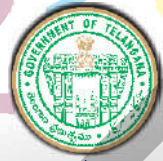
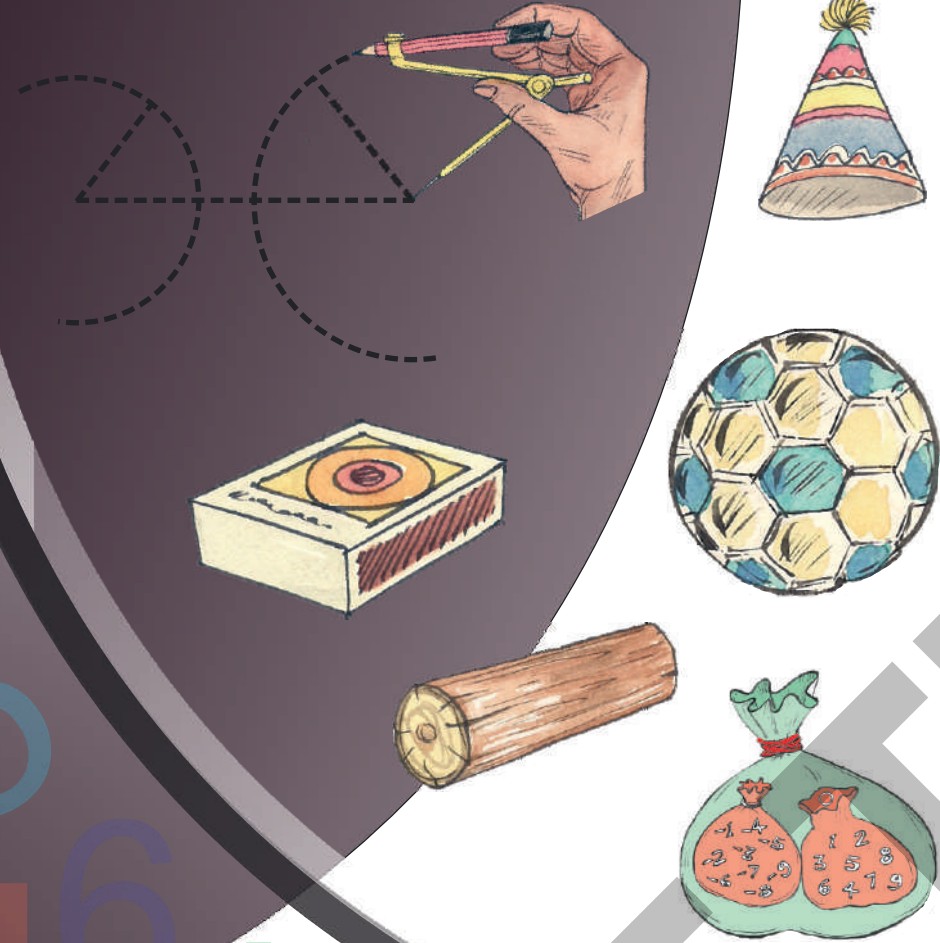


FREE

# MATHEMATICS ریاضی

Class VII

جماعت ہفتم



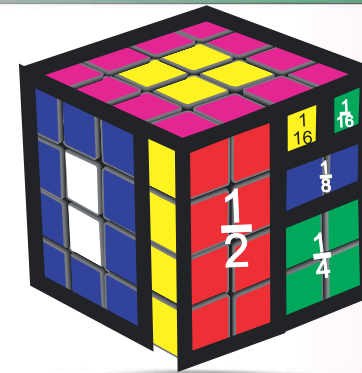
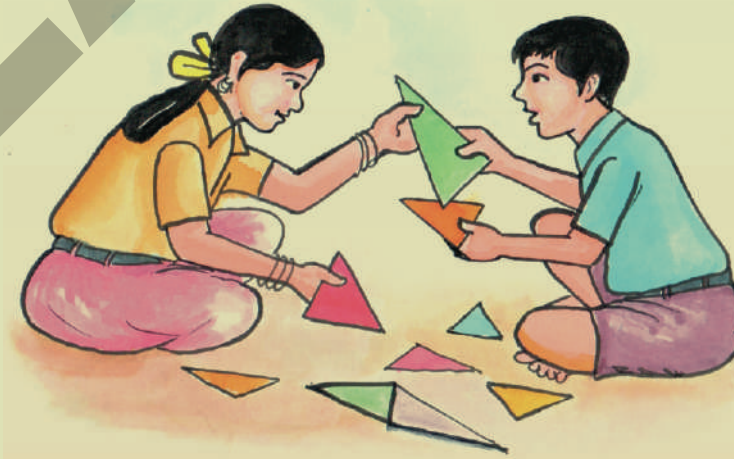
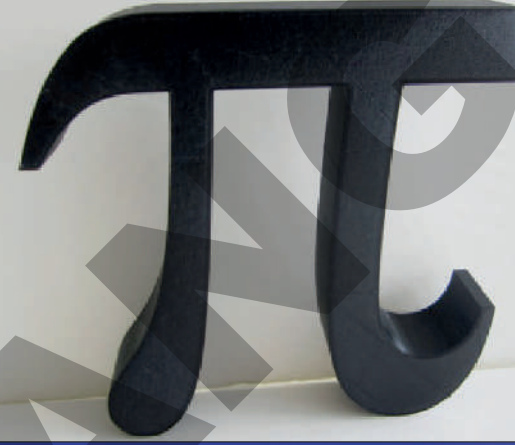
ناشر  
حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

MATHEMATICS

ریاضی

CLASS VII جماعت ہفتم

$$a(b+c)=ab+ac$$



ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت  
تلنگانہ، حیدرآباد

IN ANY EMERGENCY  
DIAL  
**100**  
TELANGANA POLICE  
[www.tspolice.gov.in](http://www.tspolice.gov.in)  
@ Telangana State Police

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

## بچو! یہ ہدایتیں آپ کے لیے ہیں۔

- ☆ درسی کتاب میں دیئے گئے ہر ایک تصور سے آگہی کے لیے Situations یا مثالیں یا سوالات یا کھیل وغیرہ دیئے گئے ہیں۔ ان سے متعلق تصویروں/ خاکے بھی دیئے گئے ہیں۔ Situation کو خاکہ/ تصویر سے جوڑتے ہوئے تصور کو جاننے کی کوشش کریں۔
- ☆ تصورات کی تفہیم کے لیے مشغلوں میں حصہ لینے کے دوران پیدا ہونے والے شکوک و شبہات کا ازالہ آپ اپنے معلم سے فوراً کر لیں۔
- ☆ تصورات کا فہم حاصل ہوا ہے یا نہیں جاننے کے لیے آپ ”یہ کیجئے“ کے تحت دیئے گئے سوالات خود حل کریں۔ اگر آپ حل نہ کر پائیں تو نمونہ کے طور پر دیا گیا مسئلہ حل کرتے ہوئے آگہی حاصل کریں۔ یا اپنے معلم سے معلوم کریں۔
- ☆ ”کوشش کیجئے“ عنوان کے تحت دیئے گئے سوالات آپ کی سوچ کو ابھارنے میں مدد و معاون ثابت ہوں گے۔ یعنی یہ آپ میں غور و فکر کی صلاحیت کو فروغ دیں گے۔ یہ مسائل آپ خود سے حل نہ کر پائیں تو اپنے ساتھیوں کے ساتھ گروہی طور پر حل کرنے کی کوشش کریں یا معلم سے گفتگو کرتے ہوئے کس طرح حل کیا جائے معلوم کریں۔
- ☆ ”یہ کیجئے“ اور ”کوشش کیجئے“ کے تحت دیئے گئے سوالات معلم کی نگرانی میں اسکول ہی میں حل کریں۔
- ☆ ”درسی کتاب میں جہاں کہیں بھی منصوبہ کام دیا گیا ہے۔ اسکو گروہی طور پر حل کریں۔ لیکن اس سے متعلق رپورٹ آپ کو انفرادی طور پر لکھنا ہوگا۔
- ☆ تصورات کی تفہیم کے لیے منعقد کیے جانے والے مشغلوں اور مشقوں کے تحت جو سوالات ہیں۔ ان سے متعلق رد عمل اگر درسی کتاب میں لکھنا ہو تو وہیں پر لکھیں۔
- ☆ جس دن جو سوالات حل کرنا ہے ان کی تکمیل اسی روز کر لیں اور اپنے معلم سے تصحیح کروالیں۔
- ☆ آپ سیکھتے ہوئے تصورات سے متعلق مسائل مزید چند حاصل کر کے یا خود سے تیار کر کے اپنے معلم یا ساتھیوں کو دکھائیں سب مل کر ان کو حل کریں۔
- ☆ ریاضی کے تصورات سے تعلق رکھنے والے کھیل، معے اور دلچسپی معلومات آپ کی درسی کتاب میں دیئے گئے ہیں۔ ان کے بارے میں آگہی حاصل کر کے ان جیسے مزید چند مسائل حاصل کر کے ان کو حل کریں۔
- ☆ درسی کتاب کے ذریعہ سیکھے ہوئے تصورات کو کمرہ جماعت محدود نہ رکھیں بلکہ ان کا استعمال اپنی روزمرہ زندگی میں موقع محل کے اعتبار سے کریں۔
- ☆ ریاضی میں خاص طور پر مسئلہ کا حل و وجوہات بیان کرنا، نتیجہ اخذ کرنا، ریاضی کی زبان میں اظہار، ریاضی کے تصورات کا فہم حاصل کرتے ہوئے مختلف حالات اور روزمرہ زندگی سے جوڑتے ہوئے، حل کرنا وغیرہ جیسی صلاحیتوں کے حاصل ہونا چاہئے۔
- ☆ مذکورہ بالا ریاضی کے تصورات کے حصول کے لیے، تصورات کی تفہیم کے تحت اگر آپ کو دشواریاں پیش آتی ہوں تو بروقت معلم کی مدد حاصل کریں۔

حکومت تلنگانہ  
محکمہ ترقی نسوان و بہبود اطفال - چائلڈ لائن فاؤنڈیشن

خطروں اور مشغلوں سے بچوں کے تحفظ کے لیے

جب اسکول یا اسکول سے باہر بدسلوکی ہو

جب افراد خاندان یا رشتہ دار بدتمیزی سے پیش آئیں

جب بچوں کو اسکول سے روک کر کام پر لایا جائے

24 گھنٹہ قومی ہیلپ لائن

مفت خدمات کے لیے (دن)..... (رات)..... 1098 پر ڈائل کریں

CHILD LINE 1098 NIGHT & DAY

## متوقع اکتسابی نتائج

جماعت 7

ریاضی  
MATHEMATICS

### متعلم.....

- چار بنیادی اعمال کے ذریعہ صحیح اعداد کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی سے وابستہ کسور، ناطق اعداد اور اعشاریاتی مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- مسئلے کو مختصر کرنے کے لیے اعداد کی قوت نما شکل کو استعمال کرتا ہے۔ بڑے اعداد کی تقسیم اور ضرب کو شامل کرتے ہوئے۔
- فیصد اور نسبت کے ذریعہ روزمرہ زندگی سے متعلق مسئلے نفع، نقصان، سود حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے مسئلے کو حل کرتا ہے جسے ایک متغیر میں خطی مساواتیں دو قاطع خطوط سے بننے والے مختلف قسم کے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- مثلث کے اندرون اور بیرون بننے والے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- بہم پہنچائی گئی اطلاعات کے مطابق مثلثات کے مماثلت کو سمجھتا ہے جیسے (SSS, SAS, ASA, RHS)
- دی گئی پیمائش کی مدد سے رولر اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے مثلثات کو بناتا ہے۔
- متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کا رقبہ معلوم کرتا ہے۔ A کی قدر کو محسوب کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے ڈیٹا کا اوسط، وسطانیہ اور بہتات یہ محسوب کرتا ہے۔
- حقیقی زندگی میں 3D اشکال کی شناخت کرتا ہے جیسے کرہ، مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط اور انکی اشکالی جال تیار کرتا ہے۔
- نقطہ تشاکل، گھماؤ تشاکل اور خط تشاکل کی تشریح کرتا ہے۔



# ریاضی

Mathematics - Class VII

جماعت ہفتم

کمیٹی برائے فروغ و اشاعت درسی کتاب

- چیف ایگزیکٹو آفیسر : شریمتی۔ بی۔ شیشو کماری  
ڈائریکٹر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد۔
- چیف ایگزیکٹو آفیسر آرگنائزنگ : شری۔ بی۔ سدھا کر  
ڈائریکٹر گورنمنٹ ٹکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔
- آرگنائزنگ انچارج : ڈاکٹر این۔ او پیندر ریڈی  
پروفیسر شعبہ نصاب و درسی کتب  
ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔
- اسٹنٹ آرگنائزنگ انچارج : شری۔ کے۔ یاداگری  
لکچرر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، حیدرآباد۔



ناشر:

حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

قانون کا احترام کریں  
اپنے حقوق حاصل کریں

تعلیم کے ذریعے آگے پڑھیں  
صبر و تحمل سے پیش آئیں



© Government of Telangana, Hyderabad.

*First Published 2012*

*New Impressions 2013,2014,2015, 2016, 2017, 2018,2019,2020*

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho

Title Page 200 G.S.M. White Art Card

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے 2020-21

Printed in India

for the Director Telangana Govt. Text Book Press,

Mint Compound, Hyderabad,

Telangana

## کمپٹی برائے تشکیل درسی کتاب

### اراکین

شری ایم۔ رامانجنیلو، لکچرر DIET وقار آباد رنکار یڈی	شری ڈاکٹر پی۔ رمیش، لکچرر گورنمنٹ IASE، نیلور
شری پی۔ اشوک، ہیڈ ماسٹر ZPHS کماری عادل آباد	شری ٹی۔ وی۔ راماکمار، ہیڈ ماسٹر ZPHS ملومودی، نیلور
شری ایس۔ پرساد بابو، PGTWR، اسکول چندرا شیکھر اپورم، نیلور	شری پی۔ انتھونی ریڈی، ہیڈ ماسٹر سینٹ پیٹرس ہائی اسکول آر۔ این۔ پینا، نیلور
شری ایس۔ نرسیمہامورتی ایس اے۔ ZPHS مدیورقی پالیم، نیلور	شری جی۔ وی۔ بی سوریانارائاجا اسکول اسٹنٹ، میونیل ہائی اسکول کاسپا، وجیا نگر
شری کے۔ وی۔ سنדר ریڈی ایس اے۔ ZPHS تکشا شلہ عالم پور، محبوب نگر	شری پی۔ شریش کماری ایس اے۔ GHS وجیا نگر کالونی، حیدرآباد
شری سی ایچ۔ رامیش، ایس اے۔ UPS ناگار منڈل، کنور	شری جی۔ وی۔ ٹیکشورلو، ایس اے۔ ZPHS دیہولا
	شری پی۔ ڈی۔ ایل گنتی شرم، ایس اے۔ GHS زمستان پور، حیدرآباد۔

### مترجمین

جناب عبدالرؤف، ایس اے۔ ZPHS گوداوری کھنٹی ضلع کریم نگر	جناب ابوطاہرا ایم۔ اے شکور، ایس اے۔ GBHS ملک پینت حیدرآباد
جناب محمد تقی الدین، ایس اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد	جناب محمد خواجہ مجتہد الدین، ایس اے۔ ZPHS (U) جگاؤں، ضلع ورنگل
جناب احمد علی طیب، ایس اے۔ GHS، SMHM لنگر حوض، حیدرآباد	جناب محمد عبدالعلیم، ایس اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد
جناب سید نوید اختر ایس اے۔ GHS کالی کمان حیدرآباد۔	جناب محمد علیم الدین، ایس اے۔ ZPHS (U) چلوور ضلع رنکار یڈی
جناب محمد انظہار کبیر، ایس اے۔ ZPHS (U) مانا کنڈور، ضلع کریم نگر	جناب شیخ حبیب الرحمن، ایس اے۔ GHS مکرم پور، ضلع کریم نگر
محمد طالب جی الدین، ڈسٹرکٹ ریورس پرن، ضلع ورنگل۔	

### ایڈیٹرس (اردو)

جناب محمد عبدالمناف، لکچرر CTE محبوب نگر	جناب خواجہ عظیم الدین، لکچرر IASE، ناصاحب ٹینک، حیدرآباد۔
جناب میر سجاد حسین، موظف، پرنسپل اسلامیہ بوائز ہائی اسکول، سکندر آباد	

### کوآرڈینیٹرس (اردو)

جناب این۔ ایوب حسین، اسٹیٹ مانتارینی کوآرڈینیٹر (اردو) راجیوود یامشن آندھرا پردیش حیدرآباد۔
جناب محمد افتخار الدین، کوآرڈینیٹر (اردو) ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت تلنگانہ، حیدرآباد۔

چیر پرسن برائے پوزیشن پیپر، نصاب ریاضی و درسی کتاب کی تشکیل  
پروفیسر وی۔ کھنتن، ڈیپارٹمنٹ آف میاتھمیٹکس اینڈ اسٹاٹسٹکس یونیورسٹی آف حیدرآباد

### چیف اڈویزر

ڈاکٹر ایچ۔ کے۔ دیوان، ایجوکیشن اڈویزر، ویڈیا بھوان سوسائٹی، اڈیپور، راجستھان

### ڈی۔ ٹی۔ پی۔ اینڈ اے آؤٹ ڈیزائننگ

☆ محمد ایوب احمد ناصر، ایس اے، ضلع پریشد ہائی اسکول (اردو) آتما کور، ضلع ونرنتی۔

☆ ٹی۔ محمد مصطفیٰ، حبیب کمپیوٹرز، بھولکپور، مشیر آباد حیدرآباد ☆ شیخ حاجی حسین، امپرنٹ کمپیوٹنگ، بالانگر، حیدرآباد

## پیش لفظ

ریاستی درسیاتی خاکہ-2011 (APSCF - 2011) اس بات کی جانب اشارہ کرتا ہے کہ بچوں کی اسکولی زندگی ان کی روزمرہ زندگی سے مربوط ہو۔ قانون حق تعلیم 2009 یہ کہتا ہے کہ اسکول میں داخلہ لینے والا ہر بچہ متعلقہ سطح کی درکار مہارتوں کو حاصل کرے۔ ان سب باتوں کے پیش نظر تعلیم میں معیار کے حصول کے لئے ہر مضمون کے تحت تعلیمی معیارات ترتیب دیئے گئے ہیں۔

قومی درسیاتی خاکہ 2005 کی بنیادی مقاصد پر عمل آوری کی اہمیت کو مد نظر رکھ کر، ریاستی درسیاتی خاکہ 2011 کے مطابق ریاضی کا نصاب اور درسی کتب ترتیب دی گئی ہیں۔

بچے تختانوی تعلیم مکمل کر کے، وسطانوی سطح میں قدم رکھتے ہیں۔ یہ سطح ثانوی تعلیم کو جاری رکھنے کا اہم ذریعہ ہوتی ہے۔ بچے آزادانہ طور پر بڑے بزرگوں، اشیاء، ہم عمر ساتھیوں سے ردعمل ظاہر کرتے ہیں۔ ہم اس بات سے بھی واقف ہیں کہ بچے مختلف حالات و مناظر میں ایک دوسرے سے تعاون کا موقع حاصل ہونے پر انکشاف کے ذریعہ نئی معلومات یا علم تشکیل دیتے ہیں۔ اگر ہم ایسا تصور کرتے ہیں کہ بچے خاموش سامع کی طرح معلومات حاصل کرنے والے نہیں بلکہ اکتسابی عمل میں شراکت دار ہوتے ہیں تب ان میں تخلیقی صلاحیت و دلچسپی کو فروغ دیا جانا ممکن ہو پائے گا۔ بچے اس مرحلے میں دلچسپی، سرگرمی، سوالات کرنے کا رجحان، حقائق جاننے، چیلنجس قبول کرنے جیسی خصوصیات کے حامل ہوتے ہیں۔ اسی لئے خوشگوار انداز میں بچے مختلف تصورات کے انکشاف کے لئے اپنے خود کے انداز میں مسائل کے حل میں معاون ریاضی کی تدریس کو فروغ دینے کی ضرورت آن پڑی ہے۔ مجرد تصورات کے حامل ریاضی کے تصورات سے بچے واقف ہو کر، خود سے ریاضی کے علم کی تشکیل کرنے کی صلاحیت میں معاون طریقوں کو فروغ دینے کے پروگرام کا ہم نے آغاز کیا ہے۔

ریاضی کے اہم مضامین جیسے عددی نظام، حساب، الجبر، جیومیٹری، مساحت اور شماریات کو وسطانوی سطح کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔

ان موضوعات سے متعلق تدریس کے ذریعہ مسئلہ کا حل، منطقی غور و فکر، مسلمہ حقائق کو ریاضی کی زبان میں اظہار کرنا، اکٹھا کردہ معلومات کا تجزیہ کرنا، مختلف شکلوں میں پیش کرنا، روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال جیسے متعینہ تعلیمی معیارات اور مہارتیں فروغ پاتی ہیں۔ کتاب میں شامل یہ کیجئے، کوشش کیجئے، مفروضات جیسے نکات کو بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے، تاکہ بچوں

کو یہ کتاب خود سے سیکھنے اور گروہی طور پر کوشش کرنے کا موقع فراہم ہو۔

اس کتاب میں آسان زبان و اصطلاحات استعمال کئے گئے ہیں جو بچوں کے شعور و ریاضی کے تصورات کو استعمال کرنے مابعد خود سے ریاضی کی نوعیت کو قائم کرنے کے مواقع فراہم کریں گے۔ درسی کتاب میں دی گئی مختلف مثالیں بچوں کو خود سے مسئلے ترتیب دینے میں معاون ہوں گے۔ ان تمام کو کامیابی سے ہمکنار کرنے کے لئے معلم کو ضروری ہے کہ وہ کمرہ جماعت میں مناسب و موزوں حالات پیدا کرے اور درکار تعاون پیش کرے۔ جانچ کو بھی اکتسابی عمل کا ایک حصہ مان کر درسی کتاب میں ایسے ابواب شامل کئے گئے ہیں جن میں ہر ایک اکتسابی نکتے کا مسلسل جامع جانچ کے ذریعہ اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

اس کتاب کی ترتیب میں ماہرین مضمون، عرصہ دراز سے ریاضی کی تدریس/تحقیق اور تدوین میں مہارت رکھنے والے اساتذہ نے حصہ لیا ہے۔ ان تمام نے بچوں میں ریاضی کے تئیں خوف کو دور کرنے کی کوشش کی ہے۔ اس کتاب کی آخری صورت گری میں معاون قومی سطح کے ماہرین مضمون، یونیورسٹی پروفیسرس، ریسرچ اسکالرس، غیر سرکاری ادارے، صدور مدارس، مصنفین، طلباء اشاعتی ادارے اور کتابی ترتیب کے ماہرین کا خصوصی طور پر شکریہ ادا کرتی ہوں۔

میں اس بات کی اُمید رکھتی ہوں کہ اساتذہ اکرام اس کتاب میں شامل نکات کے ذریعہ تعلیمی معیارات کے حصول میں دل و جان سے کوشش کریں گے۔

درسی کتاب کا فروغ ایک مسلسل عمل ہے تمام کی کوششوں کے نتیجہ میں یہ کتاب تیار ہوئی ہے، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش ایک ذمہ دار ادارے کے طور پر تنظیمی اصلاحات کے ذریعہ معیاری کتابیں فراہم کرنے کی کوشش کر رہا ہے۔ اس کے تحت ریاضی سے دلچسپی رکھنے والے افراد سے مناسب مشورے و تجاویز کا خیر مقدم کرتا ہے۔ ان تجاویز و مشوروں کو قبول کرتے ہوئے مزید معیاری کتب فراہم کرنے کی کوشش کی جائے گی۔

تاریخ:- 28-01-2012

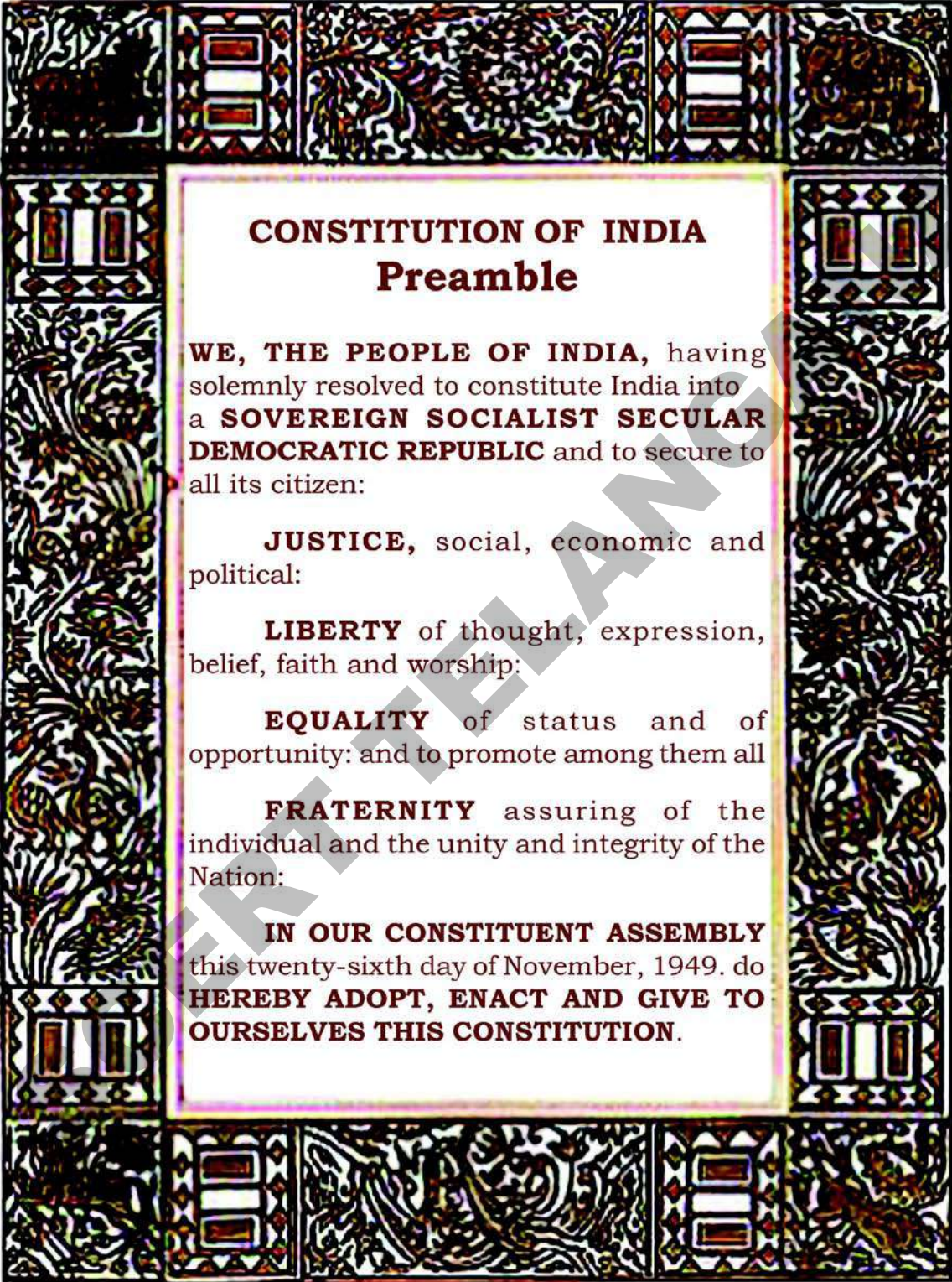
مقام:- حیدرآباد

بی شیشو کماری

ڈائریکٹر، ریاستی کونسل برائے تعلیمی تحقیق و تربیت

حکومت آندھرا پردیش

حیدرآباد۔



## CONSTITUTION OF INDIA Preamble

**WE, THE PEOPLE OF INDIA**, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizen:

**JUSTICE**, social, economic and political:

**LIBERTY** of thought, expression, belief, faith and worship:

**EQUALITY** of status and of opportunity: and to promote among them all

**FRATERNITY** assuring of the individual and the unity and integrity of the Nation:

**IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY** this twenty-sixth day of November, 1949. do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**



# ریاضی

## جماعت ہفتم

صفحہ نمبر	اوقات کار	عنوان البواب	نشان
1 - 31	جون	صحیح اعداد	.1
32 - 61	جولائی	کسوز اعشاریہ اور ناطق اعداد	.2
62 - 74	جولائی	سادہ مساواتیں	.3
75 - 94	اگست	خطوط اور زاویے	.4
95 - 116	اگست	مثلث اور ان کی خصوصیات	.5
117 - 150	ستمبر	تناسب - اطلاق	.6
151 - 171	ستمبر	معطیات کا اظہار	.7
172 - 188	اکتوبر	مثلثات کی مماثلت	.8
189 - 196	نومبر	مثلثات کی بناوٹ	.9
197 - 215	نومبر	الجبری عبارتیں	.10
216 - 231	ڈسمبر	قوت اور قوت نما	.11
232 - 249	ڈسمبر	چار ضلعی	.12
250 - 269	جنوری	رقبہ اور احاطہ	.13
270 - 281	فروری	دوابعادی اور سہابعادی اشکال کی تفہیم	.14
282 - 294	فروری	تشاکل	.15
	مارچ	اعادہ	

# قومی ترانہ

- رابندر ناتھ ٹیگور

جن گن من ادھی نایک جیا ہے  
بھارت بھاگیہ ودھاتا  
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڈ، اتکل، ونگا  
وندھیا، ہماچل، یینا، گنگا، اُچ چھل جل دھی ترنگا  
تواشبھ نامے جاگے، تواشبھ آتش ماگے  
گا ہے توجیا گاتھا  
جن گن منگل دایک جیا ہے  
بھارت بھاگیہ ودھاتا  
جیا ہے جیا ہے جیا ہے  
جیا جیا جیا جیا ہے

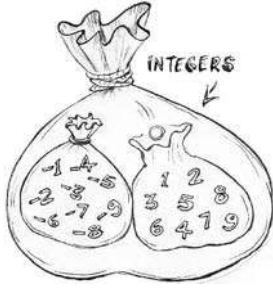
## عہد

- پیٹی ڈیمری وینکٹا سبھاراؤ

ہندوستان میرا وطن ہے۔ تمام ہندوستانی میرے بھائی بہن ہیں۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا/کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

## 1.0 تمہید:-

ہمارے اطراف و اکناف میں موجود اشیاء کو شمار کرنے کے لئے ہم نے اعداد  $1, 2, 3, 4, \dots$  کو سیکھنا شروع کیا لہذا یہ اعداد گنتی کے اعداد یا طبعی اعداد کہلاتے ہیں۔ اب ہم اس پر غور کریں گے۔



(i) سب سے چھوٹا طبعی عدد کونسا ہے؟

(ii) 100 اور 10,000 کے درمیان 5 طبعی اعداد لکھئے۔

(iii) طبعی اعداد کا سلسلہ تسلسل کہاں پر ختم ہوتا ہے کیا آپ معلوم کر پائیں گے؟

(iv) کسی دو متصلہ طبعی اعداد کے درمیان کافرق کیا ہے؟

طبعی اعداد کے ساتھ صفر "0" کا اضافہ کر دینے سے ایک نئے اعداد کا سٹ بنتا ہے جس کو مکمل اعداد

(Whole Number) کا سیٹ کہتے ہیں۔ یعنی  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$

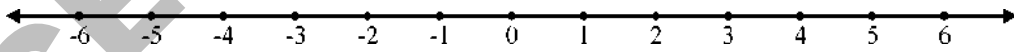
چھٹی جماعت میں ہم منفی اعداد (Negative numbers) کے بارے میں معلومات حاصل کر چکے

ہیں۔ مکمل اعداد اور منفی اعداد کو یکجا کر دینے سے اعداد کا ایک بڑا سٹ بنتا ہے اس کو صحیح اعداد Integers کہتے

ہیں۔ ہم اس باب میں صحیح اعداد ان کے بنیادی اعمال اور خصوصیات کے بارے میں مزید معلومات حاصل کریں

گے۔

اب ہم چند صحیح اعداد کو عددی خط پر ظاہر کریں گے۔



(i) مندرجہ بالا عددی خط پر ظاہر کردہ صحیح اعداد میں سب سے بڑا عدد کونسا ہے؟

(ii) سب سے چھوٹا صحیح عدد کونسا ہے؟

(iii) کیا عدد 1 عدد -3 سے بڑا ہے؟ کیوں؟

(iv) کیا -6 بڑا ہے -3 سے؟ کیوں؟

- (v)  $4, 6, -2, 0$  اور  $-5$  کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔  
 (vi) عددی خط پر  $(0$  اور  $1)$  اور  $(0$  اور  $-1)$  کے فرق کا تقابل کیجئے۔



## مشق 1

1. عددی خط پر چند اعداد کے اوپر نشان لگائے گئے ہیں ان میں سب سے بڑا عدد کونسا ہے؟ اور سب سے چھوٹا کونسا ہے۔



2. صحیح اعداد کے جوڑ دیئے گئے ہیں ان کے درمیان آنے والے صحیح اعداد لکھئے اور ان میں سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا صحیح عدد کونسا ہے بتلائیے۔

(i)  $-5, -10$  (ii)  $3, -2$  (iii)  $-8, 5$

3. ذیل کے صحیح اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔ (چھوٹے سے بڑے)

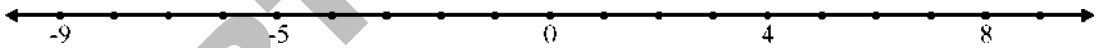
(i)  $-5, 2, 1, -8$  (ii)  $-4, -3, -5, 2$  (iii)  $-10, -15, -7$

4. ذیل کے صحیح اعداد کو نزولی ترتیب میں لکھئے۔ (بڑے سے چھوٹے)

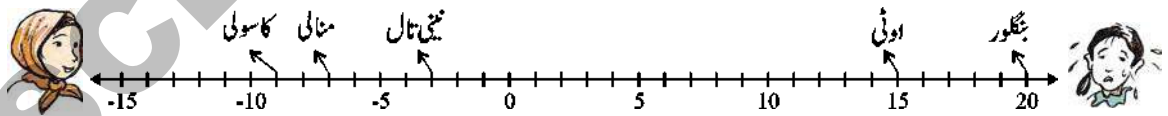
(i)  $-2, -3, -5$  (ii)  $-8, -2, -1$  (iii)  $5, 8, -2$

5.  $0, -4, 6$  اور  $4$  کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

6. حسب ذیل عددی خط پر غائب شدہ صحیح اعداد لکھئے۔



7. ذیل میں ہندوستان کے پانچ شہروں کے کسی خاص دن کا درجہ حرارت ایک عددی خط پر بتلایا گیا۔



(i) عددی خط پر بتلائے گئے شہروں کے درجہ حرارت کی نشاندہی کیجئے۔

(ii) کون سے شہر میں درجہ حرارت زیادہ ہے؟

(iii) کون سے شہر میں درجہ حرارت کم ہے؟

(iv) کن شہروں میں درجہ حرارت صفر "0°C" سے کم ہے؟

(v) ان شہروں کے نام بتلائیے جہاں درجہ حرارت صفر "0°C" سے زیادہ ہے۔

## 1.1 صحیح اعداد پر بنیادی اعمال:-

صحیح اعداد کی جمع اور تفریق، ہم چھٹی جماعت میں سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم اس کا اعادہ کریں گے اور صحیح اعداد کی ضرب و تقسیم سیکھیں گے۔

