்கோணம் ஆதலால் 'A' ஐ மையமாகவும், 4செ.மீ ஆரத்துடனும் வரைந்த வட்டவில், கதிர் $\overrightarrow{BX}$ ஐ இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டுவதை கவனிக்கலாம்.



வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு C, C' என பெயரிடுக, புள்ளிகள் C, A ஐ இணைக்கும் போது ஒரு முக்கோணமும்; புள்ளிகள் C',A ஐ இணைக்கும் போது மற்றொரு முக்கோணமும் உருவாகின்றன. கீழே படத்திலுள்ளவாறு இரண்டு முக்கோணங்கள் உருவாதலை நாம் கவனிக்கலாம்.





முயன்று பார்

உங்களுக்கு பிடித்த இரண்டு பக்க அளவுகளும் ஒரு விரிகோண அளவும் (பக்கங்களுக்கு இடையே அமையாதவை) கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரைக. இம்முறையில் மேற்கூறிய இரண்டு முக்கோணங்கள் உருவாகுமா?

பயிற்சி- 5

1. $AB = 4.5$ செ.மீ, $AC = 4.5$ செ.மீ மற்றும் கோணம் $\angle B = 50°$ அளவுகளுடைய ΔABCஐ வரைக.

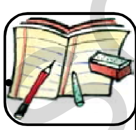
2. $XY = 4.5$ செ.மீ, $XZ = 3.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle Y = 70°$ அளவுகளைக் கொண்ட ΔXYZஐ வரைக.

3. பக்கங்கள் AN, AR ன் அளவுகள் முறையே 5செ.மீ மற்றும் 6செ.மீ, $\angle N=100°$ அளவுகளில் ΔANRஐ வரைக.

4. $QR = 5.5$ செ.மீ, $QP = 5.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 60°$. அளவுகளில் ΔPQRஐ வரைக. பக்கம் RP நீளத்தை அளவிடு. இது எவ்வகை முக்கோணம் எனக்கூறு?

5. கீழ்கண்ட பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் முக்கோணங்களை வரைக.

முக்கோணம்	அளவுகள்
ΔABC	$BC = 6.5$ செ.மீ, $CA = 6.3$ செ.மீ, $AB = 4.8$ செ.மீ.
ΔPQR	$PQ = 8$ செ.மீ, $QR = 7.5$ செ.மீ, $\angle PQR = 85°$
ΔXYZ	$XY = 6.2$ செ.மீ, $\angle Y = 130°$, $\angle Z = 70°$
ΔABC	$AB = 4.8$ செ.மீ, $AC = 4.8$ செ.மீ, $\angle B = 35°$
ΔMNP	$\angle N = 90°$, $MP = 11.4$ செ.மீ., $MN = 7.3$ செ.மீ.
ΔRKS	$RK = KS = SR = 6.6$ செ.மீ.
ΔPTR	$\angle P = 65°$, $PT = PR = 5.7$ செ.மீ.



முக்கிய கருத்துகள்

ஒரு முக்கோணத்தை வரைய மூன்று சாரா அளவுகள் தேவை.

(i) மூன்று பக்க அளவுகள்.

(ii) இரண்டு பக்க அளவுகள் மற்றும் அவற்றின் இடைப்பட்ட கோணம் கொடுக்கும் போது.

(iii) இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் இடைப்பட்ட பக்க அளவுகள் கொடுக்கும் போது.

(iv) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்க அளவு கொடுக்கும் போது.

(v) இரண்டு பக்க அளவுகள் மற்றும் அவற்றிற்கிடையே அமையாத கோணம் கொடுக்கும் போது வரைதல்.

இயற்கணித கோவைகள் 10

10.0 அறிமுகம்

மாறியின் மதிப்பு நிலையானதல்ல என்றும், மாறிலியின் மதிப்பு நிலையானது என்றும் நீங்கள் 6-ஆம் வகுப்பில் கற்றிருப்பீர்கள். அவ்வாறே x, y, z, a, b , p, m போன்ற எழுத்துக்களை பயன்படுத்தி மாறியின் மதிப்பு எவ்வாறு குறிப்பிடுவது என அறிந்தோம். மேலும் $2x - 3$ போன்ற எளிய இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பற்றியும் கற்றோம். இதுபோன்ற இயற்கணித கோவைகள் சூத்திரங்களை உருவாக்குவதிலும் தீர்வுகளை கண்டறிவதில் எவ்வாறு பயன்படுகின்றன எனவும் தெரிந்துகொண்டோம்.

இந்த அத்தியாயத்தில் நீங்கள் இயற்கணித கோவைகள் பற்றியும் அவற்றின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் பற்றியும் மிக விவரமாக கற்பீர்கள். முதலில் நாம் 'ஓரின உறுப்புகள்', 'வேறின உறுப்புகள்' மற்றும் 'குணகம்' பற்றி அறியலாம்.

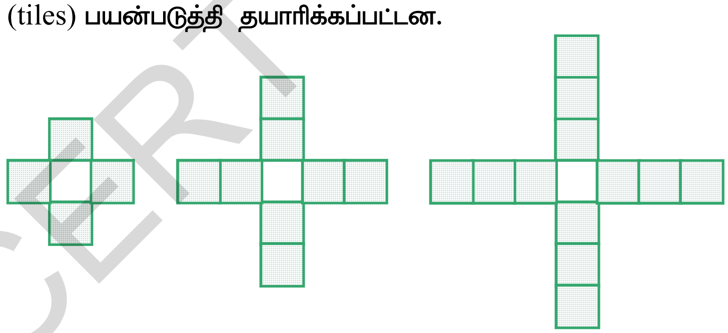
6 ஆம் வகுப்பில் இயற்கணிதத்தில் நாம் கற்றதை ஒருமுறை நினைவுகூர்வோம்.

பயிற்சி - 1

1. கீழ்கண்ட வடிவங்களில் பயன்படுத்தும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை கண்டறியும் சூத்திரத்தை எழுது.

   (i) 'H' வடிவம் (ii) 'V' வடிவம்

2. கீழ்கண்ட வடிவங்கள் வண்ண தரை ஓடுகள் (tiles) மற்றும் வெள்ளை தரை ஓடுகள் (tiles) பயன்படுத்தி தயாரிக்கப்பட்டன.



படம் 1 படம் 2 படம் 3

   (i) மேற்கண்ட வடிவத்தில் அடுத்ததாக வரும் இரண்டு வடிவங்களின் படங்களை வரைக.

   (ii) கீழ்கண்ட அட்டவணையில் உள்ள காலியான கட்டங்களை நிரப்பி அவ்வடிவத்தை இயற்கணித கோவையின் வடிவில் தெரிவி.

படத்தின் எண்	1	2	3	4	5
வண்ண தரை ஓடுகளின் (tiles) எண்ணிக்கை					

(iii) கீழ்கண்ட அட்டவணையில் உள்ள காலியான இடங்களை நிரப்பி அவ்வடிவமைப்பை இயற்கணித கோவை வடிவில் தெரிவி.

படத்தின் எண்	1	2	3	4	5
மொத்த தரை ஓடுகளின் (tiles) எண்ணிக்கை	5				

3. மாறி, மாறிலி மற்றும் கணித குறிகளைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்ட வாக்கியங்களை இயற்கணித வடிவமாக எழுது.

(i) p ஐ விட 6 அதிகம்

(ii) 'x' ன் மதிப்பிற்கு 4 குறைந்தால்

(iii) y லிருந்து 8 கழிக்கப்பட்டது

(iv) q என்பது 5ஆல் பெருக்கப்பட்டது

(v) y என்பது 4ஆல் வகுக்கப்பட்டது

(vi) 'p', 'q' களின் பெருக்கற்பலனில் நான்கில் ஒரு பாகம்

(vii) 'z' ன் 3வது மடங்குடன் 5 கூட்டினால்

(viii) x ஐ 5ஆல் பெருக்கி 10 ஐ கூட்டினால்

(ix) 'y' ன் இருமடங்கிலிருந்து 5 ஐ கழித்தால்

(x) y ஐ 10ஆல் பெருக்கி 13 ஐ கூட்டினால்

4. கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவைகளை வாக்கிய வடிவில் எழுது.

(i) $x + 3$ (ii) $y - 7$ (iii) $10l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m + 11$ (vi) $2y - 5$

5. கீழே சில சூழ்நிலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த சூழ்நிலையில் அவ்வெண் மாறிலி ஆகுமா? அல்லது மாறி ஆகுமா? தெரியப்படுத்து.

எடுத்துக்காட்டு : நம் வயது தொடர்ந்து மாறிக்கொண்டே இருக்கும். இதில் வயது ஒரு மாறியை தெரிவிக்கிறது.

(i) ஜனவரி மாதத்தில் நாட்களின் எண்ணிக்கை

(ii) ஒரு நாளில் வெப்பநிலை

(iii) உங்கள் வகுப்பறையின் நீளம்

(iv) வளரும் தாவரத்தின் உயரம்

10.1 இயற்கணித உறுப்பு மற்றும் எண் உறுப்பு

$2x + 9$ எனும் இயற்கணித கோவையை பரிசீலிக்கலாம். இங்கு 'x' என்பது 2ஆல் பெருக்கப்பட்டு பின்பு 9 கூட்டப்பட்டது. '2x' மற்றும் '9' என்பன $2x + 9$ன் உறுப்புகள் எனப்படுகின்றன. $2x$ என்பது இயற்கணித உறுப்பு, 9 என்பது எண் உறுப்பு என அழைக்கப்படுகிறது.

$3x^2 - 11y$ எனும் இயற்கணித கோவையை பரிசீலிக்கவும்.

$3x^2$ என்பது $3, x, x$ களின் பெருக்கற்பலன். $11y$ என்பது $11, y$ களின் பெருக்கற்பலன். $11y$ ஐ $3x^2$லிருந்து கழித்தால் $3x^2 - 11y$ எனும் இயற்கணித கோவை வருகிறது. $3x^2 - 11y$ கோவையில் $3x^2$ ஒரு உறுப்பு மற்றும் $11y$ மற்றொரு உறுப்பு.

> x ஐ x உடன் பெருக்கும்போது பெருக்கற்பலன் x^2எனவும், x ஐ மூன்று முறை பெருக்கும் போது $x \times x \times x = x^3$ எனவும் எழுதுவோம். அவ்வாறே 4×4 ஐ 4^2 ஆகவும், $6 \times 6 \times 6$ ஐ 6^3ஆகவும் எழுதுவோம். 4^2, 6^3களில் 4,6ஐ அடிமானம் என்றும் 2,3ஐ அடுக்கு என்றும் அழைப்பர்.

இதை செய்

கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் கண்டறிந்து எழுது.

(i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x - 7$ (v) $5x + 8 - 2(-y)$ (vi) $7x^2 - 2x$

10.1.1 ஓரின உறுப்புகள் மற்றும் வேறின உறுப்புகள்

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி :

(i) $5x$ மற்றும் $8x$ (ii) $7a^2$ மற்றும் $14a^2$

(iii) $3xy$ மற்றும் $4xy$ (iv) $3xy^2$ மற்றும் $4x^2y$

முதல் எடுத்துக்காட்டில், இரண்டு உறுப்புகளும் ஒரே மாதிரியான மாறி x ஐ பெற்றுள்ளன. மேலும் மாறியின் அடுக்கு 1.

இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில், இரண்டு உறுப்புகளும் ஒரே விதமான மாறி a ஐ பெற்றுள்ளன. இரண்டு மாறிகளின் அடுக்குகளும் சமம். அதாவது 2 ஆக உள்ளது.

மூன்றாவது எடுத்துக்காட்டில், இரண்டு உறுப்புகளும் ஒரே விதமான மாறிகள் x, y களை பெற்றுள்ளன. இரண்டு உறுப்புகளில் மாறி x ன் அடுக்கு 1 மற்றும் மாறி y ன் அடுக்கு 1.

நான்காவது எடுத்துக்காட்டில், இரண்டு உறுப்புகளும் ஒரே விதமான மாறிகள் x,yகளை பெற்றுள்ளன. ஆனால் அவற்றின் அடுக்குகள் சமமாக இல்லை. முதல் உறுப்பில் x ன் அடுக்கு 1 இரண்டாவது உறுப்பில் x ன் அடுக்கு 2. அவ்வாறே முதல் மற்றும் இரண்டாவது உறுப்புகளில் yன் அடுக்குகள் முறையே 2,1.

இவ்வெடுத்துக்காட்டுகளில் முதல் மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளில் உள்ள சோடிகள் ஓரின உறுப்புகள். ஆனால் நான்காவது எடுத்துக்காட்டில் உள்ள சோடி வேறின உறுப்புகள்.

சமமான அடுக்குகளை பெற்று ஒரே விதமான மாறிகளை பெற்றுள்ள உறுப்புகள் ஓரின உறுப்புகள் எனப்படும்.

இதை செய்

1. ஓரின உறுப்புகளை ஓர் குழுவாக எழுது.

   $12x, 12, 25x, -25, 25y, 1, x, 12y, y, 25xy, 5x^2y, 7xy^2, 2xy, 3xy^2, 4x^2y$

2. சரியா? தவறா? காரணங்கள் தெரிவி.

   (i) $7x^2$ மற்றும் $2x$ வேறின உறுப்புகள்

   (ii) pq^2 மற்றும் $-4pq^2$ ஓரின உறுப்புகள்

   (iii) xy, $-12x^2y$ மற்றும் $5xy^2$ ஓரின உறுப்புகள்

10.2 குணகம் (Co-efficient)

$9xy$ ல் '9' என்பது 'xy' ன் குணகம் ஏனெனில் $9(xy) = 9xy$

'x' என்பது '$9y$' ன் குணகம் ஏனெனில் $x(9y) = 9xy$

'y' என்பது '$9x$' ன் குணகம் ஏனெனில் $y(9x) = 9xy$

'$9x$' என்பது 'y' ன் குணகம் ஏனெனில் $9x(y) = 9xy$

$9y$ என்பது 'x' ன் குணகம் ஏனெனில் $9y(x) = 9xy$

xy என்பது '9' ன் குணகம் ஏனெனில் $xy(9) = 9xy$

9 என்பது ஓர் எண். எனவே 9 ஐ எண் குணகம் என்பர். x, y மற்றும் xy கள் மாறிகள் என்பதால் அவற்றை எழுத்து குணகங்கள் என்பர்.

இதேப்போன்று '$-5x$' ல் '-5' எண் குணகம், 'x' எழுத்து குணகம்.

முயன்று பார்

(i) 'x' ல் எண் குணகம் எவ்வளவு?

(ii) '$-y$' ல் எண் குணகம் எவ்வளவு?

(iii) '$-3z$'ல் எழுத்து குணகம் எவ்வளவு ?

(iv) எண் குணகம் ஓர் மாறிலியா?

(v) எழுத்து குணகம் எப்பொழுதும் ஒரு மாறியா?

10.3 கோவைகள்

ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளின் கூடுதல் மற்றும் வேறுபாட்டை கோவை என்பர்.

எடுத்துக்காட்டு : $6x + 3y$, $3x^2 + 2x + y$, $10y^3 + 7y + 3$, $9a + 5$, $5a + 7b$, $9xy$, $5 + 7 - 2x$, $9 + 3 - 2$

குறிப்பு : பெருக்கல் ('×') வகுத்தல் ('÷') குறிகள் உறுப்புகளை வேறுபடுத்தி காட்டாது. உதாரணமாக

$2x \times 3y$ மற்றும் $\dfrac{2x}{3y}$ என்பன ஒரே உறுப்புகள் ஆகும்.

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட கோவைகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 எண் கோவைகள் மற்றும் இயற்கணித கோவைகள்

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி.

(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

(i), (ii), (v) மற்றும் (vii) எடுத்துக்காட்டுகளில் ஏதேனும் எழுத்துக் குறிகளை கவனித்தீர்களா?

ஒரு கோவையில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் மாறிலி எனில் அக்கோவையை எண் கோவை என அழைப்பர். ஒரு கோவையில் குறைந்தது ஒரு எழுத்து உறுப்பு இருந்தால் அக்கோவை இயற்கணிதக் கோவை எனப்படும்.

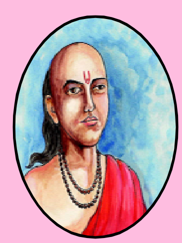
முயன்று பார்

மூன்று உறுப்புகளை கொண்டுள்ள ஏதேனும் மூன்று இயற்கணித கோவைகளை எழுது.

ஆர்யபட்டா (இந்தியா)

கி.பி.475 - 550

கி.பி. 5 ஆம் நூற்றாண்டில் கணித மேதை ஆர்யபட்டா முதன் முதலாக இயற்கணித கோவைகளை பயன்படுத்தினார். இந்தியாவின் முதல் செயற்கை கோளுக்கு ஆரியபட்டா என பெயரிடப்பட்டது



10.3.2 இயற்கணித கோவையின் வகைகள்

ஓர் இயற்கணித கோவையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை பொறுத்து அக்கோவை வெவ்வேறு பெயர்களால் அழைக்கப்படுகிறது.

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	இயற்கணித கோவையின் பெயர்	எடுத்துக்காட்டுகள்
ஓர் உறுப்பு	ஒருறுப்பு	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
இரண்டு வேறின உறுப்புகள்	ஈருறுப்பு	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
மூன்று வேறின உறுப்புகள்	மூவுறுப்பு	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
ஒன்றை விட அதிகமான வேறின உறுப்புகள்	பல்லுறுப்பு	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

குறிப்பு : ஈருறுப்பு, மூவுறுப்புக் கோவைகள் கூட பல்லுறுப்புக் கோவைகளே ஆகும்.

இதை செய்

1. வெவ்வேறு வகை இயற்கணித கோவைகளுக்கு இரண்டு உதாரணங்கள் தருக.
2. கீழே உள்ள கோவைகளில் எவை ஒருறுப்பு, ஈருறுப்பு, மூவுறுப்பு, பல்லுறுப்பு கோவைகள் என கண்டறி.

(i) $5x^2 + y + 6$ (ii) $3xy$

(iii) $5x^2y + 6x$ (iv) $a + 4x - xy + xyz$

10.4 இயற்கணித கோவையின் படி

இயற்கணிதக் கோவையின் படி பற்றி அறிந்து கொள்வதற்கு முன் ஒருறுப்பு கோவையின் படி என்றால் என்ன என விவாதிப்போம்.

10.4.1 ஒருறுப்புக் கோவையின் படி

$9x^2y^2$ எனும் இயற்கணித கோவையை கவனி.

1. மேற்கண்ட உறுப்பில் 'x' ன் அடுக்கு எவ்வளவு?
2. $9x^2y^2$ ல் 'y' ன் அடுக்கு எவ்வளவு?
3. இவ்விரு அடுக்குகளின் மொத்தம் எவ்வளவு?

ஒருறுப்பு கோவையிலுள்ள மாறிகளின் அடுக்குகளின் மொத்தத்தை அவ்வுறுப்பின் படி அல்லது ஒருறுப்பு கோவையின் படி என்பர்.

கீழ்கண்ட அட்டவணையை கவனி.

வ.எண்	ஒருறுப்புகோவை	அடுக்குகள்			ஒருறுப்பு கோவையின்படி
		x	y	z	
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	-3xyz	1	1	1	1 + 1 + 1 = 3
4	$8y^2z^2$	-	2	2	2 + 2 = 4

10.4.2 மாறிலிகளின் படி

5 ஓர் மாறிலி. இதன் 'படி' பற்றி இப்பொழுது விவாதிக்கலாம்.

$x^o = 1$,எனவே 5 ஐ $5x^o$ என எழுதலாம்.

$5=5x^o$ மாறிலியின் அடுக்கு '0'. எனவே 5ன் அடுக்கு '0'

ஒவ்வொரு மாறிலியின் அடுக்கு பூஜ்ஜியம்.

10.4.3 இயற்கணித கோவையின் படி

கீழ்கண்ட அட்டவணையை கவனி.

வ.எண்	இயற்கணிதக் கோவை	ஒவ்வொரு உறுப்பின் படி				அதிகபட்ச படி
		முதல் உறுப்பு	இரண்டாம் உறுப்பு	மூன்றாம் உறுப்பு	நான்காம் உறுப்பு	
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz + y$	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில் ஓர் உறுப்பின் அதிகபட்ச படி 4. எனவே அந்த இயற்கணித கோவையின் படி 4. அவ்வாறே எடுத்துக்காட்டு 3 ன் படி 3 மற்றும் எடுத்துக்காட்டு 4 ன் படி 4.

ஓர் இயற்கணித கோவையில் எல்லா உறுப்புகளின் படிகளில் அதிகபட்ச படி அந்த கோவையின் படி எனப்படும்.

பயிற்சி- 2

1. கீழ்கண்டவற்றில் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள ஓரின உறுப்புகளை கண்டறிந்து ஒரு குழுவாக எழுது.

(i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

(iii) $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2. கீழ்கண்ட கோவைகளில் எவை எண் கோவைகள் எவை, இயற்கணித கோவைகள் என கண்டறிந்து எழுது.

(i) $x + 1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30 + 16$

(iv) $4p^2-5q^2$ (v) 96 (vi) x^2-5yz

(vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

(x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2+6b^2-5$

3. கீழ்கண்ட இயற்கணிதக் கோவைகளில் எவை ஓருறுப்பு, ஈருறுப்பு, மூவுறுப்பு, பல்லுறுப்பு கோவைகள் என கண்டறிந்து எழுது.

(i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1 + x + x^2$

(iv) $7mn$ (v) $a^2 + b^2$ (vi) $100\ xyz$

(vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2 y^2 + 4x$

(x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு ஓருறுப்பு கோவையின் படி என்ன?

(i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (iii) xy^2z^2

(iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5. கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவைகளின் படியை கண்டுபிடி?

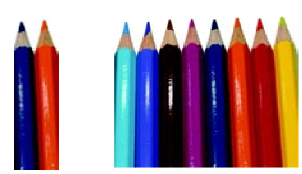
(i) $3x-15$ (ii) $xy + yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

(iv) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6. ஒரே மாதிரி படியை கொண்டுள்ள ஏதேனும் இரண்டு இயற்கணிதக் கோவைகளை எழுது.

10.5 ஓரின உறுப்புகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

கீழ்கண்ட கணக்குகளை பரிசீலிக்க.



1. சிந்துவிடம் சில பென்சில்கள் உள்ளன. ரவியிடம் சிந்துவிடம் உள்ள பென்சில்களை விட நான்கு மடங்கு அதிகமான பென்சில்கள் உள்ளன. இருவரிடமும் உள்ள மொத்த பென்சில்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

2. தோனி மற்றும் விஜய் ஒரு கடைக்கு சென்றனர். தோனி 7 புத்தகங்கள் வாங்கினார். மேலும் விஜய் 2 புத்தகங்கள் வாங்கினார். புத்தங்கள் அனைத்தும் ஒரே விலையுடையன எனில் தோனி, விஜயை விட எவ்வளவு தொகை அதிகமாக செலுத்த வேண்டும்?

இதுபோன்ற வினாக்களுக்கு பதில் தேவை எனில் நாம் ஓரின உறுப்புகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செய்தல் எவ்வாறு என தெரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

நாம் இப்பொழுது இரண்டு வினாக்களுக்கும் விடை தெரிந்து கொள்வோம்.

1. சிந்துவிடம் எத்தனை பென்சில்கள் உள்ளன என்று கணக்கில் தரவில்லை. எனவே பென்சில்களின் எண்ணிக்கை 'x' என்க. ரவியிடம் உள்ள பென்சில்கள் சிந்துவிடம் உள்ளதைப் போல் நான்கு மடங்கு எனவே $4 \times x = 4x$. இருவரிடமும் உள்ள மொத்த பென்சில்களின் எண்ணிக்கை தேவையெனில் x மற்றும் $4x$ஐ கூட்ட வேண்டும். எனவே மொத்த பென்சில்களின் எண்ணிக்கை $= x + 4x = (1 + 4)\,x = 5x$

2. புத்தகத்தின் விலை கணக்கில் தரவில்லை. எனவே அதை 'y' என்க.

   எனவே தோனி செலவு $7 \times y = ₹\ 7y$

   விஜய் செலவு $2 \times y = ₹\ 2y$

   எனவே தோனி, விஜயை விட அதிகமாக செலுத்த வேண்டிய தொகை $= 7y - 2y = (7-2)y$
   $= ₹\ 5y$

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து $x + 4x = 5x,\ 7y - 2y = 5y$ என அறிந்தோம்.

இரண்டு அல்லது அதை விட அதிக ஓரின உறுப்புகளின் மொத்தம் அதன் குணகங்களின் மொத்தத்திற்கு சமம். மேலும் ஓரின உறுப்புகளின் மொத்தம் ஓரின உறுப்பாகும்.

இரண்டு ஓரின உறுப்புகளின் வேறுபாடு ஓர் ஓரின உறுப்பாகும். மேலும் இப்பலனின் ஓரின உறுப்பின் எண் குணகம் அவற்றின் ஓரின உறுப்புகளின் எண் குணகங்களின் வித்தியாசத்திற்கு சமம்.

இதை செய்

1. ஓரின உறுப்புகளின் மொத்தம் கண்டறி.

   (i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$

   (iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$ (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$

   (vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2. இரண்டாவது உறுப்பிலிருந்து முதல் உறுப்பை கழி.

   (i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$

   (iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 வேறின உறுப்புகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்.

$3x$ மற்றும் $4y$ என்பன வேறின உறுப்புகள். அவற்றின் மொத்தம் $3x + 4y$ என எழுதலாம்.

'x', 'y' வெவ்வேறு மாறிகள். எனவே பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்தி இவற்றை கூட்ட இயலாது.

10.6 இயற்கணித கோவைகளை சுருக்குதல்

$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$

எனும் இயற்கணிதக் கோவையை கவனி. இக்கோவையில் $9x^2$, $-3x^2$; $5y^2$, $-y^2$ மற்றும் $-4xy$, $+6xy$, $2xy$ என்பன ஓரின உறுப்புகள். இந்த ஓரின உறுப்புகளை கூட்டுவதன் மூலம் இயற்கணித கோவையை சுருக்கலாம்.

மேற்கண்ட இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு சுருக்குவது என்பதை கற்போம்.

வ.எண்	படிகள்	முறை
1.	கொடுத்த இயற்கணித கோவையை எழுதவும்	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	ஓரின உறுப்புகளை ஓரிடத்திற்கு கொண்டுவருக	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	ஓரின உறுப்புகளை கூட்டுக	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2 = 6x^2 + 4xy + 4y^2$

குறிப்பு : ஒரு கோவையில் எவ்விரண்டு உறுப்புகளும் ஓரின உறுப்புகள் அல்ல எனில் அது சுருக்கிய வடிவில் உள்ளதாக கொள்ள வேண்டும்.

மற்றொரு எடுத்துக்காட்டு : $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$ ஐ கவனி.

படி 1 : $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

படி 2 : $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4-9)$ (ஓரின உறுப்புகளை ஓரிடத்திற்கு கொண்டு வருதல்)

படி 3 : $3x^2y + 4xy^2 - 5$

இதை செய்

1. சுருக்குக.

(i) $3m + 12m - 5m$ (ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$ (iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$ (vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 இயற்கணித கோவையின் திட்ட வடிவம்

$3x + 5x^2 - 9$ ஐ கவனி. இதில் முதல், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது உறுப்புகளின் படிகள் முறையே 1,2 மற்றும் 0. படிகள் இறங்கு வரிசையில் இல்லை என்பதை நாம் அறிகிறோம்.

உறுப்புகளின் படிகள் இறங்கு வரிசையில் எழுதினால் மேற்கண்ட கோவை $5x^2 + 3x - 9$ ஆக மாறுகிறது. இந்த வடிவத்தில் இருக்கும் இயற்கணிதக் கோவையை திட்ட வடிவம் (standard form) என்பர். 3c + 6a –2b ஐ கவனி. கோவையில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளின் படிகள் சமம். எனவே இந்த கோவை திட்ட வடிவத்திலேயே உள்ளது. இது மேலும் சிறப்பாக அமைய 6a –2b + 3c என எழுதலாம்.

ஓர் இயற்கணிதக் கோவையில் உள்ள உறுப்புகளின் படிகள் இறங்கு வரிசையில் இருந்தால் அந்த இயற்கணிதக் கோவை திட்ட வடிவத்தில் உள்ளது எனலாம்.

திட்ட வடிவத்தில் உள்ள இயற்கணித கோவைகளுக்கு எடுத்துக்காட்டு (i) $7x^2+2x+11$

(ii) $5y^2-6y-9$

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட கோவைகளை திட்ட வடிவத்தில் எழுதவும்.

   (i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

   (iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2. கீழ்கண்ட கோவைகளில் திட்ட வடிவத்தில் உள்ளவற்றை கண்டுபிடி.

   (i) $9x^2+6x+8$ (ii) $9x^2+15+7x$

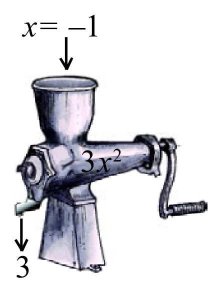
   (iii) $9x^2+7$ (iv) $9x^3+15x+3$

   (v) $15x^2+x^3+3x$ (vi) $x^2y+xy+3$

   (vii) $x^3+x^2y^2+6xy$

3. திட்ட வடிவத்தில் உள்ள ஏதேனும் 5 இயற்கணித கோவைகளை எழுதவும்.

10.8 ஒரு கோவையின் மதிப்பை கண்டறிதல்



எடுத்துக்காட்டு 1 : $x=-1$ எனில் $3x^2$ மதிப்பை கண்டுபிடி.

தீர்வு : படி 1 : $3x^2$ (கொடுத்த கோவையை எழுது)

படி 2 : $3(-1)^2$ (மாறியின் மதிப்பை பிரதியிடு)

படி 3 : $3(1)=3$

எடுத்துக்காட்டு 2 : $x=0$ மற்றும் $y=-1$ எனில் x^2-y+2 மதிப்பை கண்டுபிடி.

தீர்வு : படி : x^2-y+2 (கொடுத்த கோவையை எழுது)

படி 2 : $0^2-(-1)+2$ (மாறிகளின் மதிப்பை பிரதியிடு)

படி 3 : $1+2=3$

எடுத்துக்காட்டு 3 : முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $A=\frac{1}{2}bh$ மற்றும் $b=12$ செ.மீ, $h=7$செ.மீ எனில் முக்கோணத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

தீர்வு : படி 1 : $A=\frac{1}{2}bh$

படி 2 : $A=\frac{1}{2}\times12\times7$

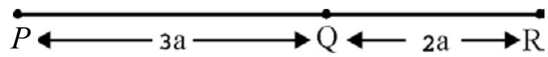
படி 3 : $A=42$ ச.செ.மீ.

முயற்சி செய்

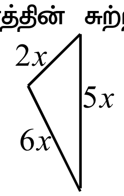
1. $x = -3$ எனில் '$-9x$' ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.
2. $x = -3$ எனில் கோவையின் மதிப்பு -9 உள்ளவாறு ஓர் இயற்கணித கோவையை எழுது.

பயிற்சி - 3

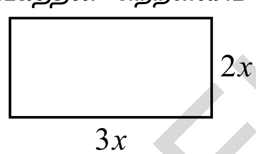
1. PR கோட்டுத்துண்டின் நீளத்தை 'a' உறுப்புகளில் கண்டுபிடி.



2. (i) கீழ்கண்ட முக்கோணத்தின் சுற்றளவை கண்டுபிடி.



(ii) கீழ்கண்ட செவ்வகத்தின் சுற்றளவை கண்டுபிடி.



3. முதல் உறுப்பிலிருந்து இரண்டாவது உறுப்பை கழி.

(i) $8x, 5x$ (ii) $5p, 11p$ (iii) $13m^2, 2m^2$

4. . $x = 1$ எனில் கீழ்கண்ட ஓருறுப்புக் கோவைகளின் மதிப்பை காண்.

(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5. $4x + x - 2x^2 + x - 1$ கோவையை சுருக்குக. $x = -1$எனில் அதன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

6. $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ ஐ சுருக்குக. $x = -2$ எனில் அதன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

7. $x = 1$; $y = 2$ எனில் கீழ்கண்ட கோவைகளின் மதிப்பை கண்டுபிடி.

(i) $4x-3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$

8. செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $A = l \times b$. $l = 9$ செ.மீ, $b = 6$ செ.மீ எனில் செவ்வகத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

9. தனிவட்டி $I = \dfrac{PTR}{100}$, P = ₹ 900, T = 2 வருடங்கள் மற்றும் R = 5% எனில் தனிவட்டியை கண்டுபிடி.

10. வேகம், தூரம் மற்றும் காலம் இடையே உள்ள தொடர்பு $s = \frac{d}{t}$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தூரம் d = 135 மீட்டர்கள் மற்றும் t = 10 வினாடி எனில் வேகம் கண்டுபிடி.

10.9 இயற்கணித கோவைகளின் கூட்டல்

கீழ்கண்ட வினாவை பரிசீலிக்க.

1. குபேரனிடம் சில மாம்பழங்கள் உள்ளன. ரோஜாவிடம் குபேரனை விட 9 மாம்பழங்கள் அதிகமாக உள்ளன. கௌசல்யா தன்னிடம் குபேரன் மற்றும் ரோஜாவிடம் உள்ள மொத்த பழங்களை விட 4 அதிகமாக உள்ளது என கூறினாள் எனில் கௌசல்யாவிடம் உள்ள மாம்பழங்கள் எத்தனை?

குபேரனிடம் எத்தனை மாம்பழங்கள் உள்ளனவோ நமக்கு தெரியாது. எனவே அவனிடம் உள்ளவற்றை x மாம்பழங்கள் என்க.

ரோஜாவிடம் குபேரனிடம் உள்ளதை விட 9 மாம்பழங்கள் அதிகமாக உள்ளன.
எனவே ரோஜாவிடம் உள்ளவை $= x + 9$ மாம்பழங்கள்
கௌசல்யாவிடம் உள்ள பழங்களின் எண்ணிக்கை குபேரன் மற்றும் ரோஜாவிடம் உள்ள மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை விட 4 அதிகம்.
எனவே கௌசல்யாவிடம் உள்ள பழங்கள் $= x + (x + 9) + 4$
$= 2x + 13$ பழங்கள்

2. ஒரு கணித தேர்வில் பழனியை விட ரவீந்திரனுக்கு 11 மதிப்பெண்கள் அதிகமாக வந்தன. விஜயகுமாருக்கு பழனி மற்றும் ரவீந்திரன் ஆகிய இருவருக்கும் வந்த மொத்த மதிப்பெண்களை விட 4 குறைவாக வந்தன எனில் விஜயகுமாருக்கு வந்த மதிப்பெண்கள் எத்தனை?

நமக்கு பழனிக்கு வந்த மதிப்பெண்கள் தெரியாது. எனவே பழனிக்கு வந்த மதிப்பெண்கள் x மதிப்பெண்கள் என்க. ரவீந்திரனுக்கு பழனியை விட 11 மதிப்பெண்கள் அதிகம் வந்தன. எனவே ரவீந்திரனுக்கு வந்த மதிப்பெண்கள் $x+11$ மதிப்பெண்கள். விஜயகுமாருக்கு இருவரின் மொத்த மதிப்பெண்களை விட 4 குறைவாக வந்தன.

எனவே விஜயகுமாருக்கு வந்த மதிப்பெண்கள் $= x + x + 11 - 4$ மதிப்பெண்கள்
$= 2x + 7$ மதிப்பெண்கள்

மேற்கண்ட இரண்டு சூழ்நிலைகளிலும் நாம் இயற்கணித கோவைகளை கூட்டுதல், கழித்தல் செய்ய வேண்டிய நிலை உருவாகியது. அன்றாட வாழ்க்கையில் நாம் பல சூழ்நிலைகளில் இது போன்ற பிரச்சனைகளுக்கு தீர்வு கண்டறிய இயற்கணித கோவைகளை கூட்டுதல், கழித்தல் செய்ய வேண்டும். இவ்பொழுது நாம் இயற்கணித கோவைகளின் கூட்டுதல் மற்றும் கழித்தல் கற்போம்.

10.9.1 இயற்கணித கோவைகளின் கூட்டல்

ஓரின உறுப்புகளை கூட்டுவதன் மூலம் இயற்கணிதம் கோவைகளை கூட்டுகிறோம். இதை இரு முறைகளில் செய்யலாம்.

(i) நிரல் முறை (அ) செங்குத்து முறை (Vertical Method)

(ii) நிரை முறை (அ) கிடை முறை (Horizontal Method)

(i) **நிரல் அல்லது செங்குத்து முறை :**

எடுத்துக்காட்டு 4 : $3x^2+5x-4$ மற்றும் $6+6x^2$ ஐ கூட்டு.

வ.எண்	படிகள்	முறை
1	இயற்கணிதக் கோவைகள் திட்ட வடிவில் இல்லை எனில் அவற்றை திட்டவடிவில் எழுது.	(i) $3x^2+5x-4=3x^2+5x-4$ (ii) $6+6x^2=6x^2+6$
2	ஓரின உறுப்புகளை ஒன்றின் கீழ் ஒன்று வருமாறு கோவைகளை நிரலாக (அ) செங்குத்தாக ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாக எழுது.	$3x^2+5x-4$ $6x^2 \quad\quad +6$
3.	ஒரே நிரல் வரிசையில் உள்ள ஓரின உறுப்புகளை கூட்டி விடையை அதன் கீழே அதே வரிசையில் எழுது.	$3x^2+5x-4$ $6x^2 \quad\quad +6$ $9x^2+5x+2$

எடுத்துக்காட்டு 5 : $5x^2+9x+6, 4x+3x^2-8$ மற்றும் $5-6x$ கூட்டு.

தீர்வு : படி 1 :

$$5x^2+9x+6 = 5x^2+9x+6$$
$$4x+3x^2-8 = 3x^2+4x-8$$
$$5-6x = -6x+5$$

படி 2 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \end{array}$$

படி 3 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \\ \hline 8x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

(ii) நிரை (அ) கிடை முறை

எடுத்துக்காட்டு 6 : $3x^2 + 5x - 4$ மற்றும் $6 + 6x^2$ ஐ கூட்டு.

வ.எண்	படிகள்	முறை
1	கொடுத்த கோவைகளை கூட்டல்(+) குறியை பயன்படுத்தி சேர்த்து எழுது.	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	ஓரின உறுப்புகளை ஓரிடத்திற்கு கொண்டு வந்து கோவையை மாற்றி எழுது.	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	குணகங்களை சுருக்குக.	$(3+6)\,x^2 + 5x + 2$
4	இறுதி கோவையை திட்ட வடிவில் எழுது.	$9x^2 + 5x + 2$

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவைகளை கூட்டுக.

   (i) $x - 2y,\ 3x + 4y$

   (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn,\ 3n^2 + 5m^2 - 2mn$

   (iii) $3a - 4b,\ 5c - 7a + 2b$

10.9.2 இயற்கணித கோவைகளின் கழித்தல்

10.9.2(அ) கோவையின் கூட்டல் எதிர்மாறி

நாம் ஒரு மிகை எண் 9ஐ எடுத்துக் கொண்டால் $9 + (-9) = 0$ ஆகுமாறு '-9' இருக்கும்.

இங்கு 9ன் கூட்டல் எதிர்மாறி '-9' மேலும் '-9' ன் கூட்டல் எதிர்மாறி 9 என கொள்ளலாம்.

எனவே ஒவ்வொரு மிகை எண்ணிற்கும் ஒரு குறை எண் உண்டு. அவற்றின் மொத்தம் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும். இவ்விரு எண்களும் ஒன்றுக்கொன்று அவற்றின் கூட்டல் எதிர்மாறிகள் ஆகும்.

இயற்கணித கோவைகளில் இது மெய்யாகுமா? ஒவ்வொரு இயற்கணித கோவைக்கும் கூட்டல் எதிர்மாறி உண்டா? இருந்தால் '$3x$' ன் கூட்டல் எதிர்மாறி என்ன?

'$3x$' க்கு $3x + (-3x) = 0$ ஆகுமாறு '$-3x$' இருக்கும்.

எனவே '$+3x$' ன் கூட்டல் எதிர்மாறி '$-3x$' மற்றும் '$-3x$'ன் கூட்டல் எதிர்மாறி '$3x$'.

எனவே ஒவ்வொரு இயற்கணித கோவைக்கும் மற்றொரு இயற்கணித கோவை கூட்டலை பொருத்து பூஜ்ஜியமாகுமாறு இருக்கும் எனில் அவ்விரண்டு இயற்கணித கோவைகளும் ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் எதிர்மாறிகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6 : $(6x^2-4x+5)$ன் கூட்டல் எதிர்மாறியை கண்டுபிடி

தீர்வு : $6x^2-4x+5$ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $= -(6x^2-4x+5) = -6x^2+4x-5$

10.9.2(ஆ) கழித்தல்

A, B என்பன இரண்டு இயற்கணிதக் கோவைகள் என்க. $A - B = A + (-B)$

A லிருந்து Bஐ கழிக்க A உடன் Bயின் கூட்டல் எதிர்மாறியை கூட்ட வேண்டும்.

இப்பொழுது நாம் இயற்கணிதக் கோவைகளின் நிரல், நிரை முறைகளில் கழித்தலை கற்றுக்கொள்ளலாம்.

(i) **நிரல் முறை**

எடுத்துக்காட்டு 7 : $3a+4b-2c$ யிலிருந்து $3c+6a-2b$ ஐ கழிக்கவும்.

தீர்வு :

வ.எண்	படிகள்	முறை
1	இரண்டு இயற்கணிதக் கோவைகளையும் தேவையானால் திட்ட வடிவில் எழுதவும்.	$3c+6a-2b=6a-2b+3c$
2	இரண்டு கோவைகளிலும் ஓரின உறுப்புகளை ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாக எழுதவும். கழிக்கவேண்டிய கோவையை இரண்டாவது கிடை வரிசையில் எழுதவும்.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	இரண்டாவது கிடை வரிசையில் உள்ள கோவையின் கூட்டல் எதிர்மாறியை பெற அதன் ஒவ்வொரு உறுப்பின் குறியையும் மாற்ற வேண்டும்.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (-) (-) (+)
4	செங்குத்து வரிசையில் ஓரின உறுப்புகளை கூட்டி பலனை கீழே எழுதுக.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (-) (-) (+) $3a-6b+5c$

எடுத்துக்காட்டு 8 : $4m^2+7m-3$ லிருந்து $4+3m^2$ கழிக்க.

தீர்வு : படி 1 : $4m^2+7m-3 = 4m^2+7m-3$

$4+3m^2 = 3m^2+4$

படி 2 : $4m^2+7m-3$

$3m^2 \quad +4$

படி 3: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \quad + 4$

$- \quad -$

படி 4: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \quad + 4$

$- \quad -$

$m^2 + 7m - 7$

(ii) **நிரை முறை**

எடுத்துக்காட்டு 9 : $3a + 4b - 2c$ ஐ $3c + 6a - 2b$ **லிருந்து** கழிக்க.

தீர்வு :

வ.எண்	**படிகள்**	**முறை**
1	கழிக்க வேண்டிய கோவையை அடைப்பில் எழுதி அதற்கு முன்புறம் கழித்தல் குறியை எழுதி, கொடுத்த அனைத்து கோவைகளையும் ஒரே வரிசையில் எழுதுக.	$3c+6a-2b-(3a+4b-2c)$
2	முதல் கோவைக்கு இரண்டாவது கோவையின் கூட்டல் எதிர்மாறியை கூட்ட வேண்டும்.	$3c+6a-2b-3a-4b+2c$
3	ஓரின உறுப்புகளை ஒன்றாக எழுதி, கூட்டல் இருந்தால் கூட்டியும் கழித்தல் இருந்தால் கழித்தலும் செய்ய வேண்டும்.	$(3c+2c)+(6a-3a)+(-2b-4b)$ $=5c+3a-6b$
4	பலனை திட்ட வடிவத்தில் எழுதவும்	$3a-6b+5c$

எடுத்துக்காட்டு 10 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ லிருந்து $3m^3 + 4$ கழி.

தீர்வு : படி 1 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$

படி 2: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$

படி 3 : $(6m^3 - 3m^3) + 4m^2 + 7m - 3 - 4$

$= 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

படி 4 : $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

1. கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவைகளை நிரல் முறையிலும் நிரை முறையிலும் கழிக்கவும். இரண்டு முறைகளிலும் ஒரேவிதமான விடை வந்ததா?

   (i) $x^2 - 2xy + 3y^2$; $5y^2 + 3xy - 6x^2$

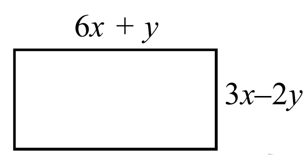
   (ii) $4a^2 + 5b^2 + 6ab$; $3ab$; $6a^2 - 2b^2$; $4b^2 - 5ab$

   (iii) $2x + 9y - 7z$; $3y + z + 3x$; 2x - 4y- z

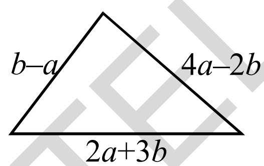
   (iv) $2x^2 - 6x + 3$; $-3x^2 - x - 4$; $1 + 2x - 3x^2$

2. சுருக்குக : $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$

3. கீழ்கண்ட செவ்வகத்தின் சுற்றளவை கண்டுபிடி.



4. $2a + 3b$, $b–a$, $4a–2b$ பக்கங்கள் உடைய முக்கோணத்தின் சுற்றளவை கண்டுபிடி.



5. முதல் கோவையிலிருந்து இரண்டாவது கோவையை கழிக்க.

   (i) $2a+b$, $a-b$

   (ii) $x+2y+z$, $-x-y-3z$

   (iii) $3a^2-8ab-2b^2$, $3a^2-4ab+6b^2$

   (iv) $4pq-6p^2-2q^2$, $9p^2$

   (v) $7-2x-3x^2$, $2x^2-5x-3$

   (vi) $5x^2-3xy-7y^2$, $3x^2-xy-2y^2$

   (vii) $6m^3+4m^2+7m-3$, $3m^3+4$

6. $6x^2-8xy-y^2$ மற்றும் $2xy-2y^2-x^2$ன் மொத்தத்திலிருந்து $x^2-5xy+2y^2$ மற்றும் $y^2-2xy-3x^2$ ன் மொத்தத்தை கழிக்க.

7. $1+2x-3x^2$ உடன் எவ்வளவு கூட்டினால் x^2-x-1 கிடைக்கும்?

8. $3x^2- 4y^2 + 5xy + 20$ லிருந்து எவ்வளவு கழித்தால் $-x^2- y^2 + 6xy + 20$ கிடைக்கும்?

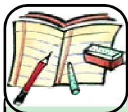
9. மூன்று கோவைகளின் மொத்தம் $8 + 13a + 7a^2$. அவற்றில் இரண்டு கோவைகள் $2a^2 + 3a + 2$ மற்றும் $3a^2 - 4a + 1$ எனில் மூன்றாவது கோவையை கண்டுபிடி.

10. $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$;

$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$;

$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$ எனில்

(i) A + B + C (ii) (A – B) –C (iii) 2A+B (iv) A-3B மதிப்பு கண்டுபிடி.



முக்கிய கருத்துகள்

- இயற்கணித உறுப்புகளை அல்லது எண் உறுப்புகளை '+' (plus) கூட்டல் '–' (minus)கழித்தல் குறிகளால் இணைப்பதை இயற்கணித கோவை என்பர்.
- ஒரு கோவையில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் மாறிலி எனில் அதை எண் கோவை என்பர். ஒரு கோவையில் உள்ள உறுப்புகளில் குறைந்தது ஒரு எழுத்து உறுப்பு இருப்பின் அதை இயற்கணித கோவை என்பர்.
- ஒரே ஒரு உறுப்பை மட்டும் கொண்டுள்ள கோவையை ஓருறுப்பு கோவை என்பர். இரண்டு வேறின உறுப்புகளை கொண்டுள்ள கோவையை ஈருறுப்பு கோவை என்பர். மூன்று வேறின உறுப்புகளை கொண்டுள்ள கோவையை மூவுறுப்புகோவை என்பர். இரண்டு அல்லது அதை விட அதிக உறுப்புகளைப் பெற்றுள்ள கோவையை பல்லுறுப்பு கோவை என்பர். ஈருறுப்பு, மூவுறுப்பு கோவைகள் கூட பல்லுறுப்பு கோவைகளே ஆயினும் அவற்றை சிறப்பு பெயர்களைக் கொண்டு அழைப்பர்.
- ஓர் ஓருறுப்புக் கோவையில் உள்ள மாறிகளின் அடுக்குகளின் மொத்தம் அந்த ஓருறுப்பு கோவையின் படி எனப்படும்.
- மாறிலி (எண் உறுப்பு)ன் படி பூஜ்ஜியமாகும்.
- ஒரு கோவையில் அனைத்து உறுப்புகளின் படிகளில் மிகப்பெரிய படி அந்த கோவையின் படி என்பர்.
- ஒரு கோவையில் எந்த இரண்டு உறுப்புகளும் ஓரின உறுப்புகள் அல்ல எனில் அந்த கோவை சுருக்கிய வடிவில் உள்ளது.
- ஒரு கோவையில் உறுப்புகளின் படிகள் இறங்கு வரிசையில் இருப்பின் அந்த கோவை திட்ட வடிவில் உள்ளது என்பர்.
- இரண்டு அல்லது அதை விட அதிக ஓரின உறுப்புகளின் மொத்தம் ஓர் ஓரின உறுப்பு மேலும் ஓரின உறுப்புகளின் கூட்டல் பலனின் எண் குணகம் அவற்றின் ஓரின உறுப்புகளின் எண் குணகங்களின் மொத்தத்திற்கு சமம்.
- இரண்டு ஓரின உறுப்புகளின் வித்தியாசம் ஓர் ஓரின உறுப்பு. மேலும் ஓரின உறுப்புகளின் கழித்தல் பலனின் எண் குணகம் அவற்றின் ஓரின உறுப்புகளின் எண் குணகங்களின் வித்தியாசத்திற்குச் சமம்.

அடுக்கு குறிகள் 11

11.0 அறிமுகம்

2011 மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பின்படி இந்தியாவின் மொத்த மக்கள் தொகை 1,20,00,00,000

சூரியனுக்கும், பூமிக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் தோராயமாக 15,00,00,000 கி.மீ.

வெற்றிடத்தில் ஒளியின் திசைவேகம் 30,00,00,000 மீ/வினாடி. அதாவது ஒளியானது ஒரு வினாடியில் சுமார் 30,00,00,000 மீட்டர்கள் பயணம் செய்யும்.

2011 மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பின்படி ஆந்திர பிரதேசத்தின் மொத்த மக்கள்தொகை 8,50,00,000.

இவையனைத்தும் மிகப்பெரிய எண்கள். இவற்றை படிக்க, எழுத மற்றும் எளிதாக புரிந்துகொள்ள உன்னால் முடியுமா? உண்மையில் நமக்கு சற்று கடினம் தான்.

எனவே பெரிய எண்களை எளிதாக புரிந்துகொள்ள ஒரு சிறந்த வழி அல்லது முறை தேவை. அவ்வாறு புரிந்துகொள்ள உதவும் சிறந்த முறை அடுக்கு குறிகள். இந்த அலகில் நாம் அடுக்கு குறிகள் மற்றும் அதன் விதிகளை அறிந்துகொள்வோம்.

11.1 அடுக்கு குறி வடிவம்

கீழ்கண்ட தொடர் கூட்டல்களை கவனி.

$4 + 4 + 4 + 4 + 4$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$

மேற்கண்ட தொடர் கூட்டல்களை நாம் எளிதாக 5×4, 6×5 மற்றும் 8×7 என்று பெருக்கல் வடிவில் எளிதாக எழுதுவோம்.

இவ்வாறே தொடர் பெருக்கல்களை நம்மால் எளிய வடிவில் எழுத முடியுமா?

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி. 2011 மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பின் படி பீகார் மாநிலத்தின் மக்கள் தொகை 10,00,00,000.

இங்கு 10 என்பது 8 முறை பெருக்கப்பட்டது. அதாவது $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$.

நாம் பீகார் மாநிலத்தின் மக்கள் தொகையை எளிதாக 10^8 என எழுதலாம். இதில் 10 என்பது அடிமானம் ஆகும். 8 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

10^8 என்பது அடுக்கு குறி வடிவம் எனப்படும்.

10^8ஐ 10ன் அடுக்கு 8 என படிப்போம்.

வெற்றிடத்தில் ஒளியின் திசைவேகம் 30,00,00,000 மீ/வினாடி. இதை அடுக்கு குறி வடிவில் 3×10^8 மீ/வினாடி என எழுதுவோம். 3×10^8 ல் 10^8ஐ 10ன் அடுக்கு 8 என படிப்போம். 10 என்பது அடிமானம், 8 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

சூரியனுக்கும், பூமிக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் தோராயமாக 15,00,00,000 கி.மீ. இதை அடுக்கு குறி வடிவில் 15×10^7 கி.மீ என எழுதுவோம். 10^7ல் 10 என்பது அடிமானம் 7 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

2011 மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பின்படி ஆந்திர பிரதேசத்தின் மக்கள்தொகை 8,50,00,000. இதை அடுக்கு குறி வடிவில் 85×10^6 என எழுதுவோம். 10^6 ல் *10* என்பது அடிமானம். *6* என்பது அடுக்கு ஆகும்.

அடுக்கு குறிகளை பயன்படுத்தி நாம் ஒரு எண்ணின் விரிவான வடிவத்தை எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக 36,584ன் விரிவான வடிவத்தை பார்ப்போம்.

$$36584 = (3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$$

$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுது.

   (i) பூமியின் மொத்த புறப்பரப்பு 510,000,000 ச.கி.மீ.

   (ii) ராஜஸ்தான் மாநிலத்தின் மக்கள்தொகை (தோராயமாக) 7,00,00,000

   (iii) பூமியின் வயது (தோராயமாக) 4550 மில்லியன் வருடங்கள்.

   (iv) 1000 கி.மீ–ஐ மீட்டரில் எழுது.

2. (i) 48951 (ii) 89325 இவற்றின் விரிவான வடிவத்தை அடுக்கு குறி வடிவில் தெரிவி.

11.1.1 வெவ்வேறு அடிமானங்களை கொண்ட அடுக்கு குறிகள் :

இதுவரை நாம் 10ஐ அடிமானமாக கொண்ட எண்களை பார்த்தோம். ஆனால் அடிமானம் என்பது எந்த எண்ணாகவும் இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

இங்கு 3 என்பது அடிமானம், 4 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

அவ்வாறே $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

இங்கு 5 என்பது அடிமானம், 3 என்பது அடுக்கு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : 3^4 மற்றும் 4^3 –ல் பெரியது எது?

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$81 > 64$

எனவே $3^4 > 4^3$

இதை செய்

1. 3^2 என்பது 2^3 க்கு சமமாகுமா? காரணம் தெரிவி.

2. கீழ்கண்ட எண்களை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதி,
   (a) அடிமானம் (b) அடுக்கு (c) படிக்கும் முறையினை தெரிவி.
   (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 49

வர்க்கம் மற்றும் கனம்

ஏதேனும் ஒரு அடிமானத்தின் அடுக்கு 2 அல்லது 3 ஆக இருந்தால் அதற்கு சிறப்பு பெயர்கள் உண்டு.

$10^2 = 10 \times 10$ இதனை 10ன் அடுக்கு 2 அல்லது 10ன் வர்க்கம் என கூறுவோம்.

$4^2 = 4 \times 4$ இதனை 4ன் அடுக்கு 2 அல்லது 4ன் வர்க்கம் என கூறுவோம்

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ இதனை 10ன் அடுக்கு 3 அல்லது 10ன் கனம் என கூறுவோம்.

$6 \times 6 \times 6 = 6^3$ இதனை 6ன் அடுக்கு 3 அல்லது 6ன் கனம் என கூறுவோம்.

பொதுவாக மிகை எண் அடிமானமாக எடுத்துக் கொள்ளபடுகிறது. இதனை 'a' என எழுதுகிறோம்.

$a \times a = a^2$ (இதனை 'a ன் அடுக்கு 2' அல்லது 'a ன் வர்க்கம் என்பர்')

$a \times a \times a = a^3$ (இதனை 'a ன் அடுக்கு 3' அல்லது 'a ன் கனம் என்பர்')

$a \times a \times a \times a = a^4$ (இதனை 'a ன் அடுக்கு 4' என்பர்)

____________ $= a^5$ (இதனை ____________________________________ என்பர்)

____________ $= a^6$ (இதனை ____________________________________ என்பர்)

எனவே a × a × a × a × a × a ×..................... 'm' முறைகள் = a^m என எழுதுவோம். இங்கு 'a' என்பது அடிமானம் 'm' என்பது அடுக்கு.

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றின் விரிவான வடிவங்களை எழுது.
   (i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5

2. கீழ்கண்டவற்றை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுது.
   (i) $a \times a \times a \times$ .... 'l' முறைகள்
   (ii) 5 ×5 ×5 × 5.................... 'n' முறைகள்
   (iii) $q \times q \times q \times q \times q$ .... 15 முறைகள்
   (iv) $r \times r \times r \times$ .... 'b' முறைகள்

11.2 பகா காரணியாக்கல் மூலம் ஒரு எண்ணை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதுதல்

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகா காரணியாக்கல் மூலம் அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதலாம்.

(i) 432 (ii) 450

தீர்வு : (i) 432 $= 2 \times 216$

$= 2 \times 2 \times 108$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= 2^4 \times 3^3$

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

எனவே $432 = 2^4 \times 3^3$

(ii) 450 $= 2 \times 225$

$= 2 \times 3 \times 75$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 25$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3^2 \times 5^2$

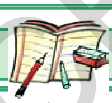
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

எனவே $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

இதை செய்

கீழ்கண்டவற்றை பகா காரணியாக்கல் மூலம் அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதுக.

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300



பயிற்சி-1

1. கீழ்கண்டவற்றின் அடிமானம், அடுக்குகளை எழுதி, அவற்றை விரித்து எழுது.

(i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2. கீழ்கண்டவற்றை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதுக.

(i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

(ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

3. பகா காரணியாக்கல் மூலம் அடுக்கு குறி வடிவில் எழுது.

(i) 288 (ii)1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4. கீழ்கண்ட ஜோடியில் மிகப்பெரிய எண்ணை எழுது.

(i) 2^3 அல்லது 3^2 (ii) 5^3 அல்லது 3^5 (iii) 2^8 அல்லது 8^2

5. $a = 3, b = 2$ எனில் கீழ்கண்டவற்றின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.
(i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a + b)^b$ (iv) $(a-b)^a$

11.3 அடுக்கு குறிகளின் விதிகள்

அடுக்கு குறிகளின் பெருக்கல் பலன்களை எளிதாக கண்டறிய நாம் சில விதிகளை பயன்படுத்துகிறோம். அவற்றை பற்றி விவாதிப்போம்.

11.3.1 ஒரே அடிமானம் கொண்ட பெருக்கல்

எடுத்துக்காட்டு 2: $2^4 \times 2^3$

தீர்வு : $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4\text{ முறை}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3\text{ முறை}}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$ இது 2^{4+3} க்கு சமம் (ஏனென்றால் $4 + 3 = 7$)

எனவே $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

எடுத்துக்காட்டு 3: $5^2 \times 5^3$

தீர்வு : $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{2\text{ முறை}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{3\text{ முறை}}$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$= 5^5$ இது 5^{2+3}க்கு சமம் (ஏனென்றால் $2 + 3 = 5$)

எனவே $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3}$

இதை செய்

(i) $2^4, 2^3$ மற்றும் 2^7-ன் மதிப்புகளை கண்டறிந்து $2^4 \times 2^3 = 2^7$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

(ii) $5^2, 5^3$ மற்றும் 5^5 ன் மதிப்புகளை கண்டறிந்து $5^2 \times 5^3 = 5^5$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துகாட்டு 4 : $a^4 \times a^5$

தீர்வு : $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= (a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^9$ இது a^{4+5} க்கு சமம் (ஏனென்றால் $4 + 5 = 9$)

எனவே $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து

$a^m \times a^n = (a \times a \times a$ …………..'m' முறைகள்) $\times$ ($a \times a \times a \times$ ………'n' முறைகள்)= a^{m+n}

'a'என்பது ஏதேனும் பூஜ்ஜியமல்லாத ஒரு முழு மேலும் 'm' 'n' என்பவை முழுக்கள் எனில் $a^m \times a^n = a^{m+n}$

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றை $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ஐ பயன்படுத்தி சுருக்குக.

   (i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. '?' உள்ள இடத்தை தகுந்த எண்ணால் நிரப்பு.

   ('k' என்பது பூஜ்ஜியமல்லாத ஒரு முழு எண்)

   (i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 அடுக்கின் அடுக்கு

எடுத்துக்காட்டு 5 : $(3^2)^3$ ஐ கவனி.

தீர்வு : இங்கு அடிமானம் ' 3^2 ' அடுக்கு 3

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2}$ (ஒரே அடிமானம் கொண்ட பெருக்கல்)

$= 3^6$ இது $3^{2\times3}$ க்கு சமம் (ஏனெனில் $2 \times 3 = 6$)

எனவே $(3^2)^3 = 3^{2\times3}$

இதை செய்

3^2 மற்றும் 3^2 ன் கனத்தை கண்டுபிடித்து $(3^2)^3 = 3^6$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 6 : $(4^5)^3$

தீர்வு : $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (ஒரே அடிமானம் கொண்ட பெருக்கல்)

$= 4^{15}$ இது $4^{5\times3}$ க்கு சமம் (ஏனெனில் $5 \times 3 = 15$)

எனவே $(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

எடுத்துக்காட்டு 7: $(a^m)^4$

தீர்வு : $(a^m)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$

$= a^{m+m+m+m}$ (ஒரே அடிமானம் கொண்ட பெருக்கல்)

$= a^{4m}$ இது $a^{m\times4}$ க்கு சமம் (ஏனெனில் $4 \times m = 4m$)

எனவே $(a^m)^4 = a^{m\times4}$

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m$...... n முறை $= a^{m+m+m+\ldots n \text{ முறை}} = a^{mn}$

'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூஜ்ஜியமல்லாத முழு, மேலும் 'm' 'n' என்பவை முழுக்கள் எனில் $(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 பெருக்கற்பலனின் அடுக்கு

எடுத்துக்காட்டு 8 : $3^5 \times 4^5$ ஐ கவனி.

தீர்வு : இங்கு 3^5 ம், 4^5 ம் ஒரே அடுக்கு 5ஐ கொண்டுள்ளது. ஆனால் அடிமானம் வெவ்வேறாக உள்ளன.

$3^5 \times 4^5 = (3\times3\times3\times3\times3) \times (4\times4\times4\times4\times4)$

$= (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4)$

$= (3\times4)^5$

எனவே $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$

எடுத்துக்காட்டு 9 : $4^4 \times 5^4$ ஐ கவனி.

தீர்வு : இங்கு 4^4 ம், 5^4 ம் ஒரே அடுக்கு 4ஐ கொண்டுள்ளது. ஆனால் அடிமானம் வெவ்வேறாக உள்ளன.

$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 5)\times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$

$= (4 \times 5)^4$

எனவே $4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$

எடுத்துக்காட்டு 10 : $p^7 \times q^7$ ஐ கவனி.

தீர்வு : இங்கு p^7 ம், q^7 ம், ஒரே அடுக்கு 7ஐ கொண்டுள்ளது. ஆனால் அடிமானங்கள் வெவ்வேறாக உள்ளன.

$$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$
$$= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$
$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$
$$= (p \times q)^7$$

எனவே $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து am × bm = (a × b)m = (ab)m

'a' 'b' என்பன பூஜ்ஜியமல்லாத இரு முழுக்கள் மேலும்
m என்பது ஏதேனும் ஒரு மிகை முழு எனில் $a^m \times b^m = (ab)^m$

இதை செய்

கீழ்கண்டவற்றை $a^m \times b^m = (a\,b)^m$ ஐ பயன்படுத்தி சுருக்குக.

(i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5\times4)^{11}$

11.3.4 அடுக்கு குறிகளின் வகுத்தல்

அடுக்கு குறிகளின் வகுத்தலை விவாதிக்கும் முன்பு குறை அடுக்கு குறிகளை பற்றி விவாதிப்போம்.

11.3.4(அ) குறை அடுக்கு குறிகள்

கீழ்கண்ட அமைப்பினை கவனி.

2^5	=	32	3^5	=	243
2^4	=	16	3^4	=	81
2^3	=	8	3^3	=	27
2^2	=	4	3^2	=	9
2^1	=	2	3^1	=	3
2^0	=	1	3^0	=	1
2^{-1}	=		3^{-1}	=	
(குறிப்பு : 1 ல் பாதி)			(குறிப்பு : 1 ன் மூன்றில் ஒரு பாகம்)		
2^{-2}	=		3^{-2}	=	

16 என்பது 32-ல் எத்தனை பாகம்?

2^5 க்கும், 2^4க்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு என்ன?

ஒவ்வொரு முறையும் அடுக்கு 1 குறையும் போது அதன் மதிப்பு முந்தைய மதிப்பில் பாதி என்பதை நாம் அறியலாம்.

மேற்கண்ட அமைப்புகளிலிருந்து

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ மேலும் $2^{-2} = \frac{1}{4}$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ மேலும் $3^{-2} = \frac{1}{9}$

இதையே நாம் $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ என அறியலாம்

இவ்வாறே $3^{-1} = \frac{1}{3}$ மேலும் $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூஜ்ஜியமல்லாத முழு மேலும் 'n' என்பது ஒரு முழு எனில் $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

இதை செய்

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ஐ பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4(ஆ) பூஜ்ஜிய அடுக்கு குறிகள்

முன்பு விவாதித்த படி

$2^0 = 1$

$3^0 = 1$

என நாம் அறியலாம்.

இவ்வாறே $4^0 = 1$

$5^0 = 1$ என கூறலாம்.

'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூஜ்ஜியமல்லாத முழு எனில்

$a^0 = 1$

11.3.4(இ) ஒரே அடிமானம் கொண்ட அடுக்கு குறிகளின் வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 11 : $\dfrac{7^7}{7^3}$

தீர்வு : $\dfrac{7^7}{7^3} = \dfrac{7\times7\times7\times7\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7\times7\times7\times7$

$= 7^4$ இது 7^{7-3} க்கு சமம் (ஏனெனில் $7 - 3 = 4$)

எனவே $\dfrac{7^7}{7^3} = 7^{7-3}$

எடுத்துக்காட்டு 12: $\dfrac{3^8}{3^3}$

தீர்வு : $\dfrac{3^8}{3^3} = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^5$ இது 3^{8-3}க்கு சமம் (ஏனெனில் $8 - 3 = 5$)

எனவே $\dfrac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

எடுத்துக்காட்டு 13 : $\dfrac{5^5}{5^8}$

தீர்வு : $\dfrac{5^5}{5^8} = \dfrac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}}{5\times5\times5\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \dfrac{1}{5\times5\times5}$

$= \dfrac{1}{5^3}$ இது $\dfrac{1}{5^{8-5}}$ க்கு சமம் (ஏனெனில் $8 - 5 = 3$)

எனவே $\dfrac{5^5}{5^8} = \dfrac{1}{5^{8-5}}$

எடுத்துக்காட்டு 14: $\dfrac{a^2}{a^7}$

தீர்வு : $\dfrac{a^2}{a^7} = \dfrac{\cancel{a}\times\cancel{a}}{a\times a\times a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}} = \dfrac{1}{a\times a\times a\times a\times a}$

$= \dfrac{1}{a^5}$ இது $\dfrac{1}{a^{7-2}}$ க்கு சமம் (ஏனெனில் $7 - 2 = 5$)

எனவே $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து

$m > n$ எனில் $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ மேலும் $n > m$ எனில் $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ என்பதை நாம் அறியலாம்.

'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூஜ்ஜியமல்லாத முழு மேலும் 'm''n' என்பவை முழுக்கள் எனில் $m > n$ எனில் $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ மேலும் $n > m$ எனில் $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

$m = n$ எனில் என்ன நிகழும்? பதிலளியுங்கள் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 15 : $\frac{4^3}{4^3}$ என எடுத்து கொள்வோம்.

தீர்வு : $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1} = 1 \quad \ldots\ldots (1)$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ என்பதை நாம் அறிவோம்

$\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$ [(1) லிருந்து]

மேற்கண்டவாறு $\frac{7^4}{7^4} = ?$

நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்?

இவ்வாறே $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ லிருந்து

$\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$

இங்கு $m = n$ என்பதை நன்கு கவனி. எனவே $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ = 1 அதாவது $m = n$

மேலும்

'a' என்பது ஏதேனும் ஒரு பூஜ்ஜியமல்லாத முழு எனில் $a^0 = 1$.

எனவே, $m = n$ எனில் $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

இதை செய்

1. a^{m-n} அல்லது $\dfrac{1}{a^{n-m}}$ ஐ பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(i) $\dfrac{13^8}{13^5}$ (ii) $\dfrac{3^4}{3^{14}}$

2. தகுந்த எண்ணால் கட்டங்களை நிரப்பு.

எடுத்துக்காட்டு : $\dfrac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

(i) $\dfrac{12^{12}}{12^7} = 12^{\boxed{}} = 12^{\boxed{}}$ (ii) $\dfrac{a^{18}}{a^{\boxed{}}} = a^{\boxed{}} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4(ஈ) ஒரே அடுக்கு கொண்ட அடுக்கு குறிகளின் வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 16: $\left(\dfrac{7}{4}\right)^5$

தீர்வு : $\left(\dfrac{7}{4}\right)^5 = \dfrac{7}{4}\times\dfrac{7}{4}\times\dfrac{7}{4}\times\dfrac{7}{4}\times\dfrac{7}{4}$

$= \dfrac{7\times7\times7\times7\times7}{4\times4\times4\times4\times4}$

$= \dfrac{7^5}{4^5}$ (அடுக்கு குறிகளின் வரையறையின் படி)

எனவே, $\left(\dfrac{7}{4}\right)^5 = \dfrac{7^5}{4^5}$

எடுத்துக்காட்டு 17: $\left(\dfrac{p}{q}\right)^6$

தீர்வு : $\left(\dfrac{p}{q}\right)^6 = \left(\dfrac{p}{q}\right)\times\left(\dfrac{p}{q}\right)\times\left(\dfrac{p}{q}\right)\times\left(\dfrac{p}{q}\right)\times\left(\dfrac{p}{q}\right)\times\left(\dfrac{p}{q}\right)$

$= \dfrac{p\times p\times p\times p\times p\times p}{q\times q\times q\times q\times q\times q}$

$$= \frac{p^6}{q^6} \qquad \text{(அடுக்கு குறிகளின் வரையறையின் படி)}$$

எனவே $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து நாம்

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a \times a \times a \times a \times .... \times a \text{ 'm' முறைகள்}}{b \times b \times b \times b \times .... \times b \text{ 'm' முறைகள்}} = \dfrac{a^m}{b^m}$ என்பதை அறியலாம்.

> a, b என்பவை ஏதேனும் பூஜ்ஜியமல்லாத முழுக்கள் மேலும் 'm' என்பது ஒரு முழு
>
> எனில் $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றை பூர்த்தி செய்.

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\square}{y^{11}}$

11.5 குறை எண் கொண்ட அடிமானம்

எடுத்துக்காட்டு 18 : $(1)^4$, $(1)^5$, $(1)^7$, $(-1)^2$, $(-1)^3$, $(-1)^4$, $(-1)^5$ களின் மதிப்புகளை காண்.

தீர்வு :

$(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து கீழ்காணும் கருத்துகளை அறியலாம்.

(i) 1–ன் அடுக்கு எந்த எண்ணாக இருந்தாலும் அதன் மதிப்பு 1

(ii) (-1)–ன் அடுக்கு ஒற்றை எண் எனில் அதன் மதிப்பு (-1)

(-1)-ன் அடுக்கு இரட்டை எண் எனில் அதன் மதிப்பு $(+1)$.

எனவே m ஒரு ஒற்றை எண் எனில் $(-a)^m = -a^m$

m ஒரு இரட்டை எண் எனில் $(-a)^m = a^m$

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை பார்ப்போம்.

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$(-a)^4 = (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) = a^4$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

எடுத்துக்காட்டு 19 : $\frac{-27}{125}$ ஐ அடுக்கு குறி வடிவில் எழுது

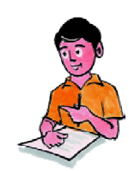
தீர்வு : $-27 = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$

எனவே $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$ ஏனெனில் $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$\therefore \frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

இதை செய்



1. கீழ்கண்டவற்றை விரிவான வடிவில் எழுது.

(i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. கீழ்கண்டவற்றை அடுக்கு குறி வடிவில் எழுது.

(i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii) $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \cdots\cdots$ 'm' முறைகள்

பயிற்சி-2

1. அடுக்கு குறிகளின் விதிகளை பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(i) $2^{10} \times 2^{4}$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\dfrac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\dfrac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-5)^3$ (xv) $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\dfrac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\dfrac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xiii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. 3^{-4} உடன் எந்த எண்ணை பெருக்கினால் பெருக்கற்பலன் 729 கிடைக்கும்?

3. $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$ எனில் x-ன் மதிப்பை காண்.

4. $2^0 + 3^0$ ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

5. சுருக்குக : $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\dfrac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\dfrac{x^a}{x^a}\right)^b$

6. சரியா? தவறா? என்பதை கண்டறிந்து காரணங்களை கூறு.

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii)) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$

(vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

வகுப்பு செயல்திட்டம்

உனக்கு அருகாமையிலுள்ள பத்து குடும்பங்களின் ஆண்டு வருமானங்களை சேகரித்து அவற்றை ஆயிரங்கள், லட்சங்களாக முழுமைப்படுத்து, மேலும் அவற்றை அடுக்கு குறி வடிவில் (காட்டு) எழுது.

11.6 மிகப்பெரிய எண்களை திட்ட வடிவில் எழுதுதல் (standard form)

பூமியின் நிறை 5976×10^{21} கி.கி.

பால்வீதியின் ஒரு முனைக்கும், மற்றொரு முனைக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 946×10^{15} கி.மீ.

இந்த எண்களை நம்மால் எளிதாக புரிந்து கொள்ள முடியாது. எனவே நாம் இவற்றை கீழ்கண்டவாறு நிலையான வடிவில் எழுதுகிறோம்.

பூமியின் நிறை 5.976×10^{24} கி.கி. (திட்ட வடிவம்)

பால்வீதியின் இரு முனைகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம் 9.46×10^{17} கி.மீ. (நிலையான வடிவம்)

எனவே நிலையான வடிவில் ஒரு எண்ணானது 1.0 மற்றும் 10.0 இடையேயுள்ள தசமபின்னமாக எழுதப்பட்டு அதனுடன் 10-ன் அடுக்குகள் பெருக்கப்படும்.

பயிற்சி-3

கீழ்கண்ட வாக்கியங்களில் உள்ள எண்களை நிலையான வடிவில் எழுது.

(i) பூமிக்கும், சந்திரனுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 384,000,000மீ.

(ii) நமது அண்டத்தின் (பிரபஞ்சம்) வயது 12,000,000,000 ஆண்டுகளாக கணிக்கப்பட்டுள்ளது.

(iii) பால்வீதியின் மையத்திற்கும் சூரியனுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 300,000,000,000,000,000,000 மீ.

(iv) பூமியில் கடல் நீரின் அளவு 1,353,000,000 கன கி.மீ.

முக்கிய கருத்துகள்

- அடுக்கு குறி வடிவில் எழுதுவதன் மூலம் மிகப்பெரிய எண்களை எளிதாக படிக்கலாம், எழுதலாம் மேலும் புரிந்துகொள்ளலாம்.
- $10,000 = 10^4$ (10 ன் அடுக்கு 4); $243 = 3^5$ (3 ன் அடுக்கு 5); $64 = 2^6$ (2 ன் அடுக்கு 6). மேற்கண்டவற்றில் 10,3,2 என்பவை அடிமானங்கள், 4,5,6 என்பவை அடுக்குகள் எனப்படும்.
- அடுக்கு குறிகளின் விதிகள் : 'a', 'b' என்பவை ஏதேனும் பூஜ்ஜியமல்லாத முழுக்கள் மேலும் 'm', 'n' என்பவை ஏதேனும் முழுக்கள் எனில்

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ (v) $m > n$ எனில் $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

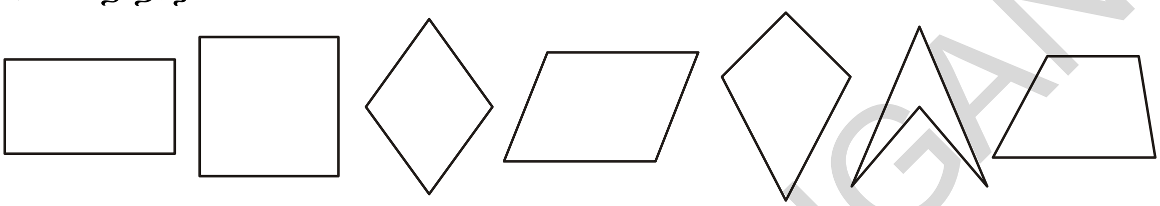
(vi) $n > m$ எனில் $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$ (vii) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

(viii) $a^0 = 1$ (இங்கு $a \neq 0$)

நாற்கரங்கள் 12

ஆறாம் வகுப்பில் நாற்கரங்களை பற்றி கற்றுக்கொண்டோம். இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் நாற்கரத்தின் வகைகள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகளை பற்றி விரிவாக கற்போம்.

12.0 நாற்கரம்

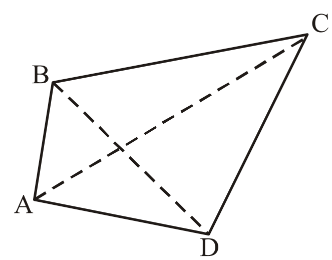


மேற்கண்ட படங்களில் உள்ள ஒற்றுமை என்ன?

(குறிப்பு : பக்கங்கள், கோணங்கள், முனைப்புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை, மூடிய அல்லது திறந்த படமா?)

எனவே நாற்கரம் என்பது நான்கு பக்கங்கள், நான்கு கோணங்கள், நான்கு முனைப்புள்ளிகளை கொண்ட மூடிய படம் ஆகும்.

ABCD என்ற நாற்கரத்தில்,



(i) நான்கு பக்கங்கள் முறையே $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ மற்றும் $\overline{DA}$

(ii) நான்கு முனைப்புள்ளிகள் முறையே A, B, C மற்றும் D.

(iii) நான்கு கோணங்கள் முறையே $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ மற்றும் $\angle DAC$.

(iv) ஒரு நாற்கரத்தில் இரண்டு எதிரெதிர் முனைப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டுகள் அதன் மூலைவிட்டங்கள் எனப்படும். ABCD என்ற நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BD}$ ஆகும்.

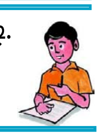
(v) ஒரு நாற்கரத்தில் பொதுவான முனைப்புள்ளியை கொண்ட இரண்டு பக்கங்கள் “அடுத்தடுத்த பக்கங்கள்” எனப்படும். ABCD என்ற நாற்கரத்தில் $\overline{AB}$ என்பது $\overline{BC}$ க்கு அடுத்த பக்கம் ஆகும். B என்பது இவற்றின் பொதுவான முனைப்புள்ளி ஆகும்.

(vi) ஒரு நாற்கரத்தில் பொதுவான பக்கத்தை கொண்ட இரண்டு கோணங்கள் “அடுத்தடுத்த கோணங்கள்”எனப்படும். எனவே $\angle ABC$ மற்றும் $\angle BCD$ என்பவை ஒரு ஜோடி அடுத்தடுத்த கோணங்கள் ஆகும். இவற்றின் பொதுவான பக்கம் $\overline{BC}$ ஆகும்.

இதை செய்

1. மேலும் சில அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் மற்றும் பொதுவான முனைப்புள்ளிகளை கண்டுபிடி.

2. மேலும் சில அடுத்தடுத்த கோணங்கள் மற்றும் பொதுவான பக்கங்களை கண்டுபிடி.

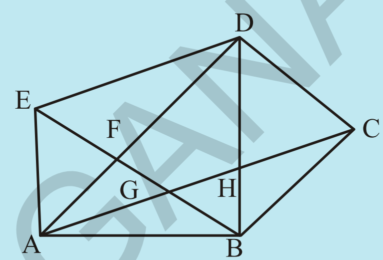


(vii) ஒரு நாற்கரத்தில் பொதுவான முனைப்புள்ளியை கொண்டிராத இரண்டு பக்கங்களை நாம் எதிரெதிர் பக்க ஜோடிகள் என்கிறோம். எனவே $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ என்பவை நாற்கரத்தின் இரண்டு ஜோடி எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஆகும்.

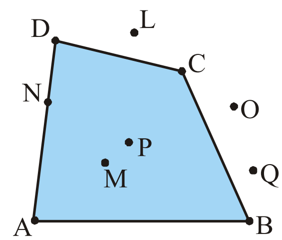
(viii) ஒரு நாற்கரத்தில் பொதுவான பக்கத்தை கொண்டிராத இரண்டு கோணங்களை நாம் எதிரெதிர் கோண ஜோடிகள் என்கிறோம். எனவே $\angle BAD$, $\angle DCB$ மற்றும் $\angle ADC$, $\angle CBA$ என்பவை நாற்கரத்தின் இரண்டு ஜோடி எதிரெதிர் கோணங்கள் ஆகும்.

முயன்று பார்

அருகிலுள்ள படத்திலிருந்து எத்தனை வெவ்வேறான நாற்கரங்களை பெற முடியும்? அவற்றை பெயரிடு.



12.1 நாற்கரத்தின் உள் மற்றும் வெளிப் பகுதிகள்



நாற்கரம் ABCD யில் எந்தெந்த புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ளன?

எந்தெந்த புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் அமைந்துள்ளன?

எந்தெந்த புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் மீது அமைந்துள்ளன?

P மற்றும் M புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ளன. L, O மற்றும் Q புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் அமைந்துள்ளன. N, A, B, C மற்றும் D புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் மீது அமைந்துள்ளன.

நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் உன்னால் இயன்ற வரை புள்ளிகளை குறி.

நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் உன்னால் இயன்ற வரை புள்ளிகளை குறி.

நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் எத்தனை புள்ளிகள் இருக்கும் என நீ நினைக்கிறாய்?

12.2 குவி மற்றும் குழி நாற்கரங்கள்

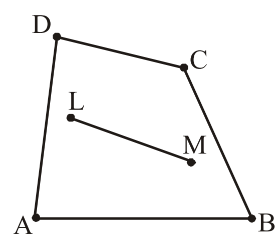
நாற்கரம் ABCD யில் L மற்றும் M என்ற இரண்டு புள்ளிகளை அதன் உட்பகுதியில் குறித்து அவற்றை இணைத்து ஒரு கோட்டுத்துண்டினை உருவாக்கு.

இக்கோட்டுத்துண்டு அல்லது இக்கோட்டுத்துண்டினை இணைக்கும் புள்ளிகள் நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் அமைந்துள்ளதா?

நாற்கரம் ABCD யில் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ள ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் அமைந்துள்ளதா என்பதை நீ கவனித்தாயா?

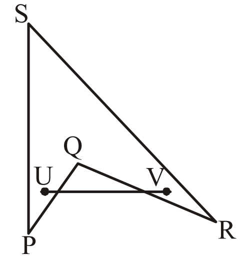
அவ்வாறு நிகழ வாய்ப்பில்லை என்பதை நீ அறிவாய்.

இச்செயலையே நாம் நாற்கரம் PQRS ல் செய்து பார்ப்போம்.



படம்–1

நாற்கரம் PQRS ல் U மற்றும் V என்ற இரண்டு புள்ளிகளை அதன் உட்பகுதியில் குறித்து அவற்றை இணை.



இப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதியில் அமைகின்றதா? இது போன்ற நிறைய கோட்டுத்துண்டுகளை உன்னால் வரைய முடியுமா?

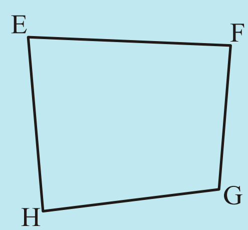
நாற்கரம் PQRS ல் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டினை நாற்கரத்தின் உட்பகுதியில் அமையுமாறு உன்னால் வரைய முடிந்ததா? அவ்வாறு வரைய முடியும் என்பதை நீ கவனி.

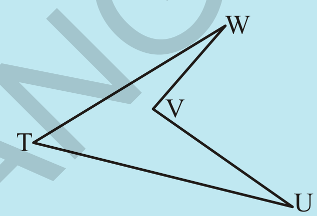
நாற்கரம் ABCD யில் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டுகள் அனைத்தும் அதன் உட்பகுதியிலேயே அமைந்துள்ளதால் அது 'குவி நாற்கரம்' எனப்படும்.

நாற்கரம் PQRS ன் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டுகள் அனைத்தும் அதன் உட்பகுதியிலேயே அமையவில்லை (அமைய வேண்டிய அவசியமில்லை). எனவே அது குழி நாற்கரம் எனப்படும்.

முயன்று பார்

1.





(i) நாற்கரம் EFGH என்பது குவி நாற்கரம் ஆகுமா?

(ii) நாற்கரம் TUVW என்பது குழி நாற்கரம் ஆகுமா?

(iii) நாற்கரம் EFGHல் இரண்டு மூலைவிட்டங்களை வரை. அவை ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்கின்றதா?

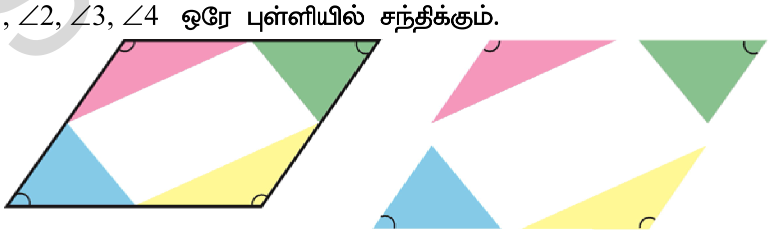
(iv) நாற்கரம் TUVWல் இரண்டு மூலைவிட்டங்களை வரை. அவை ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்கின்றதா?

குவி நாற்கரத்தில் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று உட்பகுதியில் வெட்டிக் கொள்வதையும், குழி நாற்கரத்தில் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று வெளிப்பகுதியில் வெட்டிக் கொள்வதையும் நீ நன்கு கவனிக்கலாம்.

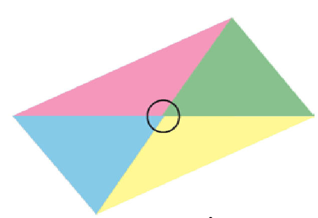
12.3 நாற்கரத்தில் கோணங்களின் கூட்டுப் பண்பு

செயல் 1

ஒரு அட்டைத்துண்டினை எடுத்துக்கொள். அதன் மீது ABCD என்ற நாற்கரத்தை வரைந்து கத்தரி. பிறகு அந்த நாற்கரத்தை படம்1 ல் காட்டியபடி நான்கு துண்டுகளாக்கு.
அத்துண்டுகளை படம்2ல் காட்டியபடி அமைக்கும் போது கோணங்கள்
$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும்.



படம்-1



படம்-2

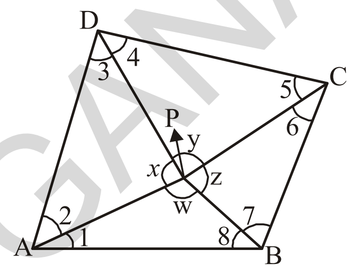
$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ கோணங்களின் கூடுதல் 360° க்கு சமமாகுமா? (ஒரு புள்ளியில் கோணங்களின் கூடுதல்)

நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் 360° ஆகும்.

[குறிப்பு : $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ முதலிய கோணங்களின் அளவுகளை $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3$ என எழுத வேண்டும்]

இக்கூற்றின் முடிவினை நாம் வேறு முறையிலும் பெறலாம்.

1. நாற்கரம் ABCD யில் 'P' என்னும் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி அதன் உட்பகுதியில் அமைந்துள்ளது எனக்கொள். A, B, C,D முனைப்புள்ளிகளுடன் 'P' புள்ளியை இணை.