### 1.1.1 صحیح اعداد کی جمع:-

$$4 + 3 = 7$$

$$4 + 2 = 6$$

$$4 + 1 = 5$$

$$4 + 0 = 4$$

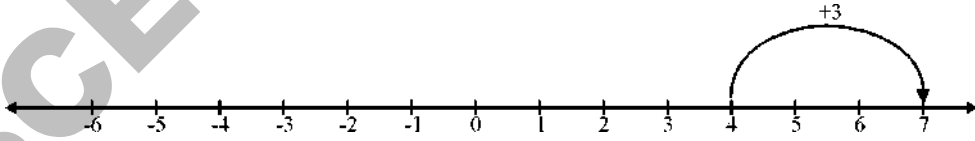
$$4 + (-1) = 3$$

$$4 + (-2) = 2$$

$$4 + (-3) = 1$$



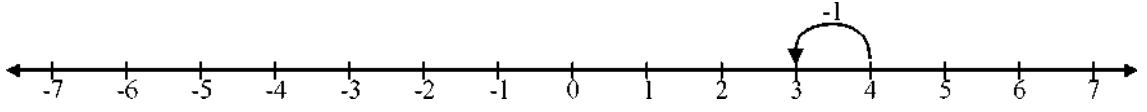
کیا آپ نے ان جواب کی ترتیب پر غور کیا؟ آپ یہ محسوس کریں گے کہ جب جمع کئے جانے والے عدد میں ایک کی کمی کی جائے (3, 2, 1, 0, -1, -2, -3) تو مجموعی قدر میں ایک 1 کی کمی واقع ہوتی ہے۔ عددی خط پر جب آپ عدد 4 میں 3 کا اضافہ کریں گے تب آپ دائیں جانب بڑھتے جائیں گے۔



اسی طرح آپ 2 اور 1 کا حاصل جمع 4 کے ساتھ بتا سکتے ہیں۔ اوپر بتلائے گئے عددی خط پر آپ محسوس کریں گے کہ ہر مرتبہ دائیں جانب بڑھتے رہیں گے۔

اب ہم یہ دیکھیں گے کہ -1 کو 4 میں جمع کرنے پر کیا ہوگا۔ اوپر کی طرح ہم کو جواب 3 حاصل ہوگا۔ یعنی ہم ایک

قدم بائیں جانب بڑھ جائیں گے۔



اب آپ اسی طرح 2- اور 3- کا حاصل جمع 4 تک اوپر کی طرح عددی خط پر بتلا سکتے ہیں لیکن آپ یہ محسوس کریں گے کہ ہر صورت میں آپ ایک قدم بائیں جانب ہٹ رہے ہیں۔  
یعنی جب بھی ایک مثبت عدد جمع کیا جائے گا تو آپ ایک قدم دائیں جانب بڑھ جائیں گے۔ دوسری جانب جب بھی ایک منفی عدد جمع کیا جائے گا تو آپ ایک قدم بائیں جانب ہٹ جائیں گے۔



کوشش کیجئے۔

$9 + 7 = 16$	$9 + 1 =$	1.
$9 + 6 = 15$	$9 + 0 =$	
$9 + 5 =$	$9 + (-1) =$	
$9 + 4 =$	$9 + (-2) =$	
$9 + 3 =$	$9 + (-3) =$	
$9 + 2 =$		

(i) عددی خط پر  $9+2, 9+(-1), 9+(-3), (-1)+2, (-3)-5$  کو ظاہر کیجئے۔

(ii) جب آپ ایک مثبت عدد کو جمع کریں گے، تب آپ عددی خط پر کس جانب بڑھیں گے؟

(iii) جب آپ ایک منفی عدد کو جمع کریں گے تب آپ عددی خط پر کس جانب بڑھیں گے؟

2. ساجدہ کہتی ہے کہ ”ہر دفعہ دو صحیح اعداد کو جمع کیا جائے تو مجموعہ کی قدر اعداد سے زیادہ ہوگی“ کیا ساجدہ صحیح کہہ رہی ہے؟ آپ کے جواب کی وضاحت کیجئے۔



## مشق 2

1. ذیل کی جمع کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

(i)  $5 + 7$       (ii)  $5 + 2$       (iii)  $5 + (-2)$       (iv)  $5 + (-7)$

2. جمع کیجئے۔

- (i)  $7 + 4$  (ii)  $8 + (-3)$  (iii)  $11 + 3$  (iv)  $14 + (-6)$  (v)  $9 + (-7)$   
(vi)  $14 + (-10)$  (vii)  $13 + (-15)$  (viii)  $4 + (-4)$  (ix)  $10 + (-2)$   
(x)  $100 + (-80)$  (xi)  $225 + (-145)$   
(xii)  $(-5) + 7$  (xiii)  $(-15) - (1)$  (xiv)  $(-5) + (-3)$

### 1.1.2 صحیح اعداد کی تفریق:-

اب صحیح اعداد کی تفریق کا مشاہدہ کیجئے۔



$$6 - 3 = 3$$

$$6 - 2 = 4$$

$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 0 = 6$$

$$6 - (-1) = 7$$

$$6 - (-2) = 8$$

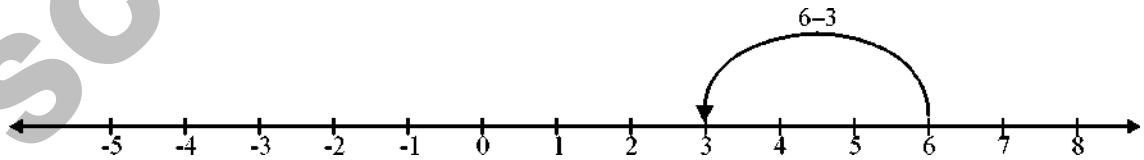
$$6 - (-3) = 9$$

$$6 - (-4) = 10$$

کیا آپ نے جواب کی ترتیب پر غور کیا؟ جب بھی ایک عدد 6 سے تفریق کیا جاتا ہے تو وہ قدر میں ایک کم

ہو جاتا ہے۔  $(-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  فرق کی قدر میں ایک کا اضافہ ہوتا ہے۔

عددی خط پر جب آپ 6 سے 3 کو تفریق کرتے ہیں تو آپ عددی خط پر بائیں جانب ہٹیں گے۔



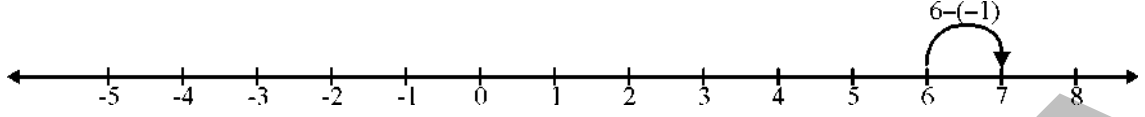
اب آپ 6 میں سے 1, 2 کو تفریق کر کے عددی خط پر بتلائیں۔

آپ محسوس کریں گے کہ ہر دفعہ آپ بائیں جانب ہٹیں گے۔

اب ہم دیکھیں گے -1 کو 6 میں سے تفریق کرنے پر کیا ہوتا ہے اور پر کی مثال کی طرح ہم حاصل کریں گے

$$6 - (-1) = 7$$

اسی طرح اب ہم عددی خط پر ایک قدم دائیں جانب بڑھ جائیں گے۔



اسی طرح اگر آپ -2, -3, -4 کو 6 میں سے تفریق کریں تو ہر دفعہ آپ عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔

تب یعنی جب ہر دفعہ اگر آپ کی مثبت صحیح عدد کو منفی کریں گے تو عددی خط پر بائیں جانب حرکت کریں گے۔

یعنی جب کبھی آپ کسی منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تو عددی خط پر دائیں جانب حرکت کرتے ہیں۔



کوشش کیجئے:-

1. دیے گئے نمونے کو مکمل کیجئے

$$8 - (-1) = \quad 8 - 6 = 2$$

$$8 - (-2) = \quad 8 - 5 = 3$$

$$8 - (-3) = \quad 8 - 4 =$$

$$8 - (-4) = \quad 8 - 3 =$$

$$8 - (-5) = \quad 8 - 2 =$$

$$8 - (-6) = \quad 8 - 1 =$$

$$8 - 0 =$$

(i)  $8 - (-4)$ ,  $8 - (-2)$ ,  $8 - 0$ ,  $8 - 1$ ,  $8 - 6$ ,  $8 - 8$  کو عددی خط پر بتلائیے۔

(ii) جب آپ مثبت صحیح عدد کی تفریق کرتے ہیں تب آپ عددی خط پر کس سمت حرکت کریں گے۔

(iii) جب آپ عددی خط پر کسی منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب آپ عددی خط پر کس سمت حرکت کریں گے۔

2. عارفہ نے یہ محسوس کیا کہ جب کبھی دو صحیح اعداد کو ایک دوسرے سے تفریق کرتے ہیں تب حاصل فرق ان دو

صحیح اعداد سے کم ہوتا ہے۔ کیا عارفہ کا بیان صحیح ہے؟ وجہ بیان کیجئے۔





### مشق 3

1. ذیل کی تفریق کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

(i)  $7 - 2$  (ii)  $8 - (-7)$  (iii)  $3 - 7$  (iv)  $15 - 14$  (v)  $5 - (-8)$  (vi)  $(-2) - (-1)$

2. حل کیجئے۔

(i)  $17 - (-14)$  (ii)  $13 - (-8)$  (iii)  $19 - (-5)$  (iv)  $15 - 28$   
(v)  $25 - 33$  (vi)  $80 - (-50)$  (vii)  $150 - 75$  (viii)  $32 - (-18)$   
(ix)  $(-30) - (-25)$

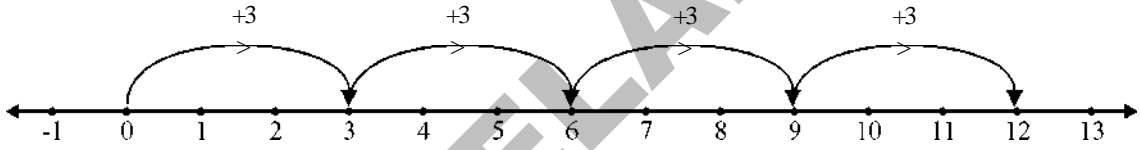
3. 6- کو منفی صحیح عدد اور مکمل عدد کے مجموعہ کے طور پر ظاہر کیجئے۔

### 1.1.3 صحیح اعداد کا ضرب :-

اب ہم صحیح اعداد کو ضرب دیں گے

ہم جانتے ہیں کہ  $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$  (چار مرتبہ 3)

عددی خط پر یہ اس طرح دیکھا جاسکتا ہے

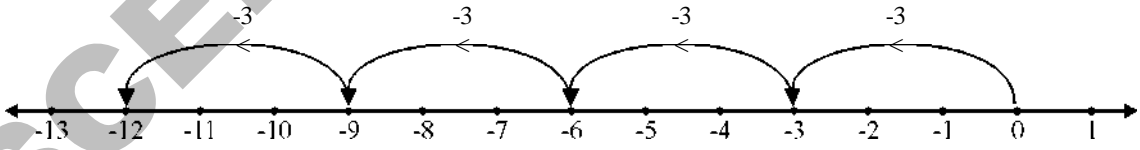


یعنی  $4 \times 3$  سے مراد 3 قدم کے حساب سے، 4 مرتبہ دائیں جانب اچھلنا ہے، اسلئے  $4 \times 3 = 12$

اب ہم دیکھیں گے  $4 \times (-3)$  یعنی 4 مرتبہ (-3)

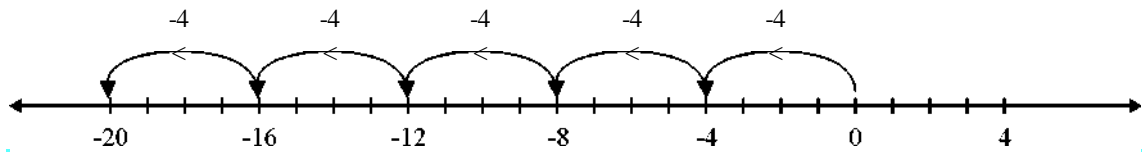
$$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$$

عددی خط پر اس طرح دیکھا جاسکتا ہے۔



یعنی  $4 \times (-3) = -12$  سے مراد صفر سے 3 قدم کے حساب سے 4 مرتبہ بائیں جانب اچھلنا ہے، اسلئے  $4 \times (-3) = -12$

اسی طرح  $5 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -20$ ، عددی خط پر یہ اس طرح دیکھا جاسکتا ہے۔



یعنی  $5 \times -4 = -20$  سے مراد 4 قدم کے حساب سے صفر سے 5 مرتبہ بائیں جانب اچھلنا ہے۔ یعنی  $5 \times -4 = -20$

$$2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$$

$$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$$

$$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

یہ کیجئے!

1. حسب ذیل کو حل کیجئے۔

(i)  $2 \times -6$  (ii)  $5 \times -4$  (iii)  $9 \times -4$



اب ہم  $4 \times 3$  کو ضرب دیں گے۔

ذیل کے نمونہ پر غور کیجئے

$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$0 \times 3 = 0$$

$$-1 \times 3 = -3$$

$$-2 \times 3 = -6$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-4 \times 3 = -12$$



آپ دیکھ سکتے ہیں جیسے ہی ضارب (multiplier) میں ایک کی کمی ہوتی ہے تب حاصل ضرب میں 3 کی کمی ہو جاتی ہے

$$-4 \times 3 = -12$$

$$4 \times -3 = -12$$

مندرجہ بالا نمونہ کی بنیاد پر

ہم پہلے ہی سے واقف ہیں کہ

$$-4 \times 3 = 4 \times -3 = -12$$

لہذا

عمل ضرب میں حاصل ضرب کی علامت کا مشاہدہ کیجئے جو منفی علامت کیساتھ بدلتی ہے۔

$$4 \times -5 = -4 \times 5 = -20 \text{ اس نمونہ کے استعمال سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ}$$

$$2 \times -5 = -2 \times 5 = -10$$

$$3 \times -2 =$$

$$8 \times -4 =$$

$$6 \times -5 =$$

مذکورہ بالا مثالوں سے آپ یہ مشاہدہ کر چکے ہیں کہ مثبت صحیح عدد اور منفی صحیح عدد کا حاصل ضرب ہمیشہ منفی صحیح عدد ہی ہوگا۔

**(a) 1.1.3 دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب:-**

اگر ہم -3 اور -4 کو ضرب دیتے ہیں تو کیا حاصل ہوگا۔

ذیل کے نمونہ کا مشاہدہ کیجئے

$$-3 \times 4 = -12$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-3 \times 2 = -6$$

$$-3 \times 1 = -3$$

$$-3 \times 0 = 0$$

$$-3 \times -1 = 3$$

$$-3 \times -2 = 6$$

$$-3 \times -3 = 9$$

$$-3 \times -4 = 12$$

کیا آپ نے اس نمونہ کا مشاہدہ کیا ہے؟ آپ مشاہدہ کریں گے کہ  
 -3 سے 4، 3، 2، 1، 0، -1، -2، -3، -4 کو ضرب دینے پر حاصل ضرب میں ہر مرتبہ 3 کا اضافہ ہوگا۔  
 اب ہم -4 اور -3 کو ضرب دیں گے۔ ذیل کے حاصل ضرب کا مطالعہ کرتے ہوئے خالی جگہوں کو پر  
 کیجئے۔

$$-4 \times 4 = -16$$

$$-4 \times 3 = -12$$

$$-4 \times 2 = -8$$

$$-4 \times 1 = -4$$

$$-4 \times 0 = 0$$

$$-4 \times -1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-4 \times -2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-4 \times -3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ہم دیکھیں گے کہ -4 سے 4، 3، 2، 1، 0، -1، -2، -3، -4 کو ضرب دینے پر حاصل ضرب میں ہر  
 مرتبہ 4 کا اضافہ ہوگا۔

مذکورہ بالا دونوں ترتیب سے  $-3 \times -4 = -4 \times -3 = 12$

آپ یہ بھی مشاہدہ کر چکے ہیں۔

$$-3 \times -1 = 3$$

$$-3 \times -2 = 6$$

$$-3 \times -3 = 9$$

$$-4 \times -1 = 4$$

$$-4 \times -2 = 8$$

$$-4 \times -3 = 12$$

یعنی دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت عدد ہی ہوگا۔

مشغلہ ۱ :- پہلے کالم کے ہر عدد کو پہلی صف کے عدد سے ضرب دے کر خانہ پری کیجئے



x	3	2	1	0	-1	-2	-3
3	9	6	3	0	-3	-6	-9
2	6	4	2	0			
1							
0							
-1	-3	-2	-1	0	1	2	3
-2							
-3							

- (i) کیا دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے؟
- (ii) کیا دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے؟
- (iii) کیا ایک منفی اور ایک مثبت عدد کا حاصل ضرب ہمیشہ منفی صحیح عدد ہوتا ہے؟
- 1.1.3 (b) دو سے زائد منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب :-**

ہم یہ مشاہدہ کر چکے ہیں کہ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟ چار یا اس سے زائد منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟  
اب ہم حسب ذیل مثالوں کا مطالعہ کریں گے

(i)  $(-2) \times (-3) = 6$

(ii)  $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii)  $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

(iv)  $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

اوپر کی ضرب سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ

(i) دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔

(ii) تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔

(iii) چار منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔

(iv) پانچ منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔

6 منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہوگا یا منفی وجہ بتائیے۔

کوشش کیجئے

(a)  $(-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(b)  $(-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(c)  $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(d)  $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$



مذکورہ بالا (a) اور (c) کی رو سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر منفی اعداد جفت مرتبہ (2 مرتبہ، 4 مرتبہ) ہوں تو حاصل ضرب مثبت ہوگا جبکہ (b) اور (d) کی طرح سے طاق مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب منفی ہوگا۔ لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر ضرب ہونے والے منفی اعداد جفت مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔ اگر ضرب ہونے والے اعداد طاق مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔



## مشق 4

1. خالی جگہوں کو پر کیجئے

(i)  $(-100) \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii)  $(-3) \times \underline{\hspace{2cm}} = 3$

(iii)  $100 \times (-6) =$  \_\_\_\_\_

(iv)  $(-20) \times (-10) =$  \_\_\_\_\_

(v)  $15 \times (-3) =$  \_\_\_\_\_

2. حاصل ضرب معلوم کیجئے

(i)  $3 \times (-1)$

(ii)  $(-1) \times 225$

(iii)  $(-21) \times (-30)$

(iv)  $(-316) \times (-1)$

(v)  $(-15) \times 0 \times (-18)$

(vi)  $(-12) \times (-11) \times (10)$

(vii)  $9 \times (-3) \times (-6)$

(viii)  $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(ix)  $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$

(x)  $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. عمل انجماد کیلئے کمرہ کا درجہ حرارت  $40^{\circ}\text{C}$  سے فی گھنٹہ  $5^{\circ}\text{C}$  کم کیا جاتا ہے 10 گھنٹے بعد کمرہ کا درجہ حرارت کیا ہوگا؟

4. ایک جماعت کا امتحان 10 سوالات پر مشتمل ہے، صحیح جواب کے لئے 3 نشانات ہیں جبکہ ہر غلط جواب کیلئے (-1) نشان مختص کیا گیا ہے اور صفر نشان ان سوالات کے لئے جن کے جواب نہیں دیئے گئے۔

(i) حمید نے 5 سوالات صحیح اور 5 سوالات غلط حل کئے تو حمید کو کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟

(ii) ریشما نے 7 سوالات صحیح اور 3 سوالات غلط حل کئے تب ریشما کو کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟

(iii) راشیدہ نے کل 7 سوالات میں سے 3 سوالات صحیح اور 4 سوالات غلط حل کئے،

تب راشیدہ کو کل کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟



5. ایک تاجر کو باسمتی چاول کے ایک تھیلے کی فروخت پر  $10/-$  کا نفع حاصل

ہوتا ہے اور غیر باسمتی چاول کے فی تھیلے پر  $5/-$  نقصان ہوتا ہے۔

(i) ایک ماہ میں تاجر 3000 باسمتی چاول کے تھیلے اور 5000 غیر باسمتی چاول کے تھیلے فروخت کرتا

ہے تب اُسے ایک ماہ میں کتنا نفع یا نقصان ہوا بتائیے؟

(ii) اگر تاجر غیر باسستی چاول کے 6400 تھیلے فروخت کر چکا ہو تب اسے کتنے باسستی چاول کے تھیلے فروخت کرنے ہوں گے کہ تاجر کو نہ ہی نفع ہو اور نہ ہی نقصان۔  
6. خالی جگہوں کو صحیح عدد کے ذریعہ پر کیجئے تاکہ بیان صادق ہو جائے۔

(i)  $(-3) \times \text{————} = 27$  (ii)  $5 \times \text{————} = -35$

(iii)  $\text{————} \times (-8) = -56$  (iv)  $\text{————} \times (-12) = 132$

### 1.1.4 صحیح اعداد کی تقسیم (Division of Integers):-

ہم جانتے ہیں کہ تقسیم، ضرب کا معکوس عمل ہے۔ اب ہم چند طبعی اعداد کی مثالوں کا مطالعہ کریں گے۔



ہم جانتے ہیں کہ  $3 \times 5 = 15$

اس لئے  $15 \div 3 = 5$  یا  $15 \div 5 = 3$

اسی طرح  $4 \times 3 = 12$

اس لئے  $12 \div 3 = 4$  یا  $12 \div 4 = 3$

تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ طبعی اعداد کے ضرب کے ہر بیان کے لئے اس کے دو متناظر تقسیم کے بیان ہوں گے کیا ہم ضرب کے بیان اور متناظر تقسیم کے بیان کو صحیح اعداد کے لئے لکھ سکتے ہیں۔  
جدول کا مشاہدہ کر کے اس کو مکمل کیجئے۔

ضرب کا بیان	تقسیم کا بیان
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$ , $(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$ , $(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9)$ , $72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) = \text{—}$	$\text{—} \div (-3) = \text{—}$ , $\text{—}$
$(-8) \times 4 = \text{—}$	$\text{—}$ , $\text{—}$
$5 \times (-9) = \text{—}$	$\text{—}$ , $\text{—}$
$(-10) \times (-5) = \text{—}$	$\text{—}$ , $\text{—}$



اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب کبھی ہم منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں یا مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں۔ تب ہم ان کو مکمل عدد کی طرح تقسیم کرتے ہیں اور خارج قسمت کیلئے منفی (-) علامت حاصل ہوتی ہے۔ اس طرح ہم کو منفی صحیح عدد بطور خارج قسمت حاصل ہوتا ہے۔



یہ کیجئے

1. حل کیجئے

- (i)  $(-100) \div 5$  (ii)  $(-81) \div 9$  (iii)  $(-75) \div 5$  (iv)  $(-32) \div 2$   
(v)  $125 \div (-25)$  (vi)  $80 \div (-5)$  (vii)  $64 \div (-16)$

یہ کوشش کیجئے

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $(-8) \div 48 = 48 \div (-8)$  دونوں مساوی ہیں۔

تصدیق کیجئے کہ آیا یہ



- (i)  $90 \div (-45)$  اور  $(-90) \div 45$  (ii)  $(-136) \div 4$  اور  $136 \div (-4)$

ہم یہ بھی مشاہدہ کریں گے کہ

$$(-12) \div (-6) = 2; (-20) \div (-4) = 5; (-32) \div (-8) = 4; (-45) \div (-9) = 5$$

ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ جب کبھی ہم کسی منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہمیں حاصل خارج قسمت مثبت صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

یہ کیجئے

1. ذیل میں دیئے گئے سوالات کو حل کیجئے

- (i)  $-36 \div (-4)$  (ii)  $(-201) \div (-3)$   
(iii)  $(-325) \div (-13)$



## 1.2 صحیح اعداد کی خصوصیات (Properties of Integers) :-

چھٹی جماعت میں ہم مکمل اعداد کی خصوصیات سیکھ چکے ہیں۔ یہاں پر ہم صحیح اعداد کی خصوصیات کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

## 1.2.1 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ جمع:-

### (i) بندشی خاصیت (Closure Property):-

ذیل کا بغور مشاہدہ کیجئے۔

بیان	نتیجہ
$5 + 8 = 13$	مجموعہ ایک مکمل عدد ہے
$6 + 3 =$	
$13 + 0 =$	
$10 + 2 =$	
$0 + 6 = 6$	مجموعہ ایک مکمل عدد ہے

کیا دو مکمل اعداد کا مجموعہ ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے؟ ہاں ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ دو مکمل اعداد کا مجموعہ مکمل عدد ہی ہوتا ہے۔ لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد بلحاظ جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔  
کیا صحیح اعداد بلحاظ جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں؟ ذیل کے جدول کا بغور مشاہدہ کیجئے اور خالی جگہوں کو پر کیجئے

بیان	نتیجہ
$6 + 3 = 9$	مجموعہ ایک صحیح عدد ہے
$-10 + 2 =$	
$-3 + 0 =$	
$-6 + 6 =$	
$(-2) + (-3) = -5$	
$7 + (-6) =$	مجموعہ ایک صحیح عدد ہے

کیا دو صحیح اعداد کا مجموعہ ہمیشہ صحیح عدد ہوتا ہے؟  
کیا آپ ایسی مثال دے سکتے ہیں جس میں دو صحیح اعداد کا مجموعہ صحیح عدد نہ ہو۔ آپ اس طرح کے اعداد کے جوڑ کی مثال نہیں دے پائیں گے۔ اسلئے صحیح اعداد بلحاظ عمل جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔

عام طور پر کوئی دو صحیح اعداد  $a$  اور  $b$  کے لئے  $a+b$  بھی ایک صحیح عدد ہوگا۔

(ii) **تقلیبی خاصیت (Commutative Property):**

حسب ذیل جدول کا مطالعہ کیجئے اور خالی جگہوں کو پُر کیجئے

بیان-1	بیان-2	نتیجہ
$4 + 3 = 7$	$3 + 4 = 7$	$4 + 3 = 3 + 4 = 7$
$3 + 5 =$	$5 + 3 =$	
$3 + 0 =$	$0 + 3 =$	

اس طرح آپ جتنے ممکن ہو سکے اتنے مکمل اعداد کی جوڑیاں شامل کیجئے۔ کیا آپ کو اعداد کی کوئی بھی ایسی جوڑی ملتی ہے جس کا مجموعہ مختلف ہو جبکہ ان اعداد کی ترتیب کو بدل دیا جائے، آپ کو ایسی کوئی بھی جوڑی نہیں ملے گی، لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کی جمع تقلیبی ہے۔  
کیا صحیح اعداد کی جمع تقلیبی ہے؟ حسب ذیل جدول کا بغور مشاہدہ کیجئے اور خانہ پُر کیجئے۔

بیان-1	بیان-2	نتیجہ
$5 + (-6) = -1$	$(-6) + 5 = -1$	$5 + (-6) = (-6) + 5 = -1$
$-9 + 2 =$	$2 + (-9) =$	
$-4 + (-5) =$	$(-5) + (-4) =$	

کیا آپ کو ایسی کوئی صحیح اعداد کی جوڑی مل سکتی ہے جس کا مجموعہ مختلف ہو (جبکہ اعداد کو باہم بدل دیا جائے)؟ آپ کوئی ایسی مثال پیش نہیں کر سکتے۔ لہذا صحیح اعداد کے لئے عمل جمع تقلیبی ہے۔

اس لئے صحیح اعداد کی جمع تقلیبی خاصیت رکھتی ہے

عام طور پر کوئی دو صحیح اعداد  $a$  اور  $b$  کیلئے  $a + b = b + a$

(iii) **تلازمی خاصیت (Associative Property):**

ذیل کی مثالوں پر غور کیجئے۔

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (2 + 3) + 4 &= 2 + (3 + 4) \\ 5 + 4 &= 2 + 7 \\ 9 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ii)} \quad (-2 + 3) + 5 &= -2 + (3 + 5) \\
1 + 5 &= -2 + 8 \\
6 &= 6 \\
\text{(iii)} \quad (-2 + 3) + (-5) &= -2 + [3 + (-5)] \\
1 + (-5) &= -2 + (-2) \\
-4 &= -4 \\
\text{(iv)} \quad [(-2) + (-3)] + (-5) &= -2 + [(-3) + (-5)] \\
-5 + (-5) &= -2 + (-8) \\
-10 &= -10
\end{aligned}$$

کیا ہر صورت میں حاصل جمع مساوی ہے؟ اس لئے صحیح اعداد بلحاظ عمل جمع تلازمی خاصیت رکھتے ہیں

کوشش کیجئے

$$\begin{aligned}
\text{(i)} \quad (2 + 5) + 4 &= 2 + (5 + 4) \\
\text{(ii)} \quad (2 + 0) + 4 &= 2 + (0 + 4)
\end{aligned}$$



کیا تلازمی خاصیت مکمل اعداد پر صادق ہوتی ہے۔ مزید دو مثالیں لیجئے اور اپنا جواب لکھئے۔

صحیح اعداد بلحاظ عمل جمع تلازمی خاصیت رکھتے ہیں

اب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ کوئی تین اعداد  $a, b, c$  کیلئے  $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iv) جمعی اکائی (Additive Identity) :-

حسب ذیل کا بغور مطالعہ کیجئے

$$\begin{aligned}
-2 + 0 &= -2 \\
5 + 0 &= 5 \\
8 + 0 &= 8 \\
-10 + 0 &= -10
\end{aligned}$$

کیا صحیح اعداد میں ”صفر“ جمع کرنے پر آپ وہی صحیح عدد دوبارہ حاصل کریں گے؟ ہاں!

اس لئے صفر ”0“ صحیح اعداد کیلئے جمعی اکائی ہے

عام طور پر کسی صحیح عدد  $a$  کے لئے  $a + 0 = 0 + a = a$

## کوشش کیجئے

- I جمع کیجئے
- (i)  $2 + 0 =$
- (ii)  $0 + 3 =$
- (iii)  $5 + 0 =$
- (iv) اسی طرح صفر کو ممکنہ مکمل اعداد کے ساتھ جمع کیجئے  
کیا ”صفر“ مکمل اعداد کے لئے بلحاظ عمل جمع اکائی عنصر ہے؟



## (v) جمعی معکوس (Additive inverse) :-

3 میں کیا جمع کیا جائے کہ اس کا حاصل جمعی اکائی ”صفر“ ہو۔

$$3 + (-3) = 0 \quad \text{مشاہدہ کیجئے}$$

$$7 + (-7) = 0$$

$$(-10) + 10 = 0$$

جانچ کیجئے کہ کیا ہم کو اس طرح کے دوسرے صحیح اعداد کے لئے مشابہ جوڑ ملتے ہیں۔  
اوپر دیئے گئے ہر جوڑ کے لئے ایک صحیح عدد دوسرے صحیح عدد کا جمعی معکوس کہلاتا ہے

عام طور پر کسی بھی صحیح عدد  $a$  کے لئے  $-a$  بھی موجود ہوگا اس طرح سے کہ  $a + (-a) = 0$   
دونوں ہندسوں کو ایک دوسرے کا جمعی معکوس کہتے ہیں

## 1.2.2 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ ضرب Properties of Integers under multiplication :-

(i) بندشی خاصیت :- ذیل کا مشاہدہ کر کے جدول کو مکمل کیجئے

نتیجہ	بیان
حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہوگا	$9 \times 8 = 72$
	$10 \times 0 =$
	$-15 \times 2 =$
	$-15 \times 3 = -45$
	$-11 \times -8 =$
	$10 \times 10 =$
	$5 \times -3 =$

کیا یہ ممکن ہے کہ دو صحیح اعداد کے جوڑ کا حاصل ضرب صحیح عدد نہ ہو؟ نہیں!... آپ یہ کسی بھی صورت میں ممکن نہیں پائیں گے۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ عام کسور اور اعشاری کسور صحیح اعداد نہیں ہیں لہذا صحیح اعداد بلحاظ ضرب بندشی خاصیت رکھتے ہیں

عام طور پر اگر  $a$  اور  $b$  دو صحیح اعداد ہیں تب  $a \times b$  بھی ایک صحیح عدد ہوگا۔

کوشش کیجئے

1. حاصل ضرب معلوم کیجئے

(i)  $2 \times 3 =$  \_\_\_\_\_

(ii)  $5 \times 4 =$  \_\_\_\_\_

(iii)  $3 \times 6 =$  \_\_\_\_\_

اسی طرح آپ اپنی مرضی سے کوئی دو مکمل اعداد کو ضرب دے کر دیکھئے کیا دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے؟



## (ii) تقلیبی خاصیت :-

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کیلئے عمل ضرب تقلیبی خاصیت رکھتا ہے، کیا یہ صحیح اعداد کیلئے بھی تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔

بیان-1	بیان-2	نتیجہ
$5 \times (-2) = -10;$	$(-2) \times 5 = -10$	$5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$
$(-3) \times 6 =$	$6 \times (-3) =$	
$-20 \times 10 =$	$10 \times (-20) =$	

صحیح اعداد کا ضرب تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔

اگر  $a$  اور  $b$  دو صحیح اعداد ہیں تب  $a \times b = b \times a$

## (iii) تلازمی خاصیت :-

2، -3 اور -4 کو لے کر انکا حاصل ضرب ذیل کی طرح گروپ بناتے ہوئے لکھئے

$$[2 \times (-3)] \times (-4) \quad \text{اور} \quad 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

ہم دیکھیں گے کہ

$$[2 \times (-3)] \times (-4) \quad \text{اور} \quad 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

$$= (-6) \times (-4) \quad = 2 \times 12$$

$$= 24 \quad = 24$$

پہلے مرحلے میں 2، -3 کا گروپ بنایا گیا ہے اور دوسرے مرحلے میں -3، -4 کا گروپ بنایا گیا، دونوں صورتوں میں حاصل ضرب مساوی حاصل ہوا

$$[2 \times (-3)] \times [(-4)] = 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

کیا صحیح اعداد کی گروپ بندی حاصل ضرب پر اثر انداز ہوتی ہے؟ نہیں ایسا نہیں ہوتا....