படத்தில் ΔPAD ஐ எடுத்துக்கொள்.

$m\angle 2 + m\angle 3 = 180^{\circ} - x$ .... (1)

இவ்வாறே ΔPDC, $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^{\circ} - y$ .... (2)

ΔPCB, $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^{\circ} - z$ .... (3)

ΔPBA, $m\angle 8 + m\angle 1 = 180^{\circ} - w$. .... (4)

(முக்கோணத்தில் கோணங்களின் கூட்டுப் பண்பு மூலம்)

(1), (2), (3) மற்றும் (4) ஐ கூட்டவும்

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8$

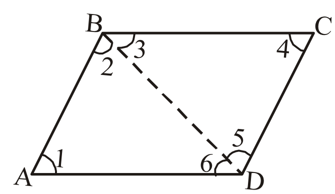
$= 180^{\circ} - x + 180^{\circ} - y + 180^{\circ} - z + 180^{\circ} - w$

$= 720^{\circ} - (x + y + z + w)$

($x + y + z + w = 360^{\circ}$; ஒரு புள்ளியில் கோணங்களின் கூடுதல்)

$= 720^{\circ} - 360^{\circ}$ $= 360^{\circ}$

எனவே நாற்கரத்தில் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் 360° ஆகும்.

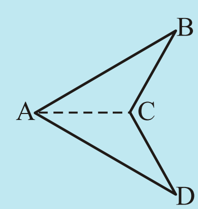


2. ABCD என்ற நாற்கரத்தை எடுத்துக்கொள். மூலைவிட்டத்தை வரைந்து நாற்கரத்தை இரண்டு முக்கோணங்களாக்கு. 1,2, 3, 4, 5 மற்றும் 6 என்ற ஆறு கோணங்கள் ஏற்படும்.

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூட்டுப் பண்புகளை பயன்படுத்தி $\angle A, \angle B, \angle C$ மற்றும் $\angle D$ யின் கூடுதல் 360° என நீ எளிதாக நிரூபிக்கலாம்.

முயன்று பார்

ஒரு நாற்கரம் குவி நாற்கரமாக இல்லையெனில் என்ன நிகழும்? ABCD என்ற நாற்கரத்தை இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரித்து அவற்றின் உட்கோணங்களின் கூடுதலை கண்டுபிடி. குழி நாற்கரத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதல் எவ்வளவு?



எடுத்துக்காட்டு 1 : ஒரு நாற்கரத்தின் மூன்று கோணங்கள் $55^{\circ}, 65^{\circ}$ மற்றும் 105° எனில் நான்காவது

கோணத்தை கண்டுபிடி?

தீர்வு : நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் $360°$.

மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் $= 55° + 65° + 105° = 225°$

எனவே நான்காவது கோணம் $= 360° - 225° = 135°$

எடுத்துக்காட்டு 2 : நாற்கரத்தின் இரண்டு கோணங்கள் $80°$ மற்றும் $120°$. மேலும் மற்ற இரண்டு கோணங்கள் சமம் எனில் அவற்றை கண்டுபிடி?

தீர்வு : நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் $360°$.

இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் $= 80° + 120° = 200°$

மற்ற இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் $= 360° - 200° = 160°$

இரண்டு கோணங்களும் சமம்.

எனவே ஒரு கோணம் $= 160° \div 2 = 80°$

எடுத்துக்காட்டு 3 : நாற்கரத்தின் கோணங்கள் முறையே $x°$, $(x - 10)°$, $(x + 30)°$ மற்றும் $2x°$ எனில் அவற்றை கண்டுபிடி.

தீர்வு : நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் $= 360°$

எனவே $x + (x - 10) + (x + 30) + 2x = 360°$

$5x + 20 = 360°$

$x = 68°$

எனவே நான்கு கோணங்கள் $= 68° ;\ (68-10)° ;\ (68+30)° ;\ (2\times68)°$

$= 68°, 58°, 98°$ மற்றும் $136°$.

எடுத்துக்காட்டு 4 : ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்களின் விகிதம் $3 : 4 : 5 : 6$. எனில் அவற்றை கண்டுபிடி.

தீர்வு : நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் $= 360°$

கோணங்களின் விகிதம் $3 : 4 : 5 : 6$

எனவே அக்கோணங்கள் முறையே $3x, 4x, 5x, 6x$ ஆகும்.

$3x + 4x + 5x + 6x = 360°$

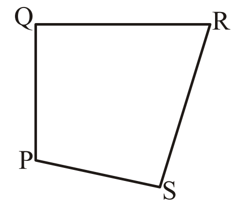
$18x = 360°$

$$x = \frac{360^0}{18} = 20^0$$

எனவே அக்கோணங்கள் $= 3 \times 20°; 4 \times 20°; 5 \times 20°; 6 \times 20°$

$= 60°, 80°, 100°$ மற்றும் $120°$

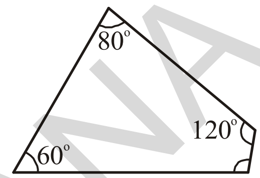
பயிற்சி 1



1. நாற்கரம் PQRSல்

   (i) பக்கங்கள், கோணங்கள், முனைப்புள்ளிகள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களை எழுது.

   (ii) மேலும் அனைத்து அடுத்தடுத்த பக்கங்கள், அடுத்தடுத்த கோணங்கள் எதிரெதிர் பக்கங்கள் மற்றும் எதிரெதிர் கோணங்களை எழுதுக.



2. நாற்கரத்தின் மூன்று கோணங்கள் முறையே $60°$, $80°$ மற்றும் $120°$ எனில் நான்காவது கோணத்தை கண்டுபிடி.

3. நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் விகிதம் $2 : 3 : 4 : 6$. எனில் அக்கோணங்களை கண்டுபிடி.

4. ஒரு நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களும் சமம் எனில் அக்கோணங்களை கண்டுபிடி. இந்த நாற்கரத்தை உன் நோட்டுப்புத்தகத்தில் வரை.

5. நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்கள் முறையே $x°$, $(x + 10)°$, $(x + 20)°$, $(x + 30)°$ எனில் அக்கோணங்களை கண்டுபிடி.

6. ஒரு நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களின் விகிதம் $1 : 2 : 3 : 6$ ஆக இருக்காது. ஏன்? காரணங்களை கூறு.

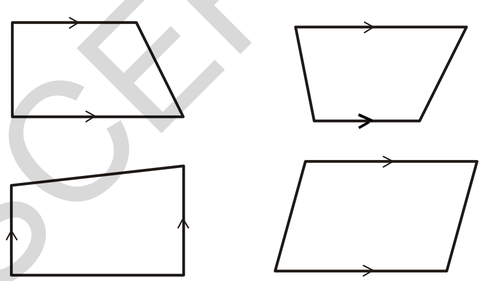
   (குறிப்பு : இந்த நாற்கரத்தின் மாதிரி படத்தை வரைய முயற்சி செய்)

12.4 நாற்கரத்தின் வகைகள்

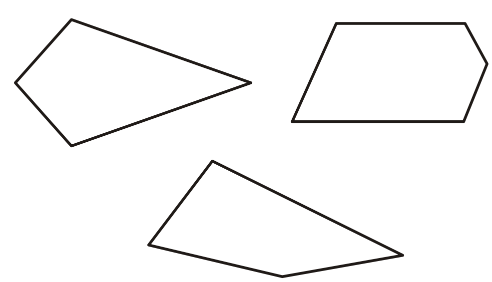
நாற்கரத்தின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை பொருத்து அவற்றிற்கு புதிய பெயர்கள் வழங்கப்படுகின்றன.

12.4.1 சரிவகம்

ஒரு நாற்கரம் ஒரு ஜோடி இணைப்பக்கங்களை கொண்டிருந்தால் அது சரிவகம் எனப்படும்.



இவை சரிவகங்கள் ஆகும்



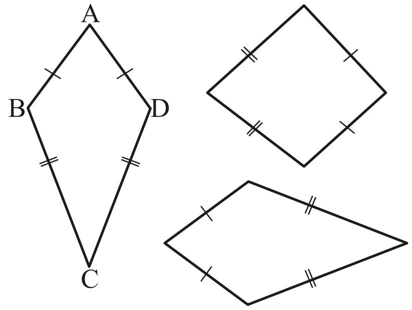
இவை சரிவகங்கள் ஆகாது

(குறிப்பு : அம்பு குறிகள் இணைக்கோடுகளை குறிக்கும்).

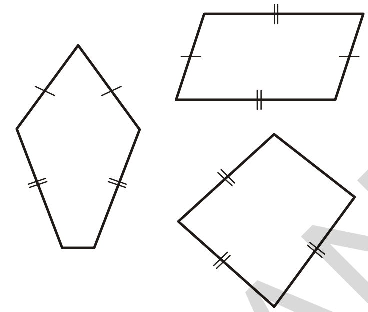
இரண்டாவது குழுவிலுள்ள படங்கள் சரிவகங்கள் ஆகாது. ஏன்?

12.4.2 பட்டம்

பட்டம் என்பது நாற்கரத்தின் ஒரு சிறப்பு வகையாகும். கீழ்காணும் படத்தில் ஒரே குறியீடுகளை கொண்ட படங்கள் சமமான நீளங்களை கொண்டுள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக AB = AD மற்றும் BC = CD.



இவை பட்டங்கள் ஆகும்



இவை பட்டங்கள் ஆகாது

இரண்டாவது குழுவிலுள்ள படங்கள் பட்டங்கள் ஆகாது, ஏன்?

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து,

(i) **பட்டம் நான்கு பக்கங்களை கொண்டுள்ளது. (பட்டம் ஒரு குவி நாற்கரமாகும்)**

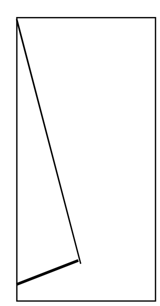
(ii) **பட்டத்தில் இரு ஜோடி அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் சமமான நீளங்களை கொண்டுள்ளன.**

செயல் 2 :

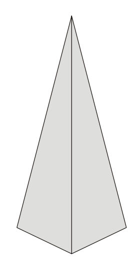
ஒரு தடிமனான காகிதத்தை எடுத்துக்கொள். காகிதத்தை அதன் மையத்தில் மடி. படம் 1ல் காட்டியபடி இரண்டு வெவ்வேறு நீளங்களை கொண்ட கோட்டுத்துண்டுகளை வரை. அந்த கோட்டுத்துண்டுகள் வழியே காகிதத்தை கத்தரி. அவ்வாறு செய்யும் போது படம் 2ல் காட்டியபடி பட்டம் வடிவினை பெறலாம்.

இப்பட்டம் ஒத்த கோட்டுத்துண்டுகளை பெற்றுள்ளதா? பட்டத்தினை மடித்து அதன் மூலைவிட்டங்களை உருவாக்கு. இந்த மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றனவா என்பதை மூலைமட்டங்களை (set-square) பயன்படுத்தி சரி பார்க்கவும்.

பட்டத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமாகுமா? இதை காகிதத்தை கொண்டு மடித்தோ அல்லது அளவிட்டோ சரிபார்க்கவும்.



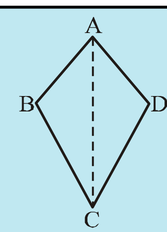
படம்-1



படம்-2

முயன்று பார்

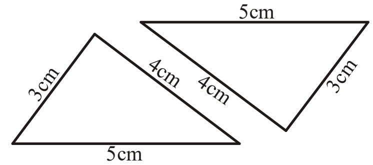
பட்டம் ABCD யில், ΔABC மற்றும் ΔADC சர்வசமம் என்பதை நிரூபி.

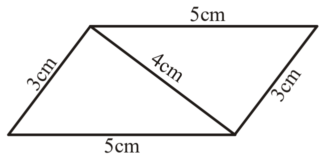


12.4.3 இணைகரம்

செயல் 3

3 செ.மீ, 4 செ.மீ, 5 செ.மீ நீளமுள்ள பக்கங்களை கொண்ட இரண்டு ஒரே மாதிரியான முக்கோணங்களை எடுத்துக்கொள். அவற்றை கீழ்காணும் படத்தில் உள்ளதை போன்று பொருத்து.



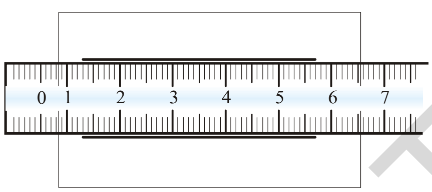


ஒரு இணைகரம் ஏற்பட்டது. இவற்றில் இணைப்பக்கங்கள் எவை? அந்த இணைப்பக்கங்களின் நீளங்கள் சமமா?

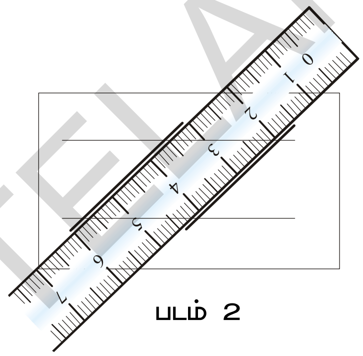
இதே ஜோடி முக்கோணங்களை பயன்படுத்தி மேலும் இரண்டு இணைகரங்களை ஏற்படுத்தலாம். அவற்றை கண்டுபிடி.

செயல் 4 :

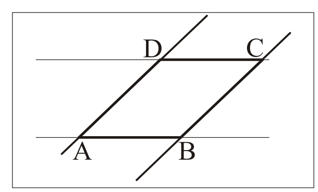
ஒரு அளவுகோலை எடுத்துக்கொள். படம்1ல் காட்டியவாறு இரண்டு கோடுகளை வரை. படம்2ல் காட்டியவாறு அளவுகோலை அந்த கோடுகளுக்கு குறுக்கே வைத்து மேலும் இரண்டு கோடுகளை வரை.



படம் 1



படம் 2



படம் 3

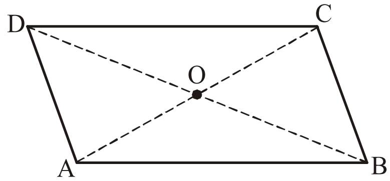
இந்த நான்கு கோடுகளும் இரண்டு ஜோடி எதிரெதிர் இணைப்பக்கங்களை கொண்ட நாற்கரத்தை ஏற்படுத்துகிறது. இதுவே இணைகரம் ஆகும்.

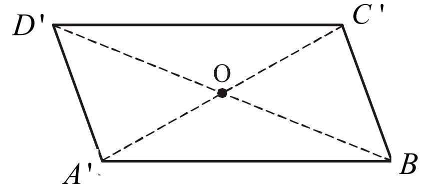
12.4.3(அ) இணைகரத்தின் பண்புகள்

இணைகரத்தின் பக்கங்கள்

செயல் 5

இரண்டு ஒரே மாதிரியான இணைகரங்கள் ABCD மற்றும் A'B'C'D' ஐ எடுத்துக்கொள்.





இங்கு பெயரை தவிர $\overline{AB}$ யும் $\overline{A'B'}$ யும் சமம். அவ்வாறு மற்ற ஒத்த பக்கங்களும் சமம்.

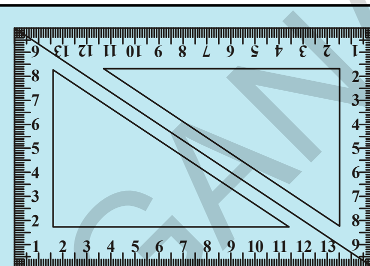
$\overline{A'B'}$ ஐ $\overline{DC}$ மீது பொருத்து. அவை இரண்டும் ஒன்றிப்போகின்றனவா? $\overline{A'B'}$ மற்றும் $\overline{DC}$ பக்கங்களை உற்றுநோக்கு. நீ அறிவது என்ன?

இரண்டு செயல்களிலும் நீ அப்பக்கங்கள் சமம் என்பதை அறிவாய். எனவே **இணைகரத்தில் எதிரெதிர் பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.**

இந்த முடிவினை நீ அளவுகோலை பயன்படுத்தி இணைகரங்களின் பக்கங்களின் நீளங்களை அளந்து பெறலாம்.

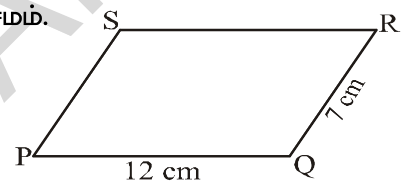
முயன்று பார்

$30° - 60° - 90°$ கொண்ட இரண்டு ஒரே மாதிரியான மூலைமட்டங்கள் (Set-squares) எடுத்துக்கொள். அவற்றை படத்தில் காட்டியபடி அருகருகே வை. இச்செயல் மேற்கண்ட பண்பினை சரிபார்க்க உதவுமா? ஒவ்வொரு செவ்வகமும் ஒரு இணைகரம் ஆகுமா?



எடுத்துக்காட்டு 5 : இணைகரம் PQRSன் சுற்றளவை கண்டுபிடி?

தீர்வு : இணைகரத்தில் எதிரெதிர் பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.



கொடுக்கப்பட்ட வினாவின் படி,

PQ= SR = 12 செ.மீ மற்றும் QR = PS = 7 செ.மீ

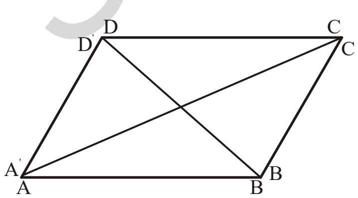
எனவே சுற்றளவு = PQ + QR + RS + SP

= 12 செ.மீ + 7 செ.மீ + 12 செ.மீ + 7 செ.மீ = 38 செ.மீ

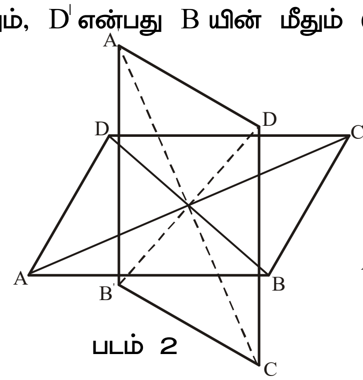
இணைகரத்தின் கோணங்கள்

செயல் 6

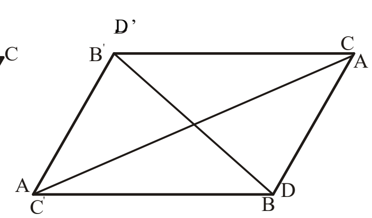
இணைகரம் ABCD ஐ எடுத்துக்கொள். ஒரு படித்தாளில் (Tracing Sheet) அதன் அச்சினை வரை. அதற்கு A', B', C', D' என பெயரிடு. படம் 1ல் காட்டியவாறு A', B', C', D' ஐ ABCD மீது பொருத்து. அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியில் குண்டு ஊசியை பொருத்து. இப்பொழுது படித்தாளை (Tracing Sheet) படம்2ல் காட்டியவாறு $90°$ சுற்று. மீண்டும் அதே திசையில் $90°$ சுற்று. படம் 3ல் காட்டியவாறு இரண்டு இணைகரங்களும் ஒன்றிப்போவதை நீ அறியலாம். A' என்பது C யின் மீதும், C' என்பது A வின் மீதும் பொருந்துவதை காண். இவ்வாறே படம் 3ல் காட்டியவாறு B' என்பது D யின் மீதும், D' என்பது B யின் மீதும் பொருந்துவதை கவனி.



படம் 1



படம் 2



படம் 3

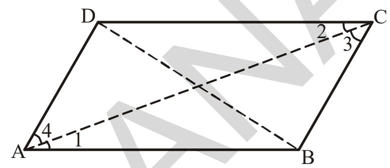
A,C கோணங்களின் அளவுகள் மூலம் நீ அறிந்து கொண்டது என்ன? அவ்வாறே B,D கோணங்களின் அளவுகளை கவனி. நீ அறிவது யாது?

மேற்கண்ட முடிவுகளிலிருந்து நாம் இணைகரத்தில் எதிரெதிர் கோணங்களின் அளவுகள் சமம் என்பதை அறியலாம்.

முயன்று பார்

$30° – 60° – 90°$ கொண்டு மூலைமட்டங்களை (set squares) எடுத்துக்கொண்டு ஒரு இணைகரத்தை உருவாக்கு. இச்செயல் மேற்கண்ட பண்பினை சரிபார்க்க உதவுமா?

மேற்கண்ட கூற்றினை தர்க்கவியல் கூற்றின் மூலம் நிரூபிக்கலாம்.



இணைகரம் ABCD ல் $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BD}$ மூலைவிட்டங்கள் எனில் $\angle 1 = \angle 2$ மற்றும் $\angle 3 = \angle 4$ (ஒன்றுவிட்ட கோண விதியின்படி)

ΔABC மற்றும் ΔCDA சர்வசமம் ஆகும் $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (கோ.ப.கோ. சர்வசமம்)

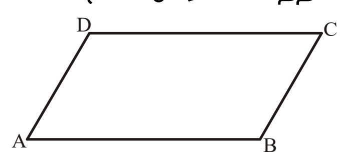
எனவே $m\angle B = m\angle D$ (வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த பாகங்கள்).

இவ்வாறே $\Delta ABD \cong \Delta CDB$, எனவே $m\angle A = m\angle C$. (வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த பாகங்கள்).

எனவே இணைகரத்தில் எதிரெதிர் கோணங்களின் அளவுகள் சமம் ஆகும்.

இப்பொழுது அடுத்தடுத்த இணைகரத்தின் கோணங்களை பார்ப்போம்.

இணைகரம் ABCDயில் $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ மேலும் $\overline{DA}$ என்பது குறுக்குவெட்டு கோடு. எனவே $\angle A$ மற்றும் $\angle D$ என்ற உட்கோணங்கள் குறுக்குவெட்டு கோட்டின் ஒரே பக்கத்தில் அமைகின்றன. எனவே அவை மிகை நிரப்பு கோணங்களாகும்.



இவ்வாறே $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ யும் மிகை நிரப்பு கோணங்கள் எனக் கூற முடியுமா? ஏன்?

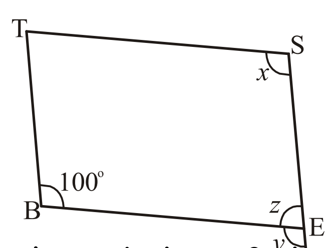
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ மேலும் $\overline{BA}$ என்பது குறுக்குவெட்டு கோடு. எனவே $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ உட்கோணங்கள் ஆகும். ஆகையால் அவை மிகை நிரப்பு கோணங்களாகும்.

இதை செய்

இணைகரம் ABCD யில் மேலும் இரண்டு ஜோடி மிகை நிரப்பு கோணங்கள் உள்ளன. அவற்றை கண்டுபிடி.

எடுத்துக்காட்டு 6 : BEST ஒரு இணைகரம் எனில் x, y,z ன் மதிப்புகளை காண்.

தீர்வு : $\angle S$ ன் எதிர்கோணம் $\angle B$.



எனவே $x = 100°$ (எதிரெதிர் கோணங்கள் சமம்)

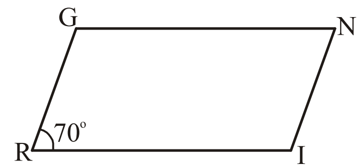
$y = 100°$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$z = 80°$ [ஏனெனில் $\angle y, \angle z$ என்பவை நேர்கோட்டு இணைகளாகும் (linear pair)]

இணைகரத்தில் அடுத்தடுத்த கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும். மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து இப்பண்பினை அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : இணைகரம் RING யில் $m\angle R = 70°$ எனில் மற்ற கோணங்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : கணக்கின்படி $m\angle R = 70°$



எனவே $m\angle N = 70°$

(இணைகரத்தில் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமம்)

$\angle R$ மற்றும் $\angle I$ மிகை நிரப்பு கோணங்களாகும்.

எனவே $m\angle I = 180° - 70° = 110°$

மேலும் $m\angle G = 110°$ ஏனெனில் $\angle G$, $\angle I$ இணைகரத்தின் எதிரெதிர் கோணங்களாகும்.

எனவே, $m\angle R = m\angle N = 70°$ மேலும்

$m\angle I = m\angle G = 110°$

முயன்று பார்

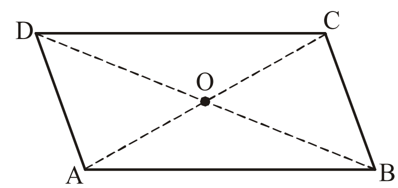
மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் $m\angle I$ மற்றும் $m\angle G$ ஐ மற்றொரு முறையை பயன்படுத்தி காண முடியுமா?

குறிப்பு : நாற்கரத்தின் மொத்த கோணங்களின் கூட்டுப் பண்பு.

12.4.3 (ஆ) இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள்

செயல் 7 :

இணைகரம் ABCDயின் மாதிரியை எடுத்துக்கொள். அதன் மூலைவிட்டங்கள் $\overline{AC}$ யும் $\overline{DB}$ யும் O புள்ளியில் சந்திக்கின்றன எனக் கொள்.

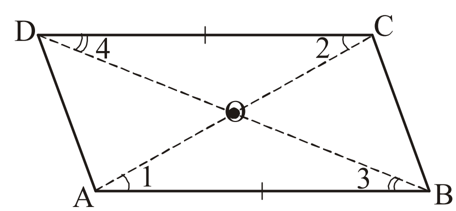


C ஐ Aவின் மீது பொருத்து. $\overline{AC}$ யின் மையப்புள்ளியை காண். அந்த மையப்புள்ளி 'O' புள்ளிதானா?

D ஐ B யின் மீது பொருத்து. $\overline{DB}$ யின் மையப்புள்ளியை காண். அந்த மையப்புள்ளி 'O'புள்ளிதானா? மூலைவிட்டம் $\overline{DB}$ என்பது $\overline{AC}$ மூலைவிட்டத்தை 'O' புள்ளியில் இருசமமாக வெட்டுகின்றதா? உன் நண்பர்களுடன் விவாதி. DB யின் மையப்புள்ளி எங்கு உள்ளது என்பதை கண்டறிய இச்செயலை திரும்பத்திரும்பச் செய்.

இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமமாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

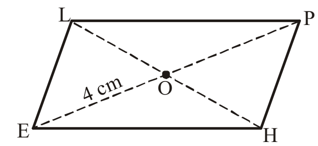
இப்பண்பினை கோ.ப.கோ. சர்வ சமம் மூலமும் நிருபிக்கலாம்.



$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (இங்கு கோ.ப.கோ. சர்வசமம் எவ்வாறு பயன்படுகிறது?)

இதிலிருந்து $AO = CO$ மேலும் $BO = DO$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8 : HELP ஒரு இணைகரம் மேலும் OE = 4 செ.மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி 'O' மேலும் PE ஐவிட HL என்பது 5 செ.மீ அதிகம் எனில் OH கண்டுபிடி.



தீர்வு : OE = 4 செ.மீ எனில் OP = 4 செ.மீ

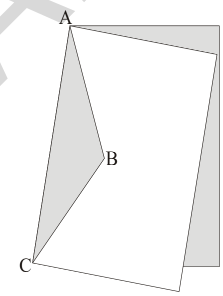
PE ஐவிட HL 5 செ.மீ அதிகம்.

எனவே HL = 8 +5 = 13 செ.மீ

ஆகையால் $OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ செ.மீ

12.4.4 சாய்சதுரம்

முன்பு பட்டம் உருவாக்கிய விதத்தை நினைவு கொள். ABC வழியாக வெட்ட உனக்கு பட்டம் கிடைத்தது. ஆனால் இங்கு AB மற்றும் BC நீளங்கள் வெவ்வேறானது. நீ AB = BC உள்ளவாறு வரைந்தால் உனக்கு கிடைக்கும் பட்டம் சாய்சதுரம் எனப்படும்.



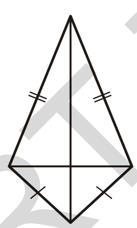
சாய்சதுர துண்டு

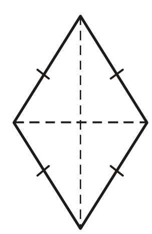
சாய்சதுரத்தில் அனைத்து பக்கங்களும் சமமான நீளங்களை கொண்டிருக்கும். ஆனால் பட்டத்தில் அவ்வாறு இல்லை என்பதை கவனி.

சாய்சதுரத்தில் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணை. ஆகையால் அதை ஒரு இணைகரம் எனவும் கூறலாம்.

எனவே சாய்சதுரத்திற்கு, இணைகரம் மற்றும் பட்டத்தின் அனைத்து பண்புகளும் பொருந்தும். அப்பண்புகளை பட்டியலிட முயற்சி செய்.

இந்த அலகின் கடைசியில் நீ பட்டியலிட்ட பண்புகளை சரிபார்த்து கொள்.


பட்டம்


சாய்சதுரம்

சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசமவெட்டிகளாகும்.

செயல் 8 :

ஒரு சாய்சதுரத்தின் மாதிரியை எடுத்துக்கொள். காகிதம் மடித்தல் (paper-folding) மூலம் மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி அவற்றின் மையப்புள்ளி என்பதை சரிபார்க்கவும். மேலும் நீ மூலைமட்டங்களின் (SetSquare) மூலைகளை (corner) பயன்படுத்தி அவை செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றனவா என்பதை சரிபார்க்கலாம்.

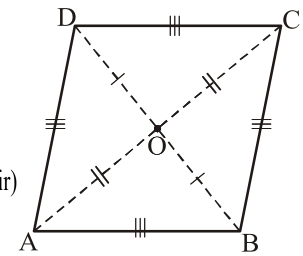
மேற்கண்ட கூற்றினை தர்க்கவியல் முறையில் நிரூபிக்கலாம்.

ABCD ஒரு சாய்சதுரம். மேலும் அது ஒரு இணைகரம் ஆகும். எனவே மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமவெட்டிகளாகும்.

எனவே, OA = OC மேலும் OB = OD.

நாம் $m\angle AOD = m\angle COD = 90°$ என நிரூபிக்க வேண்டும்.

ப.ப.ப. சர்வசம பண்பிலிருந்து,



$\Delta AOD \cong \Delta COD$

எனவே, $m\angle AOD = m\angle COD$

$\angle AOD$ மற்றும் $\angle COD$ என்பவை நேர்கோட்டு இணைகளாகும். (linear pair)

$$m\angle AOD = m\angle COD = 90°$$

எனவே சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசமவெட்டிகளாகும்.

12.4.5 செவ்வகம்

செவ்வகம் என்பது சமமான கோணங்களை கொண்ட ஒரு இணைகரமாகும்.

இந்த வரையறையின் முழு பொருள் என்ன? உன் நண்பர்களுடன் கலந்துரையாடு.

செவ்வகத்தில் எல்லா கோணங்களும் சமம் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் மதிப்பினை கண்டுபிடி?

ஒரு கோணம் $x°$ எனக் கொள்.

எனவே $4x° = 360°$ (ஏன்)?

$\therefore x° = 90°$

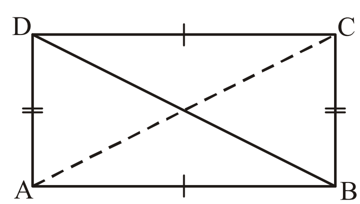
எனவே செவ்வகம் என்பது ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணமாக கொண்ட ஒரு இணைகரமாகும்.

செவ்வகம் என்பது ஒரு இணைகரம் ஆதலால், அதன் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம் மேலும் அதன் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இருசமமாக வெட்டிக்கொள்ளும்.

இணைகரத்தில் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் வேறுபடலாம்.

(இதை சரிபார்) ஆனால் செவ்வகத்தில் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமாகும். (இது ஒரு சிறப்பு பண்பாகும்).

இதை இவ்வாறு சரிபார்க்கலாம் :



ABCD ஒரு செவ்வகம் எனில்

$\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ஏனென்றால் $AB = CD$ (எதிரெதிர் பக்கங்கள்)

$BC = AD$ (ஏன்?)

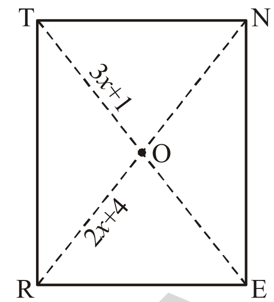
$m\angle A = m\angle B = 90°$ (ஏன்?)

ப.கோ.ப. சர்வசமம் பண்பின் மூலம்/

$\Delta ABC \cong \Delta ABD$ எனவே $AC = BD$

எனவே செவ்வகத்தில் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 9: RENT ஒரு செவ்வகம். அதன் மூலைவிட்டங்கள் 'O'வில் வெட்டிக்கொள்ளும். $OR = 2x + 4$ மேலும் $OT = 3x + 1$ எனில் x-ன் மதிப்பை காண்.



தீர்வு : OT என்பது TE மூலைவிட்டத்தில் பாதி மேலும் OR என்பது RN மூலைவிட்டத்தில் பாதி.

இங்கு மூலைவிட்டங்கள் சமம் (ஏன்?)

எனவே அவற்றின் பாதி அளவுகளும் சமமாகும்.

எனவே $3x + 1 = 2x + 4$

$x = 3$

12.4.6 சதுரம்

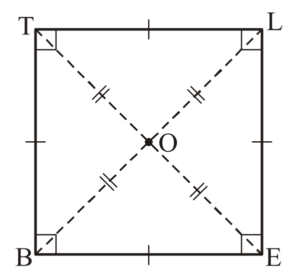
சதுரம் என்பது அடுத்தடுத்த பக்கங்களை சமமாக கொண்ட செவ்வமாகும்.

அதாவது சதுரம் செவ்வகத்தின் அனைத்து பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும். கூடுதலாக அனைத்து பக்கங்களும் சமம் என்ற பண்பினையும் பெற்றிருக்கும்.

செவ்வகத்தை போன்றே சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமாகும்.

செவ்வகத்தில் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. (இதை சரிபார்) ஆனால் இப்பண்பு சதுரத்திற்கு பொருந்தாது. மேற்கண்ட கூற்றினை கீழ்கண்டவாறு நிரூபிக்கலாம்.

BELT என்பது ஒரு சதுரம்.



எனவே BE = EL = LT = TB

ΔBOE மேலும் ΔLOE ஐ எடுத்துக்கொள்.

OB=OL (ஏன்?)

OE என்பது இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.

எனவே ப.ப.ப. சர்வசமப் பண்பின் படி,

$\Delta BOE \cong LOE$

ஃ $\angle BOE = \angle LOE$

ஆனால் $\angle BOE + \angle LOE = 180^{\circ}$ (ஏன்?)

$$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180}{2} = 90^{\circ}$$

எனவே சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசமவெட்டிகளாகும்.

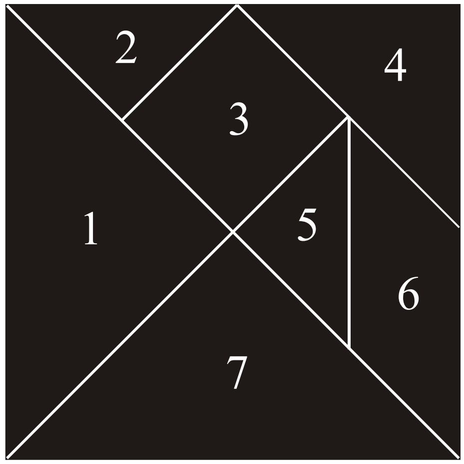
சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள்

(i) **ஒன்றை ஒன்று இருசமமாக வெட்டிக்கொள்ளும் (ஏனெனில் சதுரம் ஒரு இணைகரமாகும்)**

(ii) **நீளங்கள் சமம் (ஏனெனில் சதுரம் ஒரு செவ்வகமாகும்)**

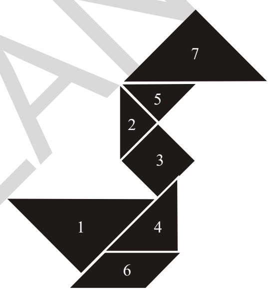
(iii) **ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.**

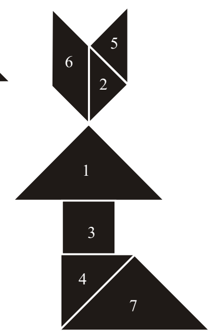
12.5 டேன்கிராம் மூலம் வடிவங்களை உருவாக்குதல்



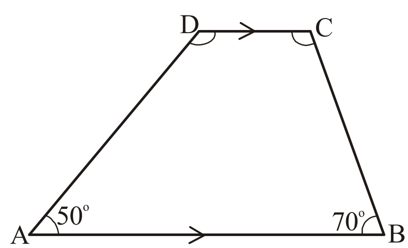
டேன்கிராமின் எல்லா துண்டுகளையும் பயன்படுத்தி சரிவகம், இணைகரம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரத்தினை உருவாக்கு.

மேலும் உன்னால் முடிந்தவரை எல்லா துண்டுகளையும் பயன்படுத்தி பல்வேறு வகையான வடிவங்களை உருவாக்கு. உனக்காக இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.





எடுத்துக்காட்டு 10 : சரிவகம் ABCD யில் $\overline{AB}$ என்பது $\overline{CD}$ க்கு இணை. மேலும் $\angle A = 50°$, $\angle B = 70°$. எனில் $\angle C$ மற்றும் $\angle D$ஐ கண்டுபிடி.



தீர்வு : $\overline{AB}$ என்பது $\overline{CD}$ க்கு இணை.

$\angle A + \angle D = 180°$ [குறுக்குவெட்டிக்கு (transversal) ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்களின் மொத்தம் 180°]

எனவே $\angle D = 180° - 50° = 130°$

இவ்வாறே, $\angle B + \angle C = 180°$

எனவே $\angle C = 180° - 70° = 110°$

எடுத்துக்காட்டு 11 : ஒரு இணைகரத்தில் இரண்டு அடுத்தடுத்த கோணங்களின் விகிதம் 3:2 எனில் இணைகரத்தின் கோணங்களை கண்டுபிடி.

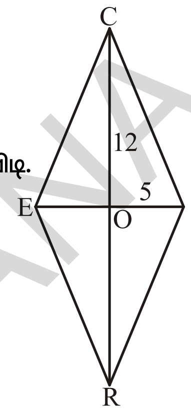
தீர்வு : இணைகரத்தின் அடுத்தடுத்து கோணங்கள் மிகை நிரப்பு கோணங்களாகும் (supplementry Angles).

எனவே அவற்றின் கூடுதல் $= 180°$

அடுத்தடுத்த கோணங்களின் விகிதம் $= 3:2$

எனவே அக்கோணங்கள் $180 \times \frac{3}{5} = 108°$ மற்றும்

$180 \times \frac{2}{5} = 72°$



எடுத்துக்காட்டு 12 : RICE ஒரு சாய்சதுரம் எனில் OE மற்றும் ORஐ கண்டுபிடி. உன்னுடைய முடிவை சரிபார்.

தீர்வு : சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசம வெட்டிகளாகும்.

எனவே $OE = OI$ மேலும் $OR = OC$

ஃ $OE = 5$ மேலும் $OR = 12$

பயிற்சி 2

1. சரியா? தவறா? என எழுது.

(i) எல்லா செவ்வகங்களும் சதுரங்களாகும். ( )

(ii) எல்லா சாய்சதுரங்களும் இணைகரங்களாகும். ( )

(iii) எல்லா சதுரங்களும் சாய்சதுரங்கள் மேலும் செவ்வகங்களாகும். ( )

(iv) எல்லா சதுரங்களும் இணைகரங்களாகாது. ( )

(v) எல்லா பட்டங்களும் சாய்சதுரங்களாகும். ( )

(vi) எல்லா சாய்சதுரங்களும் பட்டங்களாகும். ( )

(vii) எல்லா இணைகரங்களும் சரிவகங்களாகும். ( )

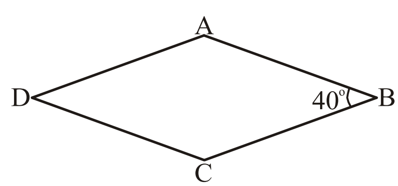
(viii) எல்லா சதுரங்களும் சரிவகங்களாகும். ( )

2. சதுரம் என்பது

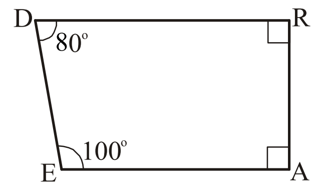
(i) ஒரு நாற்கரம் என்பதை விளக்கு (ii) ஒரு இணைகரம் என்பதை விளக்கு
(iii) ஒரு சாய்சதுரம் என்பதை விளக்கு (iv) ஒரு செவ்வகம் என்பதை விளக்கு

3. சாய்சதுரம் ABCDயில், $\angle CBA = 40°$

எனில் மற்ற கோணங்களை கண்டுபிடி.

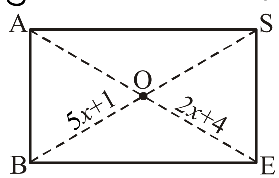


4. ஒரு இணைகரத்தின் அடுத்தடுத்த கோணங்கள் முறையே $x°$ மற்றும் $(2x + 30)°$ எனில் இணைகரத்தின் அனைத்து கோணங்களையும் கண்டுபிடி.



5. DEAR ஒரு சரிவகம். எவ்வாறு என்பதை விளக்கு? எந்த இரு பக்கங்கள் இணை?

6. BASE ஒரு செவ்வகம். அதன் மூலைவிட்டங்கள் 'O' புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. $OB = 5x+1$ மேலும் $OE = 2x + 4$. எனில் x ஐ கண்டுபிடி.



7. நாற்கரம் ABCD யில் $\angle A = 70°$, $\angle C = 65°$ எனில் ஒரு இணைகரம் ஆகுமா? காரணங்களை கூறு.

8. ஒரு இணைகரத்தில் அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் விகிதம் 5:3 அதன் சுற்றளவு 48 செ.மீ எனில் அதன் பக்கங்களின் நீளங்களை கண்டுபிடி.

9. ஒரு நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில் அது ஒரு சாய்சதுரம் ஆகுமா? மாதிரி படம் வரைந்து இக்கூற்றை சரிபார்.

10. சரிவகம் ABCD யில் $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ மேலும் $\angle A = \angle B = 30°$ எனில் மற்ற இரண்டு கோணங்களை கண்டுபிடி.

11. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பு :

(i) இணைகரத்தில் இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் சமம் எனில் அது ஒரு ____________ ஆகும்.

(ii) இணைகரத்தில் இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் சமம். மேலும் ஒரு கோணம் $90°$ எனில் அது ஒரு ____________ஆகும்.

(iii) சரிவகம் ABCDயில், $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ $\angle D = x°$ எனில் $\angle A =$ __________.

(iv) இணைகரத்தின் ஒவ்வொரு மூலைவிட்டமும் அதை ________ முக்கோணங்களாக பிரிக்கின்றன.

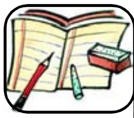
(v) இணைகரம் ABCDயில் $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BD}$ மூலைவிட்டங்கள் 'O' வில் வெட்டுகின்றன எனில் $AO = 5$செ.மீ எனில் $AC =$ ________செ.மீ.

(vi) சாய்சதுரம் ABCDயில் அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் 'O'வில் வெட்டுகின்றன எனில் $\angle AOB =$ ________.

(vii) ABCD ஒரு இணைகரம் எனில் $\angle A - \angle C =$ ________ கோணம்.

(viii) செவ்வகம் ABCDயில் மூலைவிட்டம் $AC = 10$செ.மீ எனில் மூலைவிட்டம் $BD =$ _______செ.மீ.

(ix) சதுரம் ABCDயில் $\overline{AC}$ என்ற மூலைவிட்டம் வரையப்பட்டது எனில் $\angle BAC$ __________ கோணம்.