تین صحیح اعداد کا حاصل ضرب گروپ بندی پر اثر انداز نہیں ہوتا، اسلئے صحیح اعداد کا حاصل ضرب تلازمی خاصیت رکھتا

ہے۔

کوئی بھی صحیح اعداد  $a, b, c$  کیلئے  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$



یہ کیجئے

1. کیا  $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$  یہ درست ہے؟
2. کیا  $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$  یہ درست ہے؟

کوشش کیجئے

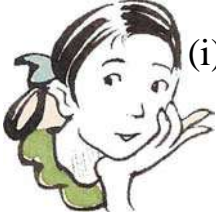
$$(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$$

کیا صحیح اعداد کیلئے تلازمی خاصیت درست ہے؟ دوسری اور مثالیں لے کر تصدیق کیجئے



(iv) تقسیمی خاصیت :-

ہم جانتے ہیں کہ  $9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$   
مکمل اعداد کے لئے عمل ضرب بلحاظ عمل جمع، تقسیمی خاصیت رکھتا ہے  
اب ہم دیکھیں گے کیا یہ صحیح اعداد کے لئے درست ہے۔



$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad -2 \times (1 + 3) &= [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3] \\ -2 \times 4 &= -2 + (-6) \\ -8 &= -8 \\ \text{(ii)} \quad -1 \times [3 + (-5)] &= [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)] \\ -1 \times (-2) &= -3 + (+5) \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

$$-3 \times (-4 + 2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$$

آپ غور کریں گے کہ ہر صورت میں دائیں جانب کا حاصل ضرب بائیں جانب کے حاصل ضرب کے

مساوی ہوگا۔

یعنی عمل ضرب مکمل اعداد کی جمع پر تقسیمی خاصیت رکھتا ہے۔

عام طور پر  $a, b, c$  صحیح اعداد کے لئے  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$



## (v) ضربی اکائی:-

صحیح اعداد کی ضربی اکائی ہے '1' صحیح اعداد کی ضربی اکائی ہے

$$\begin{aligned}2 \times 1 &= 2 \\ -5 \times 1 &= -5 \\ -3 \times 1 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ -8 \times 1 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 1 \times -5 &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

آپ جانتے ہیں کہ کسی صحیح عدد کو "1" سے ضرب دینے پر اس کی قدر میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی، لہذا 1 کو صحیح اعداد کے لئے ضربی اکائی کہتے ہیں۔

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

عام طور پر کسی صحیح عدد  $a$  کے لئے

## (vi) صفر سے ضرب:-

ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مکمل عدد کو جب بھی صفر سے ضرب دیا جاتا ہے تب جواب صفر ہی حاصل ہوتا ہے۔ صحیح اعداد کو صفر سے ضرب دینے پر کیا نتیجہ حاصل ہوگا، ذیل کا مطالعہ کیجئے۔

$$\begin{aligned}(-3) \times 0 &= 0 \\ 0 \times (-8) &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 9 \times 0 &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کسی بھی صحیح عدد کو صفر سے ضرب دینے پر حاصل ضرب صفر ہوگا۔

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

عام طور پر کسی صحیح عدد  $a$  کیلئے



## مشق - 5

1. جانچ کیجئے کہ آیا یہ صادق ہیں یا کاذب

(i)  $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ii)  $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) کسی صحیح عدد  $a$  کے لئے  $(-1) \times a$  کس کے مساوی ہوگا؟

(ii) وہ عدد معلوم کیجئے جس کو  $(-1)$  سے ضرب دینے پر 5 حاصل ہوتا ہو؟

3. موزوں خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے حاصل ضرب معلوم کیجئے؟

(i)  $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$  (ii)  $8 \times 53 \times (-125)$

(iii)  $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$  (iv)  $(-41) \times 102$

(v)  $625 \times (-35) + (-625) \times 65$  (vi)  $7 \times (50 - 2)$

(vii)  $(-17) \times (-29)$  (viii)  $(-57) \times (-19) + 57$

1.2.3 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ تفریق:-

(i) بندشی خاصیت بلحاظ تفریق:-

کیا کسی صحیح عدد سے صحیح عدد کو تفریق کرنے پر صحیح عدد حاصل ہوگا۔  
ذیل کو حل کیجئے

$9 - 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 - 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$-2 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$-2 - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

آپ نے کیا نتیجہ اخذ کیا؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں صحیح اعداد کی تفریق بندشی ہوتی ہے! ہاں

کوئی دو صحیح اعداد  $a, b$  کے لئے  $a - b$  بھی ایک صحیح عدد ہے

(ii) تقلیبی خاصیت بلحاظ تفریق:-

ایک مثال پر غور کیجئے جہاں 6 اور -4 صحیح اعداد ہیں

$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$

$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$  اور

$6 - (-4) \neq -4 - (6)$  لہذا

لہذا صحیح اعداد کے لئے عمل تفریق تقلیبی نہیں ہے



کوشش کیجئے

کم سے کم صحیح اعداد کی 5 جوڑیاں لیجئے اور دیکھئے کہ کیا ان کی تفریق تقلیبی ہوتی ہے

1.2.4 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ تقسیم:-

(i) بندشی خاصیت بلحاظ تقسیم:-

حسب ذیل جدول کا مطالعہ کیجئے اور اس کو مکمل کیجئے۔

بیان	نتیجہ	بیان	نتیجہ
$-8 \div -4 = 2$	نتیجہ ایک صحیح عدد	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	نتیجہ ایک صحیح عدد نہیں ہے	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

اس سے آپ کیا نتیجہ اخذ کریں گے؟ آپ اس نتیجہ پر پہنچیں گے کہ صحیح اعداد کی تقسیم بندشی نہیں ہوگی

کوشش کیجئے

صحیح اعداد کی کم از کم 5 جوڑیاں لیجئے اور جانچ کیجئے کہ کیا وہ بلحاظ تقسیم بندشی خاصیت رکھتے ہیں



(ii) تقلیبی خاصیت بلحاظ تقسیم:-

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کیلئے تقسیم کا عمل تقلیبی خاصیت نہیں رکھتا۔ اب ہم صحیح اعداد کیلئے بھی اسکی جانچ کریں گے

اوپر کے جدول کے مشاہدہ سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ  $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$

کیا  $3 \div (-9) = ?$  مساوی ہوگا؟

اور کیا  $(-30) \div 6 = ?$  مساوی ہوگا؟  $(-30) \div (-6) = ?$

تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تقسیم تقلیبی خاصیت نہیں رکھتی

کوشش کیجئے

صحیح اعداد کی کوئی 5 جوڑیاں لیجئے اور جانچ کیجئے کہ کیا صحیح اعداد کی تقسیم، تقلیبی ہوگی۔



(iii) صفر سے تقسیم:-

مکمل عدد کی طرح صحیح عدد کو صفر سے تقسیم کرنا بے معنی ہوتا ہے اور صفر کو کوئی بھی صحیح عدد سے (سوائے صفر کے) تقسیم کرنے پر صفر ہی حاصل ہوگا۔

کوئی صحیح عدد  $a$  کیلئے  $a \div 0$  کی قدر غیر معروف ہے لیکن  $0 \div a = 0$  جبکہ  $a \neq 0$

(iv) ایک سے تقسیم:-

مکمل عدد کو ایک سے تقسیم کرنے پر وہی مکمل عدد حاصل ہوگا، اب ہم دیکھیں گے کہ کیا یہ منہنی صحیح اعداد کے لئے بھی درست ہے۔

ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

$$(-25) \div 1 = \underline{\quad} \quad (-13) \div 1 = \underline{\quad} \quad (11) \div 1 = +11 \quad (-8) \div 1 = (-8)$$

یعنی مثبت صحیح عدد یا منہنی صحیح عدد دونوں صورتوں میں ایک سے تقسیم کرنے پر وہی صحیح عدد حاصل ہوگا۔ عدد 1 صحیح اعداد کی تقسیم کی اکائی ہے۔

عام طور پر کسی صحیح عدد  $a$  کے لئے  $a \div 1 = a$

جب ہم کسی صحیح عدد کو (-1) سے تقسیم کرتے ہیں تب کیا ہوگا۔ ذیل کے جدول کی تکمیل کیجئے۔

$$(-25) \div (-1) = \underline{\quad} \quad 13 \div (-1) = \underline{\quad} \quad 11 \div (-1) = -11 \quad (-8) \div (-1) = 8$$

ہم یہ کہہ سکتے ہیں جب کسی صحیح عدد کو منہنی ایک (-1) سے تقسیم کیا جائے تو وہی عدد حاصل نہیں ہوگا البتہ جمعی اکائی حاصل ہوگی۔

کوشش کیجئے

1. کسی صحیح عدد  $a$  کے لئے

(i)  $a \div 1 = 1?$

(ii)  $a \div (-1) = -a?$

$a$  کی مختلف قدریں لے کر جواب کی تصدیق کیجئے۔



(iii) تقسیم میں تلازمی خاصیت :-

کیا یہ درست ہے؟  $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]?$

$$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$$

$$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$$

اسلئے  $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

یعنی صحیح عدد کی تقسیم تلازمی خاصیت نہیں رکھتی

کوشش کیجئے

پانچ مزید مثالیں لیجئے اور بتلائیے کہ کیا صحیح اعداد کی تقسیم تلازمی خاصیت رکھتی ہے



## مشق 6

1. ذیل میں دی گئی خالی جگہوں کو پُر کیجئے

- (i)  $-25 \div \dots = 25$   
(ii)  $\dots \div 1 = -49$   
(iii)  $50 \div 0 = \dots$   
(iv)  $0 \div 1 = \dots$

### 1.3 منفی اعداد کے استعمال پر عملی سوالات :-

مثال 1:- ایک امتحان میں (+5) نشانات ہر صحیح جواب کے لئے مقرر کئے گئے ہیں جبکہ (-2) نشانات غلط جواب کے لئے رکھے گئے۔ (i) آسیہ نے تمام سوالات کے جواب دیتے ہوئے 30 نشانات حاصل کئے جہاں 10 جواب درست تھے۔ (ii) عاصمہ نے بھی تمام سوالات کے جواب دیئے اور انھیں (-12) نشانات حاصل ہوئے جس میں 4 سوالات درست پائے گئے۔ آسیہ اور عاصمہ نے کتنے غلط جواب دیئے؟

حل :- (i) ایک صحیح جواب کے لئے دیئے جانے والے نشانات = 5

دس صحیح جواب کے حاصل کردہ نشانات =  $5 \times 10 = 50$

آسیہ کے حاصل کردہ نشانات = 30

$$30 - 50 = -20 = \text{غلط جواب دینے پر کم ہونے والے نشانات}$$

$$-2 = \text{غلط جواب کے نشانات}$$

$$(-20) \div (-2) = 10 \text{ اس لئے غلط جواب کی تعداد}$$

$$5 \times 4 = 20 \text{ (ii) چار صحیح جواب کو دیئے گئے نشانات}$$

$$-12 = \text{عاصمہ کے نشانات}$$

$$-12 - 20 = -32 \text{ غلط جوابات کے نشانات}$$

$$(-2) = \text{غلط جواب کے لئے مقرر کردہ نشانات}$$

$$(-32) \div (-2) = 16 \text{ اسلئے غلط جواب کی تعداد}$$

مثال 2:- ایک دکاندار کو پیپ کی فروخت پر  $1/-$  نفع اور پیپ کی فروخت پر  $0.40$  (چالیس پیسے) نقصان ہوتا ہے۔

(i) ایک مخصوص ماہ میں انھیں  $5/-$  نقصان ہوتا ہے۔ اس وقفہ میں 45 پیپ فروخت کئے گئے تو بتاؤ کہ

کتنے پیپ اس وقفہ میں فروخت کیے گئے ہوں گے؟

(ii) دوسرے ماہ میں انھیں نفع ہوا نہ نقصان، اگر وہ 70 پیپ فروخت کرتے ہیں تو وہ کتنے پیپ فروخت کیے

ہوں گے۔

حل:- (الف) ایک پیپ کی فروخت پر نفع  $1/-$

$$45/- = 45 \text{ پیپ کے فروخت پر نفع}$$

$$5/- = \text{جملہ نقصان}$$

$$\text{نقصان کے لئے} = -5$$

$$\text{جملہ نقصان} = \text{حاصل نفع} + \text{نقصان}$$

$$\text{حاصل نفع} - \text{جملہ نقصان} = \text{اسلئے حاصل نقصان}$$

$$= -5 - (45) = (-50)$$

$$50/- \text{ یا } 5000 \text{ پیسے}$$

40 پیسے = ایک پیپ فروخت کرنے پر نقصان جسکو ہم 40 پیسے لکھیں گے

$$\text{فروخت شدہ پنسلوں کی تعداد} = (-5000) \div (-40) = 125$$

(ii) دوسرے ماہ میں نفع یا نقصان نہیں ہوا

$$\text{یا حاصل نفع} + \text{حاصل نقصان} = 0$$

$$\text{حاصل نقصان} = -\text{حاصل نفع}$$

$$70 \text{ پن کی فروخت پر ہونے والا نفع} = -70$$

$$\text{فروخت شدہ پنسلوں پر ہونے والا نقصان} = -70 \text{ یا } 70000 \text{ پیسے}$$

$$\text{فروخت کی گئی کل پنسلوں کی تعداد} = (-7000) \div (-40) = 175$$



## مشق 7

1. کسی جماعت کے امتحان میں 15 سوالات دیئے گئے ہیں، ہر صحیح جواب کے لئے 4 نشانات مقرر کیے گئے ہیں اور ہر غلط جواب کے لئے (-2) نشانات مقرر ہیں۔  
(i) نسرین نے تمام سوال حل کئے جسمیں 9 سوالات درست پائے گئے۔ اسکے مجموعی نشانات کیا ہوں گے؟  
(ii) انکی ہم جماعت پروین نے صرف 5 سوال حل کیے جو تمام درست پائے گئے، اس کے کل نشانات کیا ہوں گے؟
2. ایک سمنٹ کی کمپنی کو ہر سفید سمنٹ کے تھیلے پر -9/- نفع جبکہ سرمئی (Gray) سمنٹ کے تھیلے پر 5/- نقصان ہوتا ہے۔  
(i) کمپنی ایک ماہ میں 7000 سفید تھیلے اور 6000 سرمئی تھیلے فروخت کئے تو بتاؤ انکا نفع یا نقصان کیا ہوگا۔  
(ii) اگر 5400 سرمئی تھیلے فروخت کئے ہیں تو سفید سمنٹ کے کتنے تھیلے فروخت کرنے ہونگے کہ انھیں نفع اور نقصان نہ ہو۔
3. دوپہر 12 بجے درجہ حرارت صفر سے  $10^{\circ}\text{C}$  زیادہ ہے۔ اگر درجہ حرارت آدھی رات تک ہر گھنٹہ  $2^{\circ}\text{C}$  کی رفتار سے گھٹتا ہے تب کس وقت پر درجہ حرارت صفر سے  $8^{\circ}\text{C}$  کم ہوگا؟ آدھی رات پر درجہ حرارت کیا ہوگا؟
4. جماعت میں کسی امتحان کے لئے (+3) نشانات صحیح جواب کے لئے جبکہ (-2) نشانات غلط جواب کے لئے مقرر کئے گئے ہیں ساتھ ہی وہ سوالات جو حل نہیں کئے گئے ہیں ان کے لئے کوئی نشانات نہیں دیا جانا طے پایا ہے۔  
(i) انجم کو 20 نشانات حاصل ہوئے اگر وہ 12 صحیح جواب دے سکی تب اُس نے کتنے جواب غلط دیئے ہوں گے؟

- (ii) ثناء کو (-5) نشانات حاصل ہوئے جبکہ وہ 7 سوالات درست دیئے تو بتائیے کہ اس نے کتنے جواب غلط دیئے۔
5. ایک معدنی کان میں 6 میٹر فی منٹ کی شرح سے گہرائی میں کمی واقع ہوتی ہے۔ اگر یہ عمل سطح زمین سے 10 میٹر کی بلندی سے شروع ہوتا ہے تب کتنا وقت درکار ہوگا اگر وہ 350- میٹر گہرائی تک پہنچ جائے۔

ہم نے کیا سیکھا



1. طبعی اعداد  $N = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$
- مکمل اعداد  $W = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$
- صحیح اعداد  $Z = \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$
- اسی طرح  $I = 0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4, \dots$  (صحیح اعداد کے سٹ I سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے)
2. (i) جب کبھی آپ ایک مثبت صحیح عدد جمع کرتے ہیں تب عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔  
(ii) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد جمع کرتے ہیں تب عددی خط پر بائیں جانب بڑھیں گے۔
3. (i) جب کبھی آپ ایک مثبت صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب عددی خط پر بائیں جانب بڑھیں گے۔  
(ii) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔
4. (i) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے ضرب دیں گے یا مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے ضرب دیں گے تب حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔  
(ii) جب کبھی آپ دو منفی صحیح اعداد کو ضرب دیں گے تب مثبت صحیح عدد حاصل ہوگا۔  
(iii) دو منفی صحیح اعداد کے جفت کا حاصل ضرب مثبت ہوگا۔ جبکہ دو منفی صحیح اعداد کے طاق مرتبہ کا حاصل ضرب منفی ہوگا۔
5. (i) جب بھی کسی منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تب خارج قسمت منفی ہوگا۔ یا پھر مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تب بھی خارج قسمت منفی ہوگا۔  
(ii) جب بھی کسی منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کیا جائے تب خارج قسمت مثبت ہوگا۔  
(iii) اگر دو یکساں علامت کے صحیح اعداد کو تقسیم کیا جائے تب نتیجہ ہمیشہ مثبت ہوگا، اور اگر وہ مخالف علامت کے ہوں تو جواب منفی ہوگا۔
6. ذیل کی خصوصیات صحیح اعداد پر بلحاظ جمع اور تفریق ثابت ہوتی ہیں۔



(i) صحیح اعداد پر بندشی خاصیت بلحاظ جمع اور تفریق قابل عمل ہے۔ یعنی a اور b دو اعداد ہیں تب  $a + b$  اور  $a - b$  بھی صحیح عدد ہوگا جبکہ a اور b صحیح اعداد ہیں۔

(ii) صحیح اعداد کے لئے تقلیبی خاصیت بلحاظ جمع قابل عمل ہے۔ یعنی a اور b کے لئے  $a + b = b + a$  تمام صحیح اعداد a اور b کے لئے

(iii) صحیح اعداد کے لئے تلازمی خاصیت بلحاظ جمع قابل عمل ہے۔ یعنی 'a اور b اور c کے لئے  $a + (b + c) = (a + b) + c$  تمام صحیح اعداد کے لئے

(iv) صحیح اعداد کے لئے صفر بلحاظ جمع اکائی عنصر ہے۔ یعنی a کی صحیح عدد کے لئے  $a + 0 = 0 + a = a$  تمام صحیح اعداد کے لئے۔

7. صحیح اعداد بلحاظ ضرب چند خصوصیات رکھتے ہیں

(i) صحیح اعداد کے لئے بندشی خاصیت بلحاظ ضرب قابل عمل ہے۔ یعنی a اور b کے لئے  $a \times b$  بھی ایک صحیح عدد ہوگا، تمام a اور b صحیح اعداد کے لئے

(ii) صحیح اعداد کے لئے تقلیبی خاصیت بلحاظ ضرب قابل عمل ہے۔ یعنی a اور b کیلئے  $a \times b = b \times a$  کسی بھی صحیح عدد کے لئے

(iii) صحیح اعداد کے لئے 1 ایک اکائی عنصر ہے بلحاظ ضرب یعنی a کے لئے  $1 \times a = a \times 1 = a$  تمام صحیح اعداد کے لئے

(iv) صحیح اعداد کے لئے تلازمی خاصیت بلحاظ ضرب قابل عمل ہے۔ یعنی 'a اور b اور c کے لئے  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$  تمام a اور b اور c کی صحیح اعداد کے لئے

8. صحیح اعداد کے لئے تقسیمی خاصیت عمل جمع پر قابل عمل ہے۔ یعنی 'a اور b اور c کے لئے  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$  تمام صحیح اعداد کے لئے اس کو تقسیمی خاصیت کہتے ہیں

9. بندشی، تلازمی خاصیت اور تقسیمی خاصیت بلحاظ جمع ضرب ہمیں سوالات کے حل کرنے میں معاون ثابت ہوتے ہیں۔  
10. صحیح عدد a کے لئے ہمیں

(i)  $a \div 0$  کو بیان نہیں کیا جاسکتا یا بے معنی ہوتا ہے

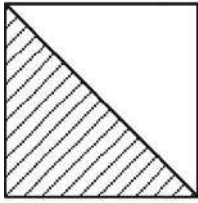
(ii)  $0 \div a = 0$  جبکہ a مساوی نہیں ہے 0 کے

(iii)  $a \div 1 = a$

2.0 تمہید:

روزمرہ زندگی میں ہم کئی ایک مثالیں دیکھتے ہیں جن میں کسور کا استعمال ہوتا ہے۔ مختصر اس کا احاطہ کرنے کی کوشش کریں گے۔ آپ واجب کسور اور غیر واجب کسور کو کس طرح پیش کرتے ہیں ان کی جمع اور تفریق کس طرح کی جاتی ہے سابقہ جماعت میں جان چکے ہیں۔ اب تک ہم کیا معلومات حاصل کئے ہیں اس کا اعادہ کریں گے اس کے بعد کسور اور اعشاری کسور کی ضرب اور تقسیم کس طرح کی جاتی ہے معلوم کریں گے۔ اس کا نچوڑ ہم اعداد کے بڑے سٹ کے ذریعہ متعارف کرتے ہیں جس کو ناطق اعداد کہا جاتا ہے۔

اشکال کو سایہ دار کر کے کسور میں ظاہر کیا گیا ہے۔ کیا یہ اظہار درست ہے۔



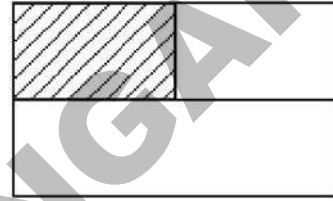
شکل 1  
 $\frac{1}{2}$

ہاں/نہیں



شکل 2  
 $\frac{1}{2}$

ہاں/نہیں



شکل 3  
 $\frac{1}{3}$

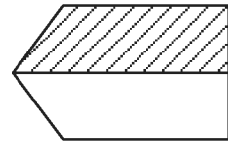
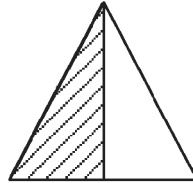
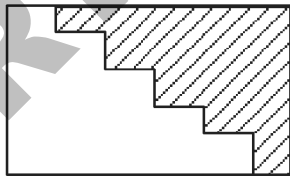
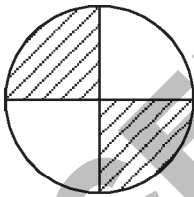
ہاں/نہیں

وجہ.....

وجہ.....

وجہ.....

تقابل کے دوران آپ اس بات کا خیال رکھیں کہ تصویر کے جو حصے تقسیم کئے گئے ہیں وہ برابر ہیں یا نہیں مزید 5 مثالیں لیجئے اور اپنے دوستوں کو اس کا مقابل کرنے کے لیے کہیے۔ ذیل کی تصاویر  $\frac{1}{2}$  کو ظاہر کرتی ہے جو عائشہ نے بنائے ہیں۔



کیا آپ سمجھتے ہیں کہ سایہ دار حصہ صحیح طور پر  $\frac{1}{2}$  نمایاں کیا گیا ہے۔ تو بتاؤ کہ غیر سایہ دار حصہ کی کسریا ہوگی۔

کوشش کیجیے۔

کو مختلف طریقوں میں ظاہر کیجیے۔ مختلف اشکال کا استعمال کیجیے۔ اپنے جواب کا جواز رکھئے اور اپنے دوست کو تصدیق کرنے کے لیے کہئے۔



## واجب اور غیر واجب کسر: ( Proper and Improper Fractrions )

آپ واجب اور غیر واجب کسر کے بارے میں معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ واجب کسر وہ کسر ہے جو ایک مکمل حصہ کے کچھ حصہ کی نمائندگی کرتی ہے۔ واجب کسر کی 5 مثالیں دیجئے۔

کیا  $\frac{3}{2}$  ایک واجب کسر ہے؟ آپ کس طرح بتلائیں گے کہ یہ واجب کسر ہے یا نہیں؟

غیر واجب کسر کی خصوصیات کیا ہیں؟ اس کی ایک خصوصیت یہ ہے کہ اس میں شمار کنندہ نسب نما سے زیادہ یا برابر ہوتا ہے اسکے علاوہ ان کسر کے بارے ہم کیا جانتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ تمام غیر واجب کسر کو مرکب کسر میں لکھا جاسکتا ہے۔ غیر واجب کسر  $\frac{3}{2}$  کو  $1\frac{1}{2}$  بھی لکھا جاتا ہے۔ جو کہ ایک مرکب کسر ہے۔ اس میں ایک صحیح عدد اور ایک کسری حصہ ہے۔ اس میں کسری حصہ واجب کسر ہونا چاہیے۔

یہ کیجئے

1۔ واجب کسر، غیر واجب کسر اور مرکب کسر کی پانچ مثالیں دیجئے

کوشش کیجئے:

$2\frac{1}{4}$  کا تصویری اظہار کیجئے۔ اس کے لیے کتنی اکائیاں درکار ہیں۔

کسور کا تقابل:-

کیا آپ کو معلوم ہے کہ یکساں کسور کا تقابل کس طرح کیا جاتا ہے۔

مثال:- کسور  $\frac{1}{5}$  اور  $\frac{3}{5}$  میں یہاں پر  $\frac{3}{5}$  بڑی کسر ہے  $\frac{1}{5}$  سے کیوں؟

کیا آپ اس کا اعادہ کر پائیں گے، دو غیر یکساں کسور کا کس طرح تقابل کیا جاتا ہے۔

مثال:  $\frac{3}{4}$  اور  $\frac{5}{7}$ ؟

پہلے ہم ان کسور کو یکساں کسور میں تبدیل کریں گے پھر ان کا تقابل کریں گے؟

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28} \quad \text{اور} \quad \frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{21}{28} \quad \text{اور} \quad \frac{5}{7} = \frac{20}{28} \quad \text{چونکہ}$$

$$\frac{5}{7} < \frac{3}{4} \quad \text{لہذا}$$

## یہ کیجیے



1- ذیل کے کسور کے پانچ مساوی کسور لکھئے۔  
(i)  $\frac{3}{5}$  (ii)  $\frac{4}{7}$

2-  $\frac{3}{5}$  اور  $\frac{5}{8}$  میں کونسی کسر بڑی ہے؟

3- کیا درج ذیل جوڑیاں مختصر شکل میں لکھنے پر مساوی ہوں گی۔

(i)  $\frac{375}{1000}$  اور  $\frac{3}{8}$

(ii)  $\frac{23}{69}$  اور  $\frac{18}{54}$

(iii)  $\frac{600}{1000}$  اور  $\frac{6}{10}$

(iv)  $\frac{25}{45}$  اور  $\frac{17}{27}$

آپ نے چھٹی جماعت میں کسور کی جمع اور تفریق سے متعلق آگہی حاصل کر لی ہے۔

اب ہم چند سوالات حل کریں گے۔

مثال 1:- رضیہ اپنے ہوم ورک کا  $\frac{3}{7}$  حصہ مکمل کرتی ہے جبکہ ریکھا  $\frac{4}{9}$  حصہ مکمل کرتی ہے کس نے ہوم ورک کا کم حصہ مکمل کیا بتلائیے؟

حل:- یہ معلوم کرنے کیلئے ہمیں ان کسور کو یکساں کسور میں تبدیل کرنا ہوگا۔  
 $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$ ،  $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$

یکساں کسور میں تبدیل کرنے پر ہمیں  $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$  حاصل ہوتا ہے۔ لہذا  $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$  اسی طرح  $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$  ہوگا

رضیہ نے ریکھا کے مقابل میں ہوم ورک کم کیا ہے۔

مثال 2:- مہینہ کے پہلے پندرہ دنوں میں شکر کے خاندان نے  $3\frac{1}{2}$  کلو شکر کا استعمال کیا۔ اور باقی 15 دنوں میں  $3\frac{3}{4}$  حصہ شکر استعمال کیا ہے

اس مہینہ میں انہوں نے جملہ کتنی شکر کا استعمال کیا؟ معلوم کیجیے۔

حل: اس مہینہ میں استعمال کی گئی شکر کا جملہ وزن

$$= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}\right) \text{ کلوگرام}$$

$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4}\right) \text{ کلوگرام} = \left(\frac{2 \times 7}{2 \times 2} + \frac{15}{4}\right) \text{ کلوگرام} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4}\right) \text{ کلوگرام}$$

$$= \frac{29}{4} \text{ کلوگرام} = 7\frac{1}{4} \text{ کلوگرام}$$

مثال 3:- احمد کی یوم پیدائش کی تقریب میں جملہ کیک کا  $\frac{5}{7}$  حصہ تقسیم کیا گیا۔ تو بتلائیے کہ کیک کا کتنا حصہ باقی تھا؟

حل:- جملہ کیک 1 یا  $\frac{1}{1}$  ہے

$$= \frac{5}{7} \text{ کیک کا تقسیم کیا ہوا حصہ}$$

$$\text{ایک کا باقی حصہ} = 1 - \frac{5}{7}$$

$$\frac{7 \times 1}{7 \times 1} - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

لہذا  $\frac{2}{7}$  حصہ ایک کا باقی رہا۔



## مشق 1

1- حسب ذیل کو حل کیجیے۔

(i)  $2 + \frac{3}{4}$  (ii)  $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$  (iii)  $1 - \frac{4}{7}$

(iv)  $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$  (v)  $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$  (vi)  $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2- حسب ذیل کو بڑھتی ہوئی (صعودی) ترتیب میں لکھئے۔

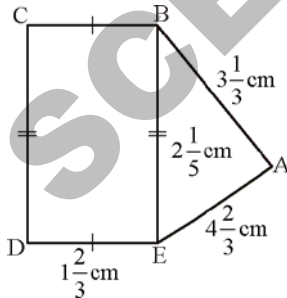
(i)  $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$  (ii)  $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

3- حسب ذیل مربع میں ہر صف، کالم اور تری خانوں کے اعداد کے مجموعہ کی جانچ کیجیے اور بتلائیے کہ کیا یہ مساوی ہیں۔

$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4- ایک مستطیل نما کاغذ لیجیے جو  $5\frac{2}{3}$  سمر لمبا اور  $3\frac{1}{5}$  سمر چوڑا ہو۔ اس کا احاطہ معلوم کیجیے۔

5- رادھا کو پکوان کے لیے  $3\frac{1}{4}$  پیالی آٹا درکار ہے اگر اس کے پاس  $1\frac{3}{8}$  پیالی آٹا موجود ہے تو بتلائیے کہ پکوان کے لئے مزید کتنے پیالی آٹا درکار ہوگا؟



6- عبداللہ امتحان کی تیاری کر رہا ہے۔ اگر وہ نصاب کے  $\frac{5}{12}$  حصہ کی تیاری مکمل کر لیا ہو تو مزید کتنا نصاب باقی ہوگا معلوم کیجیے؟

7- احاطہ معلوم کیجیے۔

(i)  $\Delta ABE$  کا احاطہ معلوم کیجیے؟

(ii) شکل میں دیئے گئے مستطیل BCDE کا احاطہ معلوم کیجیے۔

کس شکل کا احاطہ زیادہ ہے؟ اور وہ کتنا ہے؟

## 2.1 کسور کی ضرب

### 2.1.1 کسور کی مکمل عدد سے ضرب (Multiplication of Fraction by a Whole Number)

جب ہم مکمل اعداد کو ضرب دیتے ہیں تو ہم متواتر ایک عدد کو جمع کرتے ہیں۔

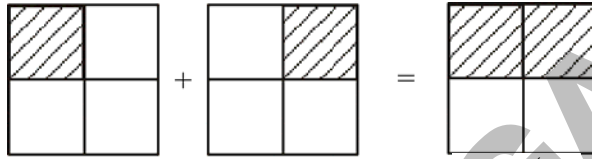
مثال کے طور پر  $5 \times 4$  سے مراد 5 کے گروپ کو 4 دفعہ جمع کرنا ہے یا 5 کا 4 گنا ہے۔

لہذا جب ہم  $2 \times \frac{1}{4}$  کہتے ہیں تو اس کا مطلب  $\frac{1}{4}$  کو دو گنا کرنا ہے۔ یا 2 مرتبہ  $\frac{1}{4}$  ہے۔

تو آئیے اب ہم اس کو اشکال کی مدد سے ظاہر کریں گے۔ شکل (1) کا مشاہدہ کیجیے۔

ہر سایہ دار حصہ مربع کا  $\frac{1}{4}$  حصہ ہے۔ سایہ کئے ہوئے حصہ کو ہم باہم ملاتے ہوئے اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$



شکل-1

شکل-2

آئیے اب ہم  $3 \times \frac{1}{2}$  معلوم کریں۔ اس کا مطلب  $\frac{1}{2}$  کا تین گنا۔ یا تین نصف حصے

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(i)  $4 \times \frac{2}{7}$

(ii)  $4 \times \frac{3}{5}$

(iii)  $7 \times \frac{1}{3}$

معلوم کیجیے۔

یہ کیجیے۔



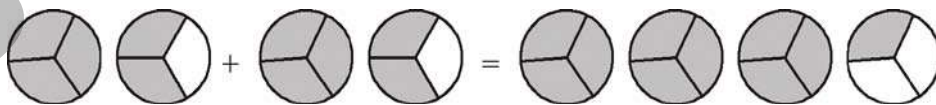
اب تک ہم نے جن کسور کا مشاہدہ کیا،  $\frac{2}{7}$ ،  $\frac{2}{3}$ ،  $\frac{1}{2}$  اور  $\frac{3}{5}$  واجب کسور ہیں۔

آئیے اب ہم چند غیر واجب کسور یعنی  $\frac{5}{3}$  جیسی کسور سے متعلق جانیں گے۔ اور انہیں کس طرح ضرب دیا جاتا ہے دیکھیں گے۔

$$2 \times \frac{5}{3}$$

$$2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

تصاویر کے ذریعہ



$$\frac{5}{3}$$

$$+$$

$$\frac{5}{3}$$

$$=$$

$$\frac{10}{3}$$

$$=$$

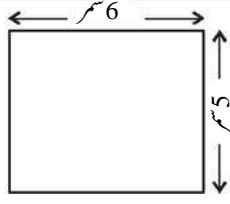
$$3\frac{1}{3}$$

مرکب سمر

یہ کیجیے

1- معلوم کیجیے۔

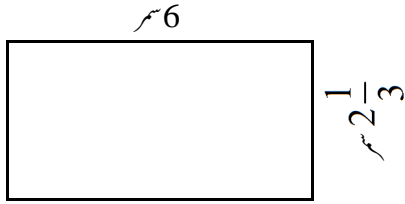
(i)  $5 \times \frac{3}{2}$  (ii)  $4 \times \frac{7}{5}$  (iii)  $7 \times \frac{8}{3}$



ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کا رقبہ اس کے طول اور عرض کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ اگر مستطیل کا

طول اور عرض بالترتیب 6 سمر اور 5 سمر ہے۔ تب اس کا رقبہ کیا ہوگا؟ یقیناً اس کا رقبہ 30 مربع سمر =  $6 \times 5$  ہوگا۔ اگر مستطیل کا طول اور عرض بالترتیب 6 سمر اور  $2\frac{1}{3}$  سمر ہو تب اس کا رقبہ کیا ہوگا؟

مستطیل کا رقبہ اس کے طول اور عرض کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ مرکب کسر سے مکمل عدد کو ضرب دینے سے پہلے ہم مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کریں گے پھر اس کو ضرب دیں گے۔



اس طرح  $6 \times 2\frac{1}{3} = \text{مستطیل کا رقبہ} = \text{طول} \times \text{عرض}$   
 $= 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3} = 14$  مربع سمر

آپ جان چکے ہوں گے کہ جب واجب یا غیر واجب کسر کو مکمل عدد سے ضرب دیا جاتا ہے۔ تو مکمل عدد سے کسر کے شمار کنندے کو ضرب دیا جاتا ہے اور اسی نسبت نما کے ساتھ لکھا جاتا ہے۔