முக்கிய கருத்துகள்

1. நான்கு கோட்டுத்துண்டுகளால் ஏற்பட்ட எளிய மூடிய படத்தை நாற்கரம் என்பர்.
2. ஒவ்வொரு நாற்கரமும் ஒரு தளத்தை (plane) (i)நாற்கரத்தின் உட்பகுதி (ii)நாற்கரத்தின் வெளிப்பகுதி (iii) நாற்கரத்தின் மேல் பகுதி என்ற மூன்று பகுதிகளாக பிரிக்கிறது.
3. ஒவ்வொரு நாற்கரமும் ஒரு ஜோடி மூலைவிட்டங்களை கொண்டிருக்கும்.
4. (i) ஒரு நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் உட்பகுதியில் அமைந்தால் அது குவி நாற்கரம் (convex quadrilateral) எனப்படும். (ii) ஒரு நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் வெளிப்பகுதியில் அமைந்தால் அது குழி நாற்கரம் (concave Quadrilateral) எனப்படும்.
5. ஒரு நாற்கரத்தில் அதன் உட்கோணங்களின் கூடுதல் 360° ஆகும்.
6. நாற்கரத்தின் பண்புகள்

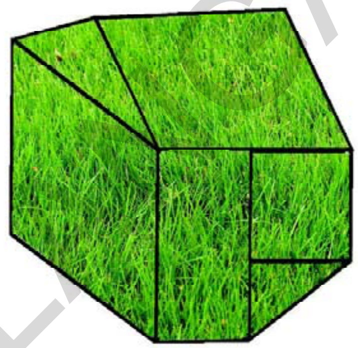
நாற்கரம்	பண்புகள்
இணைகரம் : இரு ஜோடி எதிரெதிர் பக்கங்களை இணையாக கொண்ட ஒரு நாற்கரம்	(1) எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம் (2) எதிரெதிர் கோணங்கள் சமம் (3) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசம வெட்டிகளாகும்
சாய்சதுரம் : அனைத்து பக்கங்களின் நீளங்களும் சமமாக கொண்ட ஒரு இணைகரம்	(1) இணைகரத்தின் அனைத்து பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும் (2) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.
செவ்வகம் : அனைத்து கோணங்களும் செங்கோணமாகக் கொண்ட ஒரு இணைகரம்	(1) இணைகரத்தின் அனைத்து பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும். (2) ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணமாகும் (3) மூலைவிட்டங்கள் சமம்
சதுரம் : அனைத்து பக்கங்களின் நீளங்களும் சமமாக கொண்ட ஒரு செவ்வகம்	இணைகரம், சாய்சதுரம் மற்றும் செவ்வகத்தின் அனைத்து பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும்
பட்டம் : ஒரு ஜோடி அடுத்தடுத்த பக்கங்களை சமமாக கொண்ட ஒரு நாற்கரம்	(1) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து ஆகும். (2) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமாக இருக்காது. (3) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசம வெட்டிகளாகும்.
சரிவகம் : ஒரு ஜோடி எதிர் பக்கங்களை இணையாக கொண்ட ஒரு நாற்கரம்	(1) ஒரு ஜோடி எதிர் பக்கங்கள் இணை ஆகும்.

பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு 13

13.0 அறிமுகம்

மீரா தன்னுடைய நிலத்தின் பரப்பளவை அறிய நினைத்தாள். ஆனால் அந்த நிலம் ஒழுங்கற்ற வடிவில் (படம் 1) இருந்தது. எனவே அவள் தன் நிலத்தை முக்கோணம், செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம் மற்றும் சதுரம் போன்ற ஒழுங்கான வடிவங்களாக (படம் 2) பிரித்தாள். தான் இந்த ஒழுங்கான வடிவங்களின் பரப்பளவுகளை அறிந்து கொண்டால்தான் தம் நிலத்தின் பரப்பளவை அறிய முடியும் என நினைத்தாள்.

படம் 1

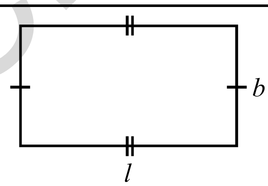
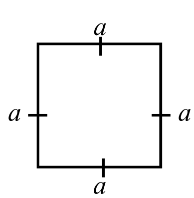


படம் 2

செவ்வகம், சதுரத்தின் பரப்பளவினை எவ்வாறு காண வேண்டும் என்பதை கீழ் வகுப்புகளில் கற்றுக்கொண்டோம். இந்த அலகில் இணைகரம், முக்கோணம், சாய்சதுரம் போன்றவற்றின் பரப்பளவுகளை எவ்வாறு காண வேண்டும் என்பதை கற்றுக்கொள்வோம். இதை கற்கும் முன்பு கீழ் வகுப்புகளில் கற்ற செவ்வகம் மற்றும் சதுரத்தின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவுகளை நினைவு கூர்வோம்.

பயிற்சி -1

1. கீழ்கண்ட அட்டவணையை பூர்த்தி செய்.

படம்	வடிவம்	பரப்பளவு	சுற்றளவு
	செவ்வகம்	நீ×அ lxb = lb	______________
	சதுரம்	______________	4 பக்கங்கள் 4a

2. கீழ்கண்ட அட்டவணையில் சில சதுரங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் விடுபட்ட விவரங்களை பூர்த்தி செய்.

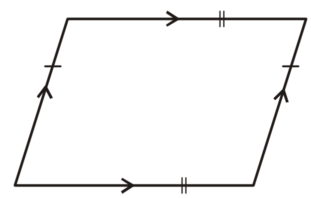
சதுரத்தின் பக்கம்	பரப்பளவு	சுற்றளவு
15 செ.மீ	225 செ.மீ^{2}	
		88 செ.மீ

3. கீழ்கண்ட அட்டவணையில் சில செவ்வகங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் விடுபட்ட விவரங்களை பூர்த்தி செய்.

நீளம்	அகலம்	பரப்பளவு	சுற்றளவு
20 செ.மீ	14 செ.மீ		
	12 செ.மீ		60 செ.மீ
15 செ.மீ		150 செ.மீ^{2}	

13.3 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

படம் 1ல் உள்ள வடிவத்தை பார். அது ஒரு இணைகரம். இதன் பரப்பளவை எவ்வாறு கண்டறிய வேண்டும் என்பதை பார்ப்போம்.

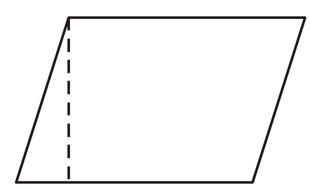


படம் -1

செயல் : 1

* ஒரு வெள்ளை தாளின் மீது இணைகரத்தை வரை.

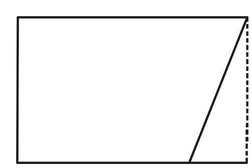
* அதை வெட்டி எடு.



படம் -2

* படம் 2ல் காட்டியவாறு புள்ளியிட்டு கோட்டின் வழியாக கத்தரித்து முக்கோண வடிவ துண்டினை தனியே எடு.

* படம் 3ல் காட்டியவாறு கத்தரித்த முக்கோண துண்டினை இணைகரத்தின் மறுபக்கத்தில் வை. இந்த இரண்டு துண்டுகளும் ஒரு செவ்வகத்தினை ஏற்படுத்தும்.

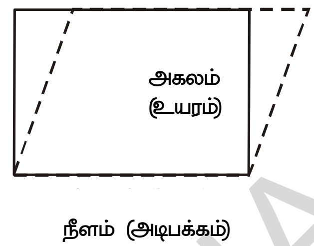


படம் -3

படம் 2ல் உள்ள இணைகரத்தின் பரப்பளவும் படம் 3ல் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் சமம் என உன்னால் கூற முடியுமா?

மேற்கண்ட செயல் மூலம் இணைகரத்தின் பரப்பளவும், செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் சமம் என்பதை நீ அறிவாய்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் $\times$ அகலம் என நாம் அறிவோம். செவ்வகத்தின் நீளம் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு சமம் எனவும் செவ்வகத்தின் அகலம் இணைகரத்தின் உயரத்திற்கு சமம் எனவும் நாம் அறிவோம்.



எனவே இணைகரத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

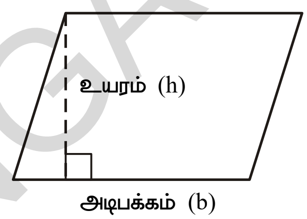
= நீளம் $\times$ அகலம்

= அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம் (நீளம் = அடிப்பக்கம்; அகலம் =உயரம்)

எனவே இணைகரத்தின் பரப்பளவு அதன் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரத்தின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமமாகும்.

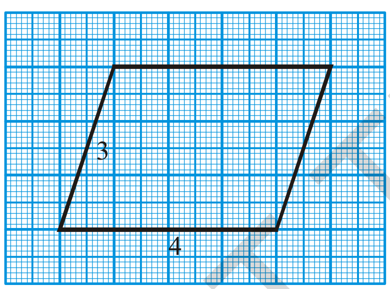
எனவே A = bh

பரப்பளவு = அடிப்பக்கம் $\times$ ஒத்த உயரம்



எடுத்துக்காட்டு 1 : கீழ்கண்ட இணைகரங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி.

(i)



தீர்வு :

இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் (b) = 4 அலகுகள்

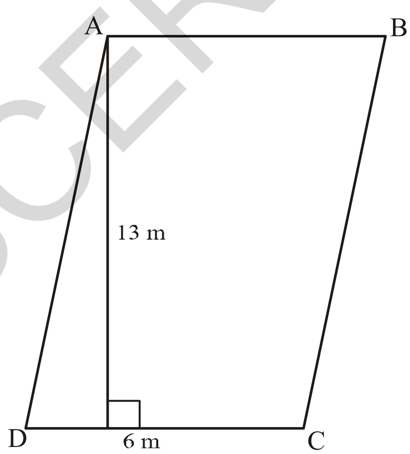
இணைகரத்தின் உயரம் (h) = 3 அலகுகள்

இணைகரத்தின் பரப்பளவு A = bh

எனவே $A = 4 \times 3 = 12$ சதுர அலகுகள்

இணைகரத்தின் பரப்பளவு 12 சதுர அலகுகள்.

(ii)



தீர்வு :

இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் (b) = 6 மீ.

இணைகரத்தின் உயரம் (h) = 13 மீ.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு (A) = bh

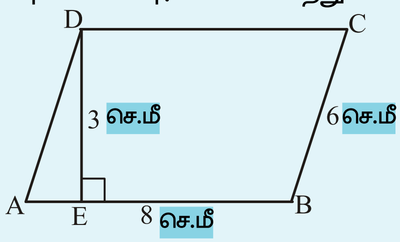
எனவே $A = 6 \times 13 = 78$ மீ²

எனவே இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு 78 மீ²

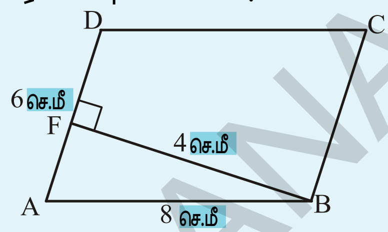
முயன்று பார்

ABCD என்ற இணைகரத்தின் (படம் 1) பக்கங்கள் முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ எனில் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் எவ்வளவு? அதன் உயரம் எவ்வளவு? அதன் பரப்பளவு எவ்வளவு?

படம் 2ல் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் எவ்வளவு? அதன் உயரம் எவ்வளவு? அதன் பரப்பளவு எவ்வளவு? படம் 1 மற்றும் படம் 2ன் பரப்பளவுகள் சமமா?

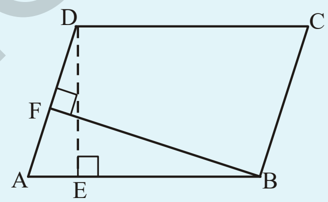


படம் 1



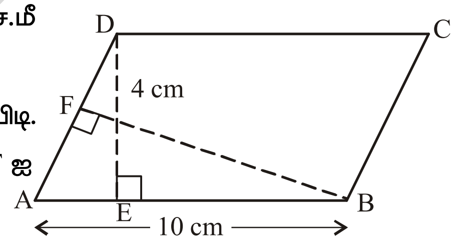
படம் 2

இணைகரத்தின் எப்பக்கத்தை வேண்டுமானாலும் அதன் அடிப்பக்கமாக கொள்ளலாம். படம் 1ல் ABயின் மீது வரையப்பட்ட குத்துக்கோடு (perpendicular) DE ஆகும். எனவே DE என்பது அதன் உயரம் ஆகும். படல் 2ல் ADயின் மீது வரையப்பட்ட குத்துக்கோடு (Perpendicular) BF என்பது அதன் உயரம் ஆகும்.

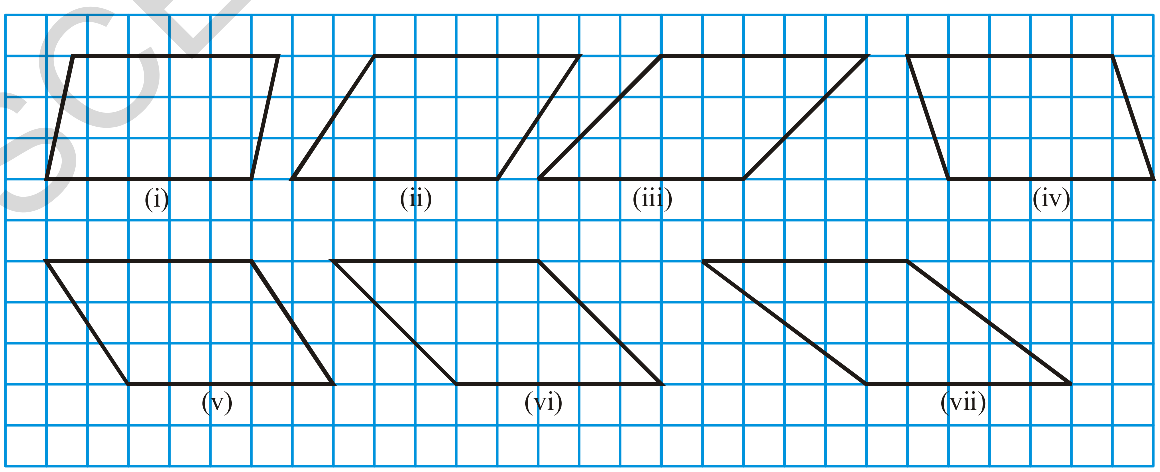


இதை செய்

1. இணைகரம் ABCDயில் AB = 10 செ.மீ DE = 4 செ.மீ எனில்.
   (i) ABCD யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.
   (ii) AD = 6 செ.மீ எனில் உயரம் BF ஐ கண்டுபிடி.



2. கீழ்கண்ட இணைகரங்களை உற்றுநோக்கு.



(i) ஒவ்வொரு இணைகரத்தின் பரப்பளவையும் அதனுள் அடைப்பட்ட சதுரங்களின் எண்ணிக்கையை கொண்டு கணக்கிடு. ஒவ்வொரு இணைகரத்திலும் முழுமையற்ற இரண்டு சதுரங்களை ஒரு சதுரம் வருமாறு கணக்கிட்டு கொள். இதன்படி கீழ்கண்ட அட்டவணையை பூர்த்தி செய்.

இணைகரம்	அடிப்பக்கம்	உயரம்	பரப்பளவு	சதுரங்களின் எண்ணிக்கை மூலம் பரப்பளவு		
				முழுமையான சதுரங்களின் எண்ணிக்கை	முழுமையற்ற சதுரங்களின் எண்ணிக்கை	மொத்தம்
(i)	5 அலகுகள்	3 அலகுகள்	$5 \times 3 = 15$ சதுர அலகுகள்	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii) ஒரே அளவுள்ள அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரம் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவுகள் சமமாக உள்ளதா?

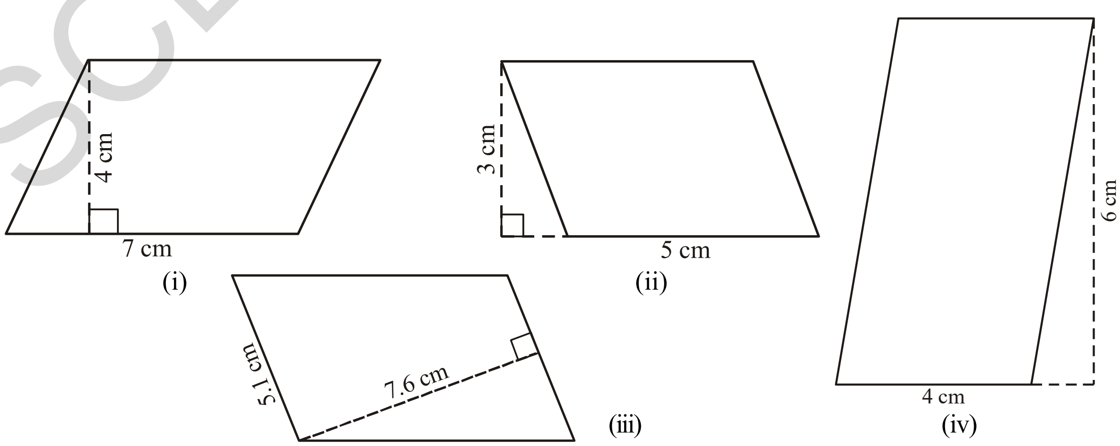
முயன்று பார்

(i) செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மற்றும் இணைகரத்தின் பரப்பளவை காண பயன்படும் சூத்திரம் (formula) ஏன் ஒரே விதமாக உள்ளது?

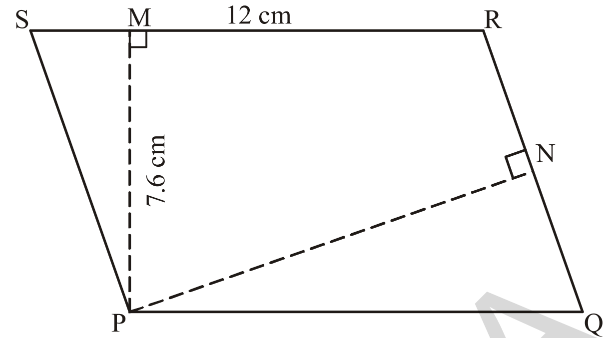
(ii) ஒவ்வொரு செவ்வகமும் ஒரு இணைகரமாகும். ஆனால் ஒவ்வொரு இணைகரமும் செவ்வகமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. ஏன்?

பயிற்சி -2

1. கீழ்கண்ட இணைகரங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி.



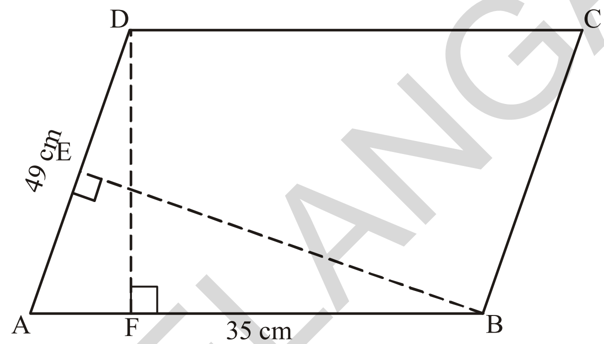
2. PQRS ஒரு இணைகரம். Pலிருந்து $\overline{SR}$ மீது வரையப்பட்ட குத்துக்கோடு PM ஆகும். மேலும் P லிருந்து $\overline{QR}$ மீது வரையப்பட்ட குத்துக்கோடு PN ஆகும். $\overline{SR}$ = 12 செ.மீ எனில் PM = 7.6 செ.மீ எனில்



(i) PQRS இணைகரத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

(ii) QR = 8 செ.மீ எனில் PNஐ கண்டுபிடி.

3. இணைகரம் ABCD யில் DF, BE முறையே AB, AD யின் மீது வரையப்பட்ட குத்துக்கோடுகளாகும். AB = 35 செ.மீ AD = 49 செ.மீ, மேலும் இணைகரத்தின் பரப்பளவு 1470 செ.மீ^{2} எனில் BE, DF யின் அளவுகளை கண்டுபிடி.



4. ஒரு இணைகரத்தின் உயரம் அதன் அடிப்பக்கத்தில் 1/3 பாகம் ஆகும். இணைகரத்தின் பரப்பளவு 192 செ.மீ^{2} எனில் அதன் உயரம், அடிப்பக்கத்தை கண்டுபிடி.

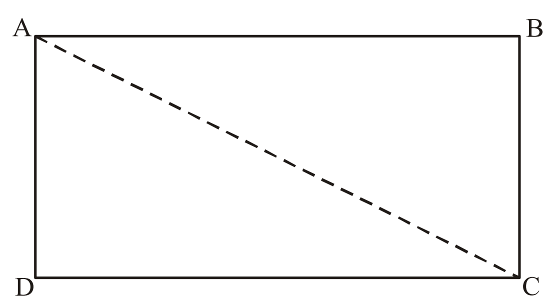
5. ஒரு இணைகரத்தில் அதன் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரம் 5:2 விகிதத்தில் உள்ளது. இணைகரத்தின் பரப்பளவு 360 மீ^{2} எனில் அதன் அடிப்பக்கம், உயரத்தை கண்டுபிடி.

6. ஒரு சதுரமும், இணைகரமும் சமமான பரப்பளவுகளை கொண்டுள்ளன. சதுரத்தின் பக்கம் 40 மீ மேலும் இணைகரத்தின் உயரம் 20 மீ எனில் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தை கண்டுபிடி.

13.2 முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

13.2.1 செவ்வகங்களின் பாகங்களாக முக்கோணங்கள்

ஒரு செவ்வகத்தை வரை. படத்தில் காட்டியபடி அதன் மூலைவிட்டம் வழியே கத்தரித்தால் இரண்டு முக்கோணங்கள் ஏற்படும். இந்த முக்கோணங்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக பொருத்து. அவற்றின் பரப்பளவுகள் சமமாக உள்ளதா? இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமா?



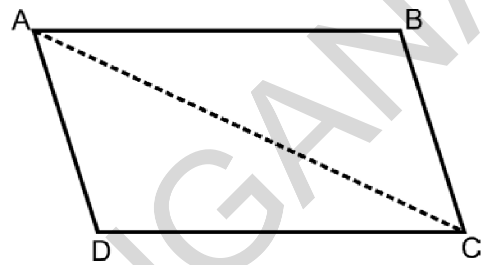
எனவே முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ (செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

$= \frac{1}{2} \times$ (நீளம் $\times$ அகலம்)

$= \frac{1}{2} lb$

13.2.2 இணைகரங்களின் பாகங்களாக முக்கோணங்கள்

படத்தில் காட்டியபடி ஒரு இணைகரத்தை வரை. படத்தில் காட்டியபடி அதன் மூலைவிட்டம் வழியே கத்தரித்தால் இரண்டு முக்கோணங்கள் ஏற்படும். இந்த முக்கோணங்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக பொருத்து. அவற்றின் பரப்பளவுகள் சமமாக உள்ளதா?



இணைகரத்தின் பரப்பளவு அந்த இரண்டு முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்கு சமம் என நீ அறிவாய்.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு அதன் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரத்தின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம் என நாம் அறிவோம்.

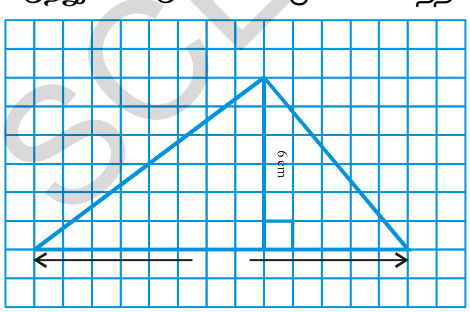
முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ (இணைகரத்தின் பரப்பளவு)

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ (அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்)

$= \frac{1}{2}(b \times h) = \frac{1}{2} bh$

எனவே முக்கோணத்தின் பரப்பளவு அதன் அடிப்பக்கம் (b) **மற்றும் உயரத்தின்** (h) **பெருக்கற்பலனில் பாதி ஆகும். ∴** $A = \frac{1}{2}$ bh

எடுத்துக்காட்டு 2 : முக்கோணத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



தீர்வு :

முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் (b) = 13 செ.மீ

முக்கோணத்தின் உயரம் (h) = 6 செ.மீ

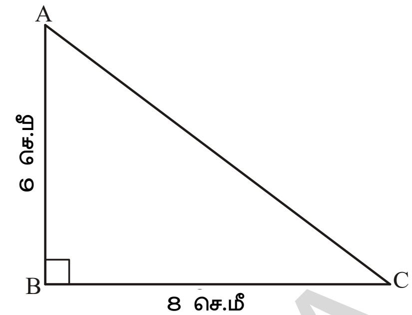
முக்கோணத்தின் பரப்பளவு (A) $= \frac{1}{2}$ (அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்) (அ) $\frac{1}{2} bh$

எனவே $A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 13 \times 3 = 39$ செ.மீ^{2}

எனவே முக்கோணத்தின் பரப்பளவு 39 செ.மீ.^{2} ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3 : ΔABC யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் (b) $= 8$ செ.மீ

முக்கோணத்தின் உயரம் (h) $= 6$ செ.மீ

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு (A) $= \frac{1}{2}\, bh$

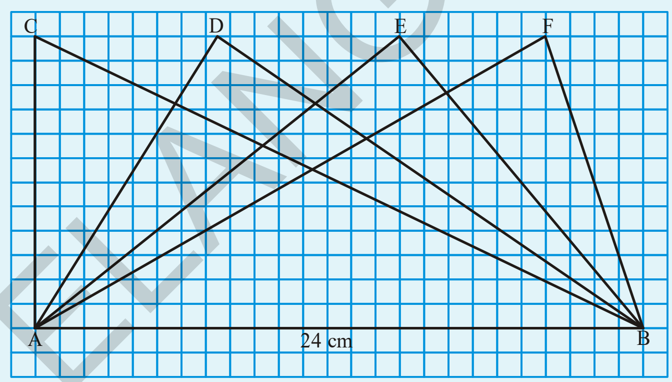
எனவே $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ செ.மீ^{2}

ΔABC யின் பரப்பளவு $= 24$ செ.மீ^{2}

செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை ஏற்படுத்தும் இரண்டு பக்கங்களில் ஏதேனும் ஒன்றினை உயரமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

முயன்று பார்

அருகில் உள்ள படத்தில் அனைத்து முக்கோணங்களும் அடிப்பக்கம் AB = 24 செ.மீ உள்ளவாறு வரையப்பட்டுள்ளது. ஒரே அடிப்பக்கத்தின் மீது வரையப்பட்ட முக்கோணங்களின் உயரங்கள் சமமா?



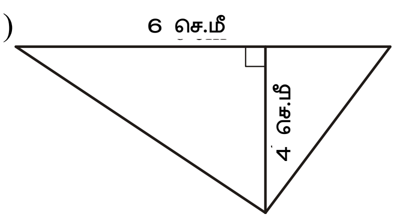
எல்லா முக்கோணமும் சமமான பரப்பளவை கொண்டுள்ளதா? உன் விடைக்கான காரணங்களை கூறு. இந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமங்கள் ஆகுமா?

பயிற்சி -3

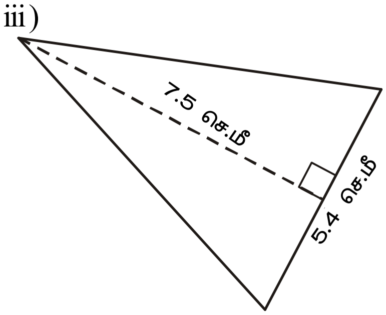
1. கீழ்கண்ட முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி.

(i)

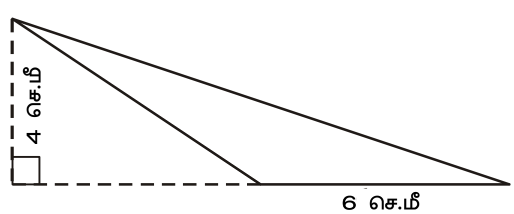
(ii)



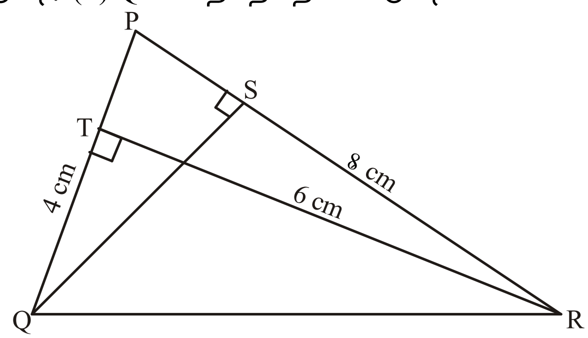
(iii)



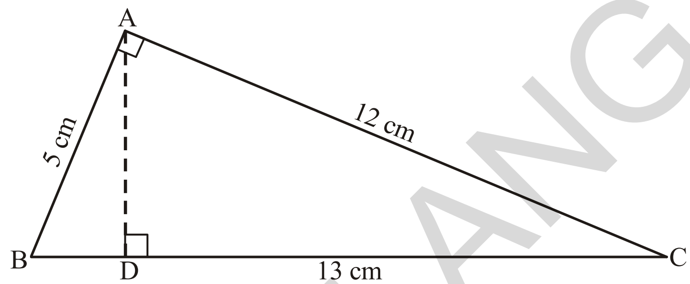
(iv)



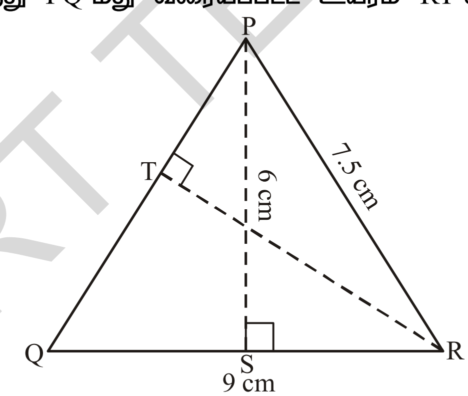
2. ΔPQR, ல் $PQ = 4$ செ.மீ, $PR = 8$ செ.மீ மற்றும் $RT = 6$ செ.மீ எனில் (i) ΔPQR யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி? (ii) QS ன் நீளத்தை கண்டுபிடி.



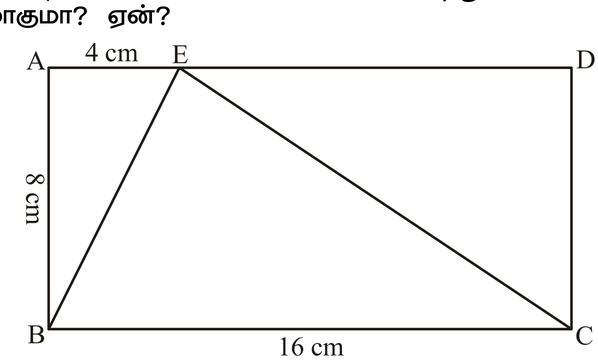
3. ΔABC யில் $\angle A$ ஒரு செங்கோணம். AD என்பது BC க்கு செங்குத்தாக உள்ளது. $AB = 5$ செ.மீ, $BC = 13$ செ.மீ மற்றும் $AC = 12$ செ.மீ எனில் ΔABC யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி. மேலும் AD யின் நீளத்தை கண்டுபிடி.



4. ΔPQR ஒரு இருசமபக்க முக்கோணமாகும். $PQ = PR = 7.5$ செ.மீ, $QR = 9$ செ.மீ. P லிருந்து QR மீது வரையப்பட்ட உயரம் $PS = 6$ செ.மீ எனில் ΔPQR ன் பரப்பளவை கண்டுபிடி. R லிருந்து PQ மீது வரையப்பட்ட உயரம் RT யை கண்டுபிடி?

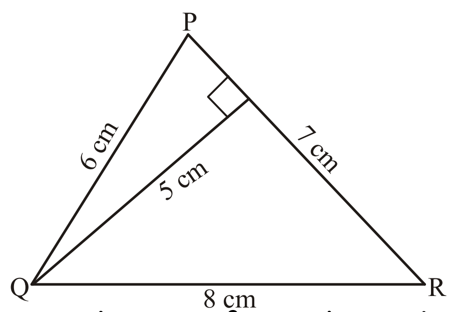


5. செவ்வகம் ABCD யில் $AB = 8$ செ.மீ, $BC = 16$ செ.மீ, மற்றும் $AE=4$ செ.மீ. ΔBCE யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி. ΔBEC யின் பரப்பளவு ΔBAE மற்றும் ΔCDE யின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்கு சமமாகுமா? ஏன்?



6. ராமு ΔPQR ன் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5$ செ.மீ^{2} என்றான்.

கோபி ΔPQRன் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5$ செ.மீ^{2} என்றான். இதில் எது சரியானது? ஏன்?

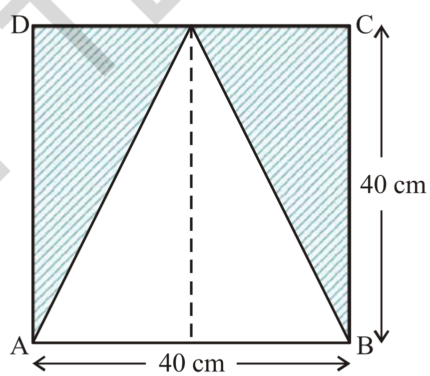


7. பரப்பளவு 220 செ.மீ, உயரம் 11 செ.மீ கொண்ட முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தை கண்டுபிடி.

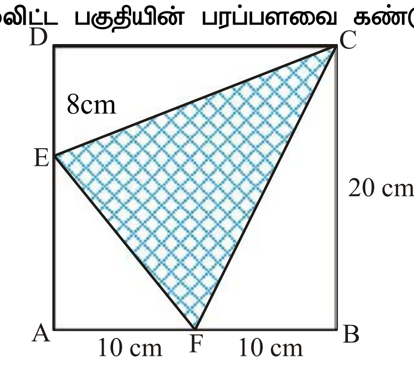
8. ஒரு முக்கோணத்தில் அதன் உயரம் அடிப்பக்கத்தை போல இரண்டு மடங்கு ஆகும். அதன் பரப்பளவு 400 செ.மீ^{2} எனில் அதன் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரத்தின் அளவுகளை கண்டுபிடி.

9. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவும், செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் சமம். செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் முறையே 20 செ.மீ, 15 செ.மீ மேலும் முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் 30 செ.மீ எனில் முக்கோணத்தின் உயரத்தை கண்டுபிடி.

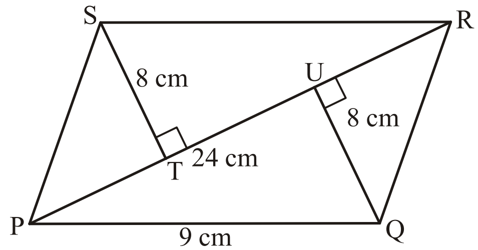
10. படம் ABCD யில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



11. படம் ABCD யில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



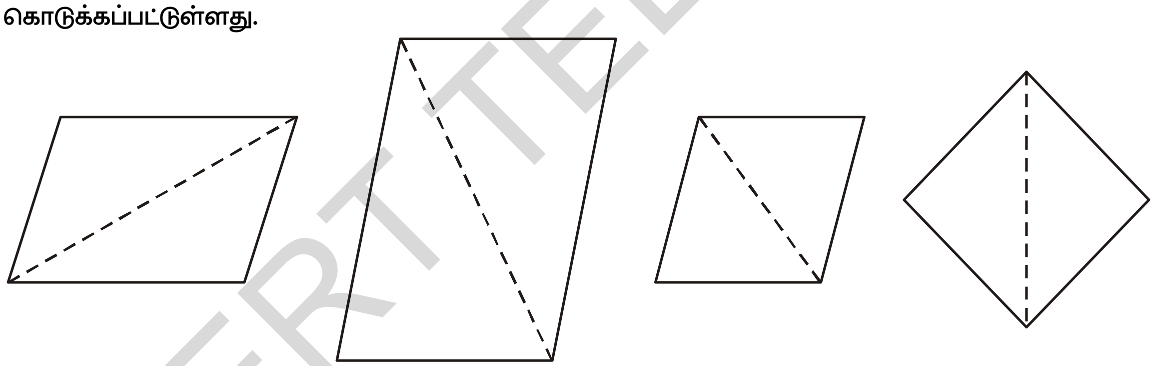
12. இணைகரம் PQRS ல், PR = 24 செ.மீ, QU = ST = 8 செ.மீ. எனில் இணைகரத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



13. ஒரு முக்கோணத்தில் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம் 3:2 மேலும் அதன் பரப்பளவு 180 செ.மீ^{2} எனில் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரத்தை கண்டுபிடி.

13.3 சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

மணியும், அகிலாவும் சிறந்த நண்பர்கள். அவர்களுக்கு காகிதங்களை கத்தரித்து விளையாடுவதில் ஆர்வம் அதிகம். ஒரு நாள் மணி வெவ்வேறு வடிவங்களை கொண்ட முக்கோணங்களை அகிலாவிற்கு அளித்தான். இவற்றை கொண்டு அகிலா வெவ்வேறு வடிவங்களை கொண்ட இணைகரங்களை உருவாக்கினாள். அந்த இணைகரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



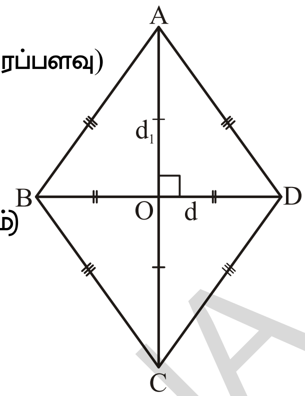
இவற்றில் நான்கு பக்கங்களையும் சமமாக கொண்ட இணைகரங்கள் எவை என மணி, அகிலாவிடம் கேட்டான்.

கடைசி இரண்டு இணைகரங்கள் சமமான பக்கங்களை கொண்டுள்ளது என்றாள் அகிலா.

ஒரு இணைகரத்தில் அனைத்து பக்கங்களும் சமம் எனில் அது சாய்சதுரம் ஆகும் என்றான் மணி.

நாம் இப்பொழுது சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு கணக்கிட வேண்டும் என்பதை கற்போம்.

ABCD என்பது ஒரு சாய்சதுரம்



சாய்சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு = (ΔACD ன் பரப்பளவு) + (ΔACB பரப்பளவு)

$$= \left(\frac{1}{2}\times AC\times OD\right)+\left(\frac{1}{2}\times AC\times OB\right)$$

(மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசமவெட்டிகளாகும்)

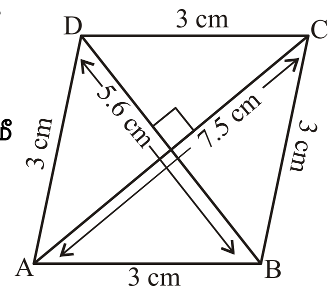
$$= \frac{1}{2}AC\times(OD+OB)$$

$$= \frac{1}{2}AC\times BD$$

$$= \frac{1}{2}d_1\times d_2 \text{ (ஏனெனில் } AC = d_1 \text{ மற்றும் } BD = d_2)$$

சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற் பலனில் பாதி ஆகும். அதாவது $A = \frac{1}{2}d_1d_2$

எடுத்துக்காட்டு 4 : சாய்சதுரம் ABCDயின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?



தீர்வு : முதல் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $(d_1) = 7.5$ செ.மீ

இரண்டாவது மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $(d_2) = 5.6$ செ.மீ

சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு (A) $= \frac{1}{2}\, d_1\, d_2$

எனவே $A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21$ செ.மீ^{2}

சாய்சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு = 21 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 5 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு 60 செ.மீ^{2} மேலும் அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 8 செ.மீ எனில் மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தை கண்டுபிடி?

தீர்வு : ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $(d_1) = 8$ செ.மீ

மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $= d_2$

சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

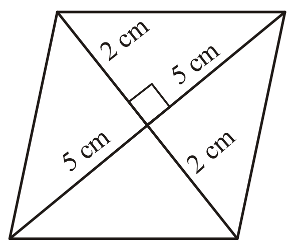
எனவே $60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

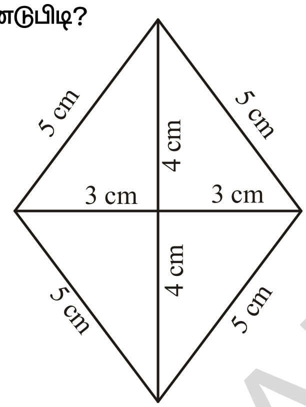
$d_2 = 15$ செ.மீ

சாய்சதுரத்தின் மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 15 செ.மீ ஆகும்.

பயிற்சி -4

1. கீழ்கண்ட சாய்சதுரங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி?





2. விடுபட்ட மதிப்புகளை எழுது?

மூலைவிட்டம்-1 (d_1)	மூலைவிட்டம்-2 (d_2)	சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு
12 செ.மீ	16 செ.மீ	
27 மி.மீ		2025 மி.மீ^{2}
24 மீ	57.6 மீ	

3. ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு 216 ச.செ.மீ, அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 24 செ.மீ எனில் அதன் மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தை கண்டுபிடி?

4. ஒரு கட்டிடத்தின் தரையில் 3000 சாய்சதுர வடிவ சலவைக்கற்கள் பதிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு சலவைக்கல்லின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 45 செ.மீ மற்றும் 30 செ.மீ ஆகும். அத்தரையினை பளபளப்பாக்க (polishing) ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு ₹2.50 எனில் தரை முழுவதும் பளபளப்பாக்க எவ்வளவு செலவாகும்?

13.4 வட்டத்தின் சுற்றளவு

செயல் 1 :

சந்தியா சைக்கிள் டையருடன் விளையாடுகிறாள். அவள் அந்த டையரை ஒரு சிறிய கொம்பின் உதவியுடன் ஓட்டிக் கொண்டு செல்கிறாள்.

டையர் ஒரு முழு சுற்று சுற்றும் போது எவ்வளவு தூரம் பயணம் செய்யும்?

சைக்கிள் டையர் ஒரு முழு சுற்று சுற்றும்போது பயணம் செய்த தூரமானது அந்த டையரை சுற்றியுள்ள நீளத்திற்கு சமமாகும். டையரை சுற்றியுள்ள நீளம் என்பது அந்த டையரின் சுற்றளவு எனப்படும்.

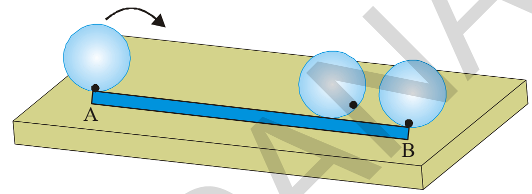
சைக்கிள் டையர் பயணம் செய்த தூரத்திற்கும், அந்த டையர் சுற்றிய சுற்றுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

டையர் பயணம் செய்த மொத்த தூரம் = சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை × டையரை சுற்றியுள்ள நீளம்

செயல் 2 :

ஜெயா ஒரு அட்டைத்துண்டில் வட்ட வடிவத்தை வெட்டி எடுத்தாள். அதை அழகு செய்ய ஒரு வண்ணக்கயிற்றை படத்தில் காட்டியபடி ஒட்டினாள். அவளுக்கு தேவையான வண்ணக்கயிற்றின் நீளம் அந்த அட்டைத்துண்டின் சுற்றளவிற்கு சமமாகுமா? அவளால் அட்டைத்துண்டின் சுற்றளவை அளவுகோலால் அளக்க முடியுமா?

ஜெயா என்ன செய்தாள் என்பதை பார்ப்போம்!



ஜெயா ஒரு மேசையின் மீது ஒரு நேர்கோட்டை வரைந்து அதன் ஆரம்ப புள்ளியை A எனக் குறித்தாள். வட்ட வடிவ அட்டைத்துண்டின் விளிம்பில் ஒரு புள்ளியை வைத்தாள். அட்டைத் துண்டின் மீதுள்ள புள்ளியை A புள்ளியுடன் பொருந்துமாறு மேசையின் மீது வைத்தாள். படத்தில் காட்டியபடி வட்ட வடிவ அட்டைத்துண்டின் மீது உள்ள புள்ளி மீண்டும் கோட்டை தொடும் வரை அவள் வட்ட வடிவ அட்டைத்துண்டை கோட்டின் வழியே சுற்றினாள். அப்புள்ளியை B எனக் குறித்தாள். AB என்ற நேர்கோட்டின் நீளத்திற்கு சமமான வண்ணக்கயிறு வட்ட வடிவ அட்டை துண்டினை சுற்றி ஒட்ட தேவைப்படுகிறது.

முயன்று பார்

பாட்டில் மூடி, வளையல் அல்லது ஏதேனும் ஒரு வட்ட வடிவ பொருளை எடுத்துக்கொள். அவற்றின் சுற்றளவுகளை கயிறை பயன்படுத்தி கண்டுபிடி.