یہ کیجیے۔

1- حسب ذیل کو حل کیجیے۔



(i)  $3 \times 2\frac{2}{7}$  (ii)  $5 \times 2\frac{1}{3}$  (iii)  $8 \times 4\frac{1}{7}$  (iv)  $4 \times 1\frac{2}{9}$  (v)  $5 \times 1\frac{1}{3}$



2-  $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$  کو تصاویر کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

فرض کیجیے کہ  $\frac{1}{2} \times 5$  ہے۔ آپ اس کو کس طرح سمجھتے ہیں؟

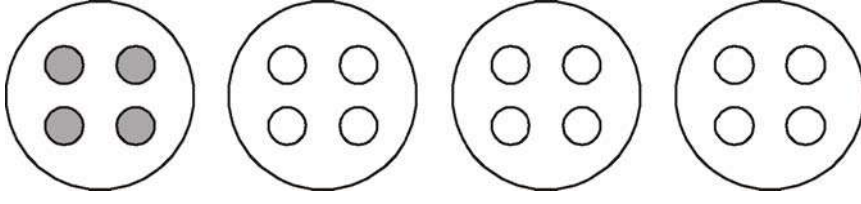
5 کا نصف،  $\frac{1}{2} \times 5$  ہوتا ہے۔ جو  $\frac{5}{2}$  یا  $2\frac{1}{2}$  کے مساوی ہے۔

لہذا  $5 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$  کا  $\frac{1}{2}$

اس طرح  $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = 3$  کا  $\frac{1}{2}$  ہوتا ہے۔ یہاں پر ”کا“ سے مراد ضرب کا اظہار ہے۔

16 کا  $\frac{1}{4}$  سے کیا مراد ہے۔ اس سے مراد 16 کے 4 مساوی حصے کر کے ایک حصہ لینا ہے۔ اگر 16 کے چار مساوی حصے

کئے جائیں تب ہر حصہ 4 ہوگا اس طرح 16 کا  $\frac{1}{4}$  سے مراد 4 ہے۔  
اس کو چھوٹے ٹکڑے کے استعمال سے بھی سمجھایا جاسکتا ہے۔



$$\frac{1}{4} \text{ کا } 16 = \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$$

$$\frac{1}{2} \text{ کا } 16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$$

اسی طرح

مثال 4:- نازیہ کے پاس 20 کانچ کی گولیاں ہیں۔ جبکہ ریشماں کے پاس نازیہ کی گولیوں کا  $\frac{1}{5}$  واں حصہ ہے بتلائے کہ ریشماں کے پاس کتنی گولیاں ہیں؟

حل: ریشماں کے پاس  $20 \times \frac{1}{5} = 4$  یعنی 4 گولیاں ہیں۔

مثال 5:- چار افراد پر مشتمل خاندان نے ناشتہ میں 15 روٹیاں استعمال کیں۔ اس کا  $\frac{1}{5}$  حصہ ماں نے کھایا۔ بچوں نے ملکر  $\frac{3}{5}$  حصہ کھایا اور باقی حصہ والد نے کھایا۔

(i) ماں نے کتنی روٹیاں کھائیں؟

(ii) بچوں نے کتنی روٹیاں کھائیں؟

(iii) والد نے جملہ روٹیوں کا کتنا حصہ کھایا؟

حل: جملہ کھائی ہوئی روٹیاں = 15 =

(i) 3 روٹیاں =  $3 = \frac{1}{5} \times 15$  ماں کی کھائی گئی روٹیاں

(ii) 9 روٹیاں =  $9 = \frac{3}{5} \times 15$  بچوں نے روٹیوں کا  $\frac{3}{5}$  حصہ کھایا

(iii) 3 روٹیاں =  $3 = 15 - 3 - 9$  باقی روٹیاں جو کہ والد نے کھائیں

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} \text{ یعنی والد کا کھایا گیا حصہ}$$





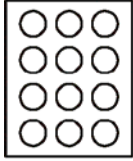
## مشق 2

1- حسب ذیل کو ضرب دیجیے اور مرکب کسر میں جواب لکھئے۔

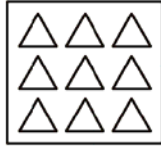
(i)  $\frac{3}{6} \times 10$  (ii)  $\frac{1}{3} \times 4$  (iii)  $\frac{6}{7} \times 2$  (iv)  $\frac{2}{9} \times 5$  (v)  $15 \times \frac{2}{5}$

2- سایہ دار کیجیے۔

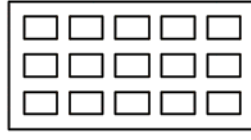
(i) شکل (a) کے دائروں کا  $\frac{1}{2}$  حصہ  
(ii) شکل (b) کے مثلثوں کا  $\frac{2}{3}$  حصہ  
(iii) شکل (c) کے مستطیلوں کا  $\frac{3}{5}$  حصہ  
(iv) شکل (d) کے دائروں کا  $\frac{3}{4}$  حصہ



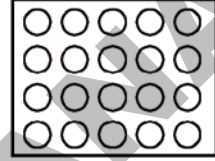
(a)



(b)



(c)



(d)

3- معلوم کیجیے (i) 12 کا  $\frac{1}{3}$  (ii) 15 کا  $\frac{2}{5}$

2.1.2 کسر سے کسر کو ضرب دینا:-

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$  کا کیا مطلب ہے؟ اوپر کی مثالوں کے مطابق اس کا مطلب  $\frac{1}{4}$  کا  $\frac{1}{2}$  ہے۔

مثلاً:



سایہ دار حصہ کا  $\frac{1}{2}$  حصہ کس طرح حاصل ہوگا؟ سایہ دار  $\frac{1}{4}$  حصہ کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہوگا جیسا کہ



شکل (1) میں دکھلایا گیا اس کا ہر حصہ  $\frac{1}{4}$  کا آدھا ( $\frac{1}{2}$ ) ہوگا۔ شکل (1)

فرض کیجیے کہ اس حصہ کو ہم نے A کا نام دیا۔ تب A اس دائرہ کا کونسا حصہ ہوگا؟ اگر ہم اسی طرح ہر ایک چوتھائی کے دو مساوی حصے کریں تو



ہمیں 8 مساوی حصے ہوں گے لہذا A ان کا ایک حصہ ہوگا۔

یعنی A  $\frac{1}{8}$  واں حصہ ہوگا۔

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

یعنی  $\frac{1}{2}$  کا  $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$  کی قدر دریافت کیجیے۔

$$\frac{1}{3} \text{ کا } \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \text{ یعنی } \frac{1}{3} \text{ کا } \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} \text{ کا } \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ یعنی } \frac{1}{2} \text{ کا } \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

یعنی ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

یہ کیجیے:

حسب ذیل خانوں کو پُر کیجیے۔

1. (i)  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \square$

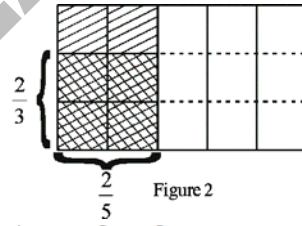
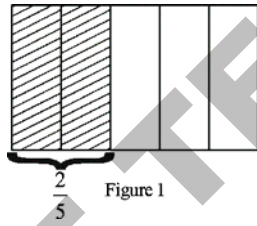
(ii)  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \square = \square$



2- شکلوں کی مدد سے  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$  معلوم کیجیے، جانچ کیجیے کہ کیا  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$

3- معلوم کیجیے  $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$  شکل بنائیے اور محسوس کیجیے۔

ایک اور مثال لیجیے۔  $\frac{2}{3}$  کا  $\frac{2}{5}$ ، شکل (i) میں دکھایا گیا اور شکل (ii) میں  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$  دکھایا گیا۔



شکل (ii) کا جالی دار حصہ  $\frac{2}{5}$  کا  $\frac{2}{3}$  یعنی  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$  کی نمائندگی کرتا ہے۔

$\frac{2}{3}$  کا  $\frac{2}{5}$  معلوم کرنے کے لیے ہمیں  $\frac{2}{5}$  کے تین مساوی حصے کر کے ان میں سے 2 حصے لینے ہوں گے۔

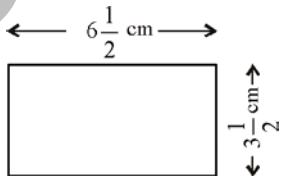
جملہ 15 حصوں سے 4 حصوں کو لینا ہوگا۔ لہذا  $\frac{2}{3}$  کا  $\frac{2}{5}$  کی قدر  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

ان کے شمار کنندوں کا حاصل ضرب

ان کے نسب نما کا حاصل ضرب

= ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دو کسور کی ضرب

مستطیل کا رقبہ کیا ہوگا جبکہ اس کا طول اور عرض علی الترتیب  $6\frac{1}{2}$  سم اور  $3\frac{1}{2}$  سم ہو۔



$$\text{مربع سمر} = \frac{91}{4} = 22 \frac{3}{4} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2} = 6 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{2} = \text{رقبہ}$$

مثال 6:- رضوان نے ایک گھنٹہ میں ایک ناول کا  $\frac{1}{4}$  حصہ پڑھا بتلایئے کہ وہ  $2 \frac{1}{2}$  گھنٹے میں ناول کا کتنا حصہ پڑھے گا؟

$$\text{حل:} \quad \text{رضوان کا ایک گھنٹہ میں پڑھا ہوا حصہ} = \frac{1}{4}$$

$$2 \frac{1}{2} \text{ گھنٹے میں پڑھا جانے والا حصہ} = 2 \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

رضوان  $2 \frac{1}{2}$  گھنٹے میں ناول کا  $\frac{5}{8}$  حصہ پڑھے گا۔

مثال 7:- اگر ایک سوئمنگ پول کا  $\frac{3}{10}$  حصہ آدھا گھنٹہ میں بھرتا ہے تب  $1 \frac{1}{2}$  گھنٹے میں سوئمنگ پول کا کتنا حصہ بھرے گا؟

$$\text{حل:} \quad \text{آدھے گھنٹے میں سوئمنگ پول کا بھرا ہوا حصہ} = \frac{3}{10}$$

سوئمنگ پول کا  $1 \frac{1}{2}$  گھنٹے میں بھرا ہوا حصہ نصف گھنٹے میں 3 گنا بھرنے کے مساوی ہوگا۔

$$= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \text{ یعنی}$$

یعنی  $1 \frac{1}{2}$  گھنٹے میں سوئمنگ پول کا  $\frac{9}{10}$  حصہ بھرے گا۔



### کوشش کیجیے:

آپ دیکھ چکے ہیں کہ 1 سے بڑے کوئی دو طبعی اعداد کا حاصل ضرب ان دو طبعی اعداد سے بڑا ہوتا ہے۔

مثلاً  $12 > 4 \times 3$  اور  $12 > 3 \times 4$ ، اسی طرح دو کسروں کو ضرب دینے پر حاصل ضرب کی قدر کیا ہوگی؟

جدول میں حسب ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے اور نتائج کا مشاہدہ کیجیے۔

مثال $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}$ , $\frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	حاصل ضرب ہر ایک کسر سے چھوٹا ہے
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = \text{-----}$		
$\frac{3}{5} \times \frac{\square}{2} = \frac{21}{10}$		
$\frac{5}{\square} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{6}$		



### مشق 3

1- حسب ذیل کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i)  $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$  (ii)  $6 \times \frac{1}{5}$  (iii)  $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$

2- ضرب دیجیے اور اقل ترین شکل میں لکھیے۔

(i)  $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$  (ii)  $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$  (iii)  $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$  (iv)  $\frac{9}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{2}$

3- حسب ذیل میں کونسا بڑا ہے۔

(i)  $\frac{2}{5}$  کا  $\frac{4}{7}$  یا  $\frac{3}{4}$  کا  $\frac{1}{2}$  (ii)  $\frac{2}{3}$  کا  $\frac{3}{7}$  یا  $\frac{1}{2}$  کا  $\frac{4}{7}$

4- ریحانہ روزانہ  $2\frac{1}{2}$  گھنٹے کشیدہ کاری کرتی ہے۔ اگر وہ اپنا کام 7 دنوں میں مکمل کرتی ہے۔ تب بتائیے کہ اپنے کام کی تکمیل کے لیے اُسے کتنے گھنٹے درکار ہونگے۔

5- ایک لاری کو 8 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے 1 لیٹر ڈیزل درکار ہے۔  $10\frac{2}{3}$  لیٹر ڈیزل میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

6- راجہ فی سنڈ  $1\frac{1}{2}$  میٹر فاصلہ پیدل طے کرتا ہے تب وہ 15 منٹ میں کتنا فاصلہ طے کرے گا۔

7- حسب ذیل بیانات کو صادق بنانے کے لیے خانہ میں موزوں عدد لکھئے۔

(i)  $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$  (ii)  $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

### 2.2 کسور کی تقسیم:

1- فرض کیجیے کہ آپ کے پاس 15 میٹر کپڑا ہے آپ اس میں سے  $1\frac{1}{2}$  میٹر کے ٹکڑے کاٹنا چاہیں تو کتنے ٹکڑے حاصل ہونگے؟ یہاں ہمیں 15 میٹر سے  $1\frac{1}{2}$  میٹر کو تفریق کرنا ہوگا۔ اور ہمیں اُس وقت تک تفریق کرنا ہوگا کہ کپڑا پورا ختم ہو جائے۔

2- مزید مثال کا مشاہدہ کیجیے۔  $\frac{21}{2}$  سمر طول والے کاغذ کو  $\frac{3}{2}$  سمر والے ٹکڑوں میں کاٹنے پر ہمیں کتنے ٹکڑے حاصل ہونگے؟ ہمیں ہر مرتبہ  $\frac{3}{2}$  سمر والے ٹکڑے کاٹنا ہوگا یا  $\frac{21}{2}$  کو  $\frac{3}{2}$  سے تقسیم کرنا ہوگا یعنی  $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$  آئیے ہم مکمل اعداد کی تقسیم کا اعادہ کریں گے۔

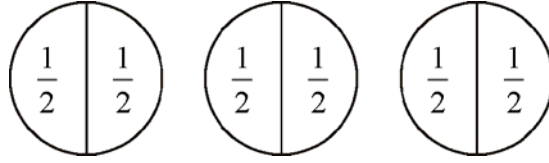
3-  $15 \div 3$  میں ہمیں یہہ معلوم کرنا ہوگا کہ 15 میں کتنے 3 موجود ہیں۔ اس کا جواب 5 ہے۔ اسی طرح 18 میں کتنے 2 موجود ہونگے۔ ہمیں 18 کو 2 سے تقسیم کرنا ہوگا یا  $18 \div 2$  اس کا جواب 9 ہے۔ اب ہم اسی عمل کو کسور کی مکمل اعداد سے تقسیم اور کسور سے کسور کی تقسیم میں مشاہدہ کریں گے۔

### 2.2.1 مکمل اعداد کی کسور سے تقسیم:

آئیے ہم  $3 \div \frac{1}{2}$  معلوم کریں گے۔

کرن یہہ معلوم کرنا چاہتا ہیکہ 3 میں کتنے  $\frac{1}{2}$  (نصف) موجود ہونگے 3 میں  $\frac{1}{2}$  نصف کو معلوم کرنے کے لیے حسب ذیل شکل

کھینچے۔



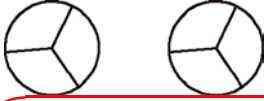
اوپر دی گئی شکل مکمل 3 کے، 6 نصف حصوں کو ظاہر کرتی ہے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $3 \div \frac{1}{2} = 6$

$2 \div \frac{1}{3}$  پر غور کیجیے۔

اس کے معنی یہ ہیں کہ مکمل 2 میں کتنے ایک تہائی ( $\frac{1}{3}$ ) ہوتے ہیں۔ آپ اس کو کس طرح معلوم کریں گے۔

بازودی گئی شکل میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مکمل 2 میں 6 ایک تہائی حصے ہوتے ہیں۔



(i)  $2 \div \frac{1}{4}$

(ii)  $7 \div \frac{1}{2}$

(iii)  $3 \div \frac{1}{5}$

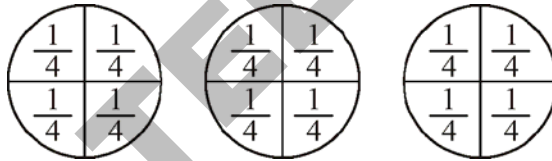
یہ کیجیے:

معلوم کیجیے۔



### 2.2.1(a) کسر کا مقلوب

اب  $3 \div \frac{1}{4}$  پر غور کیجیے۔ اس کا مطلب یہ ہیکہ جب مکمل 3 کو  $\frac{1}{4}$  مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تب جملہ  $\frac{1}{4}$  حصہ حاصل ہوتے ہیں۔



$\frac{1}{4}$  حصوں کی تعداد 12 ہے یا  $3 \div \frac{1}{4} = 12$

ہم اس کو اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں،  $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$  کی طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$2 \div \frac{1}{3}$  حل کیجیے۔

ہم نے پہلے ہی حاصل کیا ہے کہ  $2 \div \frac{1}{3} = 6$

درج بالا مثال میں  $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

اسی طرح  $4 \div \frac{1}{4} = 16$  اور  $4 \times \frac{4}{1} = 16$

عدد  $\frac{1}{3}$  کو الٹا کرنے پر (شمار کنندہ کی جگہ نسب نما اور نسب نما کی جگہ شمار کنندہ لکھنے پر)  $\frac{3}{1}$  حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح  $\frac{1}{4}$  کو الٹا کرنے پر  $\frac{4}{1}$  حاصل ہوگا۔

ذیل کے حاصل ضرب کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i)  $7 \times \frac{1}{7} = 1$       (ii)  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$       (iii)  $\frac{1}{9} \times 9 = \dots\dots\dots$

(iv)  $\frac{2}{7} \times \dots\dots\dots = 1$       (v)  $\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$       (vi)  $\dots\dots\dots \times \frac{5}{9} = 1$

اس طرح کے مزید 5 جوڑ کو ضرب دیتیے۔

کسی بھی دو اعداد کا حاصل ضرب، اگر 1 حاصل ہو تب یہ کہا جاتا ہے کہ پہلا عدد دوسرے عدد کا مقلوب ہے۔ اس طرح  $\frac{4}{7}$  کا مقلوب  $\frac{7}{4}$  اور  $\frac{7}{4}$  کا مقلوب  $\frac{4}{7}$  ہوگا۔

کسر  $\frac{5}{9}$  اور  $\frac{2}{5}$  کے مقلوب لکھئے۔



کوشش کیجیے:

1- کیا واجب کسر کا مقلوب بھی واجب کسر ہی ہوتا ہے؟

2- کیا غیر واجب کسر کا مقلوب، غیر واجب کسر ہوتا ہے؟

صہیب نے مقلوب کے طریقے کو مرکب کسر کے لیے استعمال کیا اور کہا کہ  $1\frac{1}{2}$  کا مقلوب  $1\frac{2}{1}$  ہوگا۔ کیا وہ صحیح ہے؟ جانچ کیجیے۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $\frac{1}{2}$  کا مقلوب  $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$

$\frac{1}{4}$  کا مقلوب  $3 \times \frac{4}{1} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$

$3 \div \frac{1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

اس طرح  $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times \dots\dots\dots = 5 \times \dots\dots\dots$

لہذا عدد کو کسر سے تقسیم کرنا مساوی ہوتا ہے اُس عدد کو کسر کی مقلوب سے ضرب دینے کے۔

یہ کیجیے:

(i)  $9 \div \frac{2}{5}$       (ii)  $3 \div \frac{4}{7}$       (iii)  $2 \div \frac{8}{9}$

مختصر کیجیے۔



اگر کسی مکمل عدد کو مرکب کسر سے تقسیم کرنا ہو تو پہلے مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کر کے سوال حل کرنا چاہیے۔

$$\text{مثال: } 4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$$

$$\text{مختصر کیجیے؟ } 11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$$

یہ کیجیے:

مختصر کیجیے۔

$$(i) 7 \div 5\frac{1}{3} \quad (ii) 5 \div 2\frac{4}{7}$$



### 2.2.2 کسر کو مکمل عدد سے تقسیم کرنا

$$\frac{3}{4} \div 3 \text{ مساوی ہوگا؟}$$

$$\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ? \text{ لہذا}$$

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ کہ سابقہ مشاہدے کی بنیاد پر ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$\frac{5}{7} \div 6 \text{ اور } \frac{2}{7} \div 8 \text{ کیا ہوگا۔}$$

اگر ایک مرکب کسر کو مکمل عدد سے تقسیم کرنا ہو تو پہلے مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کر لیں

$$2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15} \text{ مثال:-}$$

$$2\frac{3}{5} \div 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad 4\frac{2}{5} \div 3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ معلوم کیجئے}$$

### 2.2.3 ایک کسر کو دوسری کسر سے تقسیم کرنا

اب ہم  $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$  کا حل معلوم کریں گے

$$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \text{مقلوب} \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \text{مقلوب} \frac{2}{3} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ اسی طرح}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ اور}$$

یہ کیجئے

$$(i) \frac{3}{5} \div \frac{1}{2} \quad (ii) \frac{1}{2} \div \frac{3}{5} \quad (iii) 2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} \quad (iv) 5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2} \text{ مختصر کیجئے}$$



مثال 8:- ایک تیراکی حوض (Swimming Pool) کو  $\frac{9}{10}$  حصہ پانی سے بھرنا ہے۔ اگر ایک پمپ آدھے گھنٹے میں حوض کے  $\frac{3}{10}$  حصہ کو بھرتا ہے تب بتلائیے کہ  $\frac{9}{10}$  حصہ بھرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا۔

حل:- ہم کو معلوم کرنا ہے کہ  $\frac{9}{10}$  حصے میں کتنے  $\frac{3}{10}$  حصے ہوتے ہیں

اس لئے اس کو  $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10}$  کی طرح لکھ سکتے ہیں  $= 3$

لہذا حوض کے  $\frac{9}{10}$  حصے کو بھرنے کے لئے 3 نصف گھنٹوں یا  $1\frac{1}{2}$  گھنٹے درکار ہوتے ہوں گے۔



## مشق 4

1- حسب ذیل کسور کے مقلوب لکھئے۔

(i)  $\frac{5}{8}$  (ii)  $\frac{8}{7}$  (iii)  $\frac{13}{7}$  (iv)  $\frac{3}{4}$

2- مختصر کیجئے۔ (i)  $18 \div \frac{3}{4}$  (ii)  $8 \div \frac{7}{3}$  (iii)  $3 \div 2\frac{1}{3}$  (iv)  $5 \div 3\frac{4}{7}$

3- مختصر کیجئے۔

(i)  $\frac{2}{5} \div 3$  (ii)  $\frac{7}{8} \div 5$  (iii)  $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4- دیکھ ایک دن میں ایک گھر کے  $\frac{2}{5}$  حصے کو پینٹ کرتا ہے۔ اگر وہ اسی رفتار سے کام کرتا ہے تب مکمل گھر کو پینٹ کرنے کے لیے کتنے دن درکار ہوں گے۔

## 2.3 اعشاری اعداد یا اعشاری کسور

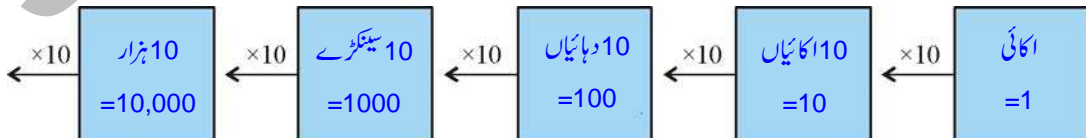
ہم نے جماعت ششم میں اعشاری اعداد کی جمع اور تفریق سیکھی ہے۔ اب ہم سیکھے ہوئے معلومات کا اعادہ کرتے ہوئے اعشاری اعداد کی ضرب اور تقسیم سیکھیں گے۔

عدد 12714 کی توسیعی شکل لکھئے۔

$$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1$$

عدد 12714 کی توسیعی شکل کیا ہوگی؟

اگر ہم کسی عدد کے دائیں سے بائیں جانب آگے بڑھیں گے تب اس عدد کی قدر میں 10 گنا اضافہ ہوتا جائے گا۔





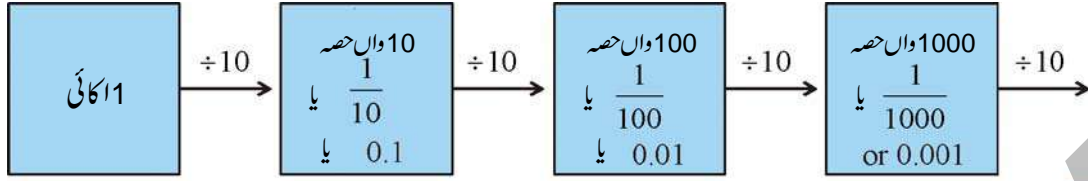
اسی طرح آگے بڑھ سکتے ہیں۔

اب اگر ہم بائیں سے دائیں جانب آگے بڑھیں گے تب کیا ہوگا؟ آپ کو جو قدر حاصل ہوگی وہ 10 سے تقسیم کردہ ہوگی۔ غور کیجیے۔

اگر اکائی کو 10 سے تقسیم کریں گے تب کیا واقع ہوگا؟

$$1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$$

آپ نے جو سیکھا ہے وہ یاد کیجیے۔



اس طرح 12714.2 کی توسیعی شکل حسب ذیل ہوگی۔

$$12714.2 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

عدد 3.42 کے تمام ہندسوں کی مقامی قدر معلوم کیجیے۔ آپ نے دیکھا ہوگا کہ اعشاری نقطہ (.)، کسی دیئے گئے اعشاری عدد میں مکمل حصہ کو اعشاری حصہ سے الگ کرتا ہے۔ اعشاری نقطہ کے دائیں جانب کا حصہ عدد 1 کے اعشاری حصہ کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ اعشاری عدد کے بائیں جانب کا حصہ صحیح عدد کہلاتا ہے۔

اعشاری عدد 3.42 میں

	اعشاری نقطہ کے بعد دوسرا عدد 2 ہے۔	اعشاری نقطہ کے بعد پہلا عدد 4 ہے	3 اکائی کے مقام پر ہے
مقامی قیمت	$2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$ یا 0.02	$4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ یا 0.4	$3 \times 1 = 3$

کوشش کیجیے۔



1۔ ذیل کے جدول کو دیکھئے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

عدد	1000 واں حصہ	100 واں حصہ	دسواں حصہ	اکائی	دہائی	سیڑھے
	$\left(\frac{1}{1000}\right)$	$\left(\frac{1}{100}\right)$	$\left(\frac{1}{10}\right)$	(1)	(10)	(100)
547.829	9	2	8	7	4	5
.....	7	7	1	2	7	0
327.154	4	5	.....	.....	2	3
614.326	.....	2	.....	4	.....	6
236.512	2	.....	5	6	.....	2

2- ذیل کے اعداد کی توسیعی شکل لکھئے۔

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

اکثر ہم طول، وزن، روپیوں وغیرہ کی اکائی ایک پیمائش سے دوسری پیمائش میں تبدیل کرنے کے لیے اکثر اعشاریہ استعمال کرتے ہیں مثال کے طور پر۔

$$5 \text{ پیسے} = \frac{5}{100} = 0.05, \quad 220 \text{ گرام} = \frac{220}{1000} = 0.220 \text{ کلوگرام}, \quad 5 \text{ سمر} = \frac{5}{100} = 0.05 \text{ میٹر}$$



یہ کیجیے۔

(i) 50 روپے..... = پیسے (ii) 22 کلوگرام..... = گرام (iii) 80 میٹر..... = سمر

### 2.3.1 اعشاری اعداد کا تقابل

کس کی رقم زیادہ ہے؟

بچوں کے بینک میں صہیب اور عائشہ کے پاس ترتیب وار 375.50 روپے اور 375.75 روپے ہیں۔ بتائیے کہ کس کے پاس زیادہ رقم ہے، یہ جاننے کے لیے سب سے پہلے ہم اعشاریہ کی بائیں جانب پائے جانے والے اعداد کا تقابل کریں گے۔ اب یہ معلوم ہوا کہ دونوں بچوں کے پاس 375 ہیں اس کے بعد ہم اعشاریہ کے دائیں جانب دسویں حصے سے آگے کی جانب کا تقابل کریں گے۔

اس طرح 5 دسواں حصہ > 7 دسواں حصہ

لہذا عائشہ کے پاس صہیب سے زیادہ رقم ہے۔

ذیل میں دیئے گئے جوڑے میں کونسا عدد بڑا ہے۔ تیزی سے تقابل کیجیے۔

(i) 37.60 اور 37.65 (ii) 19.780 اور 1.775 (iii) 363.10 اور 364.10

مزید 15 جوڑیاں بنائیے اور چھوٹے اور بڑے کا تقابل کیجیے۔

چلئے دیکھیں گے کہ اعشاری جمع اور تفریق کس طرح کی جاتی ہے۔

جب ہم اعشاری اعداد کی جمع اور تفریق کرتے ہیں تب ضروری ہے کہ اعداد کی ترتیب اس طرح کریں کہ پہلے اعشاری عدد کے نیچے دوسرا اعشاری عدد ہو اور خاص کر اعشاریہ کے نیچے اعشاریہ ہونا چاہیے۔

i)	$221.85 + 37.10$	ii)	$39.70 - 6.85$
	221.85		39.70
	+37.10		- 06.85
	<hr/>		<hr/>
	258.95		32.85



یہ کیجیے۔

(i)  $0.25 + 5.30$  (ii)  $29.75 - 25.97$

معلوم کیجیے۔

مثال 9:- ایک مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کی پیمائش 3.5 سمر ہے اور تیسرا ضلع 2.5 سمر ہے تب مثلث کا احاطہ معلوم کیجیے؟

حل: مساوی الساقین مثلث کے ضلعے 3.5 سمر اور 2.5 سمر ہیں۔

لہذا دیئے گئے مثلث کا احاطہ = مثلث کے تینوں اضلاع کا مجموعہ ہوگا۔

$$3.5 + 3.5 + 2.5 = 9.5 \text{ سمر}$$

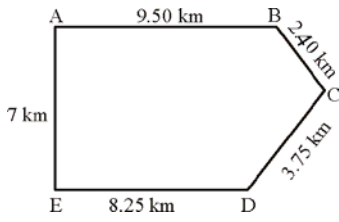


## مشق 5

- 1- کونسا عدد بڑا ہے۔ (i) 0.7 یا 0.07 (ii) 8.5 یا 7 (iii) 1.51 یا 1.47 (iv) 0.66 یا 6
- 2- درج ذیل روپیوں کو اعشاریہ لگا کر لکھئے (i) 9 پیسے (ii) 77 روپے 7 پیسے (iii) 235 پیسے
- 3- (i) 10 سمر کو میٹر اور کلو میٹر میں ظاہر کیجئے۔ (1 سمر = 10 ملی میٹر، 1 میٹر = 100 سمر، 1 کلو میٹر = 1000 میٹر، 1 کلو گرام = 1000 گرام)
- (ii) 45 ملی میٹر کو سمر، میٹر اور کلو میٹر میں ظاہر کیجئے۔
- 4- حسب ذیل کو کلو گرام میں ظاہر کیجئے۔
- (i) 190 گرام (ii) 247 گرام (iii) 44 کلو گرام 80 گرام
- 5- ذیل کے اعشاری اعداد کی توسیعی شکل لکھئے۔

- (i) 55.5 (ii) 32.46 (iii) 303.03 (iv) 30.303 (v) 1234.56
- 6- ذیل کے اعشاری اعداد میں 3 کی مقامی قدر معلوم کیجئے۔

- (i) 3.46 (ii) 5.35 (iii) 7.43 (iv) 90.30 (v) 794.037

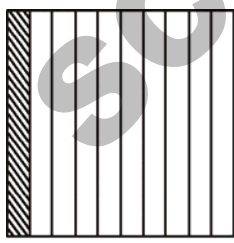


- 7- عرفان اور جویریہ دو مختلف مقامات A اور E سے سفر شروع کرتے ہیں۔ عرفان اپنے سفر کے راستے کا انتخاب A سے B اور B سے C کی جانب کرتا ہے جبکہ جویریہ E سے D اور D سے C کی جانب راستے کا انتخاب کرتی ہے۔ بتلایئے کہ کس نے زیادہ دور تک سفر طے کیا اور کتنا زیادہ کیا؟

- 8- عرفان ترکاری خریدنے کے لیے بازار گیا۔ اُس نے 2 کلو گرام 250 گرام ٹماٹر، 2 کلو گرام 500 گرام آلو، 750 گرام بھنڈی اور 125 گرام ہری مرچ خریدا۔ عرفان اپنے گھر کتنے کلو گرام ترکاری لے آیا۔

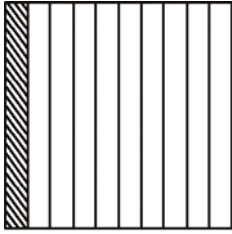
### 2.4 اعشاری اعداد کا ضرب

- جماعت ہفتم کا طالب علم عمران، اپنی والدہ کے ساتھ بازار گیا۔ انھوں نے 8.50 روپے فی کلو گرام کے حساب سے 2.5 کلو گرام آلو خریدے تو بتاؤ کہ انھوں نے کتنی رقم ادا کی؟



شکل 1

- ہماری روزمرہ زندگی میں کئی ایسے مسائل درپیش ہوتے ہیں جہاں پر دو اعشاری اعداد کو کس طرح ضرب دیا جاتا ہے اُس سے واقفیت رکھنا ضروری ہے۔ چلئے اب ہم دو اعشاری اعداد کی ضرب سیکھیں گے۔
- فرض کرو کہ  $0.1 \times 0.1$  ضرب کرنے پر
- 0.1 کے معنی 1 شے کے 10 حصے مراد ہے۔ اس کو  $\frac{1}{10}$  کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ مزید صراحت کے



شکل 1

لیے تصویر 1 دیکھئے۔

$$\text{اس لیے } 0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \text{ ضرب کرنے پر}$$

0.1 کے معنی 1 شے کا 10 واں حصہ مراد ہے۔

لہذا ہم  $\frac{1}{10}$  کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے ایک حصہ لیں گے۔

تصویر 2 کے مطابق یہ ایک چھوٹے مربع کو ظاہر کرتی ہے۔ تصویر 2 میں مربعوں کی کل تعداد کتنی ہے؟ 100

مربعے ہیں۔ اس طرح ایک مربع 100 یا 0.01 کے ایک حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔

اس طرح ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

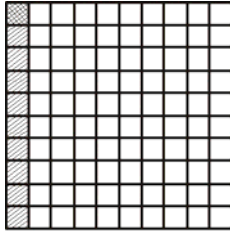


Figure 1

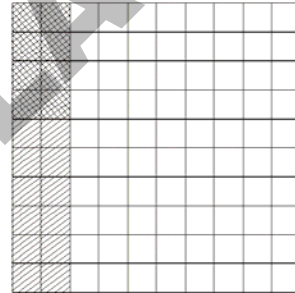
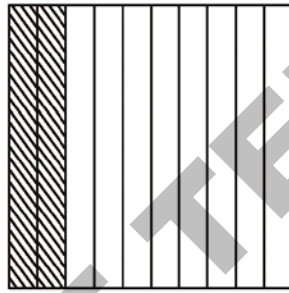
اب  $0.4 \times 0.2$  کا حاصل ضرب معلوم کیجیے؟

$$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} \text{ یا } \frac{4}{10} \text{ کا } \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10}$$