எல்லா வட்ட வடிவ பொருட்களின் சுற்றளவுகளை மேற்கண்ட முறையிலேயே காண்பது மிகக் கடினம். எனவே நமக்கு மற்றொரு முறை தேவைப்படுகிறது. வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும், அதன் சுற்றளவிற்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதை பார்ப்போம்.

ஒருவன் 6 வெவ்வேறான ஆரங்களை கொண்ட வட்டங்களை அட்டைத்துண்டில் கத்தரித்து அவற்றின் சுற்றளவுகளை கயிற்றை பயன்படுத்தி கண்டறிந்தான். மேலும் அவன் ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும், அதன் சுற்றளவிற்கும் உள்ள விகிதத்தை கண்டறிந்தான்.
அவனுடைய முடிவுகளை கீழ்கண்ட அட்டவணையில் பதிவு செய்தான்.

வட்டம்	ஆரம்	விட்டம்	சுற்றளவு	சுற்றளவு மற்றும் விட்டத்தின் விகிதம்
1.	3.5 செ.மீ	7.0 செ.மீ	22.0 செ.மீ	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 செ.மீ	14.0 செ.மீ	44.0 செ.மீ	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 செ.மீ	21.0 செ.மீ	66.0 செ.மீ	
4.	21.0 செ.மீ	42.0 செ.மீ	132.0 செ.மீ	
5.	5.0 செ.மீ	10.0 செ.மீ	32.0 செ.மீ	
6.	15.0செ.மீ	30.0 செ.மீ	94.0 செ.மீ	

மேற்கண்ட முடிவுகளிலிருந்து நீ என்ன அறிகிறாய்? ஒவ்வொரு வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் விட்டத்தின் விகிதங்கள் சமமாக உள்ளதா? இதிலிருந்து வட்டத்தின் சுற்றளவு அதன் விட்டத்தை போல் மூன்று மடங்கு எனக் கூற முடியுமா?

வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் விட்டத்தின் விகிதம் தோராயமாக $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும்.

இதை π (pi) என குறிப்போம். இது ஒரு மாறிலி ஆகும்.

எனவே $\frac{c}{d} = \pi$ இங்கு c என்பது சுற்றளவு. 'd' என்பது விட்டம்.

$$\frac{c}{d} = \pi$$

$$c = \pi d$$

வட்டத்தின் விட்டம் அதன் ஆரத்தை போல் இரு மடங்கு. அதாவது $d = 2r$

$$c = \pi \times 2r \quad \text{அல்லது} \quad c = 2\pi r$$

எனவே வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \pi d$ **அல்லது** $2\pi r$

எடுத்துக்காட்டு 6 : வட்டத்தின் விட்டம் 10 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடி. ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்)

தீர்வு : வட்டத்தின் விட்டம் (d) = 10 செ.மீ.

வட்டத்தின் சுற்றளவு (c) $= \pi d$

$= 3.14 \times 10$

c = 31.4 செ.மீ

எனவே வட்டத்தின் சுற்றளவு 31.4 செ.மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : வட்டத்தின் ஆரம் 14 செ.மீ எனில் வட்டத்தின் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்)

தீர்வு : வட்டத்தின் ஆரம் (r) = 14 செ.மீ

வட்டத்தின் சுற்றளவு (c) $= 2\pi r$

எனவே $c = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

c = 88 செ.மீ

எனவே வட்டத்தின் சுற்றளவு 88 செ.மீ ஆகும்.

பயிற்சி – 5

1. கீழ்கண்ட ஆரங்களை கொண்ட வட்டங்களின் சுற்றளவுகளை கண்டுபிடி.

   (i) 35 செ.மீ (ii) 4.2 செ.மீ (iii) 15.4 செ.மீ

2. கீழ்கண்ட விட்டங்களை கொண்ட வட்டங்களின் சுற்றளவுகளை கண்டுபிடி.

   (i) 17.5 செ.மீ (ii) 5.6 செ.மீ (iii) 4.9 செ.மீ

   (குறிப்பு : மேற்கண்ட இரு வினாக்களிலும் $\pi = \frac{22}{7}$ என எடுத்துக்கொள்.)

3. (i) $\pi = 3.14$ எனக் கொண்டு கீழ்கண்ட ஆரங்களை கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவை கண்டுபிடி.

   (a) 8 செ.மீ (b) 15 செ.மீ (c) 20 செ.மீ

   (ii) சுற்றளவு 44 செ.மீ உடைய வட்டத்தின் ஆரத்தை கண்டுபிடி.

4. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 264 செ.மீ எனில் அதன் ஆரத்தை கண்டுபிடி.

   ($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்)

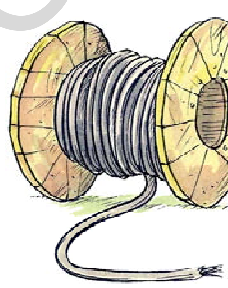
5. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 33 செ.மீ எனில் அதன் விட்டத்தை கண்டுபிடி.

6. 35 செ.மீ ஆரமுடைய ஒரு சக்கரம் எத்தனை சுற்றுகள் சுற்றினால் அது 660 செ.மீ பயணம் செய்யும் ($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்).

7. இரண்டு வட்டங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 3:4 எனில் அவற்றின் சுற்றளவுகளின் விகிதத்தை கண்டுபிடி.

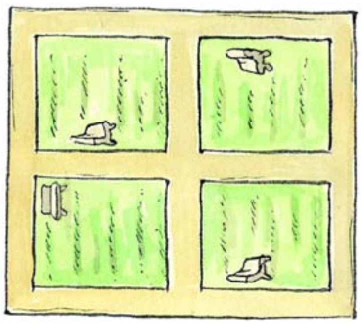
8. 2200 மீ தூரத்தை சமன்படுத்த ஒரு ரோடுரோலரின் ரோலரானது 200 சுற்றுகள் சுற்றுகிறது எனில் அந்த ரோலரின் ஆரத்தை கண்டுபிடி.

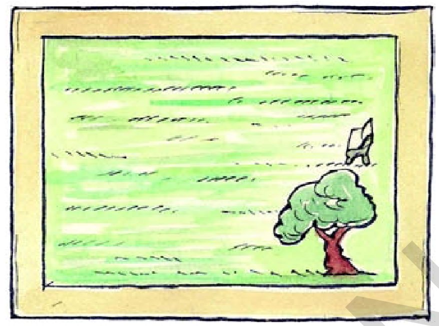
9. ஒரு கடிகாரத்தின் நிமிட முள்ளின் நீளம் 15 செ.மீ எனில் அந்த முள்ளின் முனை ஒரு மணி நேரத்தில் பயணம் செய்யும் தூரம் என்ன? ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்)



10. ஒரு கேபிள் ஒயரானது 25 செ.மீ ஆரம் உடைய ஒரு வட்டமாக வளைக்கப்பட்டது. பிறகு அதே கேபிள் ஒயரால் ஒரு சதுரம் உருவாக்கப்பட்டது எனில் அந்த சதுரத்தின் பக்கம் என்ன?

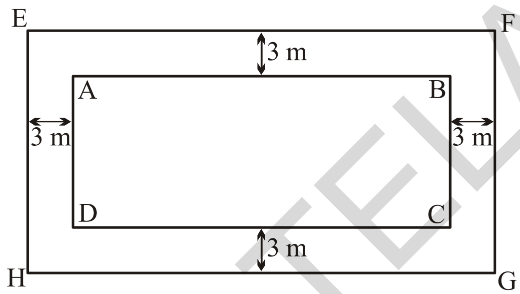
13.5 செவ்வகப்பாதைகள்





நாம் பொதுவாக தோட்டங்கள், பூங்காக்கள், விளையாட்டு மைதானங்கள் போன்றவற்றில் நடப்பதற்காக பாதைகள் ஏற்படுத்தப்பட்டிருப்பதை கவனித்துள்ளோம். நமது பயன்பாட்டிற்காக ஏற்படுத்தப்படும் இப்பாதைகளின் பரப்பளவை எவ்வாறு காண்பது என்பதை அறிந்துகொள்வோம். இந்த அளவுகள் அவற்றை அமைக்க செலவாகும் பணத்தைக் கணக்கிட பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8 : 60 மீட்டர் நீளமும் 10 மீட்டர் அகலமும் கொண்ட ஒரு மனையை சுற்றி 3 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு பாதை அமைக்கப்பட்டது எனில் பாதையின் பரப்பளவை காண்க?



தீர்வு : ABCD என்பது ஒரு செவ்வக வடிவ மனை என்க. அதைச் சுற்றி 3 மீட்டர் அகலமுள்ள பாதை அமைக்கப்பட்டது. பாதையின் பரப்பளவை காண நாம் வெளிச் செவ்வகம் EFGH-ன் பரப்பளவில் இருந்து உள் செவ்வகம் ABCD–ன் பரப்பளவை கழிக்க வேண்டும்.

உள் செவ்வகத்தின் நீளம்	=	60 மீ
உள் செவ்வகத்தின் அகலம்	=	40 மீ
மனை ABCD –ன் பரப்பளவு	=	(60 x 40) மீ^{2}
	=	2400 மீ^{2}
பாதையின் அகலம்	=	3 மீ
வெளிச் செவ்வகத்தின் (EFGH)நீளம்	=	60 மீ + (3+3) மீ
	=	66 மீ
வெளிச் செவ்வகத்தின் அகலம்	=	40 மீ + (3+3) மீ
	=	46 மீ

வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = 66 x 46 மீ^{2}
= 3036 மீ^{2}

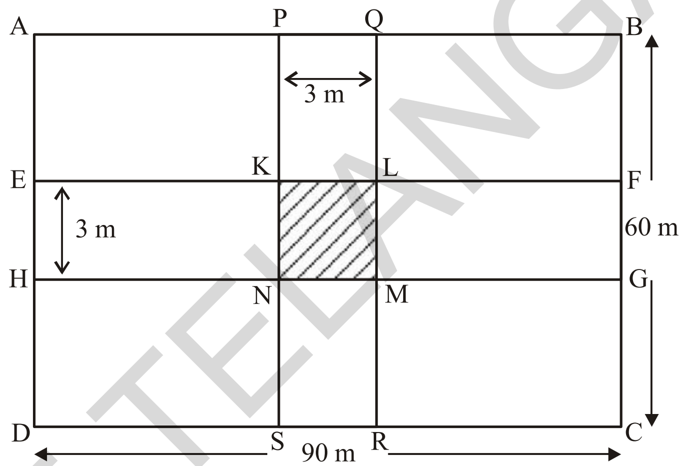
பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிச்செவ்வகம் EFGH-ன் பரப்பளவு) – (உள்செவ்வகம் ABCD–ன் பரப்பளவு)
(3036 - 2400) மீ^{2}
= 636 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம், அகலம் முறையே 90 மீ மற்றும் 60 மீ ஆகும். வயலின் மையத்தில் நீளத்திற்கு இணையாகவும், அகலத்திற்கு இணையாகவும் இரண்டு சாலைகள் அமைக்கப்பட்டன. சாலையின் அகலம் 3 மீட்டர் எனில் கீழ்கண்டவற்றைக் காண்க.

(i) சாலையின் பரப்பளவு

(ii) ஒரு மீ^{2}க்கு ₹110 வீதம் சாலையை அமைக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு : ABCD செவ்வக வயல் என்க. PQRS மற்றும் EFGH என்பவை சாலைகள் என்க.



(i) படத்திலிருந்து KLMN என்னும் பரப்பு இரண்டு முறை எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டுள்ளது. எனவே சாலையின் பரப்பைக் காண இரண்டு சாலைகளின் பரப்பளவின் கூடுதலில் இருந்து ஒரு முறை KLMNன் பரப்பை கழிக்க வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டவை

PQ = 3 மீ,	PS = 60 மீ
EH = 3 மீ,	EF = 90 மீ
KL = 3 மீ	KN = 3 மீ

சாலையின் பரப்பளவு = செவ்வகம் PQRSன் பரப்பளவு + செவ்வகம் EFGH பரப்பளவு – சதுரம் KLMNன் பரப்பளவு

$= (PS \times PQ) + (EF \times EH) - (KL \times KN)$

$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$

$= (180 + 270 - 9)$ மீ^{2}

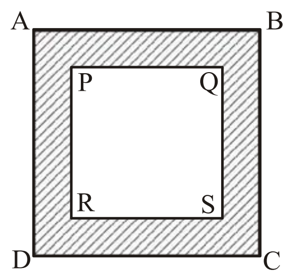
$= 441$ மீ^{2}

(ii) 1 மீ^{2} சாலை அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹110

441 மீ^{2} சாலை அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹ 441×110

= ₹ 48,510

எடுத்துக்காட்டு 10 : 100 மீ பக்க அளவுடைய ஒரு சதுர வடிவ பூங்காவை சுற்றி 5 மீ அகலமுடைய பாதை உள்ளது. பாதையின் பரப்பளவை கண்டுபிடி? மேலும் 10 மீ^{2} சாலையை சிமெண்ட மூலம் அமைக்க ஆகும் செலவு ₹ 250 எனில் சாலை அமைக்க ஆகும் மொத்த செலவையும் கண்டுபிடி?



தீர்வு : PQRS என்பது 100 மீ பக்க அளவுடைய சதுர வடிவ பூங்கா எனக் கொள்வோம். படத்தில் காட்டியுள்ள நிழலிட்ட பகுதி 5 மீட்டர் அகலமுடைய பாதையை குறிக்கிறது.

AB-ன் நீளம் = $100 + (5 + 5) = 110$ மீ

PQRS சதுரத்தின் பரப்பளவு = (பக்கம்)^2 = (100 மீ)^2 = 10000 மீ^{2}

ABCD சதுரத்தின் பரப்பளவு = (பக்கம்)^2 = (110 மீ)^2 = 12100 மீ^{2}

∴ பாதையின் பரப்பளவு = (ABCDன் பரப்பளவு) - (PQRSன் பரப்பளவு)

$(12100 - 10000) = 2100$ மீ^{2}

10 மீ^{2} பாதை அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹ 250

1 மீ^{2} பாதை அமைக்க ஆகும் செலவு = $\frac{250}{10}$

2100 மீ^{2} பாதை அமைக்க ஆகும் செலவு = $\frac{250}{10} \times 2100$

= ₹ 52,500

பயிற்சி -6

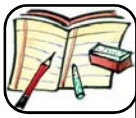
1. 45 மீ பக்க அளவுடைய ஒரு சதுர வடிவ வயலை சுற்றி 2.5 மீ அகலமுள்ள பாதை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. பாதையின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

2. ஒரு பள்ளியில் ஒரு அறையின் நீளம் 18 மீ மற்றும் அகலம் 12.5 மீ ஆகும். அறையின் சுவர்களில் இருந்து 50 செ.மீ இடைவெளிவிட்டு தரைவிரிப்பு ஒன்று போடப்பட்டது. தரைவிரிப்பின் பரப்பளவையும், தரையின் காலியான இடத்தின் பரப்பளவையும் காண்க?

3. ஒரு சதுர வடிவ புல்வெளி மைதானத்தின் பக்க அளவு 80மீ. இம்மைதானத்தில் நடப்பதற்காக, அதன் பக்கங்களுக்கு இணையாக மைதானத்தின் மத்தியில் ஒன்றுக்கொன்று வெட்டிக்கொள்ளுமாறு இரண்டு பாதைகள் அமைக்கப்பட்டன. பாதையின் அகலம் 4மீ, எனில் பாதையின் பரப்பளவை காண்க.

4. 8 மீ $\times$ 5 மீ அளவுடைய ஒரு அறையை சுற்றி 2 மீ அகலமுடைய ஒரு தாழ்வாரம் கட்டப்பட்டது எனில் தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவை காண்க.

5. ஒரு செவ்வக வடிவமுடைய பூங்காவின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே 700 மீ மற்றும் 300 மீ. அதன் மத்தியில் நீளம் மற்றும் அகலங்களுக்கு இணையாக 10 மீ அகலமுடைய இரண்டு பாதைகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளுமாறு அமைக்கப்பட்டன எனில் பாதைகளின் பரப்பளவை காண்க? மேலும் பாதையை தவிர்த்து உள்ள பூங்காவின் பரப்பளவை காண்க.



முக்கிய கருத்துக்கள் :

- ஒரு இணைகரத்தின் பரப்பளவு அதன் அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) ன் பெருக்கற்பலனுக்கு சமமாகும். i.e., $A = bh$. மேலும் இணைகரத்தின் எந்தப் பக்கத்தையும் அதன் அடிப்பக்கமாக எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

- ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு அதன் அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலனில் பாதிக்கு சமமாகும்.

  i.e., $A = \frac{1}{2}bh$.

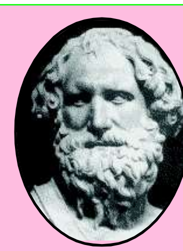
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற்பலனில் பாதிக்குச் சமமாகும். i.e., $A = \frac{1}{2}d_1d_2$.

- ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$
  இங்கு, r என்பது வட்டத்தின் ஆரம்

  $\pi = \frac{22}{7}$ அல்லது 3.14.

ஆர்கிமிடிஸ் (கிரீஸ்)

கி.மு.287-212
πன் மதிப்பை முதன்முறையாக கணக்கிட்டவர். வட்டத்தின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவை காண்பதற்கான கணித சூத்திரத்தை கண்டறிந்தவர்.



முப்பரிமாண மற்றும் இருபரிமாண வடிவங்ளை புரிந்துகொள்ளுதல்

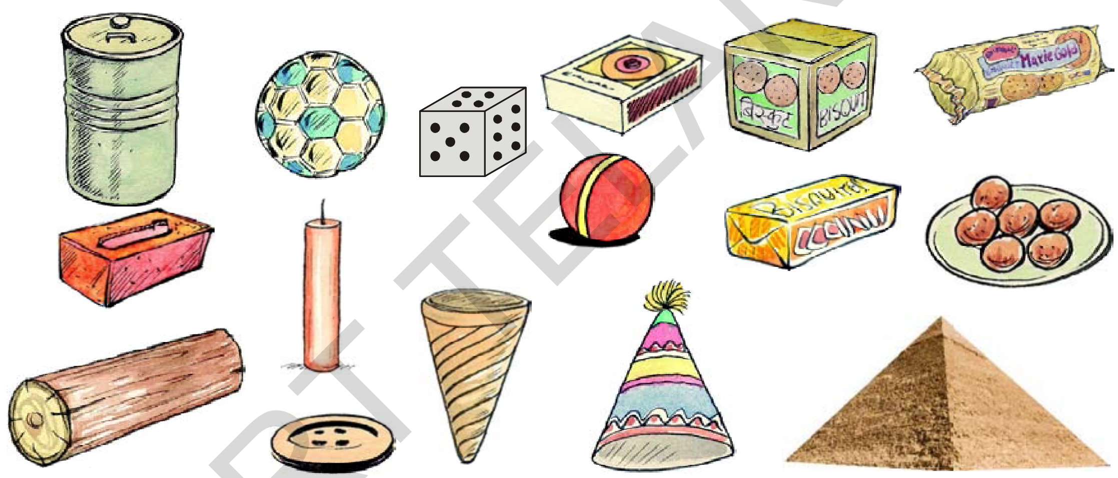
14

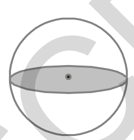
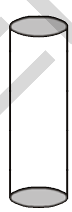
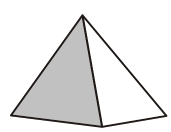
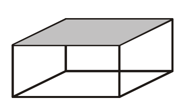
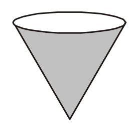
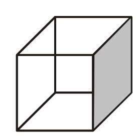
14.0 அறிமுகம்

நாம் VI ம் வகுப்பில் வெவ்வேறு முப்பரிமாண வடிவங்களைப் பற்றி அறிந்து கொண்டோம். அவற்றின் முகங்கள் விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளை கண்டறிதலையும் அறிந்து கொண்டோம். நாம் கற்றவற்றை கீழுள்ள பயிற்சியின் மூலம் மீள்பார்வை செய்வோம்.

பயிற்சி - 1

1. கீழே சில பொருட்களின் படங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் வடிவங்களை பொருத்து வகைப்படுத்தி அவற்றின் பெயர்களை கண்டறி கீழ்கண்ட அட்டவணையில் அவற்றுடன் தொடர்புடைய வடிவங்களின் பெயர்களை எழுதுக.



					
கோளம்	உருளை	பிரமிட்	கனச்செவ்வகம்	கூம்பு	கனச்சதுரம்

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முப்பரிமாண வடிவங்களை போன்று நீ அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் இருந்து ஏதேனும் இரண்டின் பெயர்களை எழுது.

(1) கூம்பு ----------- ----------- ----------- -----------

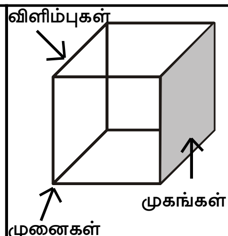
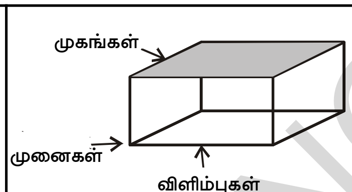
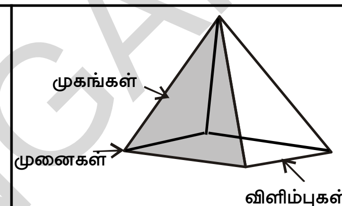
(2) கனச்சதுரம் ----------- ----------- ----------- -----------

(3) கனச்செவ்வகம்----------- ----------- ----------- -----------

(4) கோளம் ----------- ----------- ----------- -----------

(5) உருளை ----------- ----------- ----------- -----------

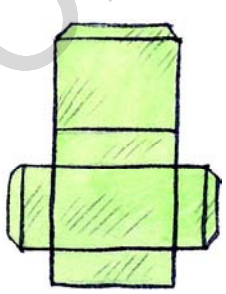
3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட உருவங்களின் முகங்கள் விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளின் எண்ணிக்கையை கண்டறிந்து பட்டியலில் நிரப்பு.

	 கனச்சதுரம்	 கனச்செவ்வகம்	 பிரமிட்
முகங்கள்			
விளிம்புகள்			
முனைகள்			

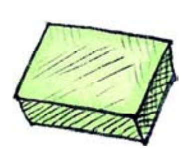
14.1 முப்பரிமாண உருவங்களின் வலை அமைப்புகள்

இப்பொழுது நாம் முப்பரிமாண உருவங்களானது காகிதம் போன்ற இருபரிமாண தளங்களின் மீது எவ்வாறு அமைகிறது எனக் காண்போம். இதை வெவ்வேறு முப்பரிமாண உருவங்களின் வலை அமைப்புகளை வரைவதன் மூலமாக காணலாம்.

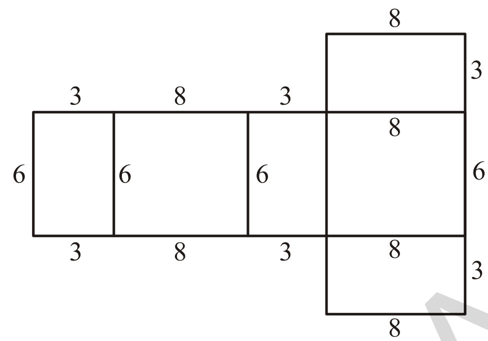
ஒரு அட்டைப் பெட்டியை (பற்பசை பெட்டி அல்லது காலணி பெட்டிகள்) எடுத்துக்கொண்டு அதன் ஒட்டியுள்ள பகுதிகளை வெட்டி அட்டை பெட்டியை சமதளமாக மாற்ற வேண்டும். இவ்வாறு தோன்றிய வடிவத்தை அதன் வலை அமைப்பு என்கிறோம்.(படம் 1ல் காட்டியப்படி)

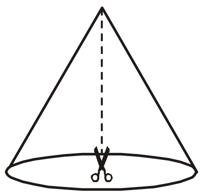

படம் 1


படம் 2

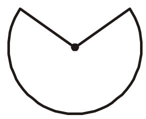

படம் 3

ஒரு பெட்டியின் வலை அமைப்பு அருகில் உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதை காகிதத்தின் மீது வரைந்து ஒரு கனமான காகிதத்தில் ஒட்டிக்கொள். அதில் அமைந்துள்ள கோடுகளுக்கு ஏற்றார் போல் மடித்து, பசையின் உதவியால் ஒட்டு. உனக்கு கிடைத்த பெட்டியின் வடிவம் என்ன? இதைப்போன்றே, கூம்பு வடிவில் உள்ள ஐஸ்கிரீம் காகிதத்தை (அல்லது அதைப்போன்றே உள்ள வேறு சில பொருட்கள்) எடுத்துக்கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அதன் வளைவான பரப்பில் வெட்டு. உனக்கு படம்-2ல் காட்டியபடி கூம்பின் வலை அமைப்பு கிடைக்கிறது.





படம்-1



படம்-2

முயன்று பார்

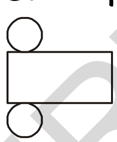
உன் ஆசிரியர்/நண்பர்கள் உதவியுடன் வெவ்வேறு வடிவங்களை (உருளை, கனச்சதுரம், கனச்செவ்வகம், மற்றும் கூம்பு) சேகரித்து, அவற்றை கவனமாக கத்தரிப்பதன் மூலம் அவ்வடிவங்களின் வலை அமைப்புகளை உருவாக்கு.

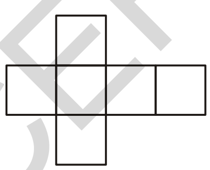
மேற்கண்ட செயலை செய்வதன் மூலம், நீ வெவ்வேறு வடிவங்களில் வெவ்வேறு வலை அமைப்புகள் ஏற்படும் என்பதை அறிந்து கொள்வாய். அதுமட்டுமின்றி, ஒவ்வொரு வடிவங்களும் நாம் வெட்டுவதை பொருத்து ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வலை அமைப்புகளை ஏற்படுத்தும் என்பதையும் அறிந்து கொள்வாய்.

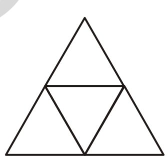
பயிற்சி - 2

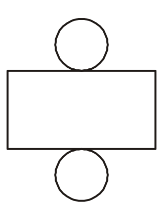
1. கீழே சில வலையமைப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றை ஒரு வெள்ளை தாளில் பென்சிலின் உதவியால் நகல் எடுத்து, ஒரு கனமான தாளில் ஒட்டு. அவற்றை கவனமாக மடித்து பசையின் உதவியால் ஒட்டு. இவ்வாறு உருவான முப்பரிமாண வடிவங்களுடன் அவற்றின் வலை அமைப்புகளை பொருத்துக.

வலை அமைப்புகள்

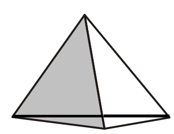


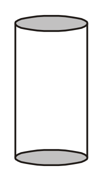


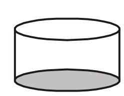


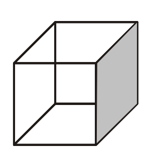


முப்பரிமாண உருவங்கள்

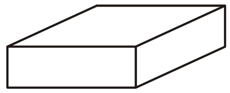


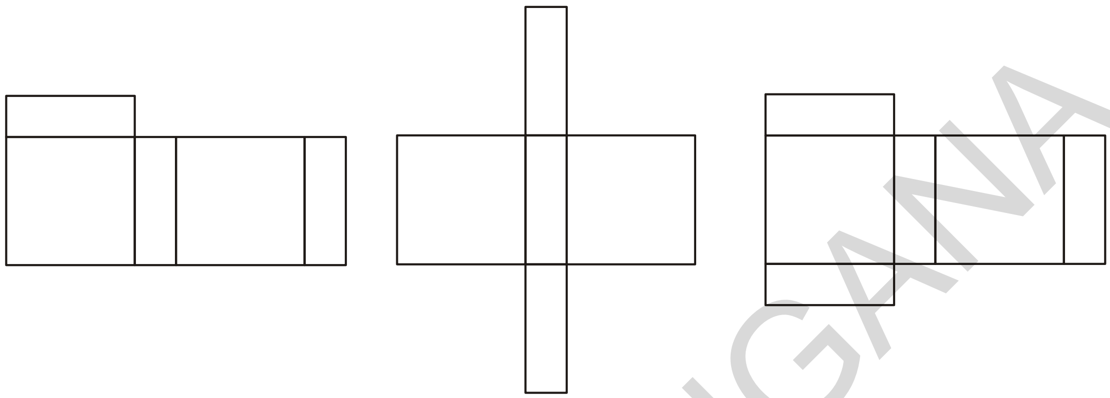




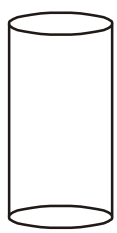


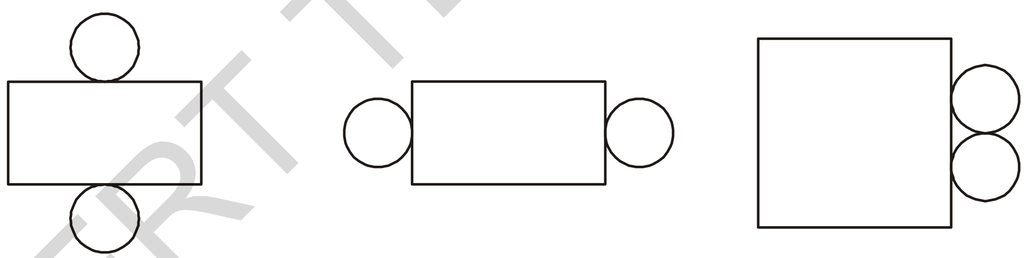
2. கீழே ஒவ்வொரு முப்பரிமாண வடிவங்களுக்கும் மூன்று வலை அமைப்புகள் தரப்பட்டுள்ளன. சரியான முப்பரிமாண வடிவங்களையும் வலை அமைப்பையும் பொருத்துக.

(i) 



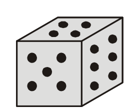
(அ) (ஆ) (இ)

(ii) 



(அ) (ஆ) (இ)

3. பகடை என்பது எல்லா பக்கங்களிலும் புள்ளிகளை கொண்ட ஒரு கனச்சதுரம் ஆகும். சாதாரணமாக பகடையின் எதிரெதிர்ப் பக்கங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் கூடுதல் ஏழு ஆகும்.



கீழே உள்ள பகடையில் இரண்டு வலையமைப்புகள் தரப்பட்டுள்ளன. காலியான பக்கங்களில் பொருத்தமான எண்ணிக்கையுடைய புள்ளிகளால் நிரப்பவும்.

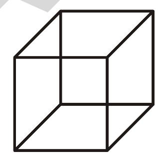
இதை விளையாடு

நீயும் உன் நண்பனும் ஒருவருக்கு ஒருவர் பின்புறமாக அமர்ந்து கொள்ளுங்கள். உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் ஒரு முப்பரிமாண உருவத்தின் வலையமைப்பை பற்றி குறிப்புகளை கூற வேண்டும். மற்றொருவர் அதை வரைய வேண்டும். பின்னர் அந்த வடிவத்தை தயார் செய்ய வேண்டும்.

14.2 சமதளங்களில் முப்பரிமான வடிவங்களை வரைதல்

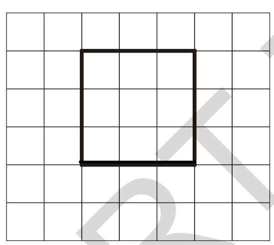
நாம் படங்களை வரையும் தாள்கள் சமதளமாகும். நாம் முப்பரிமாண வடிவங்களை தாளில் வரையும் போது அவற்றின் வடிவங்கள் மாறுபாடு அடைகிறது. இது ஒரு வகையில் பார்வையின் மாயைத் தோற்றங்களாகும். நாம் இங்கு முப்பரிமாண வடிவங்களை ஒரு சமளத்தின் மீது வரைவதற்கான இரண்டு நுட்பங்களை தெரிந்துகொள்வோம்.

14.2.1 சாய்வரைவுகள்



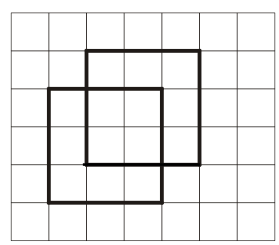
இங்கு ஒரு கனச்சதுரத்தின் படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இக்கனச்சதுரத்தின் முகப்பகுதியை நாம் பார்க்கும் போது தோன்றும் தோற்றத்தை இப்படம் நமக்கு அளிக்கிறது. உண்மையில் இப்படத்தில் நாம் அதன் எல்லா முகங்களையும் பார்க்க இயலாது. சில முப்பரிமான வடிவங்களின் முகப்பகுதி சதுர வடிவில் இருந்தால் உண்மையில் அது கண சதுரமாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை, எனவே, முகப்பகுதி மட்டுமே பார்த்து வடிவங்களின் விளிம்புகள், முனைகள் பற்றி முடிவெடுக்க கூடாது. எனினும் இதைப் பார்த்த உடனே நமக்கு இது கனச்சதுரத்தின் தோற்றத்தை தருகிறது. இத்தகைய படங்களை நாம் சாய்வரைவுகள் என்கிறோம்.

இத்தகைய படங்களை எவ்வாறு வரைவது? இவற்றை வரையும் முறையை கற்க முயற்சிப்போம். முதலில் கட்டத்தாளின் மீது இவற்றை வரைய கற்றுக்கொண்டால், வெள்ளை தாளின் மீதும் இவற்றை எளிதாக வரையலாம். இவ்பொழுது, நாம் 3x3x3 அளவுகளை கொண்ட (அதாவது ஒவ்வொரு விளிம்பும் 3 அலகுகள்) ஒரு கனச்சதுரத்தின் சாய்வரைவு படத்தை வரைவோம்.



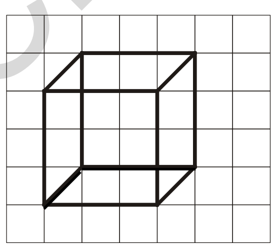
படி- 1

முதலில் கனச்சதுரத்தின் ஒரு முகத்தை வரைய வேண்டும்.



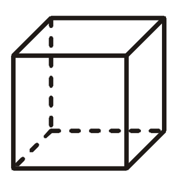
படி -2

அதே அளவுகளுடன் முன்பு வரைந்த முகத்திற்கு பின் மற்றொரு முகத்தை வரையவும். (இதை சற்று உயரத்தில் நகர்த்தி வரைய வேண்டும்)



படி-3

பொருத்தமான முனைகளை இணைக்கவும்.



படி -4

நமக்கு காட்சியளிக்காத விளிம்புகளை புள்ளிகளிட்டு, இப்படத்தை மீண்டும் வரையவும். நமக்குத் தேவையான படம் கிடைக்கிறது.

மேற்கண்ட சாய்வரைவு முறையில் கீழ்கண்ட அம்சங்களை கவனித்தாயா?

1. முன்பக்க முகமும், அதன் எதிர்பக்க முகமும் சம அளவை கொண்டிருக்கும்.

2. ஒரு கனச்சதுரத்தின் விளிம்புகள் எவ்விதமாக ஒரே அளவை கொண்டிருக்குமோ, அதைப்போலவே படத்திலும் அளவுகளை கொண்டு வரையவில்லையாயினும், விளிம்புகள் அனைத்தும் சமஅளவுடையவையாக தோன்றுகிறது.

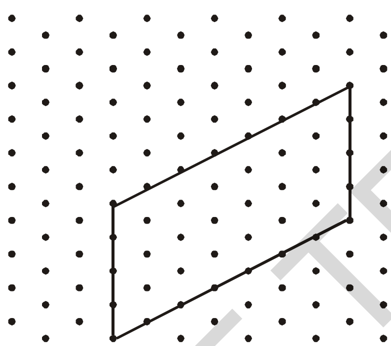
இப்பொழுது ஒரு கனச்செவ்வகத்தை சாய்வரைவு முறையில் வரைய முயற்சி செய்யவும். (கனச்செவ்வகத்தில் முகங்கள் செவ்வக வடிவில் இருக்கும் என்பதை நினைவுகூர்க)

நாம் கன வடிவங்களை சரியான அளவுகளை கொண்டவையாகவும் வரைய இயலும். இவற்றை வரைவதற்கு நாம் புள்ளிகளை கொண்ட சமஅளவு தாள்களை பயன்படுத்துகிறோம். இப்பொழுது நாம் நீளம் 7 செ.மீ. அகலம் 3 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ அளவுகளை கொண்ட ஒரு கனச்செவ்வகத்தை இத்தாளின் மீது வரைய முயல்வோம்.

14.2.2 சமஅளவு வரைவுகள்

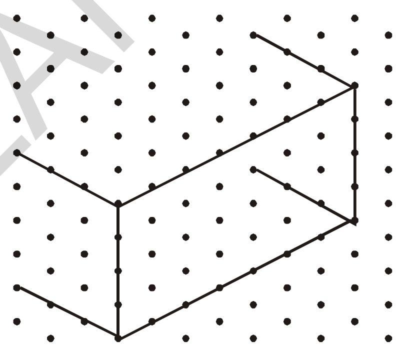
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுடன் நாம் திண்மங்களின் வடிவங்களை வரைய சம அளவுத்தாள்களை பயன்படுத்துகிறோம். இத்தாள், புள்ளிகள் அல்லது கோடுகளால் ஆன சிறிய சமபக்க முக்கோணங்களாக பிரிக்கப்பட்டு இருக்கும்.

இத்தகைய தாளின் மீது $7 \times 3 \times 4$ அளவுடைய (அதாவது நீளம் 7, அகலம் 3 மற்றும் உயரம் 4 அலகுகள் எனப் பொருள்படும்) கனச்செவ்வகத்தை வரைய முயற்சிப்போம்.



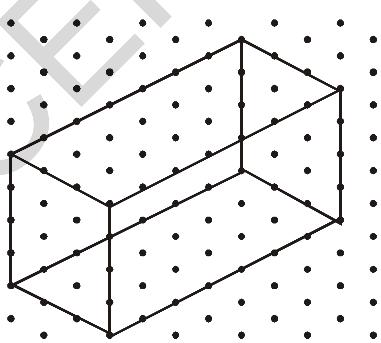
படி-1

படத்தில் காட்டியுள்ளபடி கனச்செவ்வகத்தின் முன்பக்க முகமாக ஒரு செவ்வகம் வரைய வேண்டும்.



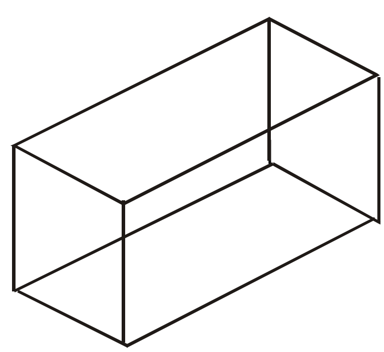
படி-2

செவ்வகத்தின் 4 முனைகளில் இருந்தும் 3 அலகுகளைக் கொண்ட இணையான நான்கு கோடுகளை வரைய வேண்டும்.



படி-3

பொருத்தமான முனைகளை கோட்டுத் துண்டுகளை கொண்டு இணைக்க வேண்டும்.

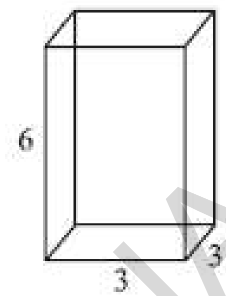


படி-4

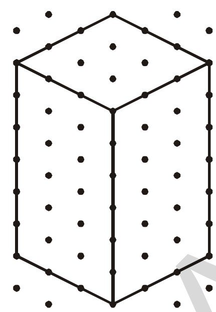
இதுவே ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் சம அளவு வரைவு(isometric sketch) என்பபடுகிறது.

நாம் சம அளவு வரைவுகளின் மூலம் வரையப்படும் திண்மங்களின் அளவுகள் துல்லியமாக இருப்பதை காணமுடியும்; ஆனால் சாய்வரைவு முறையில் வரையப்படும் படங்கள் இவ்வாறு இருப்பதில்லை.

எ.கா.1: இங்கு ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் சாய்வரைவுப்படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் சம அளவு வரைவுப்படத்தை வரையவும்.



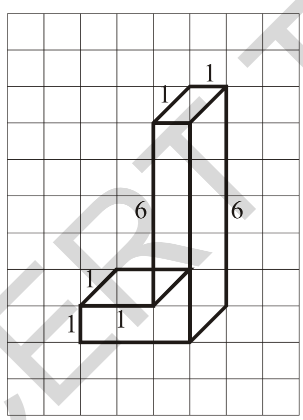
தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 3,3 மற்றும் 6 அலகுகள்.



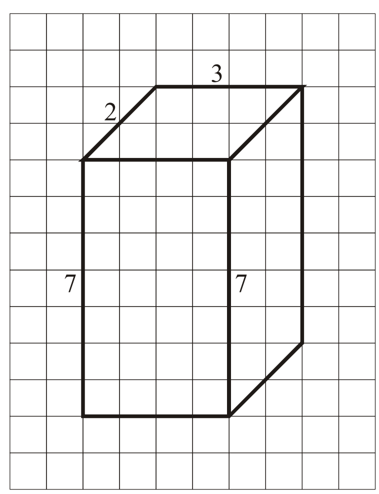
பயிற்சி - 3

1. கீழ்கண்ட வடிவங்களின் சம அளவு வரைவுகளை, சம அளவு புள்ளித்தாள்களை கொண்டு வரையவும்.

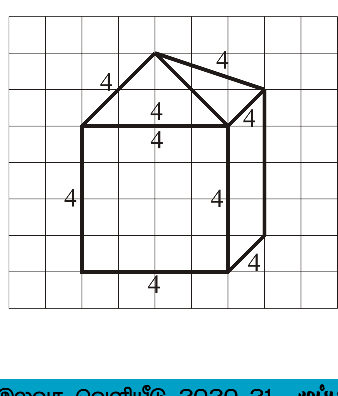
(i)



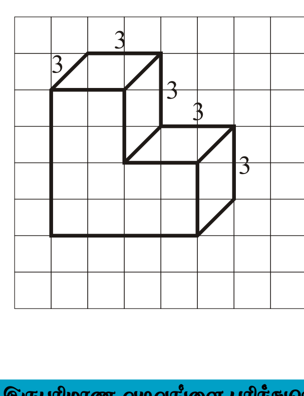
(ii)



(iii)



(iv)

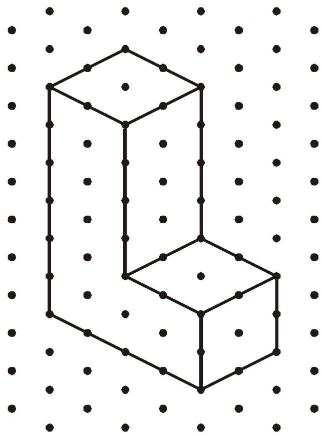


2. ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் பரிமாணங்கள் முறையே 5 செ.மீ, 3 செ.மீ மற்றும் 2 செ.மீ இவ்வடிவத்தின் மூன்று வெவ்வேறு சம அளவு வரைவுகளை வரைக.

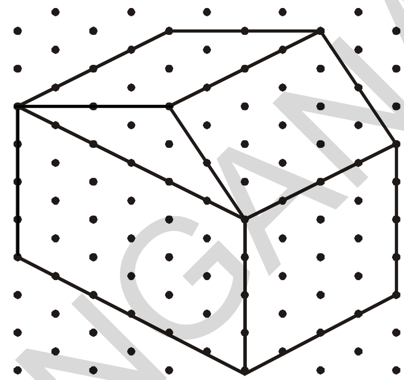
3. 2 செ.மீ அளவுடைய விளிம்புகளை கொண்ட மூன்று கனச்சதுரங்கள் வரிசையாக அடுக்கப்பட்டு ஒரு கனச்செவ்வகம் உருவாக்கப்பட்டது எனில், அதன் சாய்வரைவுப்படம் அல்லது சம அளவு வரைப்படத்தை வரையவும்.

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சம அளவு வரைவுகளின், சாய்வரைவு படங்களை வரைக.

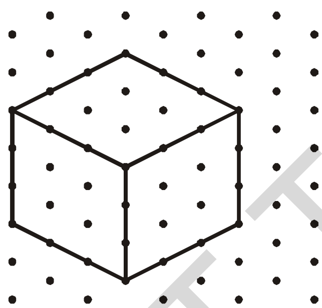
(i)



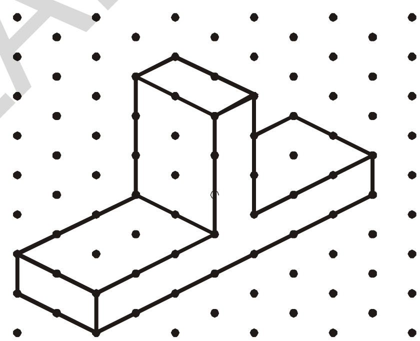
(ii)



(iii)



(iv)



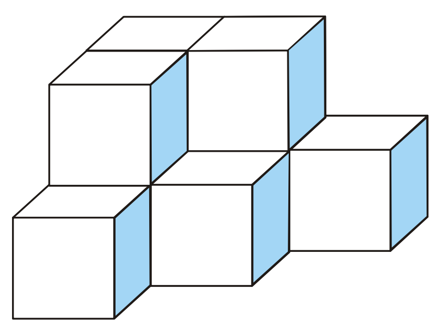
5. கீழே உள்ளவற்றின் (1) சம அளவுவரைவையும் (2) சாய்வரைவையும் வரையவும்.

(அ) 5 செ.மீ, 3 செ.மீ மற்றும் 2 செ.மீ பரிமாணங்களையுடைய கனச்செவ்வகத்தை வரையவும் (இப்பரிமாணங்களுடன் ஒரே ஒரு படம் மட்டும் ஏற்படுமா? யோசி)

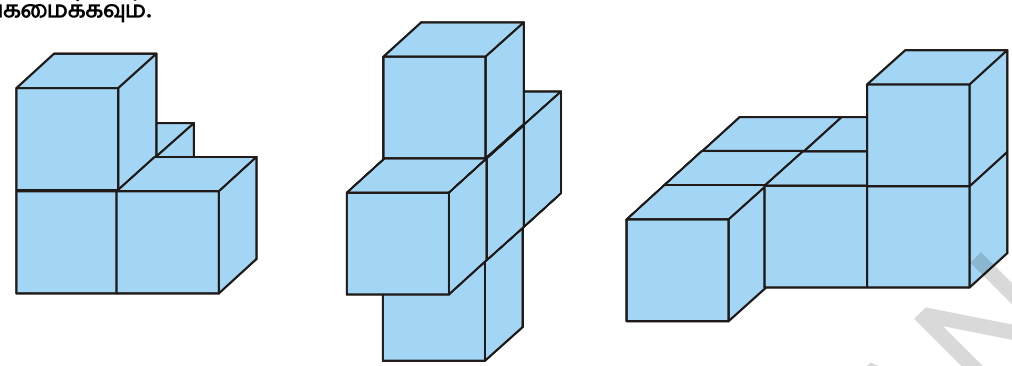
(ஆ) 4 செ.மீ விளிம்புகளை உடைய கனச்சதுரம்

14.3 முப்பரிமாண பொருட்களை காட்சிபடுத்துதல்

முப்பரிமான வடிவங்களில் முன் தோற்றத்தை மட்டும் பார்த்து அதன் எல்லா அளவுகளை பற்றி முடிவுக்கு வரமுடியாது. எனவே, சில நமது பார்வைக்கு மறைக்கப்பட்டிருக்கும்.



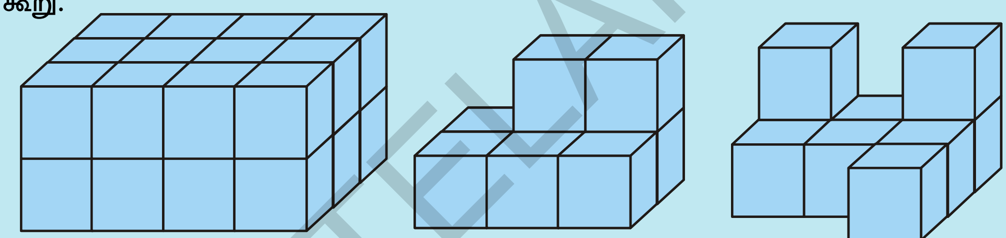
அத்தகைய முப்பரிமான வடிவங்களை காட்சிப்படுத்தவும், புரிந்துக்கொள்ளவும் கீழே சில செயல்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சில கனச்சதுரங்களை எடுத்துக்கொண்டு கீழே காட்டியுள்ளவாறு அவற்றை ஒருங்கமைக்கவும்.



உன் நண்பனிடம் அவற்றை ஒரு புறமிருந்து மட்டுமே பார்க்க செய்து நீ அதை உருவாக்க எடுத்துக்கொண்ட கனச்சதுரங்களின் எண்ணிக்கையை, ஊகிக்க செய். இவ்வாறு ஊகிப்பது மூலம் முனைகள், விளிம்புகள், முகங்கள் பற்றிய முடிவுக்கு வரமுடியும்.

முயன்று பார்

கீழே உள்ள அமைப்புகளில் எத்தனை கனச்சதுரங்கள் உள்ளன என கணித்துக் கூறு.

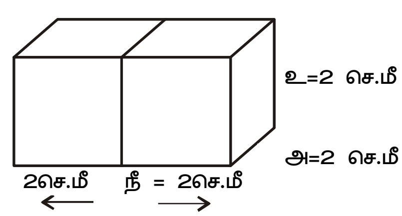


இத்தகைய ஊகப்படங்களை காட்சிப்படுத்துதல் நமக்கு பெரிதும் பயன்பாடுடையதாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, சில கனச்சதுரங்களை இணைத்து நீ ஒரு கனச்செவ்வகத்தை உருவாக்கினாய் எனக் கொள். நீ அந்த கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் ஆகியவற்றை எளிதாக கணிக்க இயலும்.

எ.கா. 2: 2 செ.மீ x 2 செ.மீ x 2 செ.மீ பரிமாணங்களை உடைய இரண்டு கனச்சதுரங்களை அருகருகே அமைத்து உருவாக்கப்பட்ட கனச்செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களை காண்க?

தீர்வு : இரண்டு கனச்சதுரங்களை அருகருகே அமைக்கும்போது அவற்றின் நீளம்



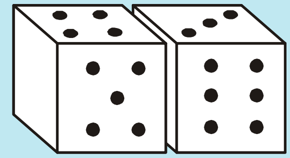
மட்டும் அதிகரிப்பதை நீ காண இயலும்.

நீளம் 2+2 = 4 செ.மீ

அகலம் = 2 செ.மீ மற்றும் உயரம் = 2 செ.மீ

முயன்று பார்

1. இரண்டு பகடைகள் படத்தில் காட்டியவாறு அருகருகே அமைக்கப்பட்டன. கொடுக்கப்பட்ட முகங்களுக்கு எதிரே உள்ள முகங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் மொத்தத்தை உன்னால் கூறமுடியுமா?



   (i) $5 + 6$ (ii) $4 + 3$

   (பகடையின் எதிரெதிர்பக்கங்களில் உள்ள எண்களின் கூடுதல் 7 என்பதை நினைவு கூர்க)

2. 2 செ.மீ விளிம்புடைய மூன்று கனச்சதுர வடிவ பகடைகள் அருகருகே அமைக்கப்பட்டு ஒரு கனச்செவ்வகம் உருவாக்கப்பட்டது. அதன் சாய்வரைவு படத்தை (oblique sketch) வரைய முயற்சி செய். மேலும், அதன் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரத்தைக் கண்டுபிடி.

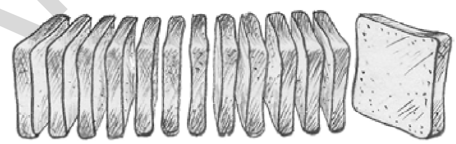
14.3.1 ஒரு திண்மத்தின் வெவ்வேறு பகுதிகளை நோக்குதல்

ஒரு முப்பரிமாண உருவத்தை எத்தனை விதங்களில் பார்க்க முடியும் என்பதை கற்போம்.

13.3.1(அ) வடிவத்தை அகன்ற மெல்லிய துண்டுகளாக்கி பார்த்தல் ஒரு முறையாகும்.

மெல்லிய துண்டுகளாக்கும் விளையாட்டு

ஒரு ரொட்டித்துண்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இது சதுர வடிவ முகங்களை கொண்ட ஒரு கனச்செவ்வகமாகும். இதை ஒரு கத்தியை கொண்டு மெல்லிய துண்டுகளாக்கு.



நீ அந்த ரொட்டியை கிடைமட்டமாக வெட்டும்போது உனக்கு படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பல்வேறு துண்டுகள் கிடைக்கிறது. இவற்றில் ஒவ்வொரு துண்டும் சதுர வடிவை கொண்டிருக்கும்! இத்தளங்களை நாம் ரொட்டியின் குறுக்குவெட்டு என்கிறோம். எனவே ரொட்டியின் குறுக்குவெட்டு ஏறக்குறைய ஒரு சதுரமாகும் இவற்றின் முனைகள் வளைவான வடிவத்தை கொண்டிருக்கும்.

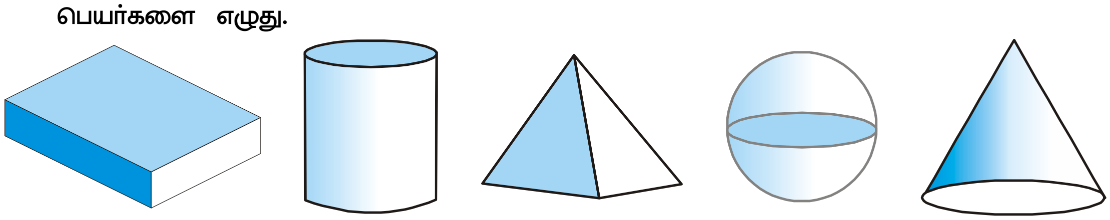
நீ வெட்டும் திசை நெடுக்காக இருக்கும்போது ஏற்படும் வெடுக்கு வெட்டு துண்டுகள் வேறு வடிவங்களை கொண்டிருக்கும் என்பதில் எச்சரிக்கையாக இருக்கவும், அதைப்பற்றி யோசி. இவ்வாறு தோன்றிய நெடுக்கு வெட்டு துண்டுகளின் முனைகள் வளைவான வடிவத்தைப் பெற்றுள்ளன என்பதை நீ கவனித்தாயா?

சமையலறை விளையாட்டு

உன் வீட்டில் சமைக்கும் போது சில காய்கறிகளை வெட்டும்போது அவற்றின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றங்களை நீ கவனித்தாயா? வெவ்வேறு காய்கறிகளின் வடிவங்களையும் அவற்றின் குறுக்கு வெட்டுத் துண்டுகளையும் ஆராய்க.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள திண்ம வடிவங்களின் மாதிரிகளை களிமண் அல்லது பிளாஸ்டர் ஆப் பாரிஸ் கொண்டு உருவாக்கு. அவற்றை குறுக்காகவும், நெடுக்காகவும் வெட்டு. இவ்வாறு உருவான வடிவங்களின் படங்களை வரைந்து இயன்றவரை அவற்றின் பெயர்களை எழுது.

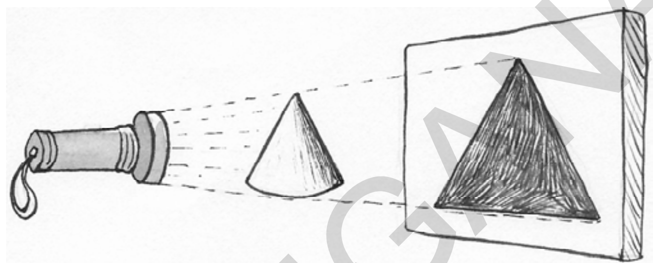


2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட திண்மங்களை (1) நெடுக்காக மற்றும் (2) குறுக்காக வெட்டும் போது ஏற்படும் வடிவங்கள் யாவை? (அ) ஒரு செங்கல் (ஆ) ஒரு உருண்டையான ஆப்பிள் (இ) பகடை (ஈ) ஒரு வட்ட வடிவ குழல் (உ) ஐஸ்கிரீம் கூம்பு.

14.3.1(ஆ) மற்றொரு முறை நிழல் விளையாட்டு

நிழலில் விளையாட்டு

முப்பரிமாண வடிவங்களை இருபரிமாண வடிவங்களாக காட்சிப்படுத்த நிழல்கள் ஒரு சிறந்த வழியாக திகழ்கின்றன. நிழல் பொம்மலாட்டங்களை நீ இதற்கு முன் பார்த்துள்ளாயா? இதில் வெவ்வேறு வடிவுடைய கலைநயம் கூடிய கனவடிவங்களை ஒரு விளக்கின் முன்பு வைத்து நிழல்கள் உருவாக்கப்படுகின்றன. இதன் மூலம் நிழல்களை அசைப்பதை போன்ற காட்சிகள் தோற்றுவிக்கப்படுகின்றன. இது மறைமுகமான கணித பயன்பாட்டை கொண்டுள்ளது.



படம் -1

இச்செயலை செய்வதற்கு சில கனவடிவங்களும், ஒரு ஒளி மூலமும் தேவைப்படுகிறது. உங்களிடம் திரைமேல் வீழ்த்திக் கருவி (OHP) இருக்குமானால், கனவடிவங்களை விளக்கின் கீழ் வைத்தும் இச்செயலை செய்யலாம்.

ஒரு கூம்பின் முன் மின்பொறிவிளக்கு வைத்து ஒளியை செலுத்தும் போது திரையில் தோன்றும் பிம்பத்தின் வடிவம் என்ன?

திண்மங்கள் முப்பரிமாண வடிவமுடையவை; ஆனால் அவற்றின் நிழல்கள் எத்தகையவை?

கூம்பிற்கு பதிலாக ஒரு கனச்சதுரத்தை வைக்கும்போது ஏற்படும் நிழலின் உருவம் எவ்வாறு இருக்கும்?

ஒளி மூலத்தின் நிலையையும், திண்மத்தின் நிலையையும் மாற்றியமைத்து சோதனை செய், நிழல்களின் வடிவங்களிலும், அளவுகளிலும் இதன் தாக்கத்தை அறிந்து கொள்.

நீ இதற்கு முன்பே கீழ்கண்ட சோதனையை செய்திருப்பாய்.

ஒரு டம்ளரை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பகல் நேரத்தில் சூரியக் கதிர்களின் பாதையில் வை. நிழல் எவ்வாறு தோன்றியது?

நிழல் பிற்பகலிலும் மாலையிலும் ஒரே தோற்றத்துடன் காணப்படுகின்றதா?

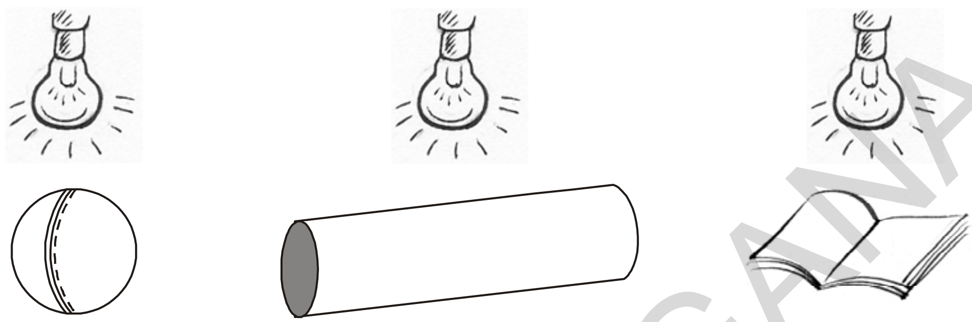
(அ) பிற்பகல்

(ஆ) மாலை

சூரியனின் நிலை, நாம் பார்க்கும் காலம், இவற்றை கருத்தில் கொண்டு, நிழலின் தன்மையை ஆராய்க.

பயிற்சி – 4

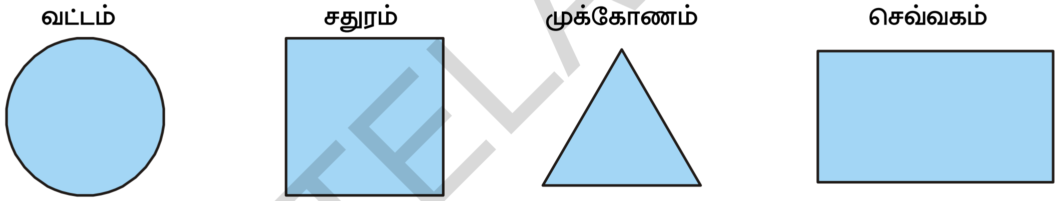
1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள திண்மங்களுக்கு மேல் ஒரு மின்சார விளக்கு ஒளிர வைக்கப்பட்டுள்ளது, எனில் தோன்றும் நிழல்களின் வடிவங்களின் பெயர்களை குறிப்பிடு. அந்நிழலின் மாதிரிப் படங்களை வரைய முயற்சி செய். (இக்கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கும் முன்னர் இப்பரிசோதனைகளை செய்துபார்)



பந்து   உருளை வடிவக் குழாய்   புத்தகம்

2. சில முப்பரிமாண வடிவங்களை திரைமேல் வீழ்த்திக்கருவி (OHP)–ன் விளக்கின் கீழ் வைக்கும்போது கீழ்கண்ட நிழல்கள் உருவாகின. இந்நிழல்களுக்குப் பொருத்தமான முப்பரிமாண பொருட்களை கண்டுபிடி. (இவற்றிற்கு அநேக விடைகள் இருக்கலாம்)

வட்டம்   சதுரம்   முக்கோணம்   செவ்வகம்



(i)   (ii)   (iii)   (iv)

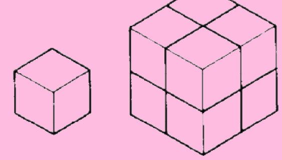
முக்கிய கருத்துகள்

முப்பரிமாண வடிவங்களை, காகிதம் போன்ற இருபரிமாண தளங்களின் மீது, அவற்றின் வலை அமைப்புகள் மூலம் காட்சிப்படுத்த இயலும்.

சாய்வரைவுகள் மற்றும் சம அளவு வரைவுப்படங்கள் மூலமாக முப்பரிமாண வடிவங்களை, ஒரு சமளதத்தின் மீது ஏற்படுத்த முடியும்.

கனச்சதுர விளையாட்டு

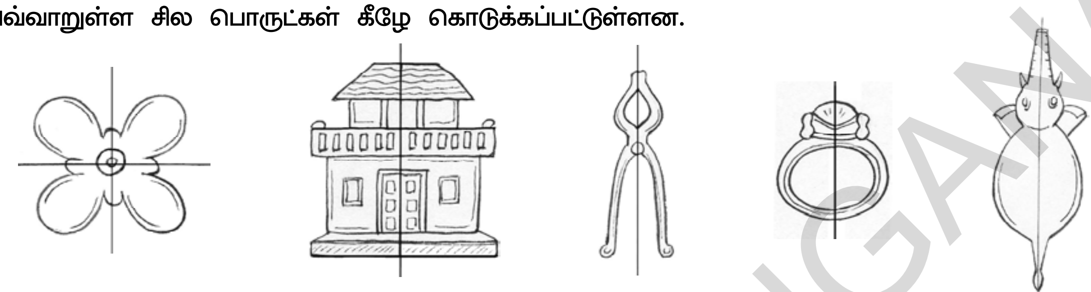
ஓர் அலகு கனச்சதுரத்தை எடுத்துக்கொள். விளிம்பின் நீளம் 2 அலகுகள் கொண்ட பெரிய கனச்சதுரத்தை உருவாக்கும் வகையில் படத்தில் கண்டவாறு அதேப்போல் உள்ள 7 ஓர் அலகு கனச்சதுரத்துடன் பொருத்து. விளிம்பின் நீளம் 3 அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரத்தை உருவாக்க, எத்தனை ஓர் அலகு கனச்சதுரம் தேவை?



சமச்சீர்மை (SYMMETRY) 15

15.0 அறிமுகம்

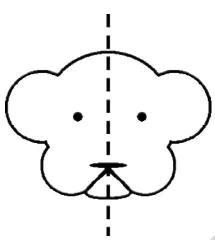
உன்னை சுற்றியுள்ளவற்றை கவனி, அவற்றில் பல பொருட்கள் சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளன. அவ்வாறுள்ள சில பொருட்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



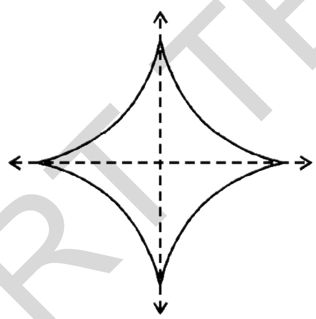
மேலே காட்டப்பட்டுள்ள அனைத்து வடிவங்களும் சமச்சீர்மையுடையவை. ஏனெனில் அவற்றை ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்படியான, இரண்டு சமபாகங்களாக ஒரு கோட்டின் மூலம் பிரிக்க இயலும்.

15.1 கோட்டு சமச்சீர்மை (Line Symmetry)

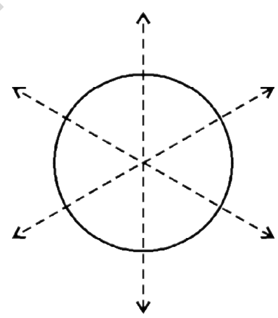
மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை ஆராய்ந்தறிவோம். ஒரு படியெடுப்புத்தாளை கொண்டு கீழ்காணும் வடிவங்களை பென்சில் உதவியால் படியெடுத்துக்கொள்.



படம் 1



படம் 2



படம் 3

படம் 4

புள்ளிகளிட்ட கோட்டினை ஆதாரமாக கொண்டு படத்தை மடித்து கவனி. நீ பார்த்தது என்ன?

படத்தின் இரண்டு பகுதிகளும் ஒன்றோடொன்று சரியாக பொருந்தியுள்ளதை நீ காண முடியும். படம் 2 மற்றும் 3லும் இது சாத்தியமாகுமா?

படம்-2ஐ இரண்டு கோடுகளை ஆதாரமாக கொண்டு நாம் மடிக்கலாம். ஆனால் படம் 4ஐ உன்னால் இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்க இயலாது.

படம் 1,2 மற்றும் 3 ஆகியவற்றை, ஒரு குறிப்பிட்ட கோட்டினை அடிப்படையாக கொண்டு, ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருத்தும்படியான சம பாகங்களாக பிரிக்க இயலுகிறது. எனவே அவை கோட்டு சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளது.

படங்களை சமமாக பிரிக்கும் புள்ளிகளிட்ட கோட்டை நாம் சமச்சீர் கோடு அல்லது சமச்சீர்மை அச்சு என்கிறோம்.

ஒரு படத்திற்கு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் கோடுகள் இருக்கலாம்.

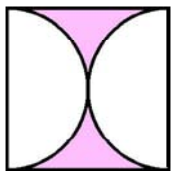
முயன்று பார்

1. இயற்கையாக சமச்சீர் அமைப்புள்ள சில பொருட்களை கூறு.
2. மனிதனால் உருவாக்கப்பட்ட சமச்சீர்மையுடைய ஐந்து பொருட்களின் பெயர்களை கூறு.

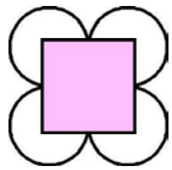
பயிற்சி 1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் சமச்சீர்மையுடையவற்றைக் கண்டுபிடி? சமச்சீர்மையுடையவற்றிற்கு சமச்சீர் அச்சினை வரையவும்.

(i)

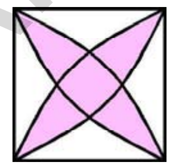


(ii)

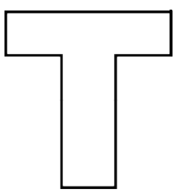


(iii)

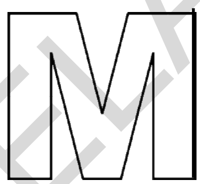
(iv)



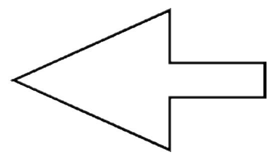
(v)



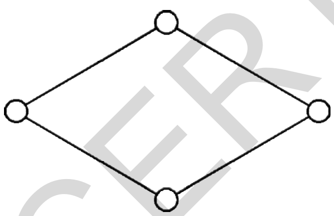
(vi)



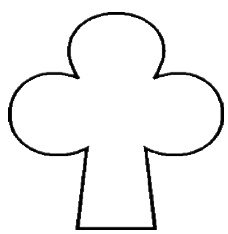
(vii)



(viii)

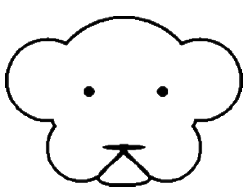


(ix)

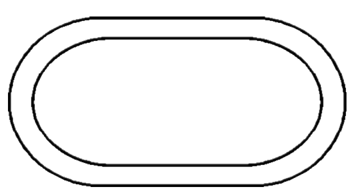


(x)

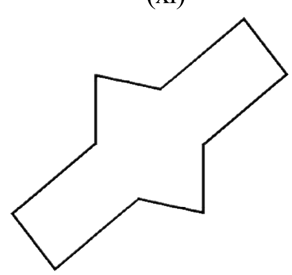
(xi)



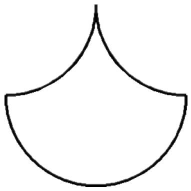
(xii)



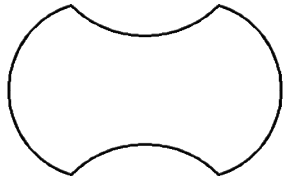
(xiii)



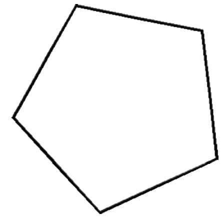
(xiv)



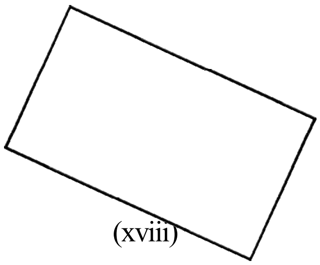
(xv)



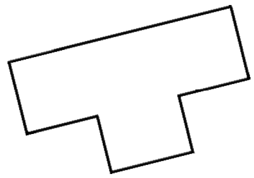
(xvi)



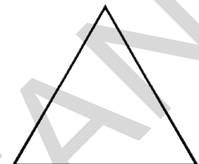
(xvii)



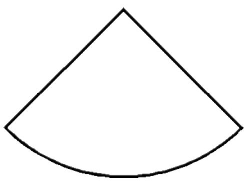
(xviii)



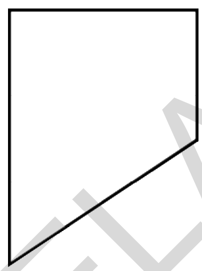
(xix)



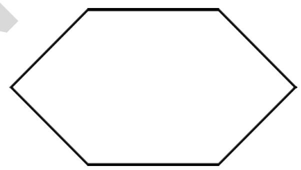
(xx)



(xxi)



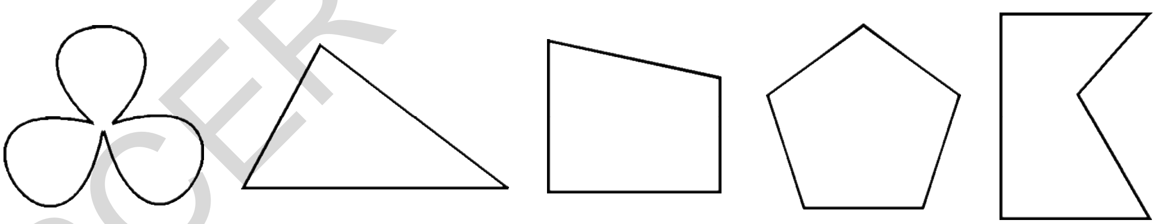
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 ஒழுங்கான பலகோணங்களின் சமச்சீர்மை கோடுகள்

கீழே உள்ள மூடிய படங்களை கவனி.

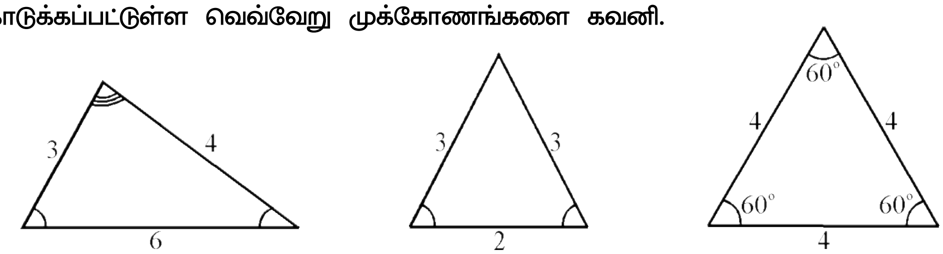


கோட்டுத்துண்டுகளால் ஆன மூடிய படத்தை நாம் பலகோணம் என்கிறோம். மேற்கண்ட படங்களில் எவை பலகோணங்கள்?

முயன்று பார்

1. மூன்றுக்கும் குறைவான கோட்டுத்துண்டுகளால் உன்னால் ஒரு பலகோணத்தை உருவாக்க முடியுமா?
2. ஒரு பலகோணத்தின் மிகக் குறைந்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

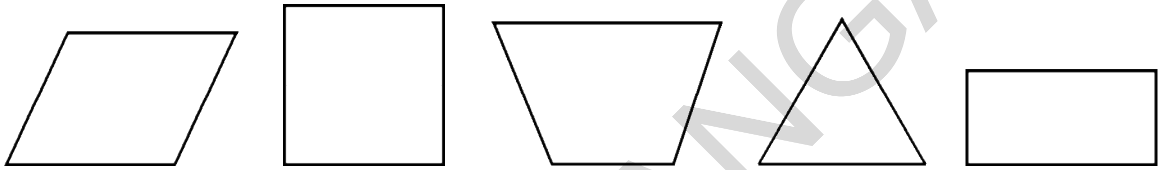
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெவ்வேறு முக்கோணங்களை கவனி.



படம்-1 படம்-2 படம்-3

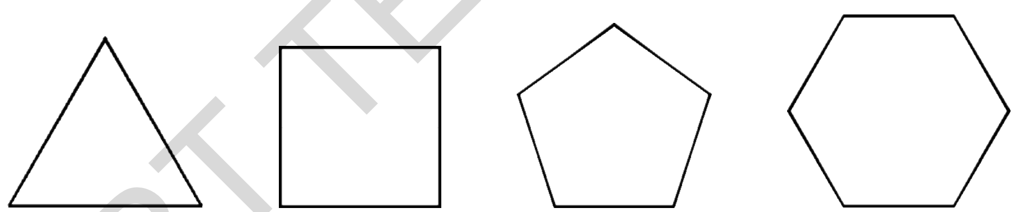
படம்3 ஐ கவனி, அதிலுள்ள முக்கோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் சமமாக உள்ளன, மேலும் கோணங்களும் சமமாக உள்ளன. எனவே இதை நாம் ஒழுங்கான பலகோணம் என்கிறோம். ஒரு பலகோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களும், அனைத்து கோணங்களும் சமம் எனில் அது ஒரு ஒழுங்காண பலகோணம் எனப்படும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பலகோணங்களில் ஒழுங்கான பலகோணங்கள் எவை எனக் கண்டுபிடி



இணைகரம் சதுரம் சரிவகம் சமபக்க முக்கோணம் செவ்வகம்

கீழேயுள்ள ஒழுங்கான பலகோணங்களுக்கு சமச்சீர் அச்சுகளை வரையவும்.



சமபக்க முக்கோணம் சதுரம் ஒழுங்கான ஐங்கோணம் ஒழுங்கான அறுங்கோணம்

உன் முடிவுகளை கீழ்கண்ட பட்டியலில் நிரப்பு.

ஒழுங்கான பலகோணம்	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	சமச்சீர் கோடுகளின் எண்ணிக்கை
சமபக்க முக்கோணம்	3	3
சதுரம்		
ஐங்கோணம்		
அறுங்கோணம்		

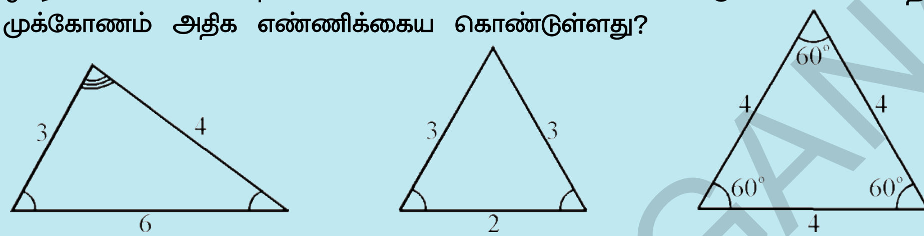
மேற்கண்ட செயல்முறையில் பலகோணங்களின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும், சமச்சீர்மை அச்சுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பை காண முடிந்ததா?

பலகோணங்களில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையும், அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாகும்.

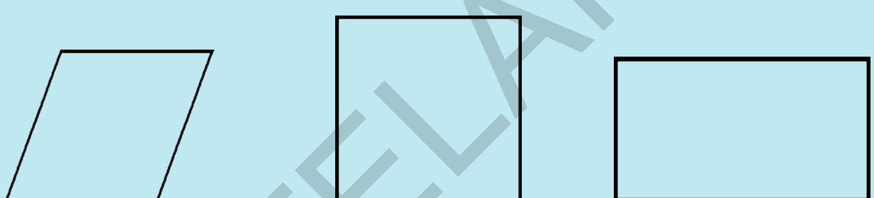
நீ இப்படங்களை வரைந்து அவற்றை கத்தரித்து மடித்தலின் மூலமாக அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளை சரிபார்க்கலாம்.

முயன்று பார்

1. கீழே மூன்று விதமான முக்கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை மூன்றும் ஒரே எண்ணிக்கையுடைய சமச்சீர் அச்சுகளை கொண்டுள்ளனவா? எந்த முக்கோணம் அதிக எண்ணிக்கைய கொண்டுள்ளது?



2. கீழே வெவ்வேறு வகையான நாற்கரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை அனைத்தும் ஒரே எண்ணிக்கையுடைய சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்டுள்ளனவா? எந்த வகை நாற்கரங்கள் அதிக எண்ணிக்கையுடன் சமச்சீர் கோடுகளை கொண்டுள்ளது?



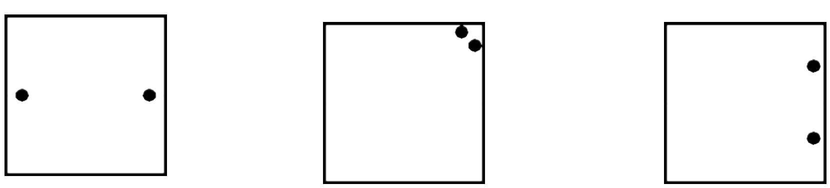
சாய்சதுரம் சதுரம் செவ்வகம்

குறிப்பு : படியெடுப்புத்தாளைக் கொண்டு வடிவங்களை வரைந்துக்கொள். பின்னர் வடிவங்களை மடிப்பதன் மூலம் நாம் சமச்சீர் அச்சுகளை பெறமுடியும்.

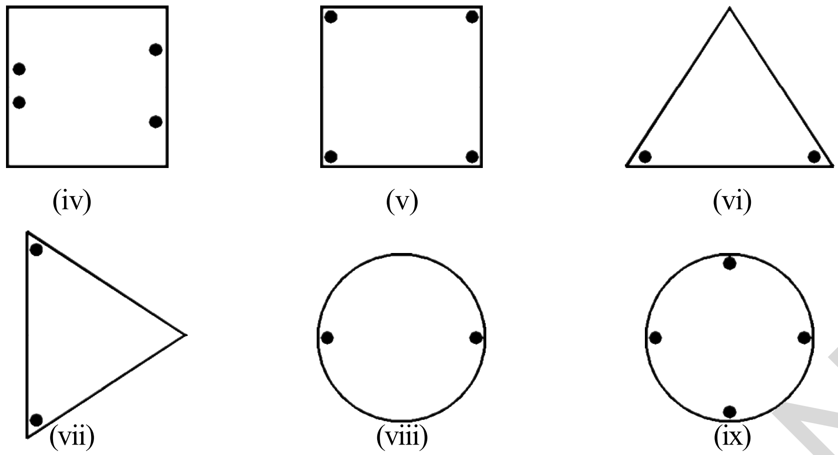
மேற்கண்ட செயல் (1) மற்றும் (2)ல் இருந்து, ஒழுங்கான பலகோணங்கள் அதிகபட்ச எண்ணிக்கையில் சமச்சீர் கோடுகளை கொண்டுள்ளது என நாம் அறிந்துகொள்கிறோம்.

பயிற்சி 2

1. கீழே சில படங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றை மடிக்கும் போது புள்ளிகள் ஒன்றோடொன்று ஒருங்கமையும் விதமாக, சமச்சீர் அச்சுகளை வரையவும்.



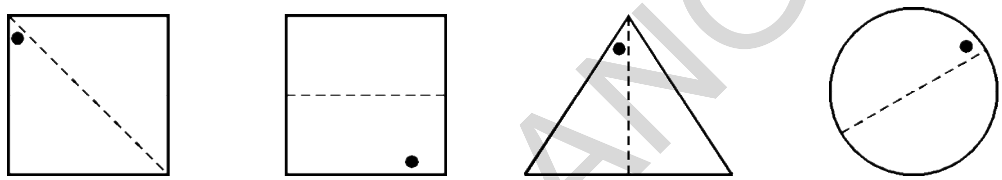
(i) (ii) (iii)



(iv) (v) (vi)

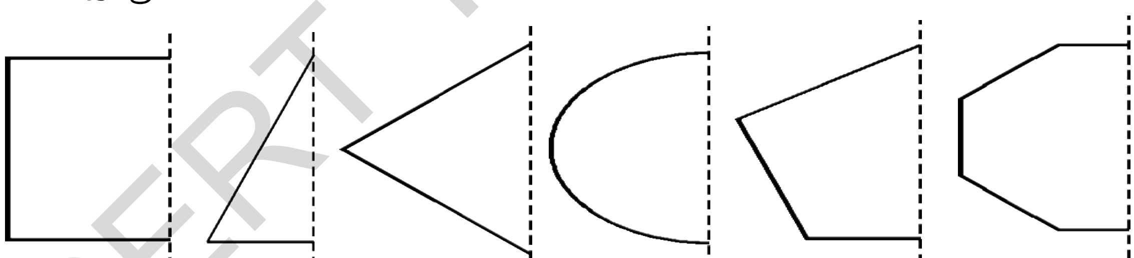
(vii) (viii) (ix)

2. கீழே சில படங்களும் அவற்றின் சமச்சீர்மை அச்சுகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு பகுதியில் மட்டும் புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இரண்டாம் பகுதியில் சரியான இடத்தில் புள்ளிகளை குறிக்கவும்.



(i) (ii) (iii) (iv)

3. கீழே சில நிறைவடையாத படங்களும் அவற்றின் சமச்சீர் கோடுகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சமச்சீர் கோடுகள் புள்ளிகளாக (dotted line) கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் மீது கண்ணாடியை வைத்து பார்ப்பதன் மூலம் நீ முழு படத்தையும் கவனிக்க இயலும். இவ்வாறு தென்படும் உருவத்தை நிறைவு செய். அவற்றின் பெயர்களை உன்னால் கூற இயலுமா?



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4. கீழ்கண்ட கூற்றுகளை சரியா தவறா எனக் குறிப்பிடு.

(1) எல்லா மூடிய படங்களும் சமச்சீர் அச்சை கொண்டிருக்கும். ( )

(2) குறைந்தபட்சமாக ஒரு சமச்சீர் கோட்டை கொண்ட படங்கள் சமச்சீர் படங்கள் எனப்படும். ( )

(3) 10 பக்கங்களை கொண்ட ஒரு ஒழுங்கான பலகோணம் 12 சமச்சீர் கோடுகளை கொண்டிருக்கும். ( )

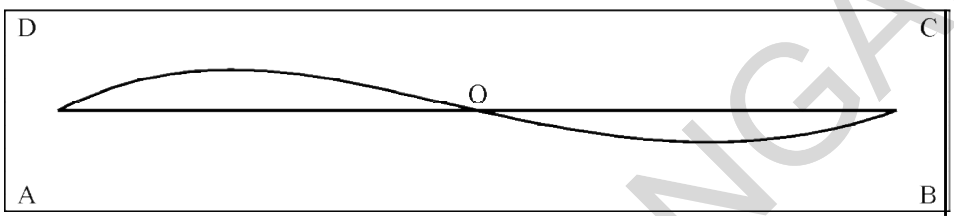
5. ஒரு சதுரத்தை வரைந்து அதன் எல்லா சமச்சீர் கோடுகளையும் வரைக. அடுத்தடுத்த சமச்சீர் கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தை அளக்கவும். நீ அறிந்தது என்ன? இந்த விதி மற்ற ஒழுங்கான பலகோணங்களுக்கும் பொருந்துமா?

15.2 சுழற்சி சமச்சீர்

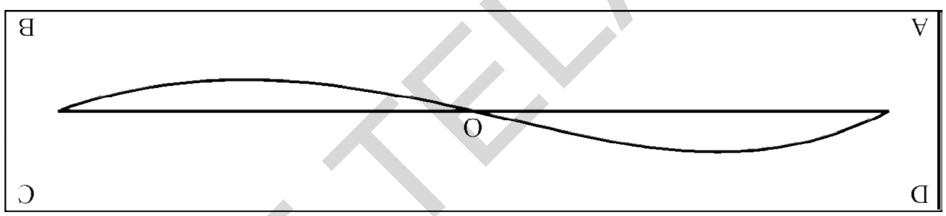
செயல் 1 : கீழ்கண்ட படத்தை ஒரு படியெடுப்புத்தாளில் வரையவும்.

இதை ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருந்தும்படி மடிக்க முயற்சி செய். இப்படம் சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளதா?

இதன் வெவ்வேறு பகுதிகளை வேறுவிதமாக தொடர்புபடுத்த முயற்சிப்போம். மேற்கண்ட வடிவத்தை ஒரு காகிதத்தில் வரையவும். இவ்வடிவத்தின் மையத்தை O எனக் குறிக்கவும். படத்தில் காட்டியபடி காகிதத்தின் நான்கு முனைகளை A,B,C,D எழுத்துக்களால் குறிக்கவும்.



O புள்ளியை ஆதாரமாகக் கொண்டு காகிதத்தை 180° சுற்றவும்.



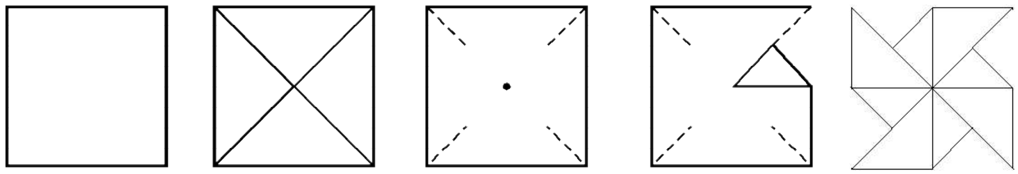
நீ கவனித்து என்ன? இவ்பொழுது தோன்றிய வடிவம் முந்தைய வடிவத்திலிருந்து வேறுபட்டுள்ளதா?

சுழற்சியினால், A,B,C,D புள்ளிகள் தங்கள் நிலையில் மாற்றமடைந்தாலும் படம் மட்டும் அதே நிலையில் தோன்றுகிறது. ஏனெனில் இப்படம் சுழற்சி சமச்சீரை கொண்டுள்ளது.

செயல் 2 : ஒரு காற்றாடியை தயாரிப்போம்.

* ஒரு காகிதத்தை எடுத்துக்கொண்டு அதை சதுர வடிவமாக வெட்டவும்.
* அதன் மூலைவிட்டங்களில் மடிக்கவும்.
* ஒரு மூலையில் தொடங்கி, காகிதத்தின் மூலைவிட்டங்களில் அவற்றின் மையத்தை நோக்கி, நான்கில் ஒரு பகுதியை விட்டு, வெட்ட வேண்டும். இவ்வாறே மற்ற மூன்று முனைகளிலும் செய்யவும்.
* ஒரு முனை விட்டு, ஒரு முனையாக காகிதத்தின் மையத்தை நோக்கி மடிக்க வேண்டும்.
* காகிதத்தை எளிதில் சுழலும்படி, அதன் மையப்புள்ளியில், ஒரு ஊசியின் உதவியுடன் ஒரு குச்சியில் பொருத்தவும்.