تصویری اظہار:-

$$\frac{4}{10} \text{ of}$$



$$= \frac{8}{100}$$

100 مربعوں میں یہاں پر 8 دوہری جالی والے مربع 0.08 کو ظاہر کر رہے ہیں۔

ہم نے  $0.1 \times 0.1$  اور  $0.4 \times 0.2$  کے حاصل ضرب کا مشاہدہ کیا ہے۔

اعشاریہ کے نشان کو نظر انداز کرتے ہوئے ہم انہیں سب سے پہلے مکمل اعداد کے طور پر ضرب دیتے ہیں۔

$0.1 \times 0.1$  میں ہم  $01 \times 01$  یا  $1 \times 1$  لیتے ہیں اس طرح  $0.4 \times 0.2$  میں ہم  $04 \times 02$  یا  $4 \times 2$  لیتے

ہیں۔ ان کے حاصل ضرب بالترتیب 1 اور 8 حاصل ہوتے ہیں۔

اب ہم اعشاریہ کے مقام کے دائیں جانب پائے جانے والے تمام ہندسوں کی گنتی کرتے ہیں۔ جنہیں ہم نے ضرب دیا

تھا۔ دونوں صورتوں  $0.1 \times 0.1$  اور  $0.4 \times 0.2$  میں اعشاریہ کے نشان کے دائیں جانب دو اعداد سے ضرب دیا گیا ہے۔ لہذا ہر

حاصل ضرب کے دائیں سے بائیں جانب دو مقامات کی گنتی کرتے ہوئے ہم اعشاریہ کا نشان لگاتے ہیں۔

اگر کسی بھی اعشاری نقطہ کے بائیں جانب صحیح عدد نہ ہو تو اُس مقام پر صفر "0" رکھتے ہیں۔ تاکہ صحیح عدد اور اعشاری عدد میں فرق واضح ہو۔

$$0.1 \times 0.1 = 0.01 \text{ یا } 0.01 \text{ لہذا}$$

$$0.4 \times 0.2 = 0.08 \text{ یا } 0.08$$

اگر ہم  $0.5 \times 0.05$  کو ضرب دیں تب ان کے حاصل ضرب میں اعشاریہ کو، اعشاری مقامات کی گنتی کے بعد حاصل ضرب میں لگایا جاتا ہے۔

$$0.5 \times 0.05 = 0.025$$

جیسا کہ مثال میں بتلایا گیا ہے۔ آئیے اب ہم  $1.2 \times 2.5$  کو مختصر کریں گے۔

پہلے 12 اور 25 کو ضرب دیں گے۔ تب ہمیں 300 حاصل ہوگا۔ 1.2 اور 2.5 دونوں اعداد میں اعشاری مقام ایک ہندسہ بعد ہے۔ لہذا ہم حاصل ضرب میں دائیں جانب سے دو مقامات کے بعد اعشاری نشان لگائیں گے۔ تب ہمیں 3.00 یا 3 حاصل ہوگا۔

لہذا  $1.2 \times 2.5$  اگر ہم 2.5 اور 1.25 کو ضرب دیں گے تب سب سے پہلے ہم 25 اور 125 کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔ اس طرح حاصل ہونے والے حاصل ضرب میں اعشاری مقامات کی مناسبت سے اعشاریہ لگائیں گے۔

$$1 + 2 = 3 \text{ اعشاری مقامات ہیں؟}$$

$$2.5 \times 1.25 = 3.225 \text{ اس لیے کے}$$

یہ کیجیے:

1- معلوم کیجیے۔

$$(i) 1.7 \times 3 \quad (ii) 2.0 \times 1.5 \quad (iii) 2.3 \times 4.35$$

2- سوال (1) سے حاصل ہونے والے حاصل ضرب کو نزولی ترتیب میں لکھئے۔



مثال 10:- ایک مستطیل کا طول 7.1 سمر اور عرض 2.5 سمر ہے۔ مستطیل کا رقبہ کیا ہوگا۔

$$\text{مستطیل کا طول} = 7.1 \text{ سمر}$$

$$\text{مستطیل کا عرض} = 2.5 \text{ سمر}$$

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = 7.1 \times 2.5 = 17.75 \text{ مربع سمر}$$

(a) 2.4.1 اعشاری اعداد کو اعداد 1000, 100, 10 سے ضرب دینا:-

جویریہ نے مشاہدہ کیا کہ  $\frac{32}{10} = 3.2$  اور  $\frac{235}{100} = 2.35$  ہوتا ہے۔ اس طرح اس نے یہہ جانا کہ کسی بھی اعشاری عدد کا انحصار اس کے اعشاری مقام پر ہوتا ہے جب کہ اُس کو عام کسر میں تبدیل کرنا ہو۔

جیسے نسب نما کے مقام پر 10 ' 100 وغیرہ رکھ کر عام کسر میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

وہ تجب کرنے لگی کہ اگر کسی اعشاری عدد کو 10 ' 100 اور 1000 سے ضرب دینے پر کیا ہوتا ہے۔

ہم دیکھیں گے کہ اگر اعشاری اعداد کو 10، 100 اور 1000 سے ضرب دیا جائے تب کیا حاصل ہوتا ہے۔

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 10 = \dots\dots\dots$
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ یا $176.0$	$2.35 \times 100 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 100 = \dots\dots\dots$
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or $1760.0$	$2.35 \times 1000 = \dots\dots\dots$	$12.356 \times 1000 = \dots\dots\dots$
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$ ; $0.5 \times 100 = \dots\dots\dots$ ; $0.5 \times 1000 = \dots\dots\dots$		

آپ اپنے جواب کو دیکھیے۔ کیا آپ نے کوئی ترتیب غور کیا؟ اگر 10، 100، 1000 سے کسی اعشاری عدد کو ضرب دیا جائے تب حاصل ضرب میں اعشاریہ بائیں جانب ہٹ جاتا ہے۔

### 2.4.2 اعشاری اعداد کی تقسیم

عفان نے اپنی کمرہ جماعت کو سجانے کیلئے ایک خاکہ (ڈیزائن) تیار کیا تھا۔ اُس کو چند مختلف رنگوں کی کاغذی پٹیاں جن کی لمبائی 1.6 سمر ہو، ضرورت تھی۔ اُس کے پاس 9.6 سمر والی کاغذ کی رنکس پٹی تھی۔ مطلوبہ لمبائی کی پٹیاں حاصل کرنے کیلئے اُس رنکس پٹی کے کتنے ٹکڑے کئے جائیں؟ وہ سوچا کہ  $\frac{9.6}{1.6}$  سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوگا؟

9.6 سمر اور 1.6 دونوں اعشاری اعداد ہیں۔ اسی لئے ہمیں یہ جاننا ضروری ہے کہ اعشاری اعداد کی تقسیم کس طرح کی جاتی ہے

### (a) 2.4.2 اعداد 10، 100، 1000 کے ذریعہ اعشاری اعداد کی تقسیم:

اعداد 10، 100 اور 1000 سے کسی دیئے گئے اعشاری عدد کو ضرب دیجیے۔

اگر  $31.5 \div 10$

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

$$31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

اسی طرح

اعداد 10، 100، 1000 سے تقسیم کرنے کے لئے کیا کوئی ترتیب موجود ہے؟ جو کہ اعداد 10، 100، 1000 سے بہ آسانی اور مختصر طریقے کو تقسیم کرنے کے لئے معاون ہوگا۔

ذیل میں دیئے گئے سوالات کا مشاہدہ کیجیے۔ اور مکمل کیجیے۔

$29.5 \div 10 = 2.95$	$132.7 \div 10 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 10 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 10 = \dots\dots\dots$
$29.5 \div 100 = 0.295$	$132.7 \div 10 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 100 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 100 = \dots\dots\dots$
$29.5 \div 1000 = 0.0295$	$132.7 \div 1000 = \dots\dots\dots$	$1.5 \div 1000 = \dots\dots\dots$	$17.36 \div 1000 = \dots\dots\dots$

2.4.2(b) مکمل عددی اعشاری عدد کی تقسیم:

حل کیجیے؟ یاد رکھئے ہم اس کو  $6.4 \div 2$  کی طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

اب حل کیجیے  $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$

یہ کیجیے:

(i)  $35.7 \div 3$  (ii)  $25.5 \div 3$  معلوم کیجیے .1



مثال 11:- اعداد 3.8, 4.2 اور 7.6 کا اوسط معلوم کیجیے۔

حل: اعداد 3.8, 4.2 اور 7.6 کا اوسط  $\frac{4.2 + 3.8 + 7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2(c) ایک اعشاری عدد سے دوسرے اعشاری عدد کی تقسیم

ہم یہ معلوم کریں گے کہ کس طرح ایک اعشاری عدد کو دوسرے اعشاری عدد سے تقسیم کیا جاسکتا ہے مثال کے طور پر  $35.5 \div 0.5$

$$\frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$$

مثال 12:- ایک ٹرک 92.5 کلومیٹر فاصلہ، 2.5 گھنٹوں میں طے کرتا ہے اگر ٹرک اسی رفتار سے چلتا رہے گا تب وہ ایک گھنٹہ میں کتنا

فاصلہ طے کرے گا؟

حل:  $92.5$  کلومیٹر = ٹرک کا طے کردہ فاصلہ

$2.5$  گھنٹے = وقت

$$1 \text{ گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ} = \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37 \text{ کلومیٹر}$$



## مشق 6

1- ذیل کے سوالات حل کیجیے۔

- (i)  $0.3 \times 6$  (ii)  $7 \times 2.7$  (iii)  $2.71 \times 5$   
(iv)  $19.7 \times 4$  (v)  $0.05 \times 7$  (vi)  $210.01 \times 5$   
(vii)  $2 \times 0.86$

2- ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا طول 6.2 سمر اور عرض 4 سمر ہے؟

3- حسب ذیل سوالات حل کیجیے۔

- (i)  $21.3 \times 10$  (ii)  $36.8 \times 10$  (iii)  $53.7 \times 10$  (iv)  $168.07 \times 10$   
(v)  $131.1 \times 100$  (vi)  $156.1 \times 100$  (vii)  $3.62 \times 100$  (viii)  $43.07 \times 100$   
(ix)  $0.5 \times 10$  (x)  $0.08 \times 10$  (xi)  $0.9 \times 100$  (xii)  $0.03 \times 1000$

4- ایک موٹر سائیکل فی لیٹر پٹرول 62.5 کلومیٹر فاصلہ طے کرتی ہے۔ 10 لیٹر پٹرول میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

5- حسب ذیل سوالات حل کیجیے۔

- (i)  $1.5 \times 0.3$  (ii)  $0.1 \times 47.5$  (iii)  $0.2 \times 210.8$  (iv)  $4.3 \times 3.4$   
(v)  $0.5 \times 0.05$  (vi)  $11.2 \times 0.10$  (vii)  $1.07 \times 0.02$   
(viii)  $10.05 \times 1.05$  (ix)  $101.01 \times 0.01$  (x)  $70.01 \times 1.1$

6- حسب ذیل کو حل کیجیے۔

- (i)  $2.3 \div 100$  (ii)  $0.45 \div 5$  (iii)  $44.3 \div 10$  (iv)  $127.1 \div 1000$  (v)  
 $7 \div 3.5$  (vi)  $88.5 \div 0.15$  (vii)  $0.4 \div 20$

7- ایک منتظم کثیر ضلعی کے ضلع کا طول 3.5 سمر ہے۔ اگر کثیر ضلعی کا احاطہ 17.5 سمر ہو تب کثیر ضلعی کے کتنے ضلعے ہوں گے معلوم کیجیے؟

8- 7 گھنٹوں میں بارش 0.896 سمر درج کی گئی ہے تو بتاؤ کہ اوسط بارش فی گھنٹہ کیا ہوگی؟

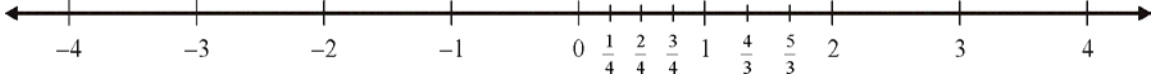
### 2.5 ناطق اعداد کا تعارف

#### 2.5.1 مثبت ناطق اعداد:

ہم نے اب تک صحیح اعداد اور کسور کے متعلق معلومات حاصل کی ہیں۔ اب ہم دیکھیں گے کہ کسی عددی خط کے دونوں جانب نشان

لگانے پر کیا ہوگا؟





عددی خط پر '0' اور '1' کے درمیان  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  واقع ہیں یہ تمام اعداد 1 سے کم ہیں۔ ہم انہیں واجب کسر کہتے ہیں اور تمام واجب کسور 0 اور 1 کے درمیان واقع ہوتے ہیں۔

اسی طرح  $\frac{4}{3}$  اور  $\frac{5}{3}$  جو 1 اور 2 کے درمیان واقع ہوتے ہیں ہم انہیں غیر واجب کسور کہتے ہیں۔ ان تمام کسور کو مثبت ناطق اعداد کہتے ہیں۔

یہ کیجیے:

1- پانچ کسور لکھئے جو (i) '0' اور '1' (ii) '1' اور '2' کے درمیان ہو؟

2- عددی خط پر  $\frac{3}{5}$  کن دو اعداد کے درمیان واقع ہوتی ہے؟ بتلائیے

- ☆ '0' کے بائیں جانب صحیح اعداد ..... -3, -2, -1 ہوتے ہیں۔
- ☆ اگر ہم عددی خط کے بائیں جانب آگے بڑھتے جائیں تب عدد کی قیمت بڑھے گی یا گھٹے گی؟
- ☆ ہم جانتے ہیں کہ اگر عددی خط کے بائیں جانب آگے بڑھیں گے تب عدد کی قیمت میں کمی واقع ہوگی۔
- ☆ مزید یہ کہ عددی خط پر صفر کی بائیں جانب آگے بڑھنے سے عددی قیمت میں کمی واقع ہوگی اور صفر سے دور پایا جانے والا عدد سب سے چھوٹا کہلائے گا۔

یہ کیجیے:

1- درج ذیل سے بڑے اور چھوٹے اعداد لکھیے۔

(i) 2, -2, -3, 4, 0, -5 (ii) -3, -7, -8, 0, -5, -2

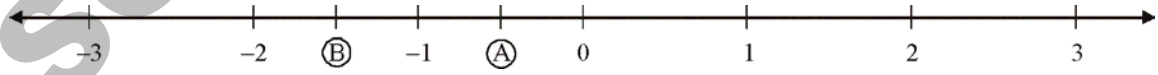


2- درج ذیل اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔

- (i) -5, -75, 3, -2, 4,  $\frac{3}{2}$  (ii)  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{2}$ , 0, -1, -2, 5

### 2.5.2 منفی ناطق اعداد

عددی خط پر بتائیے گئے نقطہ A پر غور کیجیے۔



"A" عددی خط پر 0 اور -1 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔ کیا یہ '0' سے زیادہ ہے یا کم؟

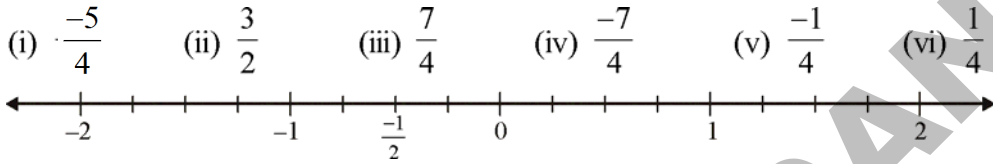
صبا نے  $\frac{-9}{4}$  کو آسان طریقے سے کچھ  
اس طرح حل کیا۔ پہلے اس نے کسر  $\frac{-9}{4}$   
کو  $-2\frac{1}{4}$  کی شکل میں لکھا اور  
2 اور -3 کے درمیان اس کی نشاندہی کی



کیا یہ  $\frac{1}{2}$  ہے؟ ہم اس کو  $\frac{1}{2}$  نہیں کہہ سکتے ہیں کیوں کہ یہ صفر سے کم ہے۔  
ہم (A) کو  $-\frac{1}{2}$  کی طرح لکھتے ہیں کیوں کہ  $\frac{1}{2}$  صفر سے نصف کم ہے۔  
اسی طرح (B) 1 اور -2 کا درمیانی نقطہ ہے لہذا یہ  $-\frac{3}{2}$  ہوگا۔  
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ منفی ناطق اعداد جیسے  $-\frac{9}{4}$ ،  $-\frac{3}{2}$ ،  $-\frac{1}{2}$  وغیرہ کسی دودھے گئے منفی  
صحیح اعداد یا صفر اور ایک منفی صحیح عدد کے درمیان واقع ہوتے ہیں۔

یہ کیجیے:

1- ذیل میں دی گئی کسور کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔



ایک طویل عددی خط بنا کر اس پر مزید مثبت اور منفی صحیح اعداد بتلائیں۔

2- ذیل کے اعداد کو عددی خط پر مشاہدہ کیجیے۔

$27$ ,  $-\frac{7}{8}$ ,  $\frac{11}{943}$ ,  $\frac{54}{17}$ ,  $-68$ ,  $-3$ ,  $-\frac{9}{6}$ ,  $\frac{7}{2}$

(i) عددی خط پر ذیل میں دیئے گئے اعداد کس عدد کے بائیں جانب واقع ہوں گے؟

(a) 0 (b) -2 (c) 4 (d) 2

(ii) ذیل میں دیئے گئے اعداد عددی خط پر، کس عدد کے دائیں جانب واقع ہوں گے۔

(a) 0 (b) -5 (c)  $3\frac{1}{2}$  (d)  $-\frac{5}{2}$

### 2.5.3 ناطق اعداد

ہم جانتے ہیں کہ  $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  مکمل اعداد ہیں۔ اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ  
اعداد  $5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7$  کو صحیح اعداد کہتے ہیں۔

عائشہ نے کہا ”تمام مکمل اعداد، صحیح اعداد ہیں لیکن اس کا برعکس صحیح نہیں ہے، کیا آپ عائشہ سے متفق ہیں؟“

عائشہ کا بیان بالکل صحیح ہے کیوں کہ منفی اعداد جیسے  $-1, -2, -3, -4, -5, -6$  وغیرہ صحیح اعداد ہیں لیکن مکمل اعداد نہیں ہیں۔

مزید ہم جانتے ہیں کہ مثبت ناطق اعداد جیسے  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$  اور مکمل اعداد میں نسبت ہے۔ تمام ناطق اعداد کو عام طریقے پر  $\frac{w_1}{w_2}$  کی  
طرح لکھا جاسکتا ہے جہاں  $w_1$  اور  $w_2$  مکمل اعداد ہیں اور جب کہ  $w_2$  صفر کے مساوی نہ ہو۔

### کوشش کیجیے:-

کوئی پانچ ناطق اعداد لکھئے ان میں W1 اور W2 کی نشاندہی کیجیے۔

ناطق اعداد زیادہ سے زیادہ اعداد کا مجموعہ ہے جن میں تمام مکمل اعداد، مثبت صحیح اعداد اور تمام منفی صحیح اعداد شامل ہیں۔

اعداد  $\frac{6}{1}$ ,  $\frac{17}{5}$ ,  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $0$ ,  $\frac{-2}{7}$ ,  $\frac{-7}{7}$ ,  $\frac{-5}{2}$ ,  $\frac{-7}{3}$ ، تمام ناطق اعداد ہیں۔

یہ تمام اعداد صحیح اعداد کی نسبت سے حاصل ہوتے ہیں جن کو  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں لکھا جاتا ہے، جہاں  $p$  اور  $q$  صحیح اعداد ہیں بشرطیکہ کہ  $q$  کی قدر '0' کے مساوی نہ ہو، ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ ناطق اعداد کو "Q" سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کوشش کیجیے: (i) کوئی 5 صحیح اعداد لیجیے اور ان کی مدد سے ممکنہ ناطق اعداد بنائیے۔

(ii) کوئی 5 ناطق اعداد لیجیے، اور معلوم کیجیے کہ وہ کن صحیح اعداد سے ملکر بنے ہیں۔



### 2.5.4 ناطق اعداد کا تقابل

ہم جانتے ہیں کہ  $\frac{3}{4}$  اور  $\frac{9}{12}$  کسور ہیں۔ مزید ہم یہ جانتے ہیں کہ اگر دو کسور کا تقابل کرنا ہو تو پہلے ان کو معادل کسور میں تبدیل کر لیں۔ مثال کے طور پر  $\frac{3}{4}$  اور  $\frac{5}{7}$  کا تقابل کیجیے۔ تب ہم ان دو کسور کے معادل کسور لکھیں گے۔

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{15}{16}, \frac{18}{20}, \frac{21}{28} \quad \frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28} \dots \dots \text{اسی طرح}$$

ان دو کسور کے نسب نما مساوی ہیں لہذا ہم ان دو کسور کا تقابل کر سکتے ہیں۔

$$\frac{21}{28} \text{ کسور بڑی ہے } \frac{20}{28} \text{ کسور سے۔} \quad \text{اس لیے } \frac{3}{4} > \frac{5}{7}$$

### کوشش کیجیے:

1- کسور  $\frac{3}{4}$  کے مزید تین معادل کسور لکھئے اور انھیں عددی خط پر ظاہر کیجیے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

2- کیا کسور  $\frac{6}{7}$  کے تمام معادل کسور، عددی خط پر ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں؟



اب کسور  $\frac{-1}{2}$  اور  $\frac{-2}{3}$  کا تقابل کیجیے۔

پہلے ہم دونوں کسور کے معادل کسور لکھیں گے۔

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \dots \dots \dots$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \dots \dots \dots$$

کسور  $\frac{-3}{6}$  اور  $\frac{-4}{6}$  کے نسب نما مساوی ہیں لہذا ہم ان کا تقابل کر سکتے ہیں۔  
ان کا تقابل کرنے پر  $\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$

$$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$$

**کوش کیجیے۔**

1- کیا  $\frac{-1}{2}$  اور  $\frac{-3}{6}$  کسور، عددی خط پر ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں؟

2- کیا کسور  $\frac{-2}{3}$  اور  $\frac{-4}{6}$  معادل کسور ہیں؟



مثال: کسور  $\frac{-1}{2}$  اور  $\frac{-3}{6}$  کو عددی خط پر نشان زدہ کرنے پر وہ ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں۔  
تب ہم انھیں معادل ناطق اعداد کہہ سکتے ہیں۔

**یہ کیجیے:**

1- ذیل کے 5 معادل ناطق اعداد لکھئے۔

(i)  $\frac{5}{2}$  (ii)  $\frac{-7}{9}$  (iii)  $-\frac{3}{7}$

2- ذیل کے ہر سوال میں معادل ناطق عدد کی نشاندہی کیجیے۔

(i)  $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$

(ii)  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ معادل ناطق کسور حاصل کرنے کے لیے، ایک دی گئی کسور کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد سے ضرب دیں یا تقسیم کریں۔

مثال کے طور پر کسور  $\frac{1}{5}$  کی معادل ناطق کسور حاصل کرنے کے لیے درج ذیل طریقہ استعمال کرنا چاہیے۔

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}, \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

کسور  $\frac{-2}{7}$  کی معادل ناطق کسور حاصل کرنے کے لیے درج ذیل طریقہ اپنائیں۔

$$-\frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-6}{21}, \frac{-2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-4}{14}$$

مزید معادل ناطق کسور حاصل کرنے کے لیے ایک دی گئی کسور کو .....  $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$  سے ضرب دینا چاہیے۔



## مشق 7

1- حسب ذیل سے ہر ایک کسر کے تین معادل ناطق کسور لکھئے۔

(i)  $\frac{2}{3}$  (ii)  $-\frac{3}{8}$

2- کسر  $\frac{-15}{36}$  کی معادل کسر کیا ہوگی جبکہ (i) نسب نما 12 (ii) شمار کنندہ 75- ہو۔

3- حسب ذیل ناطق کسور کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

(i)  $\frac{1}{2}$  (ii)  $\frac{3}{4}$  (iii)  $\frac{3}{2}$  (iv)  $\frac{10}{3}$

4- حسب ذیل بیان صحیح ہیں یا غلط، نشاندہی کیجئے۔

( ) (i) ہر صحیح عدد ایک ناطق عدد ہوتا ہے اس بیان کا برعکس بھی صادق ہے۔

( ) (ii) ناطق عدد کی شکل  $\frac{p}{q}$  میں  $q$  کبھی بھی صفر کے مساوی نہیں ہوتا ہے۔

( ) (iii)  $\frac{5}{7}$ ،  $\frac{6}{7}$ ،  $\frac{7}{7}$  معادل ناطق اعداد ہیں۔

( ) (iv) معادل ناطق اعداد میں تمام مثبت ناطق اعداد ہمیشہ مثبت ہوتے ہیں۔

### 2.5.5- ناطق اعداد کی جمع اور تفریق

ہم پہلے ہی کسور کی جمع اور تفریق کر چکے ہیں۔ اسی عمل کو ہر ناطق میں بھی کر سکتے ہیں۔

☆ ان دو ناطق اعداد پر غور کیجئے  $\frac{3}{8}$  اور  $\frac{5}{6}$

☆ ان دو ناطق اعداد کی جمع ہوگی؟

☆ چلئے، جمع کرتے ہیں  $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

☆ ان کی جمع کے لئے ہم کو ان کے نسب نماوں کا ذ۔ ا۔ م معلوم کرنا ہوگا۔ جیسا کہ ہم نے کسور میں کیا تھا۔

☆ یعنی  $6, 8 = 24$

$$24 \div 6 = 4$$

$$24 \div 8 = 3$$

ذ۔ ا۔ م کو ہر نسب نما سے تقسیم کریں گے۔

☆ اب ہم حاصلہ سے کسر کی شمار کنندہ اور نسب نما کو ضرب دیں گے۔

☆ تب ہم کو اس طرح کسر حاصل ہوگی۔

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24}$$

$$= \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24}$$

☆ چلئے  $\frac{5}{6}$  اور  $\frac{-3}{8}$  کسور کو جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} - \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{20}{24} - \frac{9}{24}$$

$$= \frac{20-9}{24} = \frac{11}{24} \quad \star$$

ہم اس طرح بھی کر سکتے ہیں۔

$$\frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{5 \times 4 + (-3 \times 3)}{24} = \frac{20-9}{24} = \frac{11}{24}$$

حل کیجیے۔

$$\begin{array}{ll} \text{(ii)} & \frac{-3}{5} \text{ اور } \frac{-7}{15} \text{ جمع کیجیے} \\ \text{(i)} & \frac{4}{9} + \left(\frac{-5}{12}\right) \\ \text{(iv)} & \frac{-8}{15} + \left(\frac{-7}{20}\right) \\ \text{(iii)} & \frac{-10}{11} + \frac{7}{10} \end{array}$$

سوچیے اور بحث کیجیے۔

(1) کیا کسی دو طبعی اعداد کا مجموعہ ہر منفرد عدد سے زیادہ ہوتا ہے۔

(2) اگر آپ کا جواب درست ہے تب یہ بیان صحیح اعداد کے لئے بھی درست ہے۔

(3) کیا یہ بیان ناطق عدد کیلئے بھی درست ہوگا۔

2.5.6۔ ناطق اعداد کی تفریق

چلئے وہی ناطق اعداد یعنی  $\frac{5}{6}$  اور  $\frac{3}{8}$  کو لیتے ہیں۔

اب تفریق کریں۔

$$\begin{aligned} & \frac{5}{6} - \frac{3}{8} \\ & = \frac{(5 \times 4) - (3 \times 3)}{24} = \frac{20-9}{24} = \frac{11}{24} \end{aligned}$$

☆ چند اور مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) تفریق کیجیے۔  $\frac{5}{6}$  سے  $\frac{-3}{8}$  نکالئے۔

$$\begin{aligned} & = \frac{5}{6} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{(5 \times 4) - (-3 \times 3)}{24} \\ & = \frac{20 - (-9)}{24} = \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24} \end{aligned}$$

یہ کیجیے۔

$$\frac{7}{16} - \left(\frac{-5}{12}\right) = ? \quad \text{(i)}$$

$$\frac{-12}{7} \text{ سے } \frac{15}{4} \text{ تفریق کیجیے} \quad \text{(ii)}$$

$$\frac{-8}{15} - \left(\frac{6}{12}\right) = ? \quad \text{(iii)}$$

## ہم نے کیا سیکھا :

- 1- ہم سیکھ چکے ہیں کہ کسور کو جمع اور تفریق کرنے کے لئے کسور یکساں کسور ہونا چاہیے۔
- 2- ہم یہ بھی سیکھ چکے ہیں کہ کسور کو کس طرح ضرب دیا جاتا ہے۔  
یعنی  $\frac{\text{شمار کنندہ کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نما کا حاصل ضرب}}$
- 3- کسی عدد کو کسری ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔  
مثلاً:  $\frac{1}{3}$  کا  $6$ ،  $2$  کا  $\frac{1}{8} \times 2 = \frac{2}{8}$
- 4- دو واجب کسور کا حاصل ضرب اس کے ضارب اور مضروب سے کم ہوتا ہے ایک واجب کسور اور ایک غیر واجب کسور کا حاصل ضرب غیر واجب کسور سے کم ہوتا ہے اور واجب کسور سے بڑا ہوتا ہے دو غیر واجب کسور کا حاصل ضرب اس کے ضارب اور مضروب سے بڑا ہوتا ہے۔
- 5- ایک مقلوب کسور اس کے شمار کنندوں اور نسب نماؤں کو باہم تبدیل کرنے پر حاصل ہوتی ہے۔
- 6- ہم سیکھ چکے ہیں کہ دو کسور کو کس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔  
(i) جبکہ ایک مکمل عدد کو کسور کے ساتھ، تقسیم کیا جاتا ہے تو ہم مکمل اعداد کو اس کسور کی مقلوب کسور کیساتھ ضرب دیتے ہیں۔  
(ii) جبکہ ایک کسور کو مکمل اعداد کے ساتھ تقسیم کیا جائے تو ہم کسور کو اس مکمل اعداد کی مقلوب کسور کے ساتھ ضرب دیتے ہیں۔  
(iii) جبکہ ایک کسور کو دوسری کسور کیساتھ تقسیم کیا جائے تو ہم پہلی کسور کو دوسری کسور کے مقلوب کے ساتھ ضرب دیتے ہیں۔  
جیسے  $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$
- 7- ہم یہ بھی سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح دو اعشاری اعداد کو ضرب دیا جائے۔ جبکہ دو اعشاری اعداد کو ضرب دیا جاتا ہے تو پہلے ہم اسے مکمل اعداد کے طور پر ضرب دیں گے پھر دو اعشاری کسور کے اعشاری نقطہ کے دائیں جانب کے تمام ہندسوں کی جملہ تعداد کو شمار کریں گے اور اس تعداد کو آخر میں حاصل ضرب سے دائیں جانب شمار کرتے ہوئے اعشاری نقطہ لگائیں گے۔
- 8- ایک اعشاری عدد کو  $10$ ،  $100$ ،  $1000$ ، ..... وغیرہ سے ضرب دیا جاتا ہے تو حاصل ضرب میں دائیں جانب اتنے ہی مقام کے بعد اعشاری نقطہ لگایا جاتا ہے۔ جتنے صفر  $10$ ،  $100$ ،  $1000$  وغیرہ میں موجود ہوں۔
- 9- ہم سیکھ چکے ہیں کہ اعشاری اعداد کو کیسے تقسیم کیا جاتا ہے۔  
(i) ایک اعشاری عدد کو مکمل عدد سے تقسیم کرنے کے لیے پہلے ہم اسے مکمل عدد کے طور پر تقسیم کریں گے۔ اب خارج قسمت میں اعشاری عدد کی مناسبت سے اعشاری نقطہ لگائیں۔  
نوٹ: یہ عمل صرف ان ہی اعداد کی تقسیم میں کیا جاسکتا ہے جس کا باقی صفر ہو۔  
(ii) ایک اعشاریہ عدد کو  $10$ ،  $100$ ،  $1000$ ، ..... وغیرہ سے تقسیم کیا جاتا ہے تو خارج قسمت میں بائیں جانب اتنے ہی مقام کے بعد اعشاری نقطہ لگایا جاتا ہے جتنے صفر  $10$ ،  $100$ ،  $1000$  وغیرہ میں موجود ہوتے ہیں۔  
(iii) جب دو اعشاری اعداد کو تقسیم کیا جاتا ہے تو پہلے اعشاریہ کے نقطہ کو دائیں جانب منتقل کرتے ہیں اس طرح کہ شمار کنندہ اور نسب نما کے اعداد کے اعشاری مقام یکساں ہوں اور مقسوم، مکمل اعداد بن جائے۔
- 10- ناطق اعداد زیادہ سے زیادہ اعداد کا اجماع ہے جس میں تمام صحیح اعداد، تمام مثبت کسوری اعداد اور تمام منفی کسوری اعداد شامل ہیں اور ان تمام سے ہم دو صحیح اعداد کی نسبت رکھتے ہیں چنانچہ ناطق اعداد کو  $\frac{p}{q}$  میں ظاہر کیا جاسکتا ہے  
اس میں (i) صحیح اعداد ہیں اور (ii)  $q \neq 0$  ناطق اعداد کے سیٹ کو  $Q$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



جان نیپیر (اسکاٹ لینڈ) (Scotland) 1550 - 1617 AD

لوگاریتھم کی دریافت۔ عمل ضرب کو سمجھانے کے لیے نیپیر سلاخ کا تعارف دیا۔ اعشاری کسور کے نظام کو متعارف کروایا۔

### 3.0 تمہید:-



آپ سابق میں سادہ مساواتوں سے متعلق معلومات حاصل کر چکے ہیں جیسے  $4x = 44$ ،  $2m = 10$  وغیرہ اور ان کے حل بھی سابق (جماعت ششم) میں معلوم کر چکے ہیں۔ آپ دیکھ چکے ہیں کہ کس طرح

یہ سادہ مساواتیں معمولی اور روزمرہ کے مسائل کو حل کرنے میں ممد و معاون ثابت ہوتے ہیں۔ آئیے اب ہم سادہ مساواتوں سے متعلق معلومات کا اعادہ کرتے ہیں اور حسب ذیل مشق کے ذریعہ ان کا حل تلاش کرتے ہیں۔



### مشق 1

1. حسب ذیل مساواتوں کے LHS اور RHS لکھئے۔

(i)  $2x = 10$       (ii)  $2x - 3 = 9$       (iii)  $4z + 1 = 8$

(iv)  $5p + 3 = 2p + 9$       (v)  $14 = 27 - y$

(vi)  $2a - 3 = 5$       (vii)  $7m = 14$       (viii)  $8 = q + 5$

2. سعی و خطا کے ذریعہ حسب ذیل مساواتوں کو حل کیجئے۔

(i)  $2 + y = 7$       (ii)  $a - 2 = 6$       (iii)  $5m = 15$       (iv)  $2n = 14$

### 3.1 مساوات - عام ترازو



☆ سابقہ جماعتوں میں آپ نے دیکھا ہے کہ مساوات کو عام ترازو سے مشابہت (تقابل) کیا گیا ہے، کیوں کہ ترازو کے دونوں پلڑے مساوی وزن کو ظاہر کرتے ہیں۔