*இதை வீசும் காற்றுக்கு எதிராக வை. இது சுழல்வதை நீ காண்பாய்.



இப்பொழுது, காற்றாடியை 90° சுழற்று. காற்றாடி சுழற்சிக்குப்பின் அதே வடிவத்தையே கொண்டிருக்கும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு சுழற்சிக்கு பின்னும் காற்றாடி மீண்டும் மீண்டும் அதே வடிவத்தை அடைகிறது. எனவே காற்றாடி சுழற்சி சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளது.

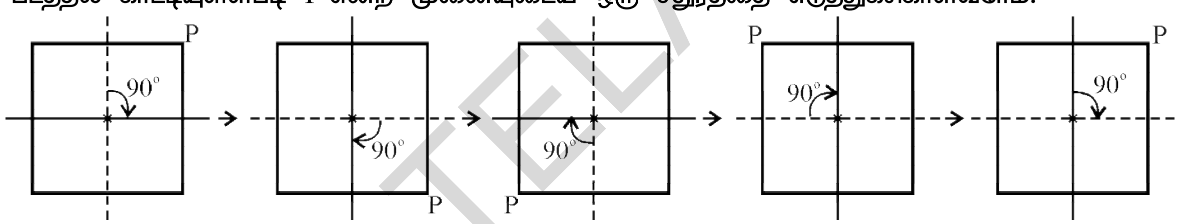
ஒரு நிலைப்புள்ளியை ஆதாரமாக கொண்டு ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்திற்கு ஒரு வடிவத்தை சுழற்றும் போது அது மீண்டும் தன் பழைய நிலையையே அடையுமானால் அவ்வடிவம் சுழற்சி சமச்சீரை கொண்டுள்ளது என்கிறோம்.

15.2.1 சுழற்சி சமச்சீரின் கோணம்

ஒரு சதுரம் கோட்டு சமச்சீரை கொண்டது என நாம் அறிவோம். மேலும் அது 4 சமச்சீர் அச்சுகளை கொண்டுள்ளது.

சதுரம் சுழற்சி சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளதா என்பதை காண்போம்.

படத்தில் காட்டியுள்ளபடி P என்ற முனையுடைய ஒரு சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 1 படம் 2 படம் 3 படம் 4 படம் 5

படம் 1, சதுரத்தின் தொடக்க நிலையை காட்டுகிறது. சதுரத்தை அதன் மையத்தை ஆதாரமாக கொண்டு 90° சுழற்றவும். இப்பொழுது நாம் படம்-2ல் காட்டப்பட்டுள்ள அமைப்பை பெறுகிறோம். மீண்டும் 90° சுழற்றும் போது நாம் படம் 3-ல் காட்டப்பட்டுள்ள படத்தைப் பெறுகிறோம்.

நாம் நான்கு 90° சுழற்சிகளை முடிக்கும் போது சதுரம் தன்னுடைய உண்மை நிலையை அடைகிறது.

ஒவ்வொரு 90° சுழற்சியின் போதும் சதுரம் தனது உண்மை நிலையின் தோற்றத்தை கொண்டுள்ளது. இதை P-ன் நிலைகளை வைத்து நாம் அறிந்து கொள்கிறோம்.

மேற்கண்ட செயல்முறையில் படம் 2, படம் 3, படம் 4, மற்றும் படம் 5 ஆகியவற்றில் காட்டப்பட்டுள்ள எல்லா நிலைகளும் முதல் படத்தை முறையே 90° , 180°, 270° மற்றும் 360° சுழற்றுவதால் கிடைக்கிறது. மேலும் இவையனைத்தும் படம் 1ஐ ஒத்துள்ளது. மேற்கண்ட கோண அளவுகளில் சிறிய அளவான 90° ஐ நாம் சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் என்கிறோம்.

ஒரு வடிவத்தை மீண்டும் உண்மையான வடிவத்தைப் போல் பெறுவதற்கு சுழற்றப்படும் மிகச்சிறிய கோணத்தை சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் (அ) சுழற்சி கோணம் என்கிறோம்.

இதைசெய்

1. ஒரு சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் எவ்வளவு?
2. ஓர் இணைகரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் எவ்வளவு?
3. ஒரு வட்டத்தின் சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் எவ்வளவு?

15.2.2 சுழற்சி சமச்சீர்மையின் வரிசை

மேற்கண்ட செயலில் ஒரு சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர்மையின் கோணம் 90^0. சதுரம் அதன் உண்மை நிலையை அடைவதற்கு முன் நான்கு முறை அதன் சுழற்சி சமச்சீர்மை கோணத்தின் அளவில் சுற்றப்படுகிறது. எனவே சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர்மையின் வரிசை 4 எனக் கூறுகிறோம்.

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். இதன் சுழற்சி கோணம் 120° ஆகும். அதாவது இது தன் உண்மையான நிலையை அடைவதற்குள் மூன்று முறை அதன் மையத்தை ஆதாரமாக கொண்டு 120° கோணத்தில் சுற்றப்படுகிறது. எனவே சமபக்க முக்கோணத்தில் சுழற்சி சமச்சீரின் வரிசை 3 ஆகும்.

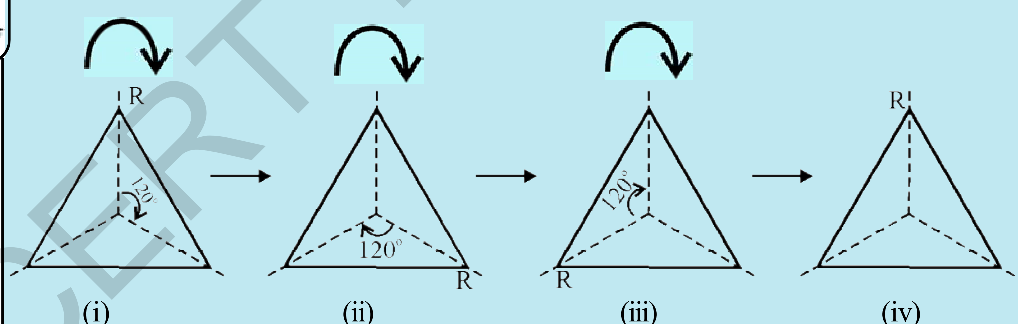
மேற்கண்ட உதாரணங்களில் இருந்து ஓர் உருவத்தை அதன் சுழற்சி சமச்சீர்மையின் கோணத்தில் எத்தனை முறை சுழற்றினால் அது மீண்டும் தன் உண்மை நிலையை அடையுமோ, அந்த சுழற்சிகளின் எண்ணிக்கையை நாம் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை என்கிறோம்.

மேற்கண்ட உதாரணங்களில் இருந்து நாம் அறிவது

* ஒரு சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீரின் மையம், அதன் மூலைவிட்டங்கள் வெட்டும் புள்ளியில் அமைகிறது.
* ஒரு சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர் கோணம் 90° ஆகும்.
* ஒரு சதுரத்தின் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 4 ஆகும்.

முயன்று பார்

1. (i) ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசையை கண்டுபிடி.



(ii) சமபக்க முக்கோணம் எத்தனை சமச்சீர் கோடுகளை கொண்டுள்ளது?

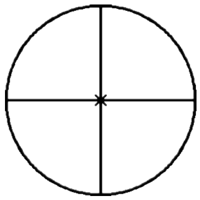
(iii) அடுத்தடுத்த சமச்சீர் அச்சுகளுக்கு இடையேயுள்ள கோணம் எவ்வளவு?

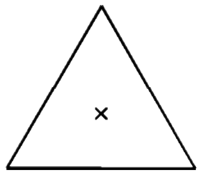
2. உன்னை சுற்றியுள்ளவற்றில் சுழற்சி சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ள பொருட்களை கண்டுபிடி. (அதாவது, சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 1ஐவிட அதிகமாக உள்ளவை)

குறிப்பு : எல்லா பொருட்களும் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 1ஐக் கொண்டு இருக்கும். ஏனெனில் அனைத்து பொருட்களையும் 360° சுற்றும்போது மீண்டும் அது தன் உண்மை நிலையை அடையும். எனவே சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 1ஐவிட அதிகமாக உள்ள பொருட்களையே நாம் சுழற்சி சமச்சீர்மையுடைய பொருட்கள் என்கிறோம்.

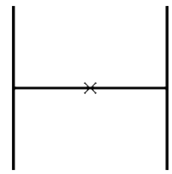
பயிற்சி - 3

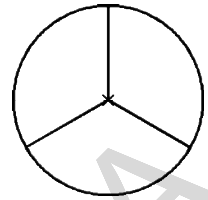
1. கீழ்கண்ட படங்களில் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை-1ஐ விட அதிகமாக கொண்டவற்றை கண்டுபிடி?


(i)

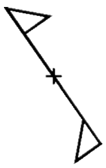

(ii)

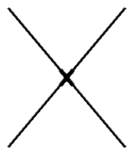

(iii)

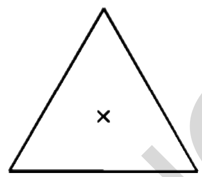

(iv)

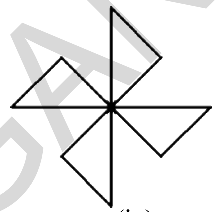

(v)

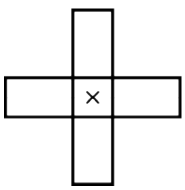
2. கீழ்கண்ட படங்களின் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசையை கண்டுபிடி.

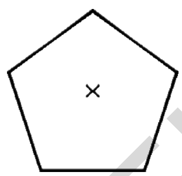

(i)

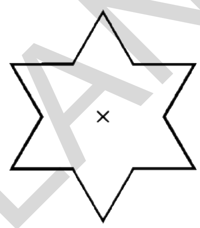

(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)


(viii)

3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வடிவங்களை வரைந்து காலியிடங்களை நிரப்பு.

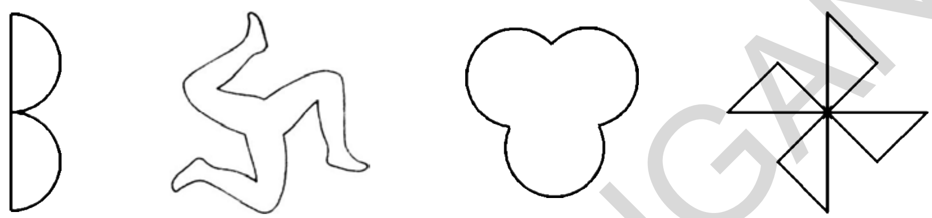
வடிவம்	சுழற்சியின் மையம் (மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி/ சமச்சீர் அச்சுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி)	சுழற்சி கோணம்	சுழற்சியின் வரிசை
சதுரம்			
செவ்வகம்			
சாய்சதுரம்			
சமபக்க முக்கோணம்			
ஒழுங்கான அறுங்கோணம்			
வட்டம்			
அரைவட்டம்			

15.3 கோட்டு சமச்சீர்மை மற்றும் சுழற்சி சமச்சீர்மை

இதுவரை நாம் கற்றவற்றில் சில வடிவங்கள் கோட்டு சமச்சீரையும், சில வடிவங்கள் சுழற்சி சமச்சீரையும் சில வடிவங்கள் இரண்டையும் கொண்டிருந்தன.

சதுரமும், சமபக்க முக்கோணமும் கோட்டு சமச்சீர் மற்றும் சுழற்சி சமச்சீர்மை ஆகிய இரண்டையும் கொண்டிருக்கும். வட்டம் ஒரு முழுமையான சமச்சீர்மையுடைய வடிவம் ஆகும். ஏனெனில் ஒரு வட்டத்தை எந்த கோணத்தில் சுழற்றினாலும் அது ஒரே தோற்றத்தை அளிக்கிறது. எனவே வட்டம் எண்ணற்ற சமச்சீர்மை கோடுகளை கொண்டுள்ளது.

எ.கா. 1 : கீழ்கண்ட வடிவங்களில் கோட்டு சமச்சீரை கொண்டவற்றை கண்டுபிடி? மேலும் அவற்றில் எவை சுழற்சி சமச்சீரை கொண்டுள்ளது?

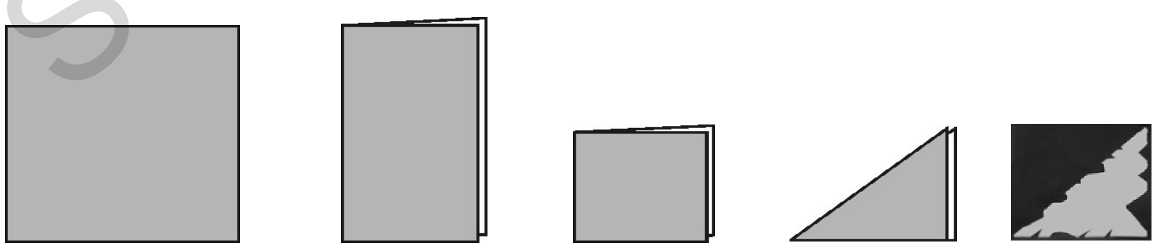


(i) (ii) (iii) (iv)

படம்	கோட்டு சமச்சீர்	சுழற்சி சமச்சீர்
1.	ஆம்	இல்லை
2.	இல்லை	ஆம்
3.	ஆம்	ஆம்
4.	இல்லை	ஆம்

செயல் 3 :

* ஒரு சதுர வடிவ காகிதத்தை எடுத்துக்கொள்.
* இதை நெடுக்காகவும், பின்னர் மீண்டும் குறுக்காகவும் மடிக்கவும்.
* பின்னர் அதன் மூலைவிட்டத்தினை பொறுத்து மீண்டும் மடித்து ஒரு முக்கோண வடிவத்தை உருவாக்கு.
* மடிக்கப்பட்ட காகிதத்தின் முனைகளை படம்-5ல் காட்டியுள்ளபடி வெட்டவும்.
* இப்பொழுது காகிதத்தை பிரித்துப் பார்க்கவும்.



படம் 1 படம் 2 படம் 3 படம் 4 படம் 5

(i) மேலே காட்டப்பட்டுள்ள காகிதம் கோட்டு சமச்சீரை கொண்டுள்ளதா?

(ii) இக்காகிதம் சுழற்சி சமச்சீரை கொண்டுள்ளதா?

பயிற்சி 4

1. சில ஆங்கில எழுத்துக்கள் சமச்சீரை கொண்டுள்ளன. E எனும் எழுத்து கோட்டு சமச்சீரை கொண்டுள்ளது. I எனும் எழுத்து சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 2ஐ கொண்டுள்ளது.

இதைப்போன்ற சமச்சீர்மை கொண்ட எழுத்துக்களை கண்டறிந்து அவற்றை கீழ்கண்ட அட்டவணையில் நிரப்பு.

எழுத்து	கோட்டு சமச்சீர்மை	சமச்சீர்மை கோடுகளின் எண்ணிக்கை	சுழற்சி சமச்சீர்	சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை
Z	இல்லை	0	ஆம்	2
S				
H				
O				
E	ஆம்	1	இல்லை	-
N				
C				

செயல்திட்டம்

செய்தித்தாள்கள், சிறப்பிதழ்கள் மற்றும் விளம்பர துண்டுப் பிரசுரங்களில் (phamphlets) உள்ள சமச்சீர் படங்களை சேகரி. அவற்றின் மீது சமச்சீர் அச்சுகளை வரையவும். மேலும் அவற்றை வகைப்படுத்து.

முக்கிய கருத்துகள்

* ஒரு படத்தை இரண்டு சர்வ சம பாகங்களாக பிரிக்கும் கோட்டை நாம் சமச்சீர் அச்சு (அ) சமச்சீர் கோடு என்கிறோம்.

* ஒரு படம் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் கோடுகளையும் (அ) சமச்சீர் அச்சுகளையும் கொண்டிருக்கலாம்.

* ஒரு படத்தின் மையப்புள்ளியை ஆதாரமாக கொண்டு, ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் அதை சுற்றும் போது தோன்றும் படம், முதல் படத்தை ஒத்திருந்தால் நாம் அப்படமானது சுழற்சி சமச்சீர்மையை கொண்டுள்ளது எனக் கூறுகிறோம்.

* சுழற்சி சமச்சீர்மையில், சுற்றப்படும் மிகச்சிறிய கோண அளவை சமச்சீர்மை கோணம் என்கிறோம்.

* அனைத்து படங்களும் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை 1 ஐ கொண்டிருக்கும். ஏனெனில் எந்தப் படமானாலும் ஒரு முழுச்சுற்று (360^0) சுற்றும் போது அது மீண்டும் தன் பழைய நிலையை அடைகிறது. எனவே ஒரு பொருள் ஒன்றிற்கு அதிகமான சுழற்சி சமச்சீர் வரிசையை கொண்டிருக்கும் போது மட்டுமே அது சுழற்சி சமச்சீரில் உள்ளது எனப் பொருள்படும்.

* சில வடிவங்கள் கோட்டு சமச்சீர்மையையும், சில வடிவங்கள் சுழற்சி சமச்சீர்மையையும், சில வடிவங்கள் இரண்டையும் கொண்டிருக்கும். சதுரங்கள், சமபக்க முக்கோணங்கள் மற்றும் வட்டங்கள் கோட்டு சமச்சீர் மற்றும் சுழற்சி சமச்சீர் ஆகிய இரண்டையும் கொண்டிருக்கும்.

விடைகள்

1-முழுக்கள்

பயிற்சி - 1 (பக்கம் -2) 1) மிகப்பெரிய எண் = 2 ; சிறிய எண் = -3

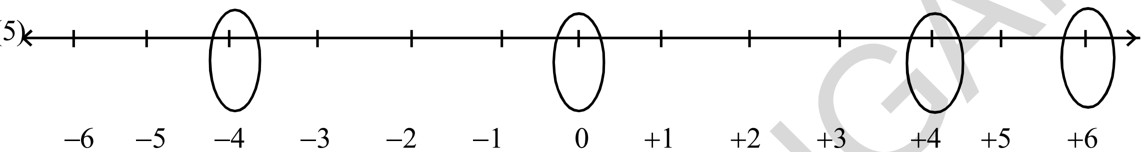
(2) (i) $-9, -8, -7, -6,$; பெரிய எண் $= -6$; சிறிய எண் $= -9$

(ii) $-1, 0 +1, +2,$; பெரிய எண் $= +2$; சிறிய எண் $= -1$

(iii) $-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ b) பெரிய எண் $= 4$; சிறிய எண் $= -7$

(3) (i) $-8, -5, 1, 2$ (ii) $-5, -4, -3, 2$ (iii) $-15, -10, -7$

(4) (i) $-2, -3, -5$ (ii) $-1, -2, -8$ (iii) $8, 5, -2$

(5)


(6) -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2,3,5,7,9 எண் கோட்டை வரை

(7) i)

எண்.	நகரத்தின் பெயர்	வெப்பநிலை
1	பெங்களூர்	20°C
2	ஊட்டி	15°C
3	நைனிடால்	−3°C
4	மணாலி	−7°C
5	காசௌலி	−9°C

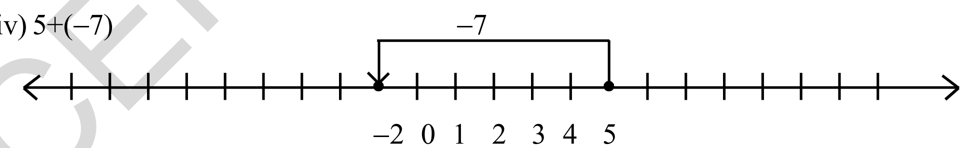
(ii) பெங்களூர் (20°C) (iii) காசௌலி (−9°C)

(iv) நைனிடால் (−3°C), மணாலி (−7°C), காசௌலி (−9°C)

(v) ஊட்டி (15°C), பெங்களூர் (20°C)

பயிற்சி -2 (பக்கம் -4)

(1) (iv) $5+(-7)$



(2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4

(vii) −2 (viii) 0 (ix) 8 (x) 20 (xi) 80

பயிற்சி -2 (பக்கம் -4)

(1) (i) 5 (ii) 15 (iii) -4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1

(2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) −13

(v) −8 (vi) 130 (vii) 75 (viii) 50

(3) வ.எண்.	குறை முழு	+	முழு எண்	=	–6
1	(–6)	+	0	=	–6
2	(–7)	+	1	=	–6
3	(–8)	+	2	=	–6
4	(–9)	+	3	=	–6 etc.,

பயிற்சி -4 (பக்கம் -11)

(1) (i) +600 (ii) –1 (iii) –600 (iv) +200 (v) –45

2) (i) –3 (ii) –225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0
(vi) 1320 (vii) 162 (viii) –360 (ix) –24 (x) 36

(3) –10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹ 5000 இலாபம் (ii) 3200

(6) (i) –9 (ii) –7 (iii) +7 (iv) –11

பயிற்சி -5 (பக்கம் -19)

(1) (i) மெய் (72 = 126 – 54 = 72) (ii) மெய் (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) –a (ii) –5

(3) (i) 480 (ii) –53,000 (iii) –15,000 (iv) –4182
(v) –62,500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

பயிற்சி -6 (பக்கம் -22)

(1) (i) –1 (ii) –49 (iii) வரையறுக்கப்படவில்லை (iv) 0

பயிற்சி -7 (பக்கம் -23&24)

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) இலபம் 33,000 (ii) 3,000

(3) மாலை 7 நள்ளிரவில் வெப்பநிலை = –14°C

(4) (i) 8 கேள்விகள் (ii) 13 கேள்விகள் (5) 1 மணி

2.பின்னங்கள், தசமங்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்கள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -29)

(1) (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $3\frac{1}{6}$ (v) $\frac{11}{24}$ (vi) $6\frac{1}{6}$

(2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) நிரையின் கூடுதல் = $\frac{21}{13}$, நிரலின் கூடுதல் = $\frac{21}{13}$, மூலைவிட்டத்தின் கூடுதல் = $\frac{21}{13}$

அனைத்து கூடுதல்களும் சமம்.

(4) $17\frac{11}{15}$ செ.மீ (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

(7) Δ ABE ன் சுற்றளவு = $10\frac{1}{5}$ செ.மீ; BCDE ன் சுற்றளவு = $7\frac{11}{15}$ செ.மீ ;

Δ ABE பெரியது ; வித்தியாசம் = $2\frac{7}{15}$

பயிற்சி -2 (பக்கம் -34)

(1) (i) 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{15}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ அல்லது 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6 (iii) 6 (iv) 12

பயிற்சி -3 (பக்கம் -37)

(1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3 $\frac{3}{4}$

(3) (i) $\frac{3}{8} = \frac{3}{4}$ ல் $\frac{1}{2}$ (ii) இரண்டும் சமம் (4) $17\frac{1}{2}$ மணிகள் (5) $85\frac{1}{3}$ கி.மீ. (6) 1 மீ 1350 மி

$17\frac{1}{2}$

(7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$, 35 அல்லது

பயிற்சி -4 (பக்கம் -43)

(1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (2) (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(3) (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (4) $2\frac{1}{2}$ நாட்கள்

பயிற்சி -5 (பக்கம் -45&46)

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 6 (2) (i) ₹ 0-09 (ii) ₹ 77-07 (iii) ₹ 2-35

(3) (i) 0.1 மீ, 0.0001 கி.மீ (ii) 4.5 செ.மீ, 0.045 மீ, 0.000045 கி.மீ.

(4) (i) 0.19 கி.கி (ii) 0.247 கி.கி (iii) 44.08 கி.கி

(5) (i) $50+5+\frac{5}{10}$ (ii) $5+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}$ (iii) $300+3+\frac{3}{100}$

(iv) $30+\frac{3}{10}+\frac{3}{1000}$ (v) $1000+200+30+4+\frac{5}{10}+\frac{6}{100}$

(6)(i)3 (ii) 30(iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$ (7) அருணாவைவிட ராதா 100 மீ அதிகம் நடந்தாள் (8) 5.625கி.கி

பயிற்சி -6 (பக்கம் -50&51)

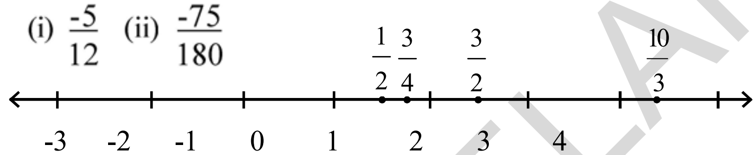
(1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.55 (iv) 78.8 (v) 0.35
(vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 செ.மீ^{2}

(3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110
(vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
(xi) 90 (xii) 30 (4) 625 கி.மீ (5) (i) 0.45 (ii) 4.75
(iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025 (vi) 1.12 (vii) 0.0214
(viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011 (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43
(iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02 (7) 5 (8) 0.128 செ.மீ

பயிற்சி -7 (பக்கம் -56)

(2) (i) $\frac{-5}{12}$ (ii) $\frac{-75}{180}$

(3)



(4) (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி

3. எளிய சமன்பாடுகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -59)

(1) (i) LHS = 2x, RHS = 10 (ii) LHS = 2x–3, RHS = 9 (iii) LHS = 4z+1, RHS = 8 (iv) LHS = 5p+3, RHS = 2p+9
(v) LHS = 14, RHS = 27–y (vi) LHS = 2a–3, RHS = 5 (vii) LHS = 7m, RHS = 14 (viii) LHS = 8, RHS = 9+5

(2) (i) y = 5 (ii) a = 8 (iii) m = 3 (iv) n = 7

பயிற்சி -2 (பக்கம் -63)

(1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = –20 (2)
(i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13
(vi) x = 3 (vii) x = –5 (viii) x = –1 (ix) y = 4 (x) x = –2

பயிற்சி -3 (பக்கம் -67)

(1) 4 செ.மீ (2) 5 செ.மீ (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 46, 49 (7) 7, 8, 9

(8) l = 34மீ, b = 2மீ (9) l=23மீ, b=19மீ (10) 5 வருடங்கள் (11) 19, 44 (12) 250, 25,15

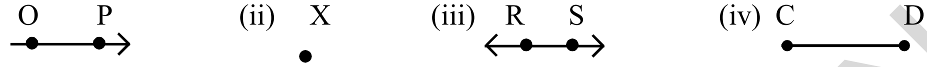
13) 2 (14) 40 (15) 30 °, 60°, 90° (16) 30

4. கோடுகள் மற்றும் கோணங்கள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -69)

(1) (i) AB கோட்டுத்துண்டு (ii) CD கதிர் (iii) XY கோடு (iv) புள்ளி 'P'

(2) (i) O P (ii) X (iii) R S (iv) C D



(3) $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CD}$

(5) (i) குறுங்கோணம் (ii) விரிகோணம் (iii) செங்கோணம் (iv) குறுங்கோணம் (v) விரிகோணம்

(6) $\angle AOF, \angle FOE, \angle EOD, \angle DOC, \angle COB, \angle FOD, \angle EOC, \angle DOB$ - குறுங்கோணங்கள்.
$\angle AOE, \angle EOB, \angle FOC$ - செங்கோணம் ; $\angle AOD, \angle AOC, \angle FOB$ - விரிகோணங்கள்.
$\angle AOB$ - நேர்க்கோணம் (7) (i) மேலும் (iv) இவை இணை ; (ii) மேலும் (iii) இணை அல்ல

(8) i, ii மற்றும் iv ஆகியவை வெட்டிக்கொள்ளும் கோடுகள் மேலும் (iii) வெட்டிக்கொள்ளா கோடுகள்

பயிற்சி -2 (பக்கம் -71)

(1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) 45°, 45°

(4) ஆம். ஏனெனில், கோணங்களின் கூடுதல் 90° ஆக இருக்க வேண்டும்.

பயிற்சி -3 (பக்கம் -73)

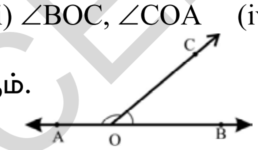
(1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°

(3) இரண்டு குறுங்கோணங்களின் கூடுதல் எப்போதும் 180° ஐவிட குறைவு (4) 90°, 90°

பயிற்சி -4 (பக்கம் -74)

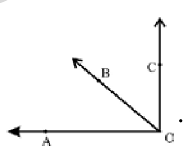
(1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) $\angle AOD, \angle DOB$ (ii) $\angle DOB, \angle BOC$
(iii) $\angle BOC, \angle COA$ (iv) $\angle COA, \angle AOD$

(3) ஆம்.



ஏனெனில், $\angle AOC + \angle COB = 180°$

(4) ஆம்.



. ஏனெனில், $\angle AOB + \angle BOC = 90°$

பயிற்சி -5 (பக்கம் -75)

(1) i, ii (2) இல்லை. ஏனெனில், இவற்றிற்கு பொதுவான கதிர் இல்லை

பயிற்சி -6 (பக்கம் -76)

(1) (i) $\angle AOD, \angle BOC$ (ii) $\angle AOC, \angle BOD$

(2) $y = 160°$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்) $x + 160° = 180°$ $\therefore x = 20°$

$\angle x = \angle z$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்) $\therefore z = 20°$

பயிற்சி -7 (பக்கம் -85)

(1) (i) குறுக்குவெட்டு (ii) இணை (iii) இணை (iv) ஒன்று

(2) (i) 100° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 100°

(3) $\angle x = 180 - (75+45) = 60°$; $\angle y = 75$; $z = 45°$

(4) $b + 50° = 180° \Rightarrow \therefore b = 130°$

$b + c = 180° \Rightarrow 130° + c = 180° \Rightarrow c = 50°$

$d + 50° = 180° \Rightarrow d = 130°$

(5) ஆம் $\therefore l \parallel m$

(6) $\angle a = 50°$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$\angle b = 50°$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$\angle c = \angle d = \angle e = 50°$

(இவை அனைத்தும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

5. முக்கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -93)

(1) (i) முடியும் (ii) முடியும் (iii) முடியாது (iv) முடியும்

பயிற்சி -2 (பக்கம் -94)

(1) (i) மையக்கோடு (ii) செங்குத்துக்கோடு (உயரம்) (2) செங்கோண முக்கோணம்
(3) ஆம் (4) இல்லை. ஏனெனில் சிலவகைகளில் இது முக்கோணத்தின் வெளியில் அமையலாம். (5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

பயிற்சி -3 (பக்கம் -100)

(1) (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (2) (i) $x = 70°$; $y = 60°$ (ii) $x = 80°$; $y = 50°$
(iii) $x = 110°$; $y = 70°$ (iv) $x = 60°$; $y = 90°$ (v) $x = 45°$; $y = 90°$ (iv) $x = 60°$

(3) (i) 40° (ii) 34° (iii) 60° (4) 60° (5) (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு

(6) (i) 30° ; 60° ; 90° (7) $x = 100°$; $y = 50°$; $z = 100°$

(8) 72° (9) $\angle P = 50°$; $\angle Q = 30°$; $\angle R = 90°$ (10) 18° ; 72° ; 90° (11)36°, 54°
(12) $\angle LPM = 40°$; $\angle PML = 50°$; $\angle PRQ = 50°$ (13) 540°

பயிற்சி -4 (பக்கம் -107)

(1) உள் கோணங்கள் : $\angle ABC$, $\angle ACB$, $\angle BAC$; வெளிகோணங்கள் : $\angle CBX$,$\angle ACZ$, $\angle BAY$

(2) $\angle ACD = 111°$ (3) x = 115° ; y = 35° (4) (i) x = 50° (ii) x = 33° ; y = 82°

(5) $\angle CDB = 76°$; $\angle DBC = 39°$; $\angle ABC = 58°$

(6) (i) x = 55° (ii) x = 100° (iii) x = 120° ; y = 30° (iv) y = 70° (v) x = 60° ; y = 150° ;

(vi) x = 50° ; y = 130° (7) 50° ; 75° ; 55° (8) $\angle P$ =35° ,ஆம் (9) 70°

(10) 30° ; 75° ; 75° (11) x = 135° ; y = 80°

6. விகிதம் மற்றும் பயன்பாடுகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -111)

(1) 100 : 10 , 10:1 (2) ₹15 (i) 15 : 5 அல்லது 3 : 1 (ராதா : சுதா)

(ii) 5 : 15 அல்லது 1 : 3 (சுதா : ராதா) (3) ராஜுவின் பங்கு = 40 ; ரவியின் பங்கு = 56

(4) $\overline{AX}$ = 18 cm ; $\overline{XB}$ = 20 cm. (5) ₹ 60,000 (6) 8 லிட்டர்கள்

(7) 40 : 20 அல்லது 2: 1 (8) 1:2400 அல்லது 0.05 : 120

(9) (i) உன்னுடைய வகுப்பில் உள்ள சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளை எண்ணி விகித வடிவத்தில் எழுது. சிறுவர் அல்லது சிறுமிகள் பூஜ்ஜியம் எனில் விகித வடிவில் உன்னால் எழுத முடியுமா? இத்தகைய விகிதங்களை நம்மால் ஒப்பிட முடியாது.

(ii) உன்னுடைய வகுப்பறையில் உள்ள கதவுகள் மேலும் சன்னல்களின் எண்ணிக்கையை விகித வடிவில் எழுது.

(iii) உன்னிடம் உள்ள அனைத்து பாடப்புத்தங்கள் மற்றும் நோட்டுப் புத்தகங்களை எண்ணி விகித வடிவில் எழுது.

பயிற்சி -2 (பக்கம் -114)

(1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72

(2) (i) தவறு (ii) சரி (iii) சரி (iv) சரி (v) தவறு

(3) ₹ 90 (4) 10 கிகி (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

பயிற்சி -3 (பக்கம் -120)

(1) 0.0001 செ.மீ ; 2செ.மீ (2) (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) இல்லை (3) 4 செ.மீ

(4)
- 5 வெவ்வேறு சதுரங்களை வரைந்து, அதன் நீளங்களை அளந்து அட்டவணையில் நிரப்பு.
- சதுரத்தின் சுற்றளவு அதன் பக்கத்தைப் போல் 4 மடங்கு ஆகும் என கண்டுபிடி. மேலும் அட்டவணையில் நிரப்பு.
- சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் அட்டவணையில் நிரப்பு.

(i) ஆம், பக்கத்தின் நீளமும், சதுரத்தின் சுற்றளவும் நேர் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

(ii) ஆம், பக்கத்தின் நீளமும், சதுரத்தின் பரப்பளவும் நேர் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

பயிற்சி -4 (பக்கம் -125)

(1) Yபள்ளி (2) 20% குறையும் (3) மாம்பழங்கள் = 35% (4) 16%

(5) வருகை தராதவர்கள் = $16\frac{2}{3}\%$ அல்லது 16.66% வருகை தந்தவர்கள் = $83\frac{1}{3}\%$ அல்லது 83.33%

(6) 7200 (7) 15 (8) தங்கம் 70% ; வெள்ளி 25% ; செம்பு 5% (9) 2000

பயிற்சி -5 (பக்கம் -136)

(1) $12\frac{1}{2}\%$ அல்லது 12.5% (2) 6% (3) ₹ 2,00,000 (4) ₹ 175

(5) நட்டம் = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

பயிற்சி -6 (பக்கம் -140)

(1) 2 வருடங்கள் 8 மாதங்கள் அல்லது $\frac{8}{3}$ வருடங்கள் அல்லது $2\frac{2}{3}$ வருடங்கள்

(2) 12% (3) ₹ 450 (4) ₹ 12958 (5) $1\frac{1}{2}$ வருடங்கள்

7. புள்ளிவிவர ஒருங்கமைப்பு

பயிற்சி -1 (பக்கம் -147)

(1) (i) 33 ^{0}C (ii) 30 ^{0}C (2) 15.9 கி.கி.

(3) (i) வேர்கடலை ₹ 7500 ; சோளம் ₹ 4000 ; தினை ₹ 5250 (ii) வேர்கடலை (4) 42

(5) (i) 23 (ii) 21 (iii) 16.5 (iv) இலக்கியா (6) (i) ₹ 18 (ii) ₹ 54 (iii) விகிதசமம்

(7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

பயிற்சி -2 (பக்கம் -152)

(1) 155 செ.மீ. 140 செ.மீ. (2) (i) சராசரி = 28, முகடு = 27 (ii) 2 வீரர்களில் ஒவ்வொருவருக்கும் 25வயது (3) 25 (4) (i) முகடு (ii) சராசரி (iii) சராசரி (iv) முகடு

பயிற்சி -3 (பக்கம் -155)

(1) (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (2) (i) ₹ 1400 (ii) ₹ 1450

(3) முகடு சரியானது ஆனால் இடைநிலை தவறானது (4) முடியும் 1,7,10; 2,7,9; 3,7,8 (5) 11

பயிற்சி -4 (பக்கம் -160)

(5) (i) கல்வி (ii) உணவு (iii) ₹ 2250 (iv) ₹ 1500

8. முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்புகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -169)

(1) (i) சரி (ii) தவறு

(2) (i) $\angle P = \angle R$

$\angle TQP = \angle SQR$

$\angle T = \angle S$

(ii) $\angle ROS = \angle POQ$

$\angle R = \angle Q$ அல்லது $\angle R = \angle P$

$\angle S = \angle P$ அல்லது $\angle S = \angle Q$

(3) (ii) சரி (4) ஆம் (ப.ப.ப. சர்வசம பண்பு)

பயிற்சி -2 (பக்கம் -171)

(1) GH = TR மற்றும் HJ = TS என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (2) AP = 4 கி.மீ ($\therefore$ AP = BQ c.p.c.t.)

(3) (i) $\Delta ABC \cong \Delta STR$

AB = ST மேலும் BC = TR

$\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$

AC = SR $\angle C = \angle R$

(ii) $\Delta POQ \cong \Delta ROS$

PO = RO மேலும் PQ = RS

OQ = OS $\angle P = \angle R$

$\angle POQ = \angle POS$ $\angle Q = \angle S$

DR = OW மேலும் DO = OD

(iii) $\Delta DRO \cong \Delta OWD$

RO = WD $\angle ODR = \angle DOW$

$\angle R = \angle W$ $\angle DOR = \angle ODW$

இந்த படத்தில் $\square$ WORD

$\angle R = 90°$

WD = OR மற்றும் WO = DR

$\therefore$ $\square$ WORD ஒரு செவ்வகம்

$\therefore$ $\Delta WSD \cong \Delta RSO$

$\Delta WSO \cong \Delta RSD$

$\Delta ORW \cong \Delta DWR$

(iv) ΔABC மற்றும் ΔCBA சர்வசமம் அல்ல

(4) (i) ΔABC மற்றும் ΔRQP ல் AB = RQ என இருக்க வேண்டும்.

(ii) ΔABC மற்றும் ΔADC ல் AB = AD என இருக்க வேண்டும்.

பயிற்சி -3 (பக்கம் -175)

(1) (i) கோ.கோ.ப.ன்படி $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (ii) கோ.ப.கோ.ன்படி அல்லது கோ.கோ.கோ.ன்படி $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

(iii) கோ.கோ.கோ.ன்படி அல்லது கோ.கோ.ப.ன்படி $\Delta AOB \cong \Delta DOC$

(iv) கோ.கோ.கோ.ன்படி $\Delta ABC \cong \Delta FED$, சர்வ சமம் அல்ல

(2) (i) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ (கோ.கோ.ப)

(ii) (i) லிருந்து $AB = CD$ (சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பாகங்கள்)

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta DOC$

ΔAOB மற்றும் ΔDOC ஆகியவை கோ.கோ.கோ. பண்பின்படி வடிவொத்தவை. சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பாகங்கள் சமம்.

பயிற்சி -4 (பக்கம் -178)

(1) (i) ப.ப.ப. (ii) ப.கோ.ப. (iii) கோ.ப.கோ. (iv) செ.க.ப. (2) (i) a) $AR = PE$ b) $RT = EN$ c) $AT = PN$ (ii) a) $RT = EN$ b) $PN = AT$ (iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$

(3) (i) பக்கம் (ii) கோணங்கள் (iii) பொதுபக்கம் (iv) ப.கோ.ப.

(4) ஒத்த கோணங்கள் சமமாக இருப்பதை பொருத்து $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ஒத்த முக்கோணங்கள் என கூற முடியாது.

(5) $\Delta RAT \cong \Delta WON$ (6) $\Delta ABC \cong \Delta ABT$ மற்றும் $\Delta QRS \cong \Delta TPQ$

(7) (i) சமமான அளவுகளை கொண்ட இரண்டு முக்கோணங்களை வரை.

(ii) வெவ்வேறான அளவுகள் கொண்ட இரண்டு முக்கோணங்கள் வரை.

(8) $BC = QR$ (கோ.ப.கோ) அல்லது $AB = PQ$ (கோ.ப.கோ) அல்லது $AC = PR$ (கோ.கோ.ப)

(9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ கோ.கோ.பன்படி $\Delta ABC \cong \Delta FED$ ஒத்தவை $BC = ED$

10. இயற்கணித கோவைகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -192)

(1) (i) 3n (ii) 2n

(2) (i)
- படத்தில் ஒவ்வொரு பக்கமும் 4 எண்ணிக்கை கொண்ட சதுரங்களை பெற்றுள்ளது.
- படத்தில் ஒவ்வொரு பக்கமும் 5 எண்ணிக்கை கொண்ட சதுரங்களை பெற்றுள்ளது.