☆ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 5 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 2 کلو وزنی شے رکھی جائے تب آپ کیا غور کرتے ہیں؟



☆ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 3 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 7 کلو زنی شے رکھی جائے تب آپ کیا غور کرتے ہیں؟

☆ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 3 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 3 کلو زنی شے رکھی جائے تب آپ کیا محسوس کرتے ہیں؟

☆ ترازو کے دونوں پلڑوں کے مساوی ہونے کے لئے دونوں پلڑوں میں مساوی اوزان ہونے چاہئے۔

تساوی میں بھی یہی اصول کارفرما ہوگا۔

فرض کیجئے کہ مساوات  $12 - 2 = 6 + 4$  ہے۔

جہاں  $LHS = 12 - 2 = 10$  اور  $RHS = 6 + 4 = 10$  ہے۔



یہاں پر چونکہ دونوں کی مختصر شکل مساوی ہے اسلئے یہ تساوی میں ہوں گے۔

اگر دونوں جانب 3 کا اضافہ کیا جائے تب کیا ہوگا؟ کیا دونوں جانب کی قیمتیں مساوی رہیں گی؟ اگر 10 کا اضافہ کیا جائے تب بھی کیا قیمتیں مساوی رہیں گی؟ کسی اور عدد کا اضافہ کر کے دیکھئے۔

اگر دونوں جانب سے 5 کو تفریق کر دیا جائے تب کیا ہوگا؟ تب بھی کیا دونوں قیمتیں مساوی ہوں گی؟ اگر 7 کی کمی کر دی جائے تو کیا اب بھی قیمتیں مساوی ہوں گی؟ کسی اور عدد کی کمی کر کے دیکھئے۔

اگر مساوات کے دونوں جانب عدد 6 سے ضرب دیا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا دونوں قیمتیں مساوی رہیں گی؟ اگر 2 سے تقسیم کیا جائے تب کیا ہوگا؟

ہر صورت میں آپ کا جواب صرف ”ہاں“ ہوگا۔ اگر مساوات کے دونوں جانب ایک ہی عدد کا اضافہ کیا جائے یا کمی کی جائے یا پھر ایک ہی عدد سے ضرب دیا جائے یا تقسیم کیا جائے تب بھی مساوات میں کوئی فرق نہیں آئیگا۔ تساوی کا یہ اصول مساوات کے حل میں ہماری مدد کرتا ہے۔

### 3.2 مساوات کا حل :-

آپ سعی و خطا کے ذریعہ مساوات کو حل کرنا سیکھ چکے ہیں آئیے اب ہم اوپر کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے بہت کم وقت میں مساوات کو حل کرنے کا طریقہ بھی سیکھیں گے۔

مساوات کو حل کرنے کے لئے ہمیں سب سے پہلے ہندسی اعداد اور متغیرات کو الگ کر لینا ہوگا۔ ہندسی اعداد کو مساوات کی ایک جانب اور متغیرات کو دوسری جانب کر لیا جائے اور تساوی کے اصول کا اطلاق کیا جائے۔ دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کیجئے

مثال 1:-  $x + 3 = 7$  کو حل کیجئے۔

حل:- دی گئی مساوات  $x + 3 = 7$  ..... ①

$x + 3$ ، LHS ہے LHS کی قیمت  $x$  سے 3 زیادہ ہے۔

$x$  کی قدر معلوم کرنے کے لئے ہمیں 3 کو نکالنا ہوگا۔ اس کے لئے مساوات کے دونوں جانب سے 3 کو

تفریق کر لیا جائے تاکہ مساوات متوازن رہے۔

دیا گیا ہے کہ  $x + 3 = 7$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$② \dots\dots\dots x = 7 - 3$$

لہذا  $x = 4$

مساوات (1) اور (2) سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ RHS میں +3 کرنا LHS میں سے -3 کے برابر ہوگا۔ یعنی LHS میں سے 3 کی کسی مساوات کی دوسری جانب RHS میں +3 میں تبدیل ہو جائیگی۔

جانچ:-  $x$  کے مقام پر 4 درج کر کے مساوات کی جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

$$\text{LHS} = x + 3 \qquad \text{RHS} = 7$$

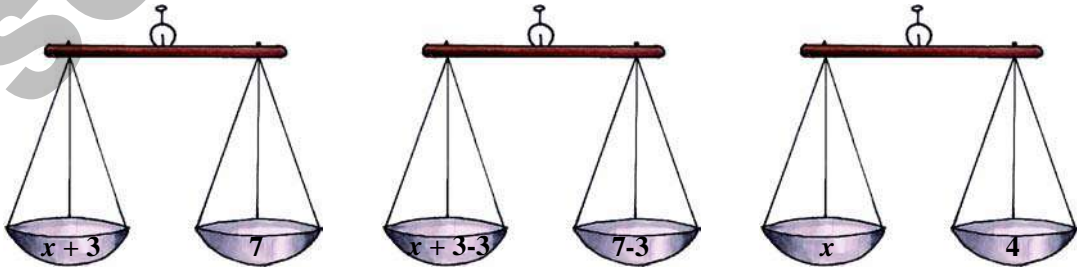
$$= 4 + 3$$

$$= 7$$

$$\text{LHS} = \text{RHS} \text{ اسلئے}$$



مذکورہ بالا حل کو عام ترازو کی مدد سے بھی تفہیم کر سکتے ہیں۔



مثال 2:-  $y - 7 = 9$  حل کیجئے۔

حل:-  $y - 7 = 9$  ①.....

یہاں پر مساوات کی بائیں جانب (LHS) میں  $y - 7$  ہے۔

لہذا 'y' کی قدر کو حاصل کرنے کے لئے مساوات کی دونوں جانب 7 جمع کرنا چاہئے۔

مساوات 1 اور 2 کی مدد سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ LHS سے -7، RHS میں جا کر +7 میں تبدیل ہو جاتا ہے۔

$$y - 7 + 7 = 9 + 7$$

$$y = 9 + 7$$
 ②.....

$$y = 16$$

جانچ کیجئے

y کی قدر 16 درج کرتے ہوئے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS



مثال 3:- حل کیجئے  $5x = -30$

حل:-  $5x = -30$  ①.....

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5} \text{ (دونوں جانب 5 سے تقسیم کرنے پر)}$$

$$x = \frac{-30}{5}$$
 ②.....

$$x = -6$$

مساوات 1 اور 2 کی مدد سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ LHS میں 5، دائیں جانب RHS میں جا کر تقسیم میں تبدیل ہو جاتا ہے۔

x کی قیمت -6 درج کر کے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

مثال 4:- حل کیجئے  $\frac{z}{6} = -3$

حل:-  $\frac{z}{6} = -3$  ①.....

$$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3) \text{ پر ضرب دینے پر}$$

$$\textcircled{2} \dots\dots\dots z = 6 \times (-3)$$

$$z = -18$$

z کی قدر -18 درج کر کے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

$$\text{مثال 5:-} \quad \text{حل کیجئے} \quad 3x + 5 = 5x - 11$$

$$\text{حل:-} \quad 3x + 5 = 5x - 11$$

دونوں جانب 5x کو تفریق کرنے پر  $3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$

$$-2x + 5 = -11$$

دونوں جانب 5 کو تفریق کرنے پر  $-2x + 5 - 5 = -11 - 5$

$$-2x = -16$$

$$\therefore x = 8 \quad \frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2}$$

دی گئی مساوات میں x کی قیمت 8 درج کر کے جانچ کیجئے

$$\text{LHS} = 3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$$

$$\text{RHS} = 5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

لہذا اعلیٰ میں LHS سے RHS میں اس طرح تبدیل ہوتی ہیں

+ مقدار بائیں جانب جا کر	- مقدار میں تبدیل ہوگی
- مقدار بائیں جانب جا کر	+ مقدار میں تبدیل ہوگی
× مقدار بائیں جانب جا کر	÷ مقدار میں تبدیل ہوگی
÷ مقدار بائیں جانب جا کر	× مقدار میں تبدیل ہوگی

مساوات 1 اور 2 سے یہ بات واضح ہوتی ہے LHS پر 6 جو تقسیم میں ہے RHS میں 6 ضرب میں تبدیل ہو جاتا ہے



مثال 6:- حل کیجئے  $12 = x + 3$

حل:- یہاں پر 12 کو LHS سے RHS میں منتقل کرنے پر 12- ہو جائے گا اسی طرح  $x + 3$  کو RHS سے LHS کی جانب لے جانے پر  $3 - x$  - ہو جائے گا۔

یعنی  $-x - 3 = -12$

دونوں جانب 1- سے ضرب دینے پر

$$-1(-x - 3) = -1(-12)$$

$$x + 3 = 12$$

$$x = 12 - 3$$

$$x = 9$$

لہذا اگر مساوات کے دونوں جانب یعنی LHS اور RHS باہم تبدیل ہونے (جابدلی) Transposed پر اس کی قدروں میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔



## مشق 2

1. جابدلی کئے بغیر حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے اور نتائج کی جانچ کیجئے۔

(i)  $x + 5 = 9$

(ii)  $y - 12 = -5$

(iii)  $3x + 4 = 19$

(iv)  $9z = 81$

(v)  $3x + 8 = 5x + 2$

(vi)  $5y + 10 = 4y - 10$

2. جابدلی کرتے ہوئے حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے اور نتائج کی جانچ کیجئے۔

(i)  $2 + y = 7$

(ii)  $2a - 3 = 5$

(iii)  $10 - q = 6$

(iv)  $2t - 5 = 3$

(v)  $4 = 27 - x$

(vi)  $5(x+4) = 35$

(vii)  $-3x = 15$

(viii)  $5x - 3 = 3x - 5$

(ix)  $3y + 4 = 5y - 4$

(x)  $3(x - 3) = 5(2x + 1)$

### 3.3 روزمرہ زندگی کے مسائل میں الجبری مساوات کا استعمال

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے۔

- (1) کسی جماعت میں جملہ لڑکوں کے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔ اگر لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے 10 زیادہ ہو تو بتلائیے کہ لڑکوں کی تعداد کیا ہوگی۔
- (2) شکیل کے والد کی موجودہ عمر شکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔ 5 سال بعد اگر دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال ہو تو دونوں کی موجودہ عمر بتلائیے۔
- (3) ایک پرس میں جملہ رقم 250/- ہے جو کہ 10 اور 50 کے نوٹوں پر مشتمل ہے۔ اگر پرس میں 10 کے نوٹ 50 کے نوٹ سے ایک زیادہ ہے تو دونوں نوٹوں کی تعداد بتلائیے۔
- (4) ایک مستطیل کا طول اس کے عرض کے دو گنے سے 8 میٹر کم ہے، اگر اس مستطیل کا احاطہ 56 میٹر ہو تو اس کے طول اور عرض کی پیمائش کیا ہوگی؟ بتلائیے۔

مذکورہ بالا مسائل میں سادہ مساواتوں کا اطلاق کرتے ہوئے روزمرہ زندگی پر مبنی کئی مسائل کو باسانی حل کیا جاسکتا ہے۔ ان مسائل کے حل کے دوران حسب ذیل اقدامات کو اختیار کرنا چاہئے۔

قدم 1:- مسئلہ کو غور سے پڑھئے

قدم 2:- دریافت طلب مقدار کو یا نامعلوم مقدار کو  $x, y, z, \dots$  وغیرہ سے تعبیر کیجئے۔

قدم 3:- مقداروں کے درمیان رشتہ کو جوڑتے ہوئے مسئلہ کو الجبری مساوات میں لکھئے۔

قدم 4:- مساوات کو حل کیجئے۔

قدم 5:- حل کی جانچ کیجئے۔

مثال 7:- جماعت میں لڑکوں کے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔ اگر لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد کے بہ نسبت 10

زیادہ ہو تو بتلائیے کہ لڑکوں کی تعداد کیا ہوگی؟

حل:- فرض کیجئے کہ لڑکوں کی تعداد  $x$  ہے، تب لڑکیوں کی تعداد  $x + 10$  ہوگی

$$x + (x + 10) = \text{لڑکوں کے اور لڑکیوں کی جملہ تعداد}$$

$$= x + x + 10$$

$$= 2x + 10$$

سوال کے مطابق جماعت کی جملہ تعداد 52 ہے لہذا

$$2x + 10 = 52$$

مساوات حل کرنے پر

$$2x = 52 - 10$$

10 کو مساوات کی دوسری جانب جا بدلی کرنے پر

$$2x = 42$$

$$x = \frac{42}{2}$$

2 کو مساوات کی دائیں جانب جا بدلی کرنے پر

$$x = 21$$

لہذا لڑکوں کی تعداد = 21

اور لڑکیوں کی تعداد = 31 + 10 = 21

جانچ:

$$21 + 31 = 52 \text{ یعنی لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔}$$

$$\text{اور } 31 - 21 = 10 \text{ یعنی لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد کی بہ نسبت 10 زیادہ ہے۔}$$

مثال 8:- تشکیل کے والد کی موجودہ عمر تشکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔ 5 سال بعد اگر دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال

ہو تو دونوں کی موجودہ عمر بتائیے۔

حل:- فرض کیجئے کہ تشکیل کی موجودہ عمر =  $x$  سال

$$3x = 3 \times x = \text{تب تشکیل کے والد کی عمر}$$

$$(x + 5) = \text{5 سال بعد تشکیل کی عمر}$$

$$(3x + 5) = \text{5 سال بعد تشکیل کے والد کی عمر}$$

$$(x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10 = \text{5 سال بعد دونوں کی عمروں کا مجموعہ}$$



سوال کے مطابق دونوں کی عمروں کا مجموعہ =  $4x + 10 = 70$

$$4x = 70 - 10$$

$$4x = 60$$

$$x = 15 \text{ یا } x = \frac{60}{4}$$

شکیل کی موجودہ عمر 15 سال ہے

لہذا شکیل کے والد کی موجودہ عمر = 45 سال  $x = 3 \times 15$

جانچ: -15 کا تین گنا 45 ہوتا ہے یعنی شکیل کے والد کی موجودہ عمر شکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔

5 سال کے بعد شکیل کی عمر 20 سال  $15 + 5 =$  اور شکیل کے والد کی عمر 50 سال  $45 + 5 =$

ان دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال  $20 + 50 =$

مثال 9:- ایک پرس میں جملہ رقم -/250 ہے جو کہ -/10 اور -/50 کے نوٹوں پر مشتمل ہے۔ اگر پرس

میں -/10 کے نوٹ -/50 کے نوٹ سے ایک زیادہ ہے تو دونوں نوٹوں کی تعداد بتلائیے۔

حل:- فرض کیجئے کہ -/50 کے نوٹوں کی تعداد  $x =$

تب -/50 کے نوٹوں کی تعداد  $50x =$

-/10 کے نوٹوں کی تعداد  $x + 1 =$

-/10 کے نوٹوں کی قدر  $10(x + 1) =$

جملہ رقم کی مقدار  $50x + 10(x + 1) =$

$$50x + 10x + 10 =$$

$$60x + 10 =$$

سوال کے مطابق پرس میں جملہ رقم کی مقدار -/250 دی گئی ہے

$$\text{لہذا } 60x + 10 = 250$$

$$60x = 250 - 10$$





$$60x = 240$$

$$x = \frac{240}{60}$$

$$x = 4$$

لہذا 50/- کے نوٹوں کی تعداد = 4

10/- کے نوٹوں کی تعداد = 4 + 1 = 5

جانچ:-

10/- کے نوٹ (5)، 50/- کے نوٹوں کی تعداد سے (1) زیادہ ہے

$$50 \times 4 + 10 \times 5 = \text{روپیوں کی قدر}$$

$$200 + 50$$

$$= 250/-$$

مثال 10:- ایک مستطیل کا طول اس کے عرض کے دو گنے سے 8 میٹر کم ہے، اگر اس مستطیل کا احاطہ 56 میٹر ہو تو

طول اور عرض کی پیمائش کیا ہوگی؟ بتائیے۔

حل:- فرض کیجئے کہ مستطیل کا عرض =  $x$  میٹر

عرض کا دو گنا =  $2x$  میٹر

تب مستطیل کا طول =  $(2x - 8)$  میٹر (سوال کے مطابق)

$$2(\text{عرض} + \text{طول}) = \text{مستطیل کا احاطہ}$$

$$2(2x - 8 + x) =$$

$$2(3x - 8) =$$

$$6x - 16 =$$

سوال کے مطابق مستطیل کا احاطہ 56 میٹر دیا گیا ہے۔

$$6x - 16 = 56 \text{ میٹر لہذا}$$

$$6x=56+16$$

$$6x=72$$

$$x=\frac{72}{6}$$

$$\therefore x=12$$

مستطیل کا عرض = 12 میٹر

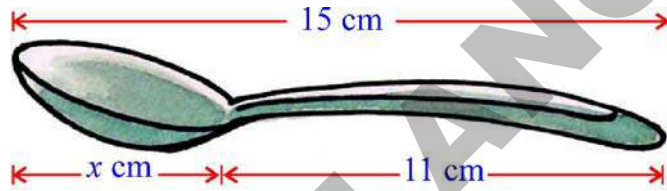
$$2(x-8)=2 \times 12 - 8 = 16 = \text{مستطیل کا طول}$$

$$2(16+12)=2 \times 28 = 56 \text{ میٹر} = \text{مستطیل کا احاطہ}$$

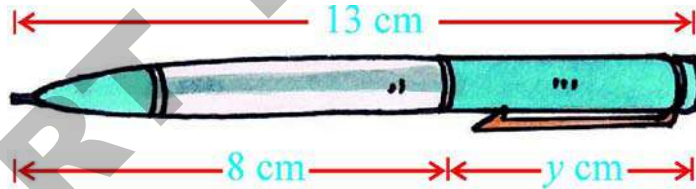


### مشق 3

1. تصویر کی اساس پر دی گئی اطلاعات (معلومات) کو مساوات کی شکل میں لکھئے ساتھ ہی ساتھ شکل میں دیئے گئے "x" کی قدر معلوم کیجئے۔

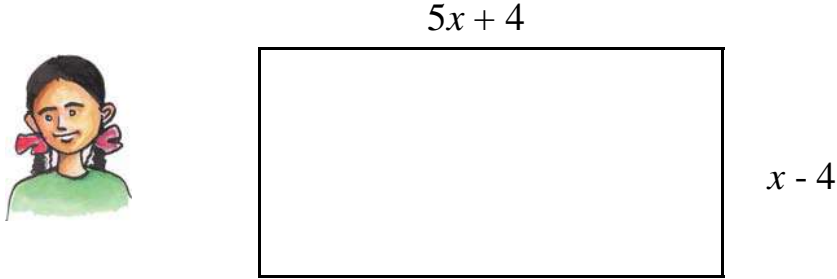


2. تصویر کی اساس پر دی گئی اطلاعات (معلومات) کو مساوات کی شکل میں لکھئے ساتھ ہی ساتھ شکل میں دیئے گئے "y" کی قدر معلوم کیجئے۔

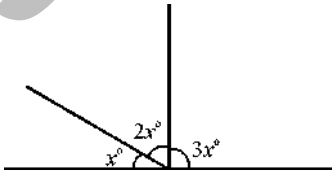


3. کسی عدد کے دُگنے میں 7 کا اضافہ کرنے پر 49 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔
4. اگر کسی عدد کے تین گنا سے 22 تفریق کرنے پر 68 حاصل ہوتا ہے تب عدد معلوم کیجئے۔
5. کسی عدد کو 7 سے ضرب دے کر محاصل میں 3 کی کمی کرنے پر 53 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔
6. دو اعداد کا مجموعہ 95 ہے۔ اگر ایک عدد دوسرے عدد سے 3 زیادہ ہے تو اعداد معلوم کیجئے۔

7. اگر تین متواتر صحیح اعداد کا مجموعہ 24 ہے تب صحیح اعداد معلوم کیجئے۔
8. مستطیل کے طول اور عرض ذیل میں دیئے گئے ہیں اگر اس کا احاطہ 72 میٹر ہو تو مستطیل کا طول اور عرض معلوم کیجئے



9. مستطیل کا طول اسکے عرض سے 4 میٹر زیادہ ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 84 میٹر ہو تو طول اور عرض معلوم کیجئے۔
10. 15 سال بعد شاہین کی عمر موجودہ عمر کا 4 گنا ہوگی، تو شاہین کی موجودہ عمر بتائیے۔
11. 63 انعامات تقسیم کرنے کے لئے  $3000/-$  دیئے گئے ہیں، اگر انعام کی قیمت بحساب  $25/-$  یا  $100/-$  ہو تب ہر زمرہ کے انعامات کی تعداد معلوم کیجئے۔
12. اگر کسی عدد کو دو حصوں میں اس طرح تقسیم کیا گیا کہ ایک حصہ دوسرے حصہ کا 10 گنا زیادہ ہے۔ اگر یہ دو اعداد 5:3 کی نسبت میں ہوں تب عدد معلوم کیجئے اور حصوں کو بھی معلوم کیجئے۔
13. آفرین نے کہا کہ ”میرے پاس موجود عدد کو 5 سے ضرب دے کر اس میں 8 جمع کرنے پر جو عدد حاصل ہوتا ہے، وہی عدد میرے پاس موجود عدد میں سے 20 کو تفریق کرنے پر حاصل ہوتا ہے تو بتائیے کہ آفرین کے پاس کونسا عدد تھا؟
14. ٹیچر نے کہا کہ ”میری جماعت میں اعلیٰ نشانات حاصل کرنے والا طالب علم، کم نشانات حاصل کرنے والے طالب علم کے ڈگنے سے 7 زیادہ ہے اگر اعلیٰ نشانات کی مقدار 87 ہو تو کم نشانات کی مقدار کیا ہوگی؟
15. متصلہ شکل میں دکھائے گئے ہر زاویہ کی پیمائشی قدر معلوم کیجئے۔  
(اشارہ: خط مستقیم پر تمام زاویوں کا مجموعہ 180 ہوتا ہے)



16. حسب ذیل پہیلی کو سلجھائیں۔

میں ایک عدد ہوں  
مجھے بوجھو تو جانوں  
مجھ کو دُگنا کر دیں  
پھر 36 کا اضافہ کر دیں  
100 تک پہنچنے  
تم کو ضرورت ہوگی چار کی



ہم نے کیا سیکھا:

☆ روزمرہ زندگی پر مبنی مختلف مسائل کے حل میں سادہ مساواتیں مدد و معاون ثابت ہوتے ہیں۔

☆ مساوات کو متوازن کرنے کے لئے ہم کو یہ کرنا چاہئے۔

(i) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد کو جمع کریں (یا)

(ii) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد کو تفریق کریں (یا)

(iii) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد سے ضرب دیں (یا)

(iv) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد سے تقسیم کریں تاکہ مساوات میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہو۔

☆ اگر LHS (بائیں ہاتھ کی جانب) اور RHS (دائیں ہاتھ کی جانب) کو باہم تبدیل کرنے پر مساوات میں کوئی فرق نہیں ہوگا۔

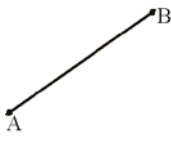
4.0- تمہید:-

ہم پچھلی جماعتوں میں جیومیٹری کے بنیادی اصول کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ہم نے جو سیکھا ہے آئیے اُن کا اعادہ کریں۔



مشق - 1

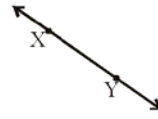
1- مندرجہ ذیل اشکال کے نام دیجیے۔



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2- مندرجہ ذیل کے اشکال بنائیے۔

(i)  $\overline{OP}$  (ii) نقطہ X (iii)  $\overline{RS}$  (iv)  $\overline{CD}$



3- دیئے گئے خطی قطعہ میں ممکنہ خطی قطعات کے نام دیجیے۔

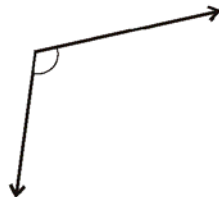
4- ان زاویوں کی کوئی پانچ مثالیں دیجیے جن کا آپ نے ماحول میں مشاہدہ کیا ہے۔

مثال:- قینچی کو مکمل کھولنے پر بننے والا زاویہ

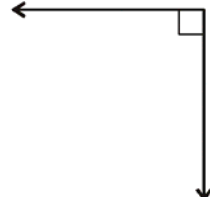
5- مندرجہ ذیل زاویوں میں زاویہ حادہ، زاویہ قائمہ اور زاویہ منفرجہ کی شناخت کیجیے۔



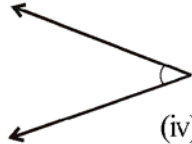
(i)



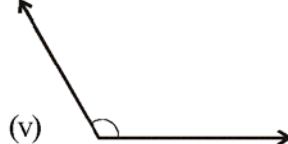
(ii)



(iii)

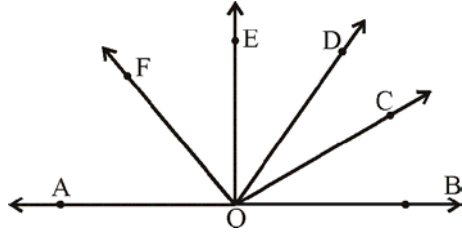


(iv)

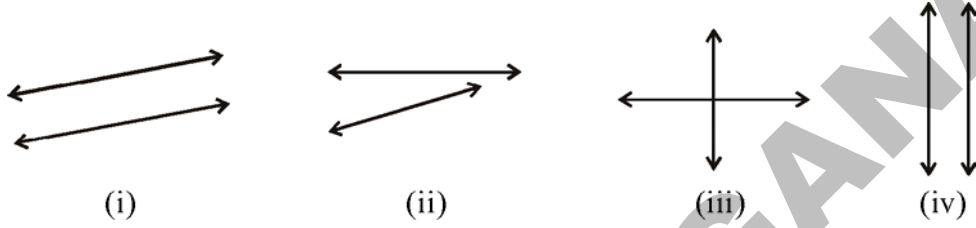


(v)

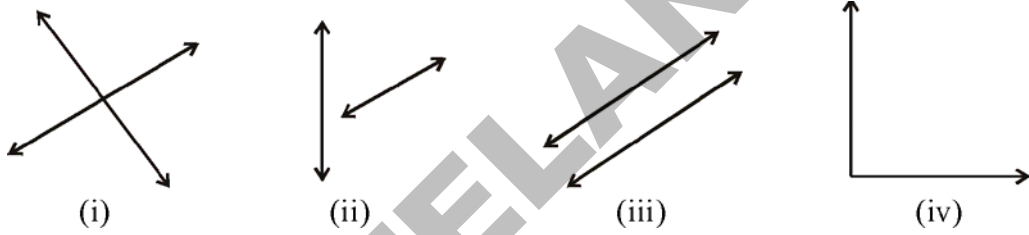
6- مندرجہ ذیل شکل میں ممکنہ بننے والے زاویے جیسے، زاویہ حادہ، زاویہ منفرجہ، زاویہ قائمہ اور زاویہ مستقیم کے نام لکھئے۔



7- حسب ذیل میں کونسے خطوط کی جوڑیاں متوازی ہیں؟ اور کیوں؟



8- حسب ذیل میں کونسے خطوط قاطع خطوط ہیں۔



4.1 زاویوں کے بارے میں مزید معلومات حاصل کریں۔

ہم پچھلے باب میں زاویوں کی شناخت کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم مزید چند زاویوں اور ان کے مختلف جوڑیوں کے بارے میں سیکھیں گے۔

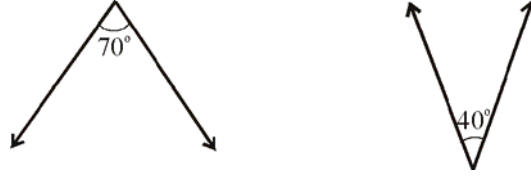
4.1.1 اتمامی زاویے (Complementary Angles)

اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ  $90^\circ$  ہو تو ان زاویوں کو اتمامی زاویے کہتے ہیں۔



یہ اتمامی زاویے ہیں چونکہ ان کا مجموعہ  $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$  ہے۔

اور ہم ان کو اس طرح بھی کہہ سکتے ہیں،  $30^\circ$  کا تمہ  $60^\circ$  ہے اور  $60^\circ$  کا تمہ  $30^\circ$  ہے۔

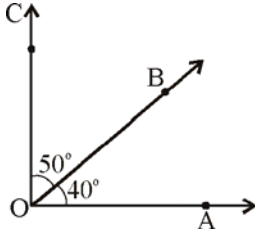


اوپر دی گئی اشکال میں دو زاویوں کا مجموعہ  $70^\circ + 40^\circ \neq 90^\circ$  کے اس لیے یہ زاویوں کے جوڑا اتمامی زاویوں کے جوڑ نہیں ہیں۔



کوشش کیجیے: آپ اپنے پسندیدہ اتمامی زاویوں کی پانچ جوڑیاں لکھئے۔

یہ کیجیے:-

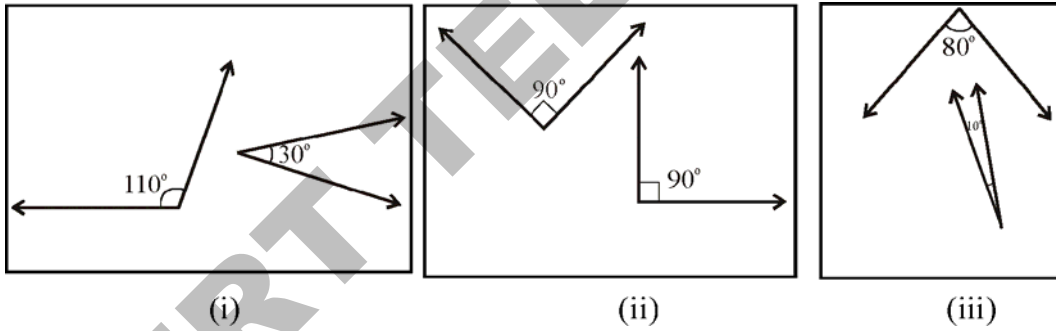


بتلائیے کہ ایک زاویہ  $\angle AOB = 40^\circ$  بنائیے اسی راس 'O' سے  $\angle BOC = 50^\circ$  اس طرح بنائیے کہ  $\overline{OB}$  اس کی ابتدائی شعاع ہے جیسا کہ شکل میں دیا گیا ہے چونکہ ان دو زاویوں کا مجموعہ  $90^\circ$  ہے۔ یہ دونوں زاویے ایک زاویہ قائمہ بناتے ہیں۔ ایک دوسری جوڑی  $60^\circ$  اور  $50^\circ$  لے کر ان کو شکل کی طرح جوڑیے کیا یہ اتمامی زاویہ بناتے ہیں۔ کیوں؟ اور کیوں نہیں؟



## مشق - 2

1- ان میں کونسے زاویوں کے جوڑا اتمامی زاویہ بناتے ہیں



2- حسب ذیل کے اتمامی زاویے معلوم کیجیے۔

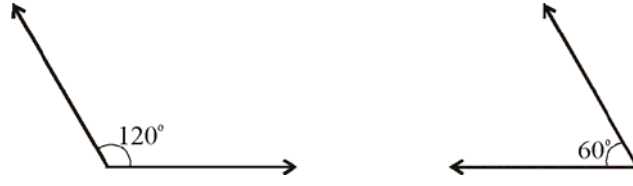
25° (i) 40° (ii) 89° (iii) 55° (iv)

3- دو زاویوں کا مجموعہ اتمامی ہے اور آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہیں؛ زاویے معلوم کیجیے۔

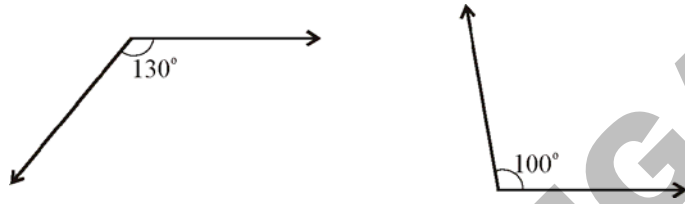
4- نازنین کہتی ہے کہ ”اتمامی زاویہ کی جوڑ کا ہر ایک زاویہ ہمیشہ حادہ زاویہ ہوتا ہے“ کیا آپ اس بات سے متفق ہیں۔ وجہ بتائیے۔

## 4.1.2 تکمیلی زاویے (تمامی زاویے): (Supplementary Angles)

اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہو تب وہ زاویے تمامی (تکمیلی زاویے) کہلاتے ہیں۔



یہ جوڑ تکمیلی زاویہ بناتے ہیں اور ان کا مجموعہ  $120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$  ہے ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $60^\circ$  کا تکمیلہ زاویہ  $120^\circ$  ہے اور  $120^\circ$  کا تکمیلہ زاویہ  $60^\circ$  ہے۔

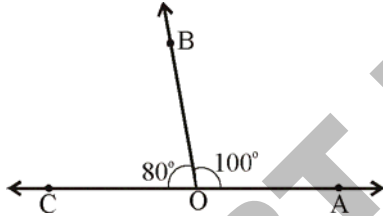


$130^\circ$  اور  $100^\circ$  تکمیلی زاویوں کا جوڑ نہیں ہے۔ کیوں؟

یہ کیجیے:-

ایک زاویہ  $\angle AOB = 100^\circ$  بنائیے اسی راس "O" سے  $\angle BOC = 80^\circ$  اس طرح

کھینچیے کہ  $\overline{OB}$  دو زاویوں کی مشترک شعاع ہے۔



☆ آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ اوپر کے زاویے ایک زاویہ مستقیم  $180^\circ$  بناتے ہیں۔

☆ اس طرح بننے والا زاویہ "زاویہ مستقیم" کہلاتا ہے۔

☆ اس طرح دو زاویے  $100^\circ$  اور  $80^\circ$  ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہیں۔

☆ کیا  $130^\circ$  اور  $70^\circ$  تکمیلی زاویے ہیں؟ کیوں؟ کیوں نہیں۔

کوشش کیجیے:

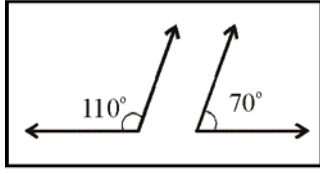
آپ اپنے پسندیدہ کوئی پانچ تکمیلی زاویوں کے جوڑ لکھئے۔



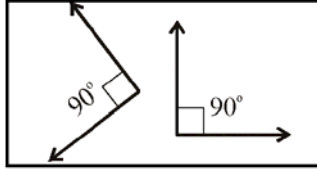


### مشق - 3

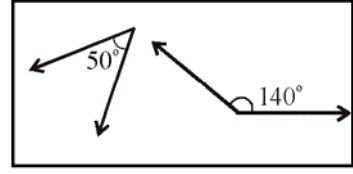
1- ان میں سے کونسے جوڑ تکمیلی زاویہ بناتے ہیں؟



(i)



(ii)



(iii)

2- مندرجہ ذیل زاویوں کے تکمیلہ زاویے معلوم کیجیے؟

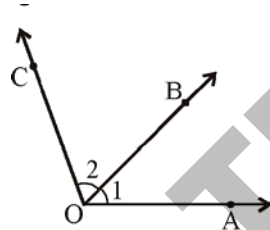
(i)  $105^\circ$  (ii)  $95^\circ$  (iii)  $150^\circ$  (iv)  $20^\circ$

3- دو حادہ زاویے تکمیلی زاویہ کی جوڑ نہیں بنا سکتے محاسبہ کیجیے؟

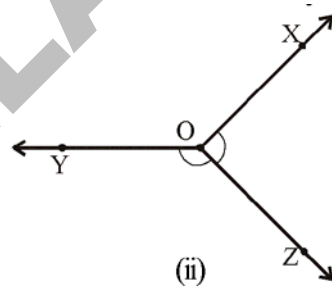
4- دو زاویے مساوی اور ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہیں؟ زاویے معلوم کیجیے؟

### 4.1.3 متصلہ زاویے:

ایسے زاویے جو مشترکہ بازو اور مشترکہ راس پر بنتے ہیں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں۔

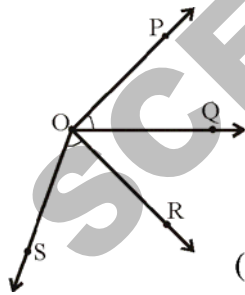


(i)



(ii)

اوپر دی گئی شکل میں (i)  $\angle AOB$  اور  $\angle BOC$  متصلہ زاویے ہیں۔ جیسا کہ ان کا مشترکہ راس 'O' ہے اور مشترکہ بازو  $\overline{OB}$  ہے۔



(iii).

کیا شکل (ii) میں بتائیے گئے زاویے متصلہ زاویے ہیں؟ ان میں کونسا راس اور کونسا بازو مشترک ہے بتائیے۔

اب شکل (iii) پر غور کریں۔ کیا  $\angle QOP$  اور  $\angle POR$  متصلہ زاویے ہیں؟ کیوں؟ اور

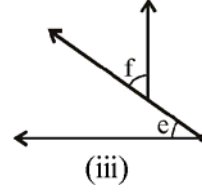
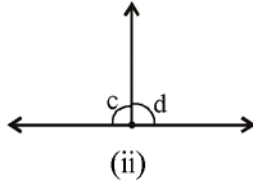
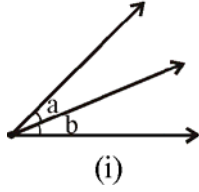
کیوں نہیں؟ شکل (iii) میں کونسے زاویے متصلہ زاویے ہیں۔

آپ ایسا کیوں سوچتے ہیں کہ یہ متصلہ زاویے ہیں۔



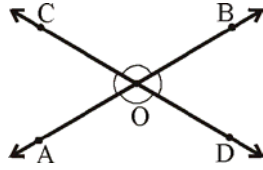
## مشق - 4

1- مندرجہ ذیل میں کونسے زاویے متصلہ ہیں؟



2- ذیل میں دی گئی شکل میں بننے والے تمام متصلہ زاویوں کے نام لکھئے۔ کتنے متصلہ زاویے تشکیل پائیں گئے اور یہ

زاویے کیوں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں؟



3- کیا دو متصلہ زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں؟ شکل بنائیے۔

4- کیا دو متصلہ زاویے اتما می زاویے ہوتے ہیں؟ شکل بنائیے۔

5- کیا آپ نے روزمرہ زندگی میں متصلہ زاویوں کا مشاہدہ کیا ہے؟ چار مثالیں دیجیے۔

مثال:- سیکل کے پہننے کی کاڑیوں کے درمیان بننے والے زاویے۔

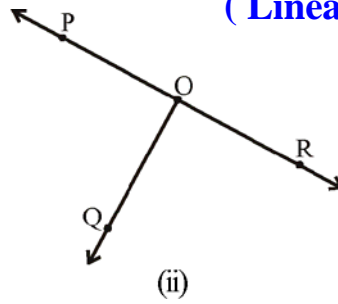
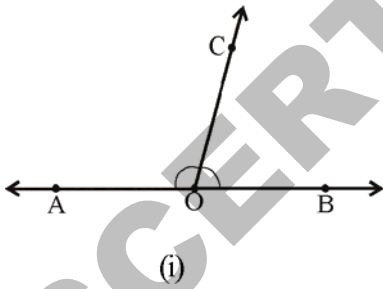
(i) \_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_

(iii) \_\_\_\_\_

(iv) \_\_\_\_\_

### 4.1.3 خطی جوڑ (Linear Pairs)



شکل (i) پر غور کیجیے  $\angle AOC$  اور  $\angle BOC$  متصلہ زاویے ہیں۔ ان زاویوں کا مجموعہ کیا ہوگا؟

یہ دونوں زاویے مل کر زاویہ مستقیم بناتے ہیں۔ اسی طرح شکل (ii) پر غور کریں کیا زاویے  $\angle ROQ$  اور  $\angle POQ$  مل

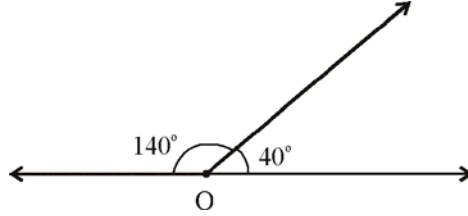
کر زاویہ مستقیم بناتے ہیں؟

متصلہ زاویوں کا جوڑ جن کا مجموعہ  $(180^\circ)$  ہو زاویہ مستقیم کہلاتا ہے۔ اور یہ جوڑ خطی جوڑ کہلاتے ہیں۔



یہ کیجیے:

دو متصلہ زاویے  $40^\circ$  اور  $140^\circ$  ہیں۔ کیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں؟  
شکل بنائیے اور اس کی جانچ کیجیے۔ عائشہ نے اس طرح ایک شکل کھینچی ہے۔

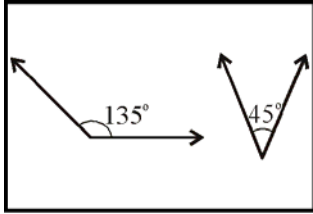


کیا یہ شکل صحیح ہے؟ کیا یہ متصلہ زاویے خطی جوڑ بناتے ہیں؟

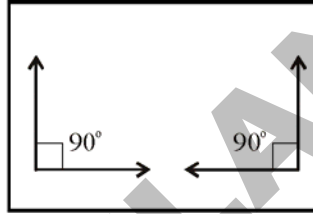


### مشق - 5

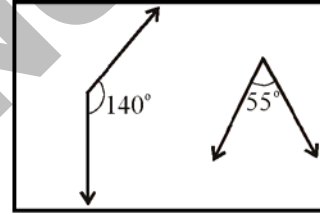
1- مندرجہ ذیل زاویوں کے جوڑ کو متصلہ زاویوں میں ظاہر کیجیے؟ کیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں؟ جانچ کیجئے



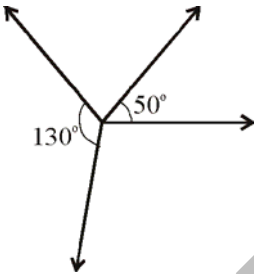
(i)



(ii)



(iii)

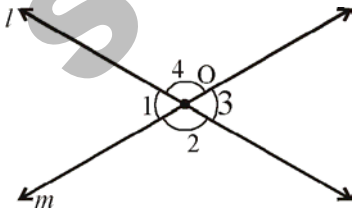


2- انجم  $130^\circ$  اور  $50^\circ$  زاویے لے کر اس کی جانچ کرتی ہے کہ آیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں یا نہیں؟ وہ مندرجہ ذیل شکل بناتی ہے۔

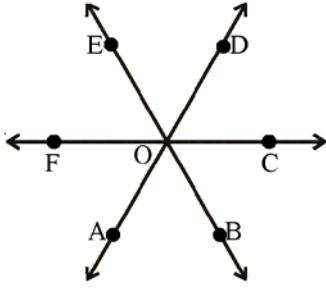
کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہ دو زاویے خطی جوڑ نہیں بناتے؟ اگر نہیں، تو انجم سے کہاں غلطی سرزد ہوئی۔

### 4.1.4 مقابل کے راسی زاویے (Vertically Opposite Angles)

جب دو خطوط آپس میں قطع کرتے ہیں تب، نقطہ تقاطع پر بننے والے مقابل کے زاویے مقابل کے راسی زاویے کہلاتے ہیں۔ شکل میں دو خطوط  $l$  اور  $m$  نقطہ  $O$  پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔



$\angle 1, \angle 3$  کا مقابل کا زاویہ ہے، اور اس طرح دوسری جوڑی  $\angle 2$  اور  $\angle 4$  ہے۔  
اس طرح  $\angle 1, \angle 3$  اور  $\angle 2, \angle 4$  دو مقابل کے راسی زاویوں کے جوڑ ہیں۔

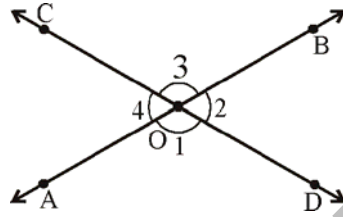


متصلہ شکل میں کونسے زاویے مقابل کے راسی زاویے ہیں۔

یہ کیجیے:

دو قاطع خطوط  $\overline{AB}$  اور  $\overline{CD}$  اس طرح کھینچیے کہ وہ نقطہ O پر قطع کریں۔  
ذیل میں دی گئی شکل مومی کاغذ پر اتاریں۔ اور اس کو اس طرح گھمایئے کہ  
 $\angle AOD$ ،  $\angle BOD$  پر سے منطبق ہو جائے۔

زاویوں کے جوڑ  $\angle AOD$  اور  $\angle BOC$  اور  $\angle COA$  اور  $\angle DOB$  کا مشاہدہ کیجیے۔  
آپ جانیں گے کہ  $\angle COA = \angle DOB$  اور  $\angle AOD = \angle BOC$  ہیں۔



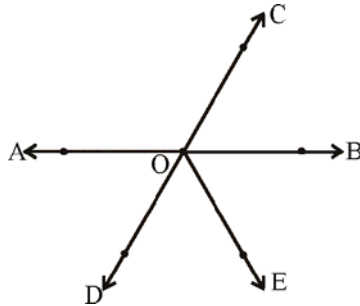
اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ مقابل کے راسی زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

نوٹ:۔ دونلیکیاں (Straws) لیجیے۔ دونوں کو ایک نقطہ O پر جوڑیئے (پن کی مدد سے) اب ان دونوں کو ایک دوسرے پر اس طرح رکھیں کہ اوپری نکی پچی پر مکمل طور پر منطبق ہو جائے۔ اب ان نلیکیوں کو گھمایئے۔ آپ مشاہدہ کریں گے کہ وہ مقابل کے راسی زاویے بناتے ہیں۔

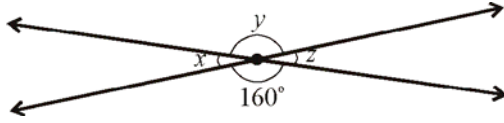


## مشق - 6

1۔ دی گئی شکل میں دو جوڑ مقابل کے راسی زاویوں کے نام دیجیے۔



2-  $x, y, z$  کی قدر بغیر پیمائش کے معلوم کیجیے؟



3- آپ کے اطراف و اکناف میں بننے والے مقابل کے راسی زاویوں کا مشاہدہ کیجیے۔ اور چند مثالیں دیکھیے۔

### 4.2 عرضی قاطع خط (Transversal)

آپ نے ریل کی پٹریوں کو دیکھا ہوگا۔ دو متوازی خطوط ایک قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں، اس کی مثال ریل کی پٹری ہے۔



ایک خط جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے، عرضی قاطع خط کہلاتا ہے۔

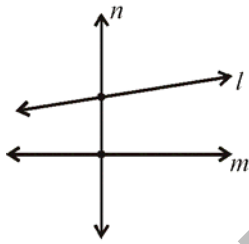


Figure (i)

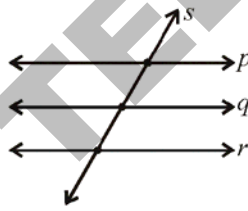


Figure (ii)

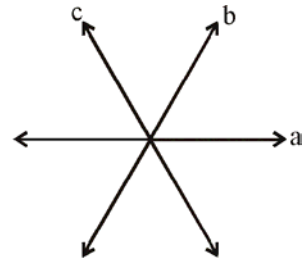


Figure (iii)

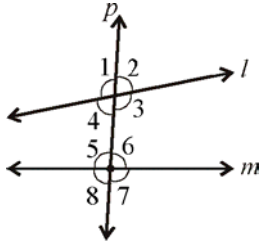
شکل (i) میں: دو خطوط  $l$  اور  $m$  اور  $n$  پر ایک عرضی قاطع خط ہے۔ اس لئے  $l$  اور  $m$  پر  $n$  سے قطع ہوتے ہیں۔  
 شکل (ii) میں: تین خطوط  $p, q, r$  اور  $s$  کو  $s$  تین مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے اس لئے  $s$  کو عرضی قاطع خط کہا جاتا ہے۔  
 شکل (iii) میں: دو خطوط  $a$  اور  $b$  اور  $c$  سے قطع ہوتے ہیں خط  $c$  کا نقطہ تقاطع خطوط  $a$  اور  $b$  کا بھی نقطہ تقاطع ہے۔  
 اس لیے یہ تین خطوط متقاطع خطوط ہیں ان میں سے کوئی بھی عرضی قاطع خط نہیں ہے۔

یہ کیجیے:

دو مختلف خطوط سے کتنے قاطع خط کھینچے جاسکتے ہیں؟



## 4.2.1 عرضی قاطع خط سے بننے والے زاویے:

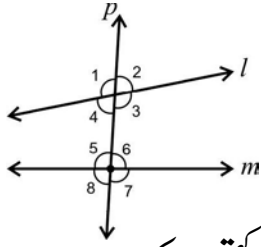


عرضی قاطع خط جب دو خطوط کو قطع کرتا ہے تب 8 زاویے تشکیل پاتے ہیں۔ ہر ایک نقطہ تقاطع پر زاویے بنتے ہیں۔ شکل کا مشاہدہ کیجیے۔

یہاں پر  $l$  اور  $m$  دو خطوط ہیں جو عرضی قاطع خط  $p$  سے قطع ہوتے ہیں۔ اس طرح 8 زاویے  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$  بنتے ہیں۔

زاویے  $\angle 4, \angle 3, \angle 6, \angle 5$  خطوط  $l$  اور  $m$  کے اندرونی جانب بنتے ہیں۔ اسلئے انکو داخلی زاویے کہتے ہیں۔  $\angle 7, \angle 1, \angle 2, \angle 8$  اور  $l$  اور  $m$  خطوط کے بیرونی جانب بنتے ہیں۔ اس لئے ان زاویوں کو خارجی زاویے کہتے ہیں۔

متصلہ شکل پر غور کیجیے۔



زاویے  $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$  خارجی زاویے ہیں۔

زاویے  $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$  داخلی زاویے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ مقابل کے راسی زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

اس حقیقت کی رو سے عائشہ شکل پر غور کرتی ہے جہاں پر متقابل راسی زاویے ہیں اور کہتی ہے کہ

$$\angle 1 = \angle 3 \text{ اور } \angle 2 = \angle 4$$

مزید کونسے زاویوں کے دو جوڑ انتصابی مقابل کے راسی زاویے ہیں؟

وہ کہتی ہے کہ ہر ایک خارجی زاویہ جوڑ بناتا ہے ایک داخلی مقابل کے زاویہ سے، اس طرح کے زاویوں کے

جوڑ مساوی ہوتے ہیں۔ کیا آپ عائشہ کے بیان سے متفق ہیں؟

یہ کیجیے:

1- شکل (i) اور (ii) میں عرضی قاطع خط کی نشاندہی کیجیے۔

بیرونی اور داخلی زاویوں کی نشاندہی کرتے ہوئے۔ ذیل میں دیئے گئے جدول کو پُر کیجیے۔

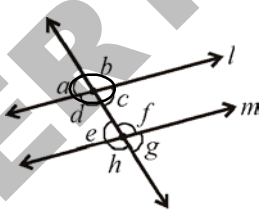


Figure (i)

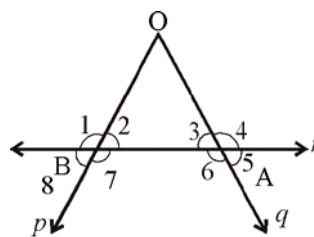
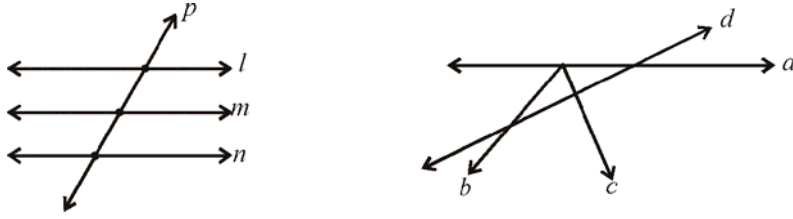


Figure (ii)

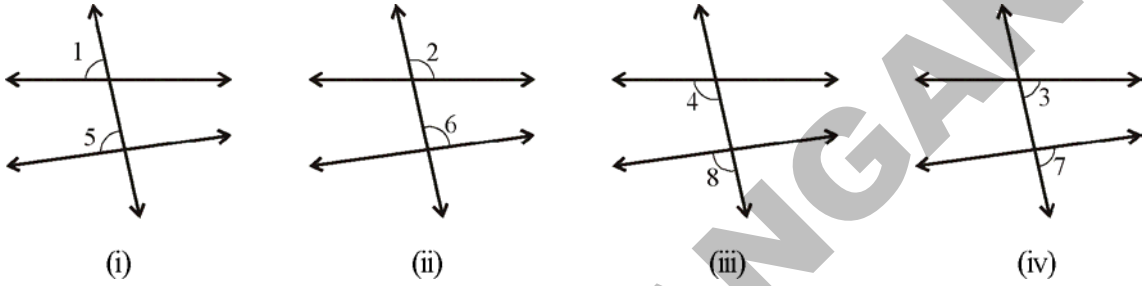
داخلي زاویے	خارجی زاویے	عرضی قاطع خط	شکل
			(i)
			(ii)

2- ذیل کی خطوط پر غور کیجیے۔ ان میں کونسا خط، عرضی قاطع خط ہے؟  
ان میں بننے والے تمام زاویوں کی، اعداد سے نشاندہی کیجیے۔ ان میں کونسے خارجی زاویے ہیں اور کونسے داخلی زاویے ہیں۔



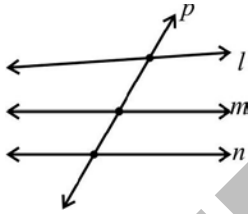
### 4.2.1(a) نظیری زاویے (Corresponding Angles)

شکل (i)، (ii)، (iii)، (iv) پر غور کیجیے۔



زاویوں کے جوڑ پر غور کیجیے۔  $(\angle 1, \angle 5)$ ,  $(\angle 2, \angle 6)$ ,  $(\angle 4, \angle 8)$ ,  $(\angle 3, \angle 7)$  کیا آپ ان زاویوں کی جوڑ میں کچھ مشترک پاتے ہیں۔

یہ زاویے مختلف راس پر بنے ہیں۔ اور یہ زاویے عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔ اور ان میں ایک زاویہ بیرونی جانب اور ایک اندرونی جانب واقع ہے۔



مندرجہ بالا زاویوں کے جوڑ نظیری زاویے کہلاتے ہیں۔

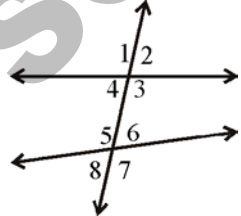
اگر ایک عرضی قاطع خط تین خطوط کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے، تب کیا ہوگا؟ اس

صورت میں نظیری زاویے کونسے ہوں گے؟

اس صورت میں خارجی اور داخلی زاویوں کی تعداد کیا ہوگی؟ 4، 5 خطوط کو اگر ایک عرضی

قاطع خط قطع کرتا ہے تو کیا ہوگا؟ کیا آپ ان سے بننے والے خارجی، داخلی اور نظیری زاویوں کا قیاس کر سکتے ہیں؟

### 4.2.1(b) داخلی اور خارجی متبادلہ زاویے:

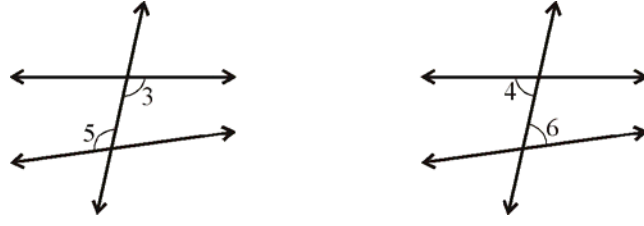


متصلہ شکل پر غور کیجیے۔ ان زاویوں کو بتائیے جن میں مندرجہ ذیل تین خصوصیات پائی

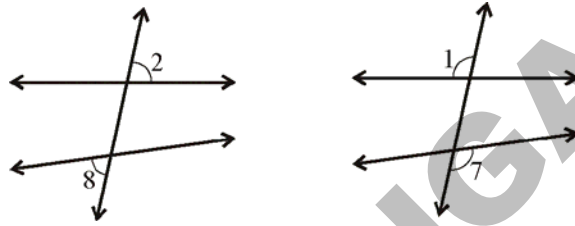
جاتی ہیں۔ (i) مختلف راس رکھتے ہیں۔ (ii) عرضی قاطع خط کے دونوں جانب

واقع ہوتے ہیں۔ (iii) دو خطوط کے درمیان واقع ہوتے ہیں (داخلی زاویے)

اس طرح کے زاویوں کے جوڑ داخلی متبادلہ زاویے کہلاتے ہیں۔



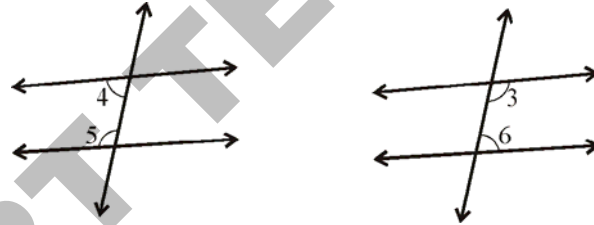
زاویوں کے جوڑ ( $\angle 3, \angle 5$ ) اور ( $\angle 4, \angle 6$ ) داخلی متبادلہ زاویوں کے جوڑ ہیں۔ اسی طرح آپ دو جوڑ خارجی متبادلہ زاویوں کے حاصل کر سکتے ہیں۔



زاویوں کے جوڑ ( $\angle 2, \angle 8$ ) اور ( $\angle 1, \angle 7$ ) خارجی متبادلہ زاویوں کے جوڑ کہلاتے ہیں۔

### 4.2.1(c) عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب والے داخلی زاویے:

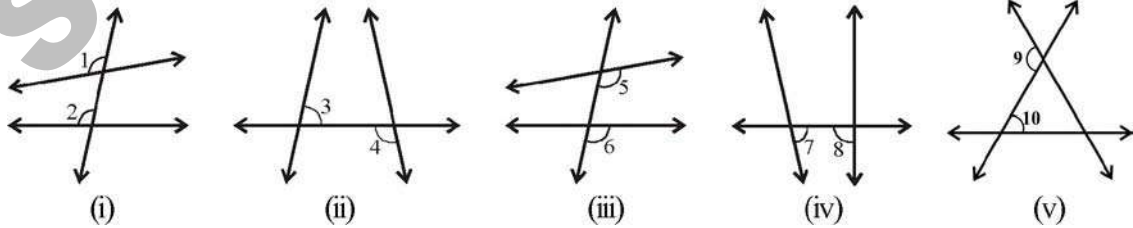
داخلی زاویے عرضی قاطع خط کے ایک جانب شکل میں دئے گئے طریقہ پر پائے جاتے ہیں۔



زاویے  $\angle 4, \angle 5$  اور  $\angle 3, \angle 6$  داخلی زاویوں کے جوڑ ہیں۔ جو عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

یہ کیجیے:

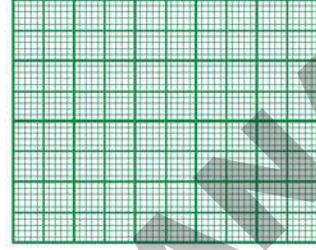
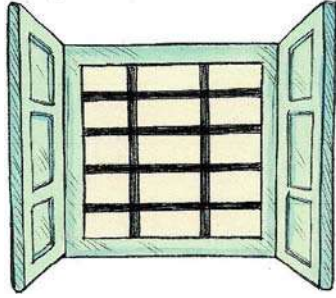
1۔ زاویوں کی خصوصیات کی رو سے ان کے جوڑ کے نام لکھئے۔





## 4.2.2 متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط:

ایسے دو ہم مستوی خطوط جو قطع نہیں کرتے متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔  
آئیے ہم غور کریں کہ متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط سے بننے والے زاویوں کے خواص کیا ہیں۔  
ذیل میں دی گئی کھڑکی اور گراف پیپر پر غور کیجیے۔



یہ دی گئی مثالیں متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط کو ظاہر کرتے ہیں۔

ایک کاغذ لیجئے جس پر متوازی لکیں ہوں۔ ان پر دو متوازی خطوط کھینچیے جہاں  $l$  اور  $m$  ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ ان دو خطوط پر ایک عرضی قاطع خط  $p$  کھینچیے۔  
نظیری زاویوں کے جوڑ جو اشکال (i)، (ii)، (iii)، (iv) میں دی گئی ہیں۔ ان کے نام لکھئے۔

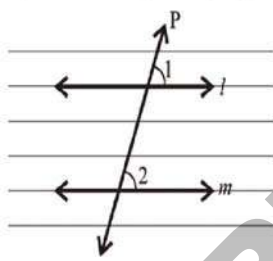


Figure (i)

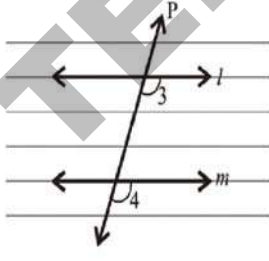


Figure (ii)

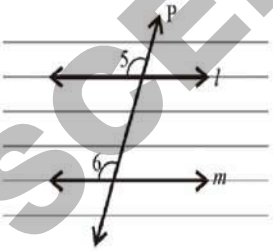


Figure (iii)

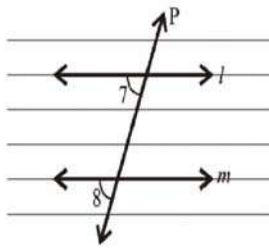


Figure (iv)

شکل (i) پر مومی کاغذ (Trace paper)

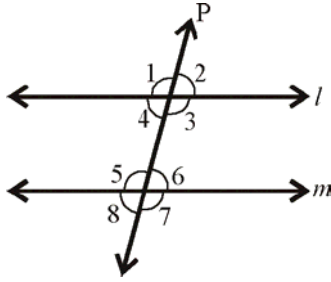
رکھ کر  $l$  اور  $m$  پر مشق کریں۔ مومی کاغذ کو خط  $p$  سے اس طرح کھینچیے کہ خط  $l$  اور خط  $m$  منطبق ہو جائے۔

آپ مشاہدہ کریں گے کہ کیا مومی کاغذ پر بنا ہوا زاویہ  $\angle 1$  اصل کاغذ پر بننے والے زاویے  $\angle 2$  پر منطبق ہوتا ہے۔

اس طرح  $\angle 1 = \angle 2$

کیا نظیری زاویوں کے مابقی جوڑ بھی مساوی ہیں؟ مومی کاغذ کے استعمال سے اور اوپر دیئے گئے عمل کی مدد سے جانچ کیجیے۔

آپ نے غور کیا ہوگا کہ اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب بننے والے نظیری کے زاویوں کے جوڑ آپس میں مساوی ہوتے ہیں۔ نظیری زاویوں کی اس خاصیت کی مدد سے دوسرے نتائج بھی اخذ کر سکتے ہیں۔ متصلہ شکل میں  $l$  اور  $m$  متوازی خطوط کے جوڑ ہیں اور  $p$  ایک عرضی قاطع خط ہے۔



جیسا کہ تمام نظیری زاویوں کے جوڑ مساوی ہوتے ہیں  $\angle 1 = \angle 5$  لیکن  $\angle 1 = \angle 3$  (مقابل کے راسی زاویے)

اس طرح  $\angle 3 = \angle 5$ ، اسی طرح آپ بتا سکتے ہیں کہ  $\angle 4 = \angle 6$

اس لیے اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب بننے والے اندرونی متبادلہ زاویوں کے جوڑ مساوی ہوتے ہیں۔

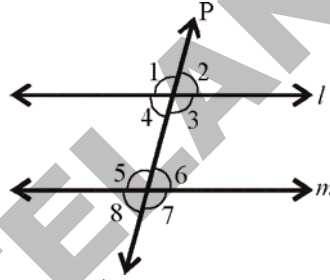


کیا آپ خارجی متبادلہ زاویوں کے لیے بھی یہی نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے:

آئیے اب ہم عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کے بارے میں بڑی دلچسپ بات

جانیں گے۔



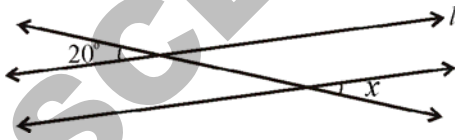
مندرجہ بالا شکل میں  $l$  اور  $m$  متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط  $p$  سے قطع ہوتے ہیں۔

$\angle 3 = \angle 5$  (داخلی متبادلہ زاویے)

لیکن  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$  (کیوں؟) اسی طرح  $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$  (دیا گیا ہے)

اس طرح اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب

بننے والے داخلی زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔



مثال 1:- مندرجہ ذیل شکل میں  $l$  اور  $m$  متوازی خطوط کے

جوڑ ہیں اور  $p$  عرضی قاطع خط ہے تب  $x$  کی قدر معلوم کیجیے۔

حل: دیا گیا ہے کہ  $l \parallel m$  جہاں  $p$  عرضی قاطع خط ہے۔

$\angle x$  اور  $20^\circ$  خارجی متبادلہ زاویوں کا جوڑ ہے، یہ دونوں زاویے مساوی ہیں۔ اس طرح  $\angle x = 20^\circ$

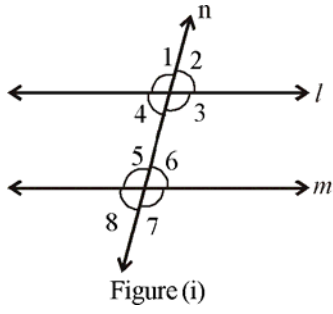


Figure (i)

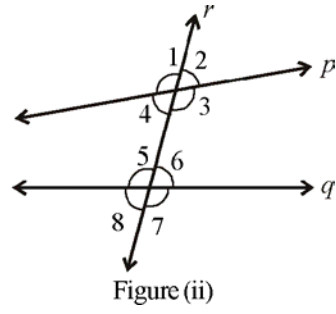


Figure (ii)

یہ کیجیے:

شکل (i) اور (ii) کو اپنی نوٹ بک پر اتاریے۔ ان کے زاویوں کی پیمائش چاندہ کی مدد سے کیجئے اور مندرجہ ذیل جدول پُر کیجئے۔  
جدول 1: جدول کو نظیری زاویوں کی پیمائش سے مکمل کیجئے۔

شکل	نظیر کے زاویوں کے جوڑ			
	پہلی جوڑ	دوسری جوڑ	تیسری جوڑ	چوتھی جوڑ
(i)	$\angle 1 = \dots\dots\dots$	$\angle 2 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$
	$\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 7 = \dots\dots\dots$	$\angle 8 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 1 = \dots\dots\dots$	$\angle 2 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$
	$\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 7 = \dots\dots\dots$	$\angle 8 = \dots\dots\dots$

بتائیے کہ کس شکل میں نظیری زاویوں کی جوڑ مساوی ہے؟

خطوط l اور m کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

خطوط p اور q کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

کون سے خطوط کی جوڑ آپس میں متوازی ہے؟

اس طرح، اگر کوئی عرضی قاطع خط دو خطوط کو قطع کرتا ہو اور ان کے نظیری زاویوں کے جوڑ مساوی ہوں

تب وہ دو خطوط آپس میں متوازی ہوتے ہیں۔

جدول 2: داخلی متبادلہ زاویوں کی پیمائش کرتے ہوئے جدول کو پُر کیجیے۔

اندرونی زاویوں کی جوڑی		
شکل	پہلی جوڑی	دوسری جوڑی
(i)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$

بتائیے کہ کس شکل میں اندرونی متبادلہ زاویوں کی جوڑی مساوی ہے؟

خطوط  $m$  اور  $l$  کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

خطوط  $p$  اور  $q$  کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

اس طرح، اگر خطوط کی جوڑی عرضی قاطع خط سے قطع ہوتی ہیں اور ان کے داخلی متبادلہ زاویے مساوی ہوتے

ہیں تب وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

جدول 3: - عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کی پیمائش کرتے ہوئے جدول کو پُر کریں۔

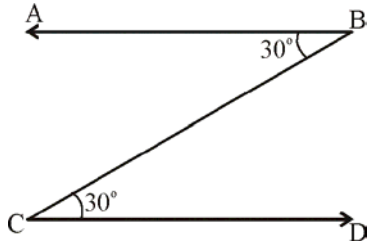
عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویے				
شکل	پہلی جوڑی		دوسری جوڑی	
(i)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$
(ii)	$\angle 3 = \dots\dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 = \dots\dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots\dots$	$\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$

کس شکل میں داخلی زاویوں کے جوڑے جو عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بنتے ہیں۔ تکمیلی زاویے ہوتے ہیں۔ (زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$ )

$l$  اور  $m$  خطوط کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

$p$  اور  $q$  خطوط کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

لہذا، اگر خطوط کی جوڑی عرضی قاطع خط سے قطع ہوتی ہے اور عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے اندرونی زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔ تب وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔



مثال 2:- نیچے دی گئی شکل میں دو زاویے  $30^\circ$  کے دکھائے گئے ہیں۔ اس

صورت میں کیا  $AB \parallel CD$

حل: دیئے گئے زاویے داخلی متبادلہ زاویے ہیں جس کا عرضی قاطع خط BC

ہے۔

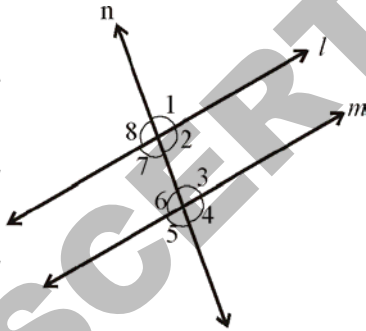
زاویے مساوی ہیں، اس لیے  $AB \parallel CD$



## مشق - 7

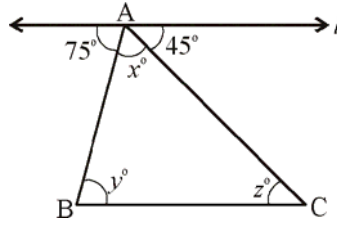
1- خالی جگہوں کو پُر کیجیے:

- ایک خط جو دو یا دو سے زائد خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے..... کہلاتا ہے
  - اگر متبادلہ داخلی زاویوں کی جوڑی مساوی ہوتی ہے تب خطوط..... ہوتے ہیں۔
  - اگر عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے دو داخلی زاویوں کا مجموعہ تکمیلی زاویہ بناتا ہو تب وہ خطوط.....
  - اگر دو خطوط آپس میں قطع کرتے ہیں تو ان میں پائے جانے والے مشترکہ نقاط.....
- 2- دی گئی شکل میں خطوط  $l$  اور  $m$  متوازی ہیں۔ اور  $n$  ایک عرضی قاطع خط ہے۔ دے گئی حالات کو مد نظر رکھتے ہوئے خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

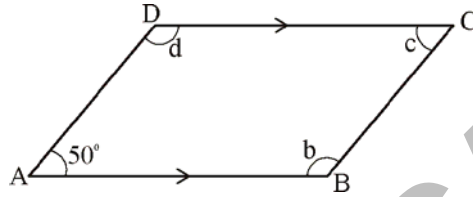


- اگر  $\angle 1 = 80^\circ$  تب  $\angle 2 = \dots$
- اگر  $\angle 3 = 45^\circ$  تب  $\angle 7 = \dots$
- اگر  $\angle 2 = 90^\circ$  تب  $\angle 8 = \dots$
- اگر  $\angle 4 = 100^\circ$  تب  $\angle 8 = \dots$

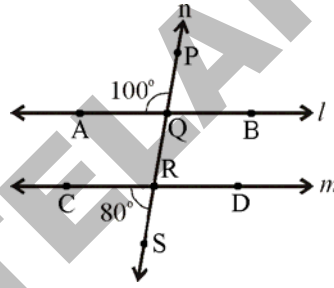
3- زاویے  $x, y$  کی پیمائش کیجیے جبکہ  $l \parallel BC$  کے



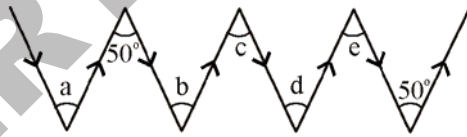
4- ABCD ایک چار ضلعی ہے جس میں  $AD \parallel BC$  اور  $AB \parallel DC$  تب بتائیے کہ  $\angle b, \angle c, \angle d$  اور  $\angle d$  کی قدر کیا ہوگی۔



5- دی گئی شکل میں  $l$  اور  $m$  خطوط ایک عرضی قاطع خط  $n$  سے قطع کرتے ہیں۔ کیا  $l \parallel m$  ہے۔



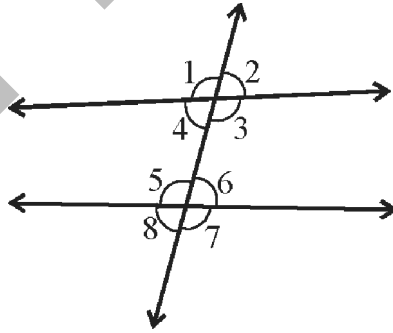
6- حسب ذیل شکل میں  $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d, \angle e$  اور  $\angle e$  کی قدر معلوم کیجیے اور وجہ بتائیے۔



نوٹ: ایک ہی سمت میں بتائے گئے تیر کے نشان متوازی خطوط کو ظاہر کرتے ہیں۔

## ہم نے کیا سیکھا:

- 1- (i) اگر دو زاویوں کا مجموعہ  $90^\circ$  کے مساوی ہوتا ہے۔ تب وہ زاویے، اتمامی زاویے کہلاتے ہیں۔  
(ii) اتمامی زاویوں کے جوڑ میں ہر زاویہ، حادہ زاویہ ہوتا ہے۔
- 2- (i) اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔ تب وہ زاویے تکمیلی زاویے (تمامی زاویے) کہلاتے ہیں۔  
(ii) تکمیلی زاویوں کے جوڑی کا ہر ایک زاویہ یا منفرجہ، قائمہ، یا حادہ زاویہ ہو سکتا ہے۔  
(iii) دو زاویہ قائمہ آپس میں ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہوتے ہیں۔
- 3- ایسے زاویے جو مشترکہ بازو اور مشترکہ راس پر بنتے ہیں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں۔
- 4- اتمامی زاویوں کے جوڑ اور تکمیلی زاویوں کے جوڑ آپس میں متصلہ زاویے نہیں ہوتے۔
- 5- ایک زاویہ کی جوڑی جو متصلہ تکمیلی زاویہ کی شکل کو ظاہر کرتی ہے یہ خطی جوڑی بناتی ہیں۔
- 6- (i) جب دو خطوط ایک ہی نقطہ پر قطع کرتے ہیں تب ایک دوسرے سے بننے والے مقابل کے زاویے مقابل کے راسی زاویے کہلاتے ہیں۔  
(ii) مقابل کے راسی زاویے کے جوڑ کی پیمائش ہمیشہ مساوی ہوتے ہے۔
- 7- (i) ایک خط جو دو یا دو سے زائد خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے۔ عرضی قاطع خط کہلاتا ہے۔  
(ii) ایک عرضی قاطع خط دو خطوط کے ساتھ آٹھ زاویے بناتا ہے۔ جیسا کہ متصلہ شکل میں بتایا گیا ہے۔



سلسلہ نشان	زاویوں کی اقسام	جوڑیوں کی تعداد	زاویے
1	داخلی زاویے	—	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2	خارجی زاویے	—	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3	متقابل راسی زاویے	4 جوڑیاں	$(\angle 5, \angle 6), (\angle 1, \angle 3), (\angle 4, \angle 2), (\angle 8, \angle 6)$
4	نظیری زاویے	4 جوڑیاں	$(\angle 4, \angle 8), (\angle 1, \angle 5), (\angle 2, \angle 6), (\angle 3, \angle 7)$
5	داخلی متبادلہ زاویے	2 جوڑیاں	$(\angle 3, \angle 5), (\angle 4, \angle 6)$
6	خارجی متبادلہ زاویے	2 جوڑیاں	$(\angle 1, \angle 7), (\angle 2, \angle 8)$
7	عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویے	2 جوڑیاں	$(\angle 3, \angle 6), (\angle 4, \angle 5)$

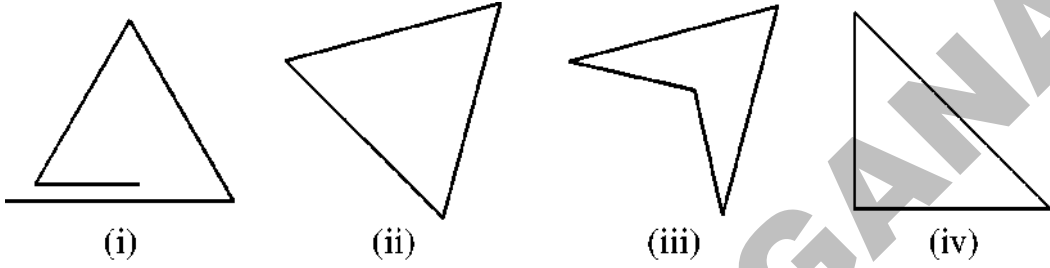
- 8- جب کبھی ایک عرضی قاطع خط متوازی خطوط کی جوڑی کو قطع کرتا ہے تب یہ زاویے۔
- (i) نظیری زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہے۔
- (ii) داخلی متبادلہ زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہیں۔
- (iii) خارجی متبادلہ زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہیں۔
- (iv) عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

SCERT

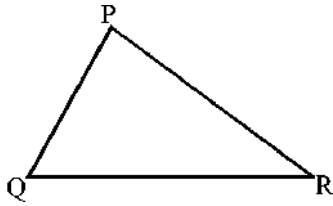


5.0 تمہید

سابقہ جماعت میں آپ مثلث سے واقف ہو چکے ہیں، حسب ذیل اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔ ان میں کونسے مثلث ہیں۔



آپ اپنے ساتھیوں سے بحث کیجئے اور بتائیے کہ ان میں سے صرف چند اشکال ہی کو مثلث کیوں مانتے ہیں؟ تین خطی قطعوں سے بننے والی بند شکل کو مثلث کہتے ہیں۔



i تین اضلاع  $\overline{PQ}$ ،  $\overline{QR}$ ،  $\overline{RP}$  ہیں۔

ii تین زاویے  $\angle RPQ$ ،  $\angle QRP$ ،  $\angle PQR$  ہیں۔

iii تین راس P، Q، R ہیں۔

راس P کے مقابل کا ضلع  $\overline{QR}$  ہے کیا آپ راس Q اور R کے مقابل کے اضلاع کے نام بتلا سکتے ہیں؟ اسی طرح زاویہ  $\angle QPR$  کے مقابل کا ضلع  $\overline{QR}$  ہے کیا آپ زاویہ  $\angle PQR$  کے مقابل کے ضلع کا نام بتا سکتے ہیں۔

کوشش کیجئے

شاہدہ یہ محسوس کرتی ہے کہ تین ہم خط نقاط سے ایک مثلث تشکیل پاتا ہے۔ کیا آپ متفق ہیں۔ کیوں؟ آپ کے جواب کی جانچ کے لئے اشکال اتاریئے۔

اگر تین یا تین سے زائد نقاط ایک ہی خط پر واقع ہوں تب یہ ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

نوٹ:-  $LM = \overline{LM}$  خطی قطعہ LM کا طول ;  $\overline{LM} = \overline{LM}$  خطی قطعہ LM

$\overline{LM} = \overline{LM}$  شعاع LM ;  $\overline{LM} = \overline{LM}$  خط LM

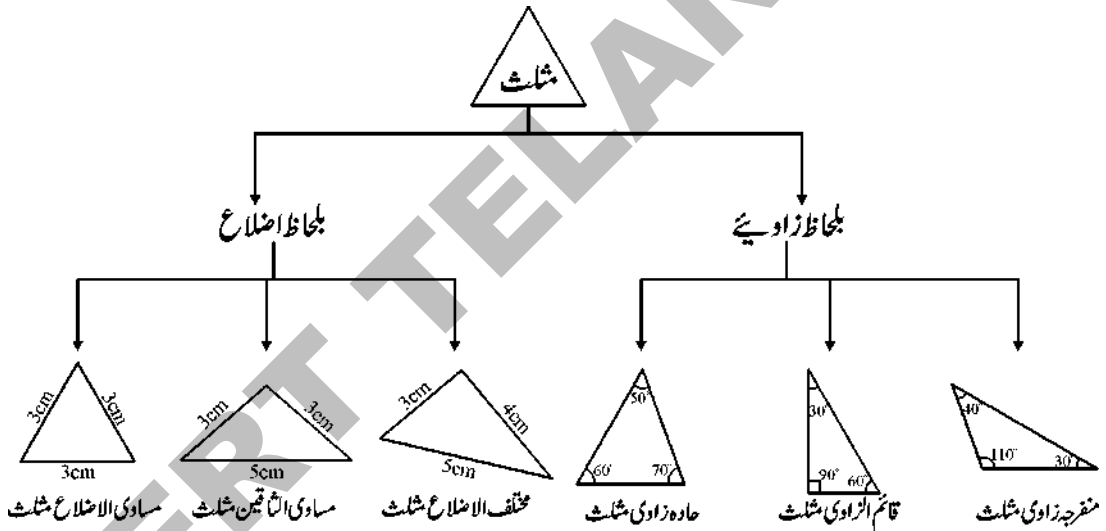
## 5.1 مثلثات کی درجہ بندی:-

مثلثات کی درجہ بندی ان کے اضلاع اور زاویوں کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔

- ☆ ایسا مثلث جس کے تینوں اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔
- ☆ ایسا مثلث جس کے کم از کم دو اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الثاقین مثلث کہلاتا ہے۔
- ☆ اگر تمام اضلاع کے طول مختلف ہوں ایسا مثلث مختلف الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔
- بلحاظ زاویے مثلثات کے مزید تین اقسام ہیں۔

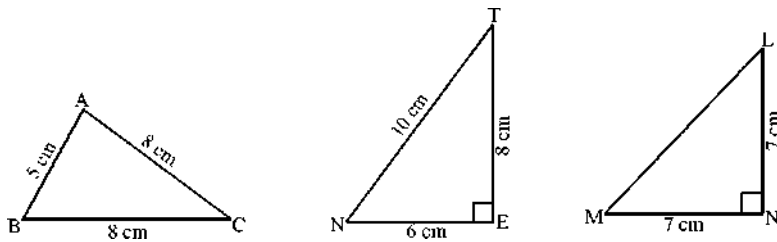


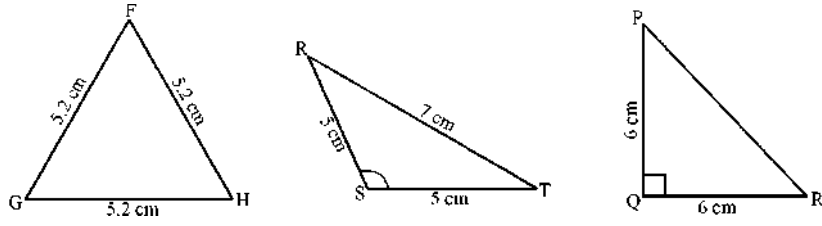
- ☆ ایسا مثلث جس کے تمام زاویے حادہ ہوں حادہ زاوی مثلث کہلاتا ہے۔
- ☆ ایسا مثلث جس کا ایک زاویہ منفرجہ زاویہ ہو منفرجہ زاوی مثلث کہلاتا ہے۔
- ☆ ایسا مثلث جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو، قائم الزاوی مثلث کہلاتا ہے۔



یہ کیجئے

1. حسب ذیل مثلثات کی درجہ بندی ان کے (i) اضلاع (ii) زاویوں کی بنیاد پر کیجئے۔





2.  $\triangle ABC$  کے چھ عنصر (یعنی 3 ضلع اور 3 زاویے) لکھئے۔

3.  $\triangle PQR$  میں اس Q کے مقابل کا ضلع لکھئے۔

4.  $\triangle LMN$  میں ضلع  $\overline{LM}$  کے مقابل کا زاویہ لکھئے۔

5.  $\triangle RST$  میں ضلع  $\overline{RT}$  کے مقابل کا اس لکھئے۔

اگر ہم مثلثات کو بلحاظ ضلع اور زاویے دیکھیں تب ہمیں حسب ذیل اقسام حاصل ہوتی ہیں۔

مختلف الاضلاع	مساوی الشاقین	مساوی الاضلاع	مثلث کے اقسام
			حادہ زاوی مثلث
			قائم الزاوی مثلث
			منفرجہ زاوی مثلث

کوشش کیجئے



1. مندرجہ بالا بحث کئے گئے مختلف اقسام کے مثلثات کے نمونے مقوے یا کاغذ کی مدد سے بنائیے۔ اپنے دوستوں کے بنائے گئے نمونوں کے ساتھ ان کا تقابل کیجئے۔

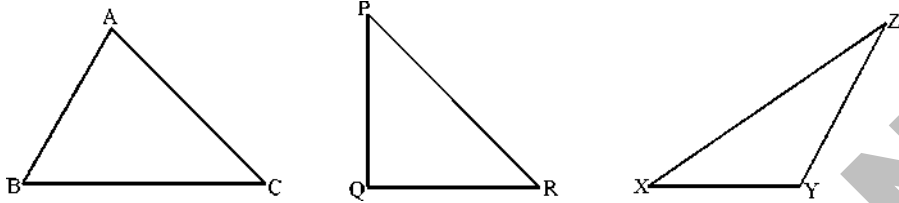
2. ریشماں کا کہنا ہے کہ ایک مثلث میں ایک سے زائد قائمہ زاویے نہیں ہوتے ہیں کیا آپ ریشماں کی بات سے متفق ہیں؟ کیوں؟

3. کمال کا کہنا ہے کہ دو سے زائد حادہ زاویے والے مثلث نہیں ہوتے ہیں کیا آپ کمال سے متفق ہیں؟ کیوں؟

## 5.2 مثلث کے اضلاع کے مابین رشتہ:-

### 5.2.1 مثلث کے دو اضلاع کے طول کا مجموعہ:-

کوئی تین مثلثات تشکیل دیجئے، اور انہیں  $\triangle ABC$ ،  $\triangle PQR$ ،  $\triangle XYZ$  نام دیجئے جیسا کہ نیچے شکل میں بتلایا گیا ہے۔



پٹری کے استعمال سے ان کے اضلاع کے طول معلوم کیجئے اور ان کے نتائج کو جدول میں درج کیجئے۔

$\triangle$ کا نام	$\triangle$ کے اضلاع	دو اضلاع کا مجموعہ	کیا یہ صحیح ہے؟	ہاں/نہیں
$\triangle ABC$	$AB =$	$AB + BC =$	$AB + BC > CA$	
	$BC =$	$BC + CA =$	$BC + CA > AB$	
	$CA =$	$CA + AB =$	$CA + AB > BC$	
$\triangle PQR$	$PQ =$	$PQ + QR =$	$PQ + QR > RP$	
	$QR =$	$QR + RP =$	$QR + RP > PQ$	
	$RP =$	$RP + PQ =$	$RP + PQ > QR$	
$\triangle XYZ$	$XY =$	$XY + YZ =$	$XY + YZ > ZX$	
	$YZ =$	$YZ + ZX =$	$YZ + ZX > XY$	
	$ZX =$	$ZX + XY =$	$ZX + XY > YZ$	

مندرجہ بالا تمام مثالوں میں ہم یہہہ دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے طول سے بڑا ہوتا ہے۔

$$AB + BC > CA \quad \text{مثلاً } \triangle ABC \text{ میں}$$

$$BC + CA > AB$$

$$CA + AB > BC$$

## 5.2.2 مثلث کے دو اضلاع کے طول کا فرق:-

مندرجہ بالا مثال کے ہی مثلثات کو لیجئے اور نتائج کو جدول میں درج کیجئے۔

Δ کا نام	Δ کے اضلاع	دو اضلاع کا فرق	کیا یہ صحیح ہے؟	ہاں/نہیں
ΔABC	AB =	BC - CA =	BC - AB > AC	
	BC =	CA - AB =	CA - AB > BC	
	CA =	AB - BC =	AB - BC > CA	
ΔPQR	PQ =	QR - RP =	QR - RP > PQ	
	QR =	RP - PQ =	RP - PQ > QR	
	RP =	PQ - QR =	PQ - QR > RP	
ΔXYZ	XY =	YZ - ZX =	YZ - ZX > XY	
	YZ =	ZX - XY =	ZX - XY > YZ	
	ZX =	XY - YZ =	XY - YZ > ZX	

ان مشاہدات کی رو سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا فرق اس کے تیسرے ضلع کے طول سے چھوٹا ہوتا ہے۔

$$\begin{array}{l} \overline{AB} - \overline{BC} < \overline{CA} \quad : \quad \overline{BC} - \overline{AB} < \overline{CA} \\ \overline{AB} - \overline{BC} < \overline{CA} \quad : \quad \overline{CA} - \overline{BC} < \overline{AB} \\ \overline{CA} - \overline{AB} < \overline{BC} \quad : \quad \overline{AB} - \overline{CA} < \overline{BC} \end{array} \quad \text{مثلاً } \triangle ABC \text{ میں}$$

کوشش کیجئے

ایک مثلث کے اضلاع کے طول 6 سم، اور 9 سم ہیں تیسرے ضلع کے تمام ممکنہ طول لکھئے۔

کیا مثلث کے اضلاع کے طول 6 سم، 5 سم اور 8 سم ہو سکتے ہیں؟

فرض کیجئے کہ CA = 8 cm, BC = 5 cm, AB = 6 cm,

AB + CA = 6 + 5 = 11 > 8 کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ

BC + CA = 5 + 8 = 13 > 8

CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5

چونکہ کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے طول سے بڑا ہے یہ مثلث کی تشکیل ممکن ہے۔



مثال 1:-

حل:-



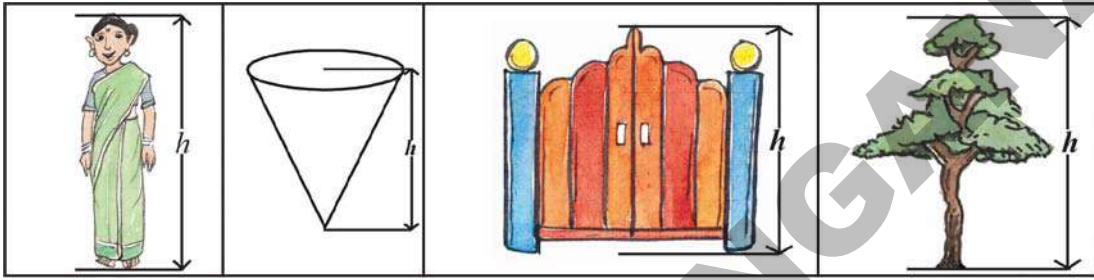
## مشق - 1

حسب ذیل اضلاع کے طول کی مدد سے کیا مثلث کی تشکیل ممکن ہے؟

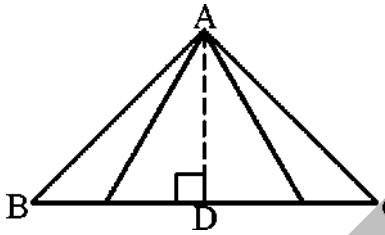
(i) 3 سمر، 4 سمر، 5 سمر (ii) 6 سمر، 6 سمر، 6 سمر (iii) 4 سمر، 4 سمر، 8 سمر (iv) 3 سمر، 5 سمر، 7 سمر،

### 5.3 مثلث کا ارتفاع:-

روزمرہ زندگی میں مختلف موقعوں پر آپ کو لفظ ”بلندی“ سے دوچار ہونا پڑا ہوگا، آپ کس طرح حسب ذیل اشکال کی بلندیوں کی پیمائش کریں گے۔



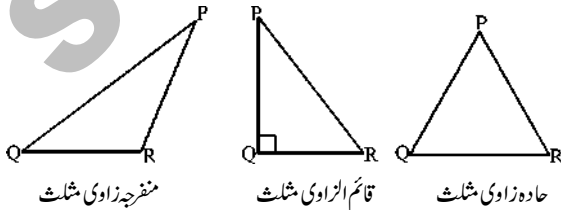
آپ کسی چیز کی پیمائش اس کے اوپری حصہ سے نچلے حصہ تک کریں گے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا۔ آئیے ہم اسی اصول کو استعمال کرتے ہوئے ایک مثلث کی بلندی کی پیمائش کریں گے۔



دیا گیا ہے کہ  $\triangle ABC$ ، میں اس A سے قاعدہ  $\overline{BC}$  کا فاصلہ بلندی ہے، کسی بھی طرح سے آپ A سے  $\overline{BC}$  تک کئی خطی خطوط کھینچ سکتے ہیں۔ ان میں سے کونسا خط بلندی کو ظاہر کرتا ہے؟ ایسے خطی خط کا طول جو اس A سے شروع ہو کر  $\overline{BC}$  پر عمود وار ہوتا ہے بلندی کو ظاہر کرتا ہے اس طرح خطی خط  $\overline{AD}$  مثلث کا ارتفاع ہے اور اس کا طول بلندی ہے۔ ہر اس سے ایک ارتفاع کھینچا جاسکتا ہے۔

### کوشش کیجئے

(i) حسب ذیل مثلثات میں P سے  $\overline{QR}$  پر ارتفاع کھینچئے۔ مزید دو راسوں سے بھی ارتفاع کھینچئے۔



منفرجہ زاوی مثلث

قائم الزاوی مثلث

حادہ زاوی مثلث

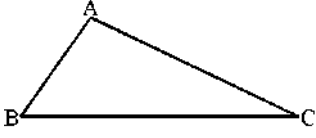
(آپ ضرورت پڑنے پر گننے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔)

(ii) کیا ارتفاع ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہونگے۔

(iii) کیا آپ ایسے مثلث کا تصور کر سکتے ہیں

جس کے دو ارتفاع اس کے دو اضلاع ہوں گے۔

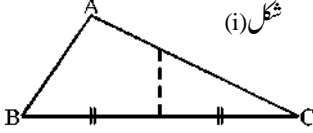
## 5.4 مثلث کے وسطانیے :-



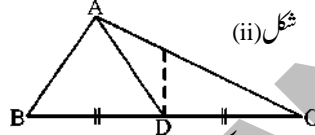
کاغذ کی مدد سے ایک مثلث  $\triangle ABC$  بنائیے

اب مثلث کو اس طرح موڑیے کہ راس B، راس C پر منطبق ہو جائے۔

خط جسکے ہمراہ کاغذ کو موڑا جا چکا ہے وہ  $\overline{BC}$  کو شکل (i) میں بتلائے گئے طریقہ سے قطع کرتا ہے۔ نقطہ تقاطع جو  $\overline{BC}$  کا وسطی نقطہ ہے کو D نام دیجئے۔ ایک خط راس A سے نقطہ D کو ملاتے ہوئے کھینچیے (جیسا کہ شکل (ii) میں بتلایا گیا ہے)

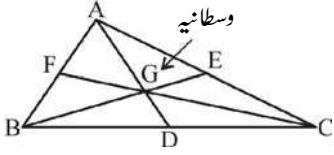


شکل (i)



شکل (ii)

ٹھیک اسی طرح سے کاغذ کو اس انداز میں موڑیے کہ راس A، راس C پر منطبق ہو جائے۔ خط جسکے ہمراہ کاغذ کو موڑا گیا ہے۔ ضلع  $\overline{AC}$  کو قطع کرتا ہے ان کا نقطہ تقاطع ضلع  $\overline{AC}$  کا وسطی نقطہ ہے ایک خط راس B سے وسطی نقطہ کو ملاتے ہوئے کھینچیے



وسطانیہ

اس کو E نام دیجئے۔

آخر میں کاغذ کو اس انداز میں موڑیے کہ راس A، راس B پر منطبق ہو جائے خط جس کے ہمراہ کاغذ کو موڑا گیا ہے وہ ضلع  $\overline{AB}$  کا وسطی نقطہ ہے ایک خط راس C سے وسطی نقطہ کو ملاتے ہوئے کھینچیے۔ اس کو F نام دیجئے۔ خطی قطعات  $\overline{AD}$ ،  $\overline{BE}$ ،  $\overline{CF}$  جو راسوں سے مقابل کے ضلعوں کے وسطی نقاط کو ملاتے ہیں۔ یہ مثلث کے وسطانیے کہلاتے ہیں۔

آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ یہ تین وسطانیے مثلث کے اندر ایک نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اس نقطہ تراکز کو مرکز وسطانی (مرکز ثقل) Centroid کہتے ہیں۔

پس خطی قطعات جو مثلث کے راسوں سے مقابل کے اضلاع کے وسطی نقاط کو ملاتے ہیں مثلث کے وسطانیے کہلاتے ہیں۔ اور ان کا نقطہ تراکز مرکز وسطانی (مرکز ثقل) کہلاتا ہے۔

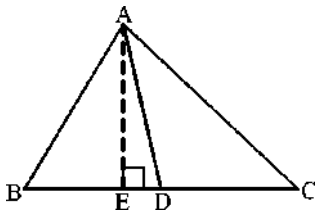
کوشش کیجئے



کاغذ کی مدد سے قائم الزاوی مثلثات اور منفرجہ زاوی مثلثات بنائیے اور ان کے مرکز وسطانی معلوم کیجئے۔



## مشق - 2



$\triangle ABC$  میں  $\overline{BC}$  کا وسطی نقطہ ہے۔ تب

1. (i)  $\overline{AD}$  ایک ..... ہیں۔

(ii)  $\overline{AE}$  ایک ..... ہیں۔



2. ایک ایسے مثلث کا نام دیجئے جس میں دو ارتفاع ہی اس کے دو اضلاع ہوں۔
3. کیا وسطانیہ ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے؟
4. کیا ارتفاع ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے؟
5. (i)  $\triangle XYZ$  میں اس  $Y$  کے مقابل کا ضلع لکھئے۔
- (ii)  $\triangle PQR$  میں ضلع  $\overline{PQ}$  کے مقابل کا زاویہ لکھئے۔
- (iii)  $\triangle ABC$  میں ضلع  $\overline{AC}$  کے مقابل کا اس لکھئے۔

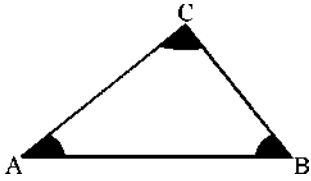
## 5.5 مثلثات کی خصوصیات :-

### 5.5.1 مثلث کے زاویوں کے مجموعے کی خاصیت۔

آئیے ہم اس خاصیت کو حسب ذیل مشاغل کے ذریعہ جانیں گے۔

مشغلہ :-

1. ایک سفید کاغذ پر ایک مثلث  $ABC$  کھینچئے، رنگین پنسل کے استعمال سے شکل میں بتلائیے گئے طریقے سے زاویوں کی نشاندہی کیجئے۔



2. قینچی کی مدد سے نشان زدہ تین زاویوں کے علاقوں کو کاٹ دیں۔

3. ایک خط  $XY$  کھینچئے اور اس پر ایک نقطہ "O" نوٹ کیجئے۔



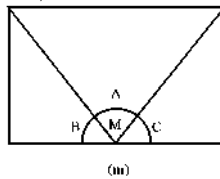
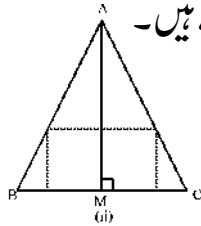
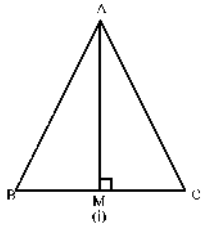
4. کاٹے گئے زاوی گوشوں کو نقطہ 'O' پر ایک دوسرے کے متصل چسپاں کیجئے۔



اس سے آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ اب یہ ایک زاویہ مستقیم بناتے ہیں پس مثلث کے زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ  $180^\circ$  کے مساوی ہوتا ہے۔

مشغلہ 2 :-

ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجئے اور اس سے ایک مثلث تراشنے اس کو  $ABC$  کا نام دیجئے۔  $\triangle ABC$  کو موڑتے ہوئے ایک ارتفاع  $\overline{AM}$  بنائیے۔ اب تین کونوں کو اس طرح موڑیے کہ تمام اس  $A, B, C$  اور نقطہ  $M$  کو مس کریں جس طرح کے شکل میں بتلایا گیا ہے۔



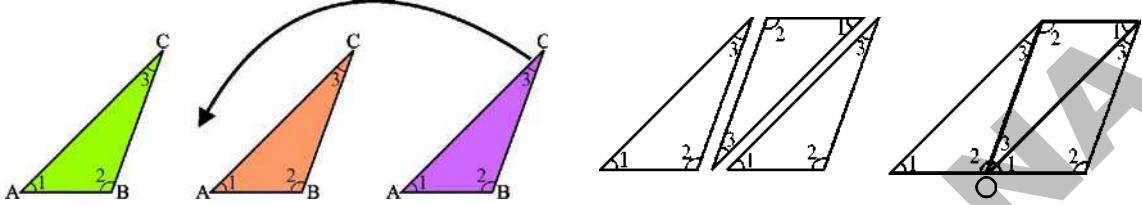
آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تمام زاویے  $A, B, C$  اور ایک خط مستقیم بتاتے ہیں۔

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$



### مشغلہ 3:-

کوئی تین مثلثات کے نمونے لیجئے۔ انہیں ABC کا نام دیجئے۔ ان کے زاویوں کو 1, 2 اور 3 کا نام دیجئے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔  
مثلثات کے نمونوں کو شکل میں بتلائے گئے طریقوں سے ترتیب دیجئے۔



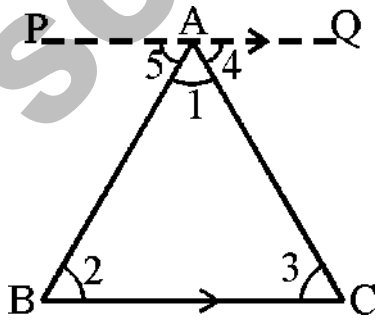
نقطہ O پر  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$  کے متعلق آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔  
آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تینوں زاویے ایک خط مستقیم بناتے ہیں اور اس کی پیمائش  $180^\circ$  ہوگی۔

### مشغلہ 4:-

آپ اپنی کاپی میں تین مثلثات کھینچئے اور انہیں  $\triangle ABC$ ،  $\triangle PQR$  اور  $\triangle XYZ$  کا نام دیجئے۔ چاندہ کے استعمال سے ان تمام مثلثات کے زاویوں کی پیمائش کیجئے۔

مثلث کا نام	زاویوں کی پیمائش طبعی اعداد میں	تین زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ
$\triangle ABC$	$\angle A = \dots, \angle B = \dots, \angle C = \dots$	$\angle A + \angle B + \angle C$
$\triangle PQR$	$\angle P = \dots, \angle Q = \dots, \angle R = \dots$	$\angle P + \angle Q + \angle R$
$\triangle XYZ$	$\angle X = \dots, \angle Y = \dots, \angle Z = \dots$	$\angle X + \angle Y + \angle Z$

پیمائش کے دوران چھوٹی غلطیوں کو نظر انداز کرنے پر آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوگا۔ اب آپ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  سے متعلق منطقی سوچ کا مشاہدہ کریں گے۔



مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہونے کا ثبوت:-

بیان: مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔

دیا گیا ہے: ایک مثلث ABC میں

ثابت کرنا ہے کہ (مطلوب):  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

عمل: A سے گزرتا ہو BC کے متوازی ایک خطی قطعہ PQ کھینچا گیا۔

ثبوت: شکل میں بتلائیے گئے طریقے سے زاویوں کی نشاندہی کیجئے۔

(متبادلہ زاویئے)	1.....	$\angle 2 = \angle 5$
(متبادلہ زاویئے)	2.....	$\angle 3 = \angle 4$
(1 اور 2 کو جمع کرنے پر)		$\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$
$\angle 1$ کو دونوں جانب جمع کرنے پر		$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$
زاویئے جو خط مستقیم بناتے ہیں		$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ لیکن
		$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ اسلئے

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  پس مثلث کے زاویوں کا مجموعہ  $180^\circ$  ہے۔

مثال 1:-  $\triangle ABC$  میں  $\angle A = 30^\circ$ ،  $\angle B = 45^\circ$  تب  $\angle C$  کیا ہوگا؟

حل:-  $\triangle ABC$  میں  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

(مساوات میں قیمتیں درج کرنے پر)  $30^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$

$$75^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 75^\circ$$

$$\angle C = 105^\circ$$

مثال 2:-  $\triangle ABC$  میں اگر  $\angle A = 3\angle B$  اور  $\angle C = 2\angle B$  تب  $\triangle ABC$  کے تمام زاویے معلوم کیجئے؟

حل:-  $\triangle ABC$  میں  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

(چونکہ  $\angle A = 3\angle B$  اور  $\angle C = 2\angle B$ )  $3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ$

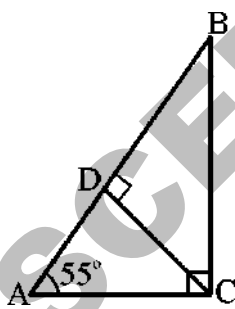
پس اس طرح  $6\angle B = 180^\circ$  اور  $\angle B = 30^\circ$

$$\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

$$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

مثال 3:-  $\triangle ABC$  میں  $C$  پر زاویہ قائمہ ہے اور  $CD \perp AB$ ،  $\angle A = 55^\circ$

(i)  $\angle ACD$  (ii)  $\angle BCD$  (iii)  $\angle ABC$  معلوم کیجئے