(ii) அமைப்பின் இயற்கணித கோவை = 4n ; 4, 8, 12, 16, 20 . . . . . கோவை = 4n

(iii) அமைப்பின் இயற்கணித கோவை = 4n + 1 ; 9, 13, 17, 21 . . .. கோவை = 4n + 1

(3) (i) $p + 6$ (ii) $x - 4$ (iii) $y - 8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ அல்லது $\frac{y}{4}$

(vi) pqல் $\frac{1}{4}$ பங்கு அல்லது $\frac{pq}{4}$ (vii) $5 + 3z$ (viii) $5x + 10$ (ix) $2y - 5$ (x) $10y + 13$

(4) (i) x உடன் 3ஐ கூட்டு (ii) y லிருந்து 7ஐ கழி (iii) 10ஆல் l ஐ பெருக்க (iv) x ஐ 5ஆல் வகுக்க (v) n ஐ மூன்றால் பெருக்கி 11ஐ கூட்டு

(vi) y ஐ இரண்டால் பெருக்கி 5ஐ கழி

(5) (i) மாறிலி (ii) மாறி (iii) மாறிலி (iv) மாறி

பயிற்சி -2 (பக்கம் -199)

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy^2, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ மற்றும் $(8pq, -5pq)$

(2) இயற்கணித கோவைகள் வினா எண்கள் : i, ii, iv, vi, vii,ix, xi
எண் கணித கோவைகள் வினா எண்கள் : iii, v, viii, x

(3)ஒருறுப்பு கோவை i, iv, vi ; ஈருறுப்புகோவை : ii, v, vii; மூவுறுப்பு கோவை iii, viii, ix, பல்லுப்புக்கோவை x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3
(v) 4 (vi) 2 (6) $xy + yz,\ 2x^2 + 3x + 5$

பயிற்சி -3 (பக்கம் -203)

(1) $3a + 2a = 5a$ (2) (i) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6P$ (iii) $11m^2$ (4) (i)-1
(ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2 + 11x - 9, 23$ (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1 (8) 54 செ.மீ × செ.மீ = 54
செ.மீ^{2} (9) ₹ 90 (10) $s = \frac{d}{t} = \frac{135\,mt}{10\,\text{sec}} = \frac{27}{2}\,mt./Sec.,\ \text{or}\ 13\frac{1}{2}\,mt./Sec.,\ \text{or}\ 13.5\,mt./Sec.,$

பயிற்சி -4 (பக்கம் -209)

(1) (i) $-5x^2 + xy + 8y^2$ (ii) $10a^2 + 7b^2 + 4ab$ (iii) $7x + 8y - 7z$ (iv) $-4x^2 - 5x$

(2) $7x + 9$ (3) $18x - 2y$ (4) $5a + 2b$ (5) (i) $a+2b$ (ii) $2x+3y+4z$ (iii) $-4ab-8b^2$

(iv) $4pq - 15 - 2q^2$ (v) $-5x^2 + 3x + 10$ (vi) $2x^2 - 2xy - 5y^2$ (vii) $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

(6) $7x^2 + xy - 6y^2$ (7) $4x^2 - 3x - 2$ (8) $4x^2 - 3y^2 + xy$ (9) $2a^2 + 14a + 5$

(10) (i) $22x^2 + 12y^2 + 8xy$ (ii) $-14x^2 - 10y^2 - 20xy$ அல்லது $-(14x^2 + 10y^2 + 20xy)$

(iii) $20x^2 + 5y^2 - 4xy$ (iv) $-8y^2 - 32x^2 - 30xy$

11. அடுக்குக் குறிகள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -214)

1. (i) $3 \times 3 \times 3 \times 3$ அடிமானம்=3,அடுக்கு =4 (ii) $7 \times x \times 7 \times x$ அடிமானம்=$7x$ அடுக்கு =2
(iii) $5 \times 5 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b \times b$ அடிமானம்=5ab அடுக்கு = 3
(iv) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times y \times y \times y \times y \times y$ அடிமானம்=$7y$ அடுக்கு = 5 2. (i) 7^5 (ii) $3^3 \times 5^4$ (iii) $2^3 \times 4^4 \times 5^3$

3. (i) $2^5 \times 3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2 \times 3^2 \times 5^3$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ (v) $2^5 \times 3 \times 5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (i) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

பயிற்சி -2 (பக்கம் -225)

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10} = \frac{(-5)^{10}}{6^{10}} = \frac{5^{10}}{6^{10}}$

(xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$ (xiv) 15^3 (xv) $(-4)^3$ (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{(-6)^4}$

(xviii) $(-7)^{15}$ (xix) $(-6)^{16}$ (xix) a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) சரி (2+11=13) (ii) தவறு (iii) சரி (iv) சரி (v) தவறு (vi) தவறு (vii) சரி

பயிற்சி -3 (பக்கம் -226)

i) 3.84×10^8 மீ ii) 1.2×10^{10} மீ iii) 3.10×10^{20} மீ iv) 1.353×10^9 கீ.மீ^{3}

12-நாற்கரங்கள்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -232)

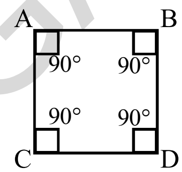
(1) (i)பக்கங்கள்: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{SP}$, கோணங்கள்: $\angle QPS$, $\angle PSR$, $\angle SRQ$, $\angle RQP$

முனைகள்: P, Q, R, S மூலைவிட்டங்கள்: $\overline{PR}$, $\overline{QS}$

(ii) அடுத்துள்ள பக்க ஜோடிகள் $\overline{PQ}, \overline{QR}$; $\overline{QR}, \overline{RS}$; $\overline{RS}, \overline{SP}$ $\overline{SP}, \overline{PQ}$ மற்றும் அடுத்துள்ள கோண ஜோடிகள் $\angle QPS$, $\angle PSR$; $\angle PSR$, $\angle SRQ$; $\angle SRQ$, $\angle RQP$ மேலும் $\angle RQP$, $\angle QPS$

எதிர்பக்க ஜோடிகள் : $\overline{PS}, \overline{QR}$ மற்றும் $\overline{QP}, \overline{RS}$

எதிர்கோண ஜோடிகள்: $\angle QPS$, $\angle SRQ$ மற்றும் $\angle PSR$, $\angle RQP$



(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°

(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) நாற்கரத்தின் ஒரு கோணம் 180° ஆக இருக்க முடியாது.

பயிற்சி -2 (பக்கம் -242)

(1) (i) தவறு (ii) சரி (iii)சரி (iv) தவறு (v) தவறு (vi) சரி (vii) சரி (viii) சரி

(2) (i) இவை 4 பக்கங்களை கொண்டிருப்பதால் (ii) சதுரத்தின் எதிர்பக்கங்கள் இணையானதனால்

(iii) சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்து இருசமவெட்டியாக இருப்பதனால்

(iv) சதுரத்தின் எதிர்பக்கங்களின் நீளங்கள் சமமாக இருப்பதனால்

(3) $\angle BAD = 140°$, $\angle DCB = 140°$, $\angle CDA = 40°$ (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) இவை 4 பக்கங்கள் மேலும் 1 ஜோடி இணைபக்கங்கள் கொண்டது $\overline{EA}$, $\overline{DR}$

(6) 1

(7) எதிர்கோணங்கள் சமமல்ல. (8) 15 செ.மீ, 9செ.மீ, 15செ.மீ, 9செ.மீ.

(9) இல்லை. சாய்சதுரத்தின் பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம். (10) $\angle C = 150°$, $\angle D = 150°$

(11) (i) சாய்சதுரம் (ii) சதுரம் (iii) $180° - x°$

(iv) சர்வசமம் (v) 10 (vi) 90°

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

13.பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு

பயிற்சி -2 (பக்கம் -245)

(1) 2(l+b); a^2 (2) 60 செ.மீ; 22 செ.மீ; 484 செ.மீ^{2} (3) 280 செ.மீ^{2}; 68 செ.மீ; 18 செ.மீ; 216 செ.மீ^{2}; 10 செ.மீ; 50 செ.மீ

பயிற்சி -2 (பக்கம் -249)

(1) (i) 28 செ.மீ^{2} (ii) 15 செ.மீ^{2} (iii) 38.76 செ.மீ^{2}(iv) 24 செ.மீ^{2} (2)(i) 91.2 செ.மீ^{2}(ii) 11.4 செ.மீ
(3) 42 செ.மீ ; 30 செ.மீ (4) 8 செ.மீ ; 24 செ.மீ (5) 30 மீ, 12 மீ (6) 80 மீ

பயிற்சி -3 (பக்கம் -252)

(1) (i) 20 செ.மீ^{2} (ii) 12 செ.மீ^{2} (iii) 20.25 செ.மீ^{2} (iv) 12 செ.மீ^{2} (2) (i) 12 செ.மீ^{2} (ii) 3 செ.மீ
(3) 30 செ.மீ^{2} ; 4.62 செ.மீ (4) 27 செ.மீ^{2} ; 7.2 செ.மீ

(5) 64 செ.மீ^{2} ; ஆம் ; ΔBEC, ΔBAE மற்றும் ΔCDE ஆகியவை இரண்டு இணை கோடுகளான BC மற்றும் ADக்கு மத்தியில் உள்ள மூன்று முக்கோணங்கள். BC = AE+AD

(6) ராமு ΔPQRல் PR என்பது அடிப்பக்கம், ஏனெனில் $QS \perp PR$. (7) 40 செ.மீ (8) 20 செ.மீ ; 40 செ.மீ (9) 20 செ.மீ (10) 800 செ.மீ^{2} (11) 160 செ.மீ^{2} (12) 192 செ.மீ^{2} (13) 18 செ.மீ ; 12 செ.மீ

பயிற்சி -4 (பக்கம் -257)

(1) (i) 20 செ.மீ^{2}(ii) 24 செ.மீ^{2} (2)96 செ.மீ^{2} ; 150 மி.மீ : 691.2 மீ^{2} (3) 18 செ.மீ (4) 506.25

பயிற்சி -5 (பக்கம் -260)

(1) (i) 220 செ.மீ (ii) 26.4 செ.மீ (iii) 96.8 செ.மீ (2) (i) 55 மீ (ii) 17.6 மீ (iii) 15.4 மீ
(3) (i) (a) 50.24 செ.மீ (b) 942 செ.மீ (c) 1256 செ.மீ (ii) 7 செ.மீ (4) 42 செ.மீ
(5) 10.5 செ.மீ (6) 3 மணிகள் (7) 3 : 2 (8) 1.75செ.மீ (9) 94.20 செ.மீ (10) 39.25 செ.மீ

பயிற்சி -6 (பக்கம் -263)

(1) 475 மீ^{2} (2) 29.5 மீ^{2} (3) 624 மீ^{2} (4) 68 மீ^{2} (5) 9900 மீ^{2} ; 200100 மீ^{2}

14. 2D மற்றும் 3D வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல்

பயிற்சி -1 (பக்கம் -265)

(1) கோளம் : கால்பந்து, கிரிக்கெட் பந்து, லட்டு.
உருளை : பேட்டரி, பிஸ்கட் பாக்கெட், மெழுகுவர்த்தி, உருட்டுக்கட்டை.
பிரமிட் : பிரமிட், கனச்செவ்வகம் : தீப்பெட்டி, பென்சில் கூர்மையாக்கி, பிஸ்கட்பாக்கெட்.
கூம்பு: ஐஸ்கிரீம், புகைபோக்கியின் மேல்பாகம்.

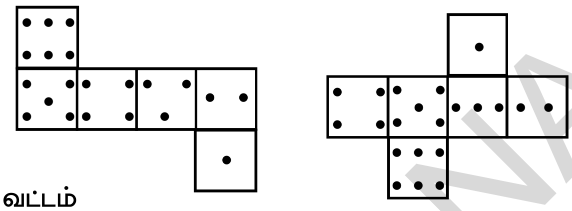
(2) (i) கூம்பு : ஐஸ்கிரீம், புகைபோக்கியின் மேல்பாகம்.
(ii) கனசதுரம் : பகடை கர்டன் (carton) (iii) கனச்செவ்வகம் : அழிப்பான், செங்கல்
(iv) கோளம் : பந்து, கோலி (v) உருளை : பென்சில், குழாய்

(3)

	கனச்சதுரம்	கனச்செவ்வகம்	பிரமிட்
முகங்கள்	6	6	5
விளிம்புகள்	12	12	8
முனைகள்	8	8	5

பயிற்சி -2 (பக்கம் -4)

(1) செயலை செய் (2) i) C ii) a (3)



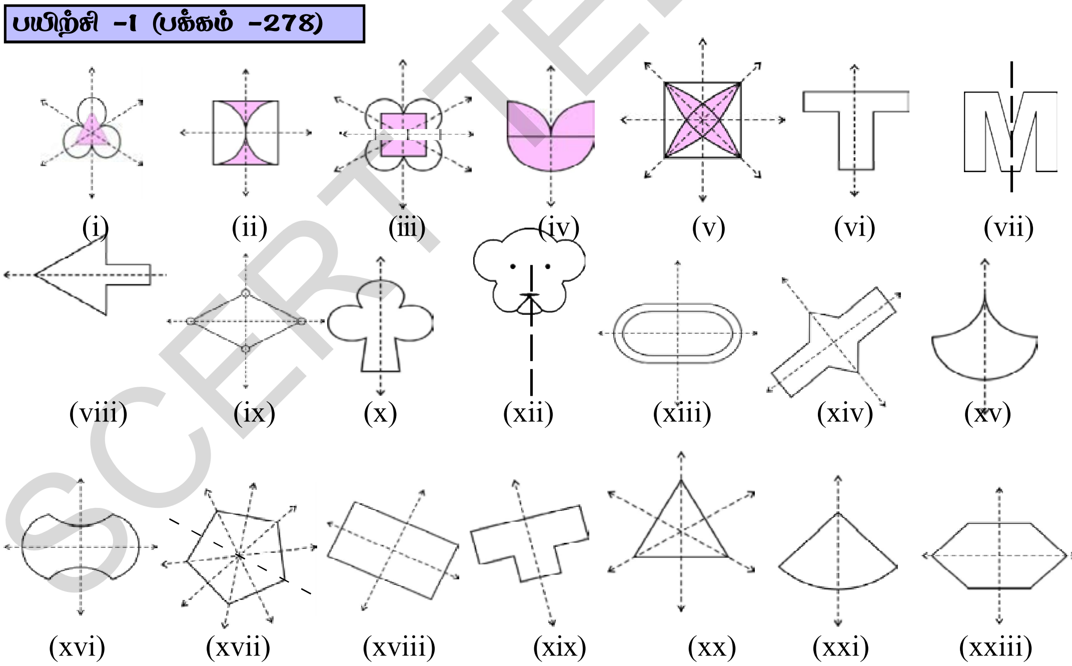
பயிற்சி -2 (பக்கம் -4)

(1) பந்து : வட்டம்
உருளை வடிவ குழாய் : செவ்வகம்
புத்தகம் : செவ்வகம்

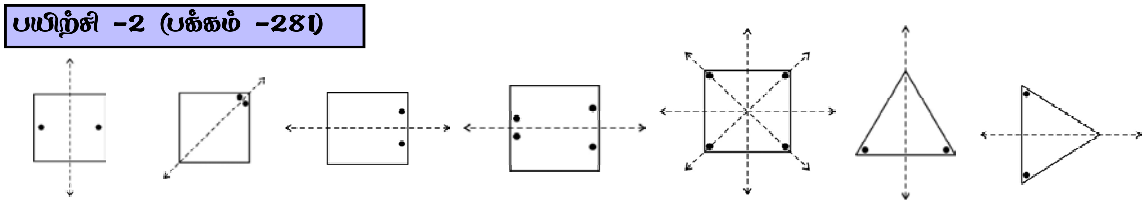
(2) (i) கோளம்/வட்ட வடிவ பொருட்கள்
(ii) கனச்சதுர/சதுர அட்டைகள்
(iii) முக்கோண வடிவம் அல்லது முக்கோணத்தை அடிப்பக்கமாகக் கொண்ட செங்கோண முப்பட்டகம்
(iv) உருளை/செவ்வக வடிவ அட்டைகள்

15. சமச்சீர்மை

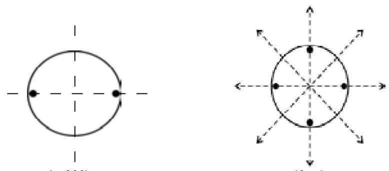
பயிற்சி -1 (பக்கம் -278)



பயிற்சி -2 (பக்கம் -281)



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

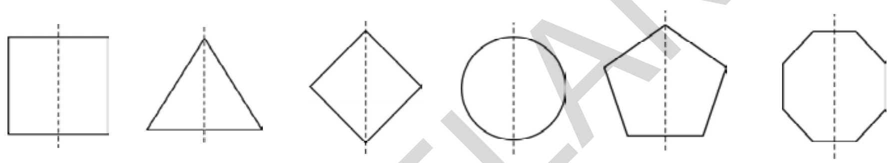


(viii) (ix)

(2)

(i) (ii) (iii) (ix)

(3)



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(4) (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு

(5) அடுத்தடுத்த அச்சுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணங்கள் = 360/2n =360/2x4 = 360/8 = 45^0
அனைத்து ஒழுங்கான பல கோணங்களுக்கும் இது மெய்.

பயிற்சி -3 (பக்கம் -4)

1. படங்கள் i, ii, iv மேலும் v சுழற்சி சமச்சீர் வரிசை ஒன்றைவிட அதிகம்

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.

சதுரம்	ஆம்	90^0	4
செவ்வகம்	ஆம்	180^0	2
சாய்சதுரம்	ஆம்	180^0	2
சமபக்கமுக்கோணம்	ஆம்	120^0	3
ஒழுங்கான அறுங்கோணம்	ஆம்	60^0	6
வட்டம்	ஆம்	எண்ணற்ற	எண்ணற்ற
அரைவட்டம்	இல்லை	-	-

பயிற்சி -2 (பக்கம் -4)

1.

S	இல்லை	0	ஆம்	2
H	ஆம்	2	ஆம்	2
O	ஆம்	2	ஆம்	2
N	இல்லை	0	ஆம்	2
C	ஆம்	1	இல்லை	0

ஆசிரியர் குறிப்புகள்

அன்பார்ந்த ஆசிரியர்களே

புதியதாக மேம்படுத்தப்பட்ட VII ஆம் வகுப்பு கணித பாடநூலுக்கு உங்களை அன்புடன் வரவேற்கிறோம்.

- இந்த கணித பாடநூலின் கல்வித்தரம் தெலங்கானா மாநில கலைத்திட்ட கட்டமைப்புக் குழு SCF – 2011 மற்றும் கல்வி உரிமைச் சட்டம் RTE – 2009 குழுவால் நிர்ணயிக்கப்பட்ட பாடங்களை கொண்டு மேம்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

- இந்த புதிய கணித பாடநூல் 15 அத்தியாயங்களை கொண்டுள்ளது. மேலும் கணிதத்தின் முக்கிய கிளைகளான எண்மானம், இயற்கணிதம், வடிவியல், அளவியல் மற்றும் புள்ளியியல் தொடர்பான கோட்பாடுகளை கொண்டுள்ளது.

- இப்பாடநூல் பிரச்சனைகளை தீர்ப்பது, காரணங்கள், நிரூபித்தல், தொடர்புகள் மற்றம் தகவல்கள் போன்றவற்றிற்கு முக்கியத்துவம் அளிக்கப்பட்டு எழுதப்பட்டுள்ளது. இவைகள் அமைப்புகளை உற்றுநோக்குதல், பொதுமைப்படுத்துதல், தர்க்க சிந்தனை, பிரச்சனைகளுக்கு வெவ்வேறு வழிகளில் தீர்வு காணுதல், வினவுதல் மற்றும் அன்றாட வாழ்க்கைக்கு பயன்படுத்துதல் போன்ற திறன்களை வளர்க்க பயன்படுகிறது.

- இதில் பயன்படுத்திய செயல்களும், எடுத்துக்காட்டுகளும், சூழ்நிலைகளும் மாணவர்கள் தொடக்கக்கல்வியில் பெற்ற திறன்களை அடிப்படையாக கொண்டுள்ளது. எனவே மாணவர்கள் வகுப்பறையில் மகிழ்ச்சியான சூழ்நிலையில் கணிதம் கற்க முடியும். மேலும் கணித செயல்களில் ஆர்வமாக ஈடுபடுவர்.

- வகுப்பறை செயல்களிலும் உரையாடல்களிலும் மாணவர்களை ஈடுபடச் செய்து அதன் வழியே இப்பாடநூலில் இடம் பெற்றுள்ள கோட்பாடுகளை புரிய வைப்பதே ஆசிரியரின் முதன்மையான நோக்கமாக இருக்க வேண்டும்.

- பாடப்பொருளுக்கேற்ப கொடுக்கப்பட்ட திறன்களை மாணவர்கள் நடத்தையில் காணும் போது மட்டுமே ஆசிரியர் அப்பாடபொருளை கற்பித்து முடித்ததாக கருத வேண்டும். தவிர காலத்திற்கேற்ப அத்தியாயங்களை முடிக்க வேண்டும் என கருதக்கூடாது.

- ஒவ்வொரு அத்தியாயத்திலும் கேட்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு மாணவர்களே விடையளிக்க ஊக்குவிக்க வேண்டும். இந்த வினாக்கள் மாணவர்களின் தர்க்க சிந்தனையையும், பகுத்தறி சிந்தனையும், தொகுத்தறி சிந்தனையும் வளர்க்க வல்லன.

- பொதுப் பண்புகளை புரிந்து கொள்வது அவசியம். மாணவன் முதலில் பிரச்சனையை புரிந்து கொண்டு பின்பு சுயமாக தீர்ப்பதன் மூலம் அதில் மறைந்திருக்கும் பொதுப் பண்புகளை புரிந்து கொள்கிறான்.

- தேவைப்படும் இடங்களில் தெளிவான விளக்கங்களும் மேலும் பொருத்தமான படங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தேவைக்கேற்ப இவற்றை திருத்தம் செய்து கொள்ளலாம்.

- ஒவ்வொரு கோட்பாட்டையும் கற்று கொண்ட பின்னர் இதை செய், முயற்சி செய், போன்ற பயிற்சிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இரண்டு அல்லது மூன்று கோட்பாடுகளை கற்று கொண்ட பின்னர், இவற்றை அடிப்படையாக கொண்டு இதை செய் எனும் பயிற்சி கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. முயன்று பார் எனும் பயிற்சியின் கீழ் கேட்கப்படும் வினாக்கள் மாணவனின் வினவுதல் திறனையும், தவறு கண்டறியும் திறனையும், பொதுமைப்படுத்தும் திறனையும் வளர்க்கின்றன. இவற்றை செய் எனும் பயிற்சியின் கீழ் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களை மாணவர்கள் சுயமாக செய்ய வேண்டும். இதன் மூலமாக ஆசிரியர்கள் தங்கள் கற்பித்தல் கற்றலை எந்த அளவு மாணவர்கள் புரிந்துகொண்டார்கள் என்பதை தெரிந்துகொள்ள முடியும். முயன்று பார் எனும் வினாக்களுக்கு ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு உதவி செய்யலாம்.

- திருப்புதல் பகுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்பாடுகளை மாணவர்கள் மனதில் நிறுத்திக் கொள்ள வேண்டும். ஒரு அத்தியாயத்தில் மாணவர்கள் திருப்தியான நிலையை அடைந்த பின்னரே அடுத்த அத்தியாயத்திற்குச் செல்ல வேண்டும்.

- கொடுக்கப்பட்ட கணித கோட்பாடுகளுக்கு தொடர்புடையவாறு உள்ள வினாக்களை ஆசிரியர் சுயமாகவும் தயாரித்து கொள்ளலாம்.

- இவை எல்லாவற்றிற்கும் மேலாக இப்பாடநூலை ஆசிரியர் முழுமையாக படித்து எந்த ஐயமுமின்றி புரிந்து கொண்ட பின்னரே வகுப்பறைக்கு செல்ல வேண்டும்.

பாடத்திட்டம்

எண்மானம் (50 hrs) **1. முழுக்கள்** **2. பின்னங்கள், தசம பின்னங்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்கள்**	(i) **முழுக்கள்** • முழுக்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் • முழுக்களின் பண்புகள் (கூட்டல் சமனி, பெருக்கல் சமனி, அடைவுப் பண்பு, மாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்பு பண்பு, பங்கீட்டுப்பண்பு (முழுக்களுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள்) பொது முறையில் பண்புகளை தெரிவித்தல் சில உதாரணங்களை உருவாக்குதல்) • முழுக்களையும் சேர்த்து வழி கணக்குகள்.
	(ii) **பின்னங்கள், தசம பின்னங்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்கள்** • பின்னங்களின் பெருக்கல் • பின்னங்களை பின்னத்தால் பெருக்கல் • பின்னங்களை ஒப்பிடுதல் மற்றும் பயன்கள் • பின்னங்களின் வகுத்தல் • வழி கணக்குகள் - கலப்பு பின்னம் • விகிதமுறு எண்கள் - அறிமுகம் • விகிதமுறு எண்களுக்கும், பின்னத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு • விகிதமுறு எண்களை தசம வடிவில் எழுதுதல் • வழி கணக்குகள் - விகிதமுறு எண்கள் • தசம பின்னங்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் • அலகுகளை மாற்றுதல் (நீளம் மற்றும் எடை) • வழி கணக்குகள்.
இயற்கணிதம் (20 hrs) **11.அடுக்கு குறிகள்** **10. இயற்கணிதக் கோவைகள்** **3. எளிய சமன்பாடுகள்**	**அடுக்குகள் மற்றும் அடுக்குக்குறிகள்** a^x ல் X என்பதன் பொருள், இங்கு a ἑ Z • அடுக்கு குறி விதிகள் (அமைப்புகளை கவனித்து பொதுமைக்கு வருதல்) இங்கு$m,n \in N$(i)$a^m a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii)$a^m/a^n = a^{m-n}$, இங்கு $(m-n) \in N$(iv) $a^m.b^m = (ab)^m$ (v) பூஜ்ஜியத்தை அடுக்காக கொண்ட எண்கள் (vi) தசம எண்ணின் குறியீட்டு வடிவம் (vii) திட்ட வடிவில் பெரிய எண்களை தெரிவித்தல்
	இயற்கணிதக் கோவைகள் பொது வடிவ இயற்கணிதக் கோவைகளின் அறிமுகம் ஒன்று அல்லது இரண்டு மாறிகள் உள்ளடங்கியவை • மாறிலி, குணகம், அடுக்குகளை கண்டறிதல் • ஓரின, வேறின, உறுப்புகள் கோவையின் படிகள் எ.கா. x^2y etc. (படி=2 உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை =2 • இயற்கணித கோவைகளின் மாறிகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்
	எளிய சமன்பாடுகள் • ஒருறுப்பு எளிய கோட்டுச் சமன்பாடுகள் (கணக்குகள்) இரண்டு அடிப்படை செயல்கள்.
6.சதவீதம் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள் (20 hrs)	• விகிதம் மற்றும் விகித சமம் (திருப்புதல்) • அலகியல் முறை தொடர்ச்சி, தொகுப்பு, பொதுமை • கூட்டுவிகிதம், எளிய வழி கணக்குகள் • சதவீதம் - அறிமுகம் • பகுதியை 100ஆக கொண்ட பின்னத்தின் சதவீதத்தை புரிந்துகொள்ளுதல் • பின்னங்களையும், தசம பின்னங்களையும், சதவீதங்களாக மாற்றுதல் மற்றும் சதவீதங்களை பின்னங்களாகவும், தசம பின்னங்களாகவும் மாற்றுதல். • லாபம் மற்றும் நட்டத்தின் செயல்பாடு • சாதாரண வட்டி பயன்பாடு

வடிவங்கள் புரிந்துகொள்ளுதல் வடிவியல்

4. கோடுகளும், கோணங்களும்
5. முக்கோணங்கள் அவற்றின் பண்புகள்
8. முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்புகள்
9. முக்கோணங்களை வரைதல்
12. நாற்கரங்கள்
15. சமச்சீர்மை
14. இருபரிமான (2D) மற்றும் முப்பரிமான (3D) வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல்

(i) கோடுகள் மற்றும் கோணங்கள்

- கோணங்களின் ஜதைகள் (நேர், மிகைநிரப்பு, நிரப்பு, அடுத்தடுத்த குத்தெதிர், எதிரெஎதிர்) (குத்தெதிர் கோணங்களின் சரிபார்த்தல் மற்றும் நிரூபணம்)
  இணைக்கோடுகளின் பண்புகள் ஒன்றுவிட்ட, ஒத்த, உட்கோணம், வெளிக்கோணங்கள்

(ii) முக்கோணங்கள்:

- முக்கோணத்தின் வரையறை
- பக்கங்கள், கோணங்களை பொருத்து முக்கோணங்களின் வகைகள்
- முக்கோணங்களின் பண்புகள்
- பக்கங்களின் மொத்தம், பக்கங்களின் வித்தியாசம்
- கோணங்களின் கூட்டுப் பண்பு (காகித மடிப்பைக் கொண்டு சரிபார்த்தல்
  நிரூபணம், இணைக்கோடுகளின் பண்புகள், சரிபார்த்தல், நிரூபணத்தில் வேறுபாடுகள்)
- வெளிக்கோணம் – முக்கோணத்தின் பண்புகள்

(iii) சர்வசமம்

- மேற்பொருந்துதலினால் சர்வசமம், எ.கா. பிளேடுகள், அஞ்சல் வில்லைகள் etc.
- சர்வசம பண்பின் தொடர்ச்சி எளிய வடிவியல் வடிவங்கள்
  எ.கா : முக்கோணங்கள், வட்டங்கள்
- சர்வசம பண்பின் விதிமுறைகள்
  முக்கோணத்தின் சர்வசம பண்புகள் ப.கோ.ப., ப.ப.ப., கோ.ப.கோ., செ.க.ப. பண்புகள் படங்களுடன்

(iv) முக்கோணங்களை வரைதல்

- முக்கோணத்தின் மூன்று பக்க அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டால் முக்கோணம் வரைதல் (ப.ப.ப.)
- முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களும், அவற்றின் இடைப்பட்ட கோணம் கொடுக்கும் போது வரைதல் (ப.கோ.ப)

(v) நாற்கரங்கள்

- நாற்கரம் – வரையறை
- நாற்கரம் – பக்கங்கள், கோணங்கள், மூலைவிட்டங்கள்
- நாற்கரத்தின் உட்பக்கம், வெளிபக்கம்
- குழி, குவி நாற்கரங்களின் வித்தியாசங்கள் – படங்கள்
- கோணங்களின் கூட்டல் பண்புகள் (சரிபார்த்தல்) கணக்குகள்
- நாற்கரத்தின் வகைகள்
- இணைகரம், சரிவகம், சாய்சதுரம், செவ்வகம், சதுரம், மற்றும் பட்டம் – பண்புகள்

(vi) சமச்சீர்மை

- சமச்சீர் எதிரொளிப்பு–திருப்புதல்
- சுழற்சி சமச்சீர் என்பதன் பொருள், 2D பொருள்களின் சுழற்சி சமச்சீர் தன்மை நோக்குதல் (900,1200, 1800)
- சுழற்சி செயல்களை 900 மற்றும் 1800 எளிய படங்களால் விளக்குதல்
- சுழற்சி சமச்சீர், எதிரொளிப்பு சமச்சீர் வடிவங்களின் உதாரணங்கள்.

	(vii) **இருபரிமாண (2D) மற்றும் முப்பரிமாண (3D) வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல்** • 3D முப்பரிமாண படங்களை வரைதல், அதில் இருபரிமாண படங்கள் 2D மறைந்திருத்தல். • விளிம்புகள், முனைகள், முகங்கள் போன்றவற்றினை கண்டறிதல், கணக்கிடுதல். • பொருள்களுடன் படங்களை பொருத்துதல்
அளவிடுதல் (15 hrs) 13. பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு	**பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு** • சதுரம், செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, சுற்றளவுகளை திருப்புதல் • வட்டத்தின் சுற்றளவு எனும் கருத்து • அடிப்படை அலகைக் கொண்டு பரப்பளவை அளவிடுதல் • முக்கோணம், இணைகரம், சாய்சதுரம், செவ்வக வடிவ பாதைகளின் பரப்பளவு
7. **விவரங்களை கையாளுதல்**	**விவரங்களை கையாளுதல்** • புள்ளி விவர சேகரித்தல் மற்றும் ஒழுங்கமைப்பு • புள்ளி விவரத்தின் சராசரி, முகடு மற்றும் இடைநிலை • கம்பி வரைபடம் படித்தல், புரிந்துகொள்ளுதல் • இரட்டை கம்பி வரைபடங்களை வரைதல் • பை வரைபடங்களை வரைதல்.

கற்றலின் நோக்கங்கள்

பாடப்பொருள் கற்றலின் நோக்கங்கள்

எண் அமைப்பு 1. முழுக்கள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• முழுக்களின் நான்கு அடிப்படை செயல்களை பயன்படுத்தி கணக்குகளை தீர்த்தல் • முழுக்கள் சம்பந்தப்பட்ட வழி கணக்குகளை தீர்த்தல் • அடைப்புகளை பயன்படுத்தி எளிய எண் கூற்றுகளை தீர்த்தல்
	காரணம் கூறுதல் மேலும் நிரூபணம்	• பூஜ்ஜியத்தால் வகுத்தல் பொருளற்றது ஏன் என விளக்குதல் • இயல் எண்கள் கணத்தையும், முழுக்கள் கணத்தையும் ஒப்பிடுதல், வேறுபடுத்துதல் • எண்களின் அடைவுப் பண்பு, மாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு போன்ற பண்புகளுக்கு உதாரணம், மறுப்பு உதாரணம் தருதல்
	தகவல்கள்	• முழுக்களின் பண்புகளை பொதுமைப்படுத்தி கூறுதல் • குறை குறியீட்டை வேறுபட்ட சமயங்களில் பயன்படுத்துதல்
	தொடர்புகள்	• அன்றாட வாழ்க்கையில் முழுக்களின் பயன்களை காணுதல் • N,W,Z ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்புகளை புரிந்து கொள்ளுதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• முழுக்களை எண்கோட்டின் மேல் குறித்துக் காட்டுதல் • முழுக்களின் செயல்பாடுகளை எண்கோட்டின் மீது குறித்துக் காட்டுதல்
2. தசம பின்னங்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்கள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• பின்னங்களின் எல்லா செயல்களையும் பயன்படுத்தி பிரச்சனைகளை தீர்த்தல் • விகிதமுறு எண்களின் எல்லா செயல்களையும் வழி கணக்குகள் மூலமாக தீர்த்தல் • தசம பின்னங்களின் எல்லா செயல்களையும் பயன்படுத்தி பிரச்சனைகளை தீர்த்தல் • சிறிய அலகில் இருந்து பெரிய அலகிற்கும் பெரிய அலகில் இருந்து சிறிய அலகிற்கும் மாற்றுதல்.
	காரணம் கூறுதல் மேலும் நிரூபணம்	• விகிதமுறு எண்களையும், பின்னங்களையும் வேறுபடுத்துதல் • விகிதமுறு எண்களின் அடர்த்திப் பண்பை சரிபார்த்தல் நிரூபித்தல்
	தகவல்கள்	• விகிதமுறு எண்கள் கணத்தின் தேவையை தெரிவித்தல் • விகிதமுறு எண்களின் பண்புகளை பொதுமைப்படுத்தி கூறுதல்
	தொடர்புகள்	• பின்னங்கள், விகிதமுறு எண்கள், மேலும் தசம எண்கள் • இடையே உள்ள தொடர்பின் பயன்களை கண்டறிதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மீது காட்டுதல் • விகிதமுறு எண்களை தசம வடிவில் காட்டுதல்
இயற்கணிதம் 11. அடுக்குக் குறிகள் மற்றும் அடுக்குகள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• பகாக் காரணிகளை பயன்படுத்தி மிகப்பெரிய எண்ணை அடுக்குக்குறி வடிவில் எழுதுதல்
	காரணம் கூறுதல் மேலும் நிரூபணம்	• அடுக்குக் குறிகளின் அமைப்பை உற்றுநோக்கி பொதுமைப்படுத்துதல்
	தகவல்கள்	• a^x ல் $(a \in z)$ x ன் பொருளை புரிந்துகொள்ளுதல் பெரிய எண்களை பயன்படுத்தும் போது அடுக்குக் குறிகளின் விதிகளின் பயன்களை தெரிவித்தல்.

	தொடர்புகள்	• பெரிய எண்களின் பகா காரணிபடுத்துதலுக்கும் அதன் அடுக்குக்குறி வடிவத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை கண்டறிதல்
	அடையாளம்காட்டுதல்	• மிகப்பெரிய எண்களை திட்ட வடிவில் காட்டுதல்.
இயற்கணிதம் 10.இயற்கணித கோவைகள் 3. எளிய சமன்பாடுகள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• இயற்கணித கோவைகளின் படிகளை காணுதல் • இயற்கணித கோவைகளின் கூட்டல், கழித்தல்களை செய்தல் (குணகம் முழுக்களாக இருக்கும் போது) • இரண்டு அடிப்படை செயல்களை பயன்படுத்தி வழி கணக்குகளை தீர்த்தல்.
	காரணம்கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• ஒன்று அல்லது இரண்டு மாறிகளைக் கொண்ட • இயற்கணித கோவைகளின் அமைப்பை பொதுமைப்படுத்துதல்
	தகவல்கள்	• ஒன்று அல்லது இரண்டு மாறிகளின் முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது வரிசைகளாகக் கொண்ட கோவையின் திட்ட அமைப்பை எழுதுவது • அன்றாட வாழ்க்கையில் ஏற்படும் பிரச்சனைகைளை எளிய சமன்பாடு வடிவில் மாற்றுதல் (ஒரு மாறியைக் கொண்டது மட்டும்)
	தொடர்புகள்	• இயற்கணித கோவைகளின் அடைவுப் பண்பு மாற்றுப் பண்பு ஆகியவற்றை கூட்டல் மற்றும் கழித்தலில் பயன்படுத்திக் கொள்ளுதல் • அன்றாட வாழ்க்கையில் எளிய சமன்பாடுகளை பயன்படுத்துதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• இயற்கணித கோவைகளை திட்ட வடிவில் குறித்துக்காட்டுதல்
6.சதவீதம் மற்றும் அவற்றின் பயன்பாடுகள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• இரண்டு விகிதங்களின் கூட்டு விகிதம், தலைகீழ் விகிதம் காணுதல் • அலகீட்டு முறையை அடிப்படையாகக் கொண்ட வழி கணக்குகளை தீர்த்தல். • சதவீதத்தின் கருத்தை பயன்படுத்தி வழி கணக்குகளை தீர்த்தல் • தனிவட்டி காணுதலை வழி கணக்குகளில் தீர்த்தல்
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• தசமங்களை சதவீதமாகவும், சதவீதங்களை தசமங்களாகவும் மாற்றி அமைத்து ஒப்பிடுதல் • விகிதங்கள் மற்றும் விகிதசமங்களின் பொது விதிகளை சூத்திர வடிவில் மாற்றுதல்
	தகவல்கள்	• பின்னங்களை சதவீதமாகவும், தசம வடிவிலும் மாற்றுவதின் பயன்களை கூறுதல்.
	தொடர்புகள்	• அன்றாட வாழ்க்கை சூழலில் இலாபம் மற்றும் நட்டம் பற்றிய கருத்துகளின் பயன்பாடுகள். • அன்றாட வாழ்க்கையில் சதவீத கணக்குகளின் தீர்வுகளை புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் பயன்படுத்துதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• பின்னங்கள், தசமங்களை சதவீதங்களாக ஒன்றுக்கொன்று மாற்றுதல்.

வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல் **வடிவியல்** 1. கோடுகள் மற்றும் கோணங்கள்	பிரச்சனையை ஏற்படும் தீர்த்தல்	• இணைக்கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டினால் கோணங்கள் தொடர்பான பிரச்சனைகளை தீர்த்தல்
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• கொடுக்கப்பட்ட கோணங்களில் இருந்து கோண ஜோடிகளின் வகைகளை வேறுபடுத்துதல் • இணைக் கோடுகளின் பண்புகளை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட கோடுகளின் இணைத் தன்மையை சரிபார்த்தல். • இணைக்கோடு பண்புகளையும், காகித மடிப்புகளையும் பயன்படுத்தி கோணங்களின் கூட்டல் பண்புகளை சரிபார்த்தல், நிரூபித்தல்
	தகவல்கள்	• கோண ஜோடிகளுக்கு எடுத்துக்காட்டு தருதல்
	தொடர்புகள்	• சுற்றுப்புறங்களின் இணைத் தன்மையை கவனித்தல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• கோணம் எண்ணுதலை குறித்துக் காட்டுதல்
5. முக்கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• கொடுக்கப்பட்ட பக்கங்களின் நீளங்கள் ஒரு முக்கோணத்தை வரைய போதுமானதா என கண்டறிதல். • வெளிக்கோணத்தையும் மற்ற கோணத்தையும் பயன்படுத்தி தெரியாத கோணங்களை கண்டுபிடித்தல்
	காரணம்கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• வெளிக் கோணத்திற்கும் அதன் உள் எதிர் கோணங்களுக்கும் இடையே உறவை ஏற்படுத்துதல் • கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களை அதன் கோணங்களை பொருத்தும், பக்கங்களை பொருத்தும் வகைப்படுத்துதல் முக்கோணத்தைப் பார்த்து அதன் வகையை ஊகித்தல்
	தகவல்கள்	• பக்கங்கள், கோணங்களை பொறுத்து முக்கோணங்களின் வெவ்வேறு வகைகளை விவரித்தல் • ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணத்தின் பண்பை விவரித்தல்
	தொடர்புகள்	• முக்கோணத்தின் கருத்தை பயன்படுத்துதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• ______________________________
8. முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்புகள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களிலிருந்து வடிவொத்த முக்கோணங்களை அடையாளம் காணுதல்
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• ______________________________
	தகவல்கள்	• இருபரிமான வடிவங்களின் சர்வசம பண்பை கண்டு மகிழ்தல்
	தொடர்புகள்	• ______________________________
	அடையாளம் காட்டுதல்	• முக்கோணங்களின் சர்வசம பண்பை குறியீட்டு வடிவிலும் எழுத்து வடிவிலும் குறித்துக்காட்டுதல்

9. முக்கோணங்களை வரைதல்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ஏற்ற முக்கோணங்களை வரைதல்
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• ________________
	தகவல்கள்	• ________________
	தொடர்புகள்	• ________________
	அடையாளம் காட்டுதல்	• ________________
12. நாற்கரங்கள்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• ________________
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• குவி நாற்கரம், குழி நாற்கரங்களை வேறுபடுத்துதல் • நாற்கரங்களின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பை சரிபார்த்தல்
	தகவல்கள்	• நாற்கரம் மற்றும் முக்கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை விளக்குதல் • நாற்கரங்களின் பண்புகளை பயன்படுத்தி அவற்றின் வெவ்வேறு வகைகளை விளக்குதல்
	தொடர்புகள்	• நாற்கரத்தை வரையறுக்க முயற்சித்தல் • நாற்கரத்தின் பண்புகளை பயன்படுத்தி அவற்றிற்கு இடையே உள்ள உறவை வகைப்படுத்துதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• ________________
15. சமச்சீர்மை	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• கோண சமச்சீரை கண்டறிய வடிவங்களை சுற்றுதல்
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• பொருட்கள் அல்லது படங்களை பயன்படுத்தி கோட்டு • மற்றும் பிரதிபலிப்பு சமச்சீரை வேறுபடுத்துதல்
	தகவல்கள்	• பிரதிபலிப்பு சமச்சீர்க்கு எடுத்துக்காட்டுகள் தருதல்
	தொடர்புகள்	• ________________
	அடையாளம் காட்டுதல்	• ________________

14. இருபரிமாண 2-D முப்பரிமாண 3-D, வடிவங்களை புரிந்துகொள்ளுதல்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• முப்பரிமாண வடிவங்களின் முகங்கள், விளிம்புகள் • முனைகளை அடையாளம் கண்டு கணக்கிடுதல்
	காரணம் கூறுதல் • நிரூபணம்	• படங்களை 3D பொருட்களுடன் பொருத்தி முகங்கள், மற்றும் விளிம்புகள், முனைகளை சுட்டிக் காட்டுதல்
	தகவல்கள்	• ________________
	தொடர்புகள்	• ________________
	அடையாளம் காட்டுதல்	• எளிய இருபரிமாண, முப்பரிமாண வடிவங்களை வரைதல்
அளவியல் 13. பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு	பிரச்சனையை தீர்த்தல் தொடர்பான	• சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், முக்கோணம், சாய்சதுரம் வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு பிரச்சனைகளை தீர்ப்பது
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• முக்கோணத்தின் பரப்பளவை கண்டறிய முக்கோணத்திற்கும் சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், ஆகியவற்றிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை புரிந்துகொள்ளுதல் • முக்கோணத்தின் பரப்பளவை பயன்படுத்தி சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு கண்டறிவதை புரிந்துகொள்ளுதல்
	தகவல்கள்	• அடிப்படை அளவைக்கொண்டு அளத்தலின் கருத்தை வலியுறுத்தல்
	தொடர்புகள்	• அன்றாட வாழ்க்கையில் பரப்பளவு, சுற்றளவு தொடர்பான கருத்துகளை பயன்படுத்திக் கொள்ளுதல் (சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், முக்கோணம், சாய்சதுரம் மற்றும் வட்டம்) • வட்டம், செவ்வகத்தின் பரப்பளவு கருத்தை பயன்படுத்திக்கொள்ளுதல் • செவ்வகப் பாதைகள், வட்டப் பாதைகளின் பரப்பளவு கண்டறிதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• வழி கணக்குகளை வடிவங்களில் குறித்துக்காட்டுதல்
7. விவரங்களை கையாளுதல்	பிரச்சனையை தீர்த்தல்	• வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களை ஒழுங்கமைத்து வரிசைப்படுத்துதல் • வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களின் கூட்டுசராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு தொடர்பான கணக்குகளை தீர்த்தல்.
	காரணம் கூறுதல் மற்றும் நிரூபணம்	• வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களின் கூட்டு சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு-இவற்றை புரிந்துகொள்ளுதல்
	தகவல்கள்	• வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களின் கூட்டு சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு-விளக்குதல்
	தொடர்புகள்	• அன்றாட வாழ்க்கையில் கூட்டு சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு பயன்களை புரிந்துகொள்ளுதல் • அன்றாட வாழ்க்கையில் வட்ட வரைபடங்களின் பயன்பாட்டை புரிந்துகொள்ளுதல்
	அடையாளம் காட்டுதல்	• வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களின் கூட்டு சராசரி இடைநிலை அளவு, முகடு ஆகியவற்றை குறித்துக்காட்டுதல் • வரிசைப்படுத்தப்படாத விவரங்களை இரட்டை கம்பி வரைபடங்களிலும், படவிளக்கங்களிலும் குறித்துக்காட்டுதல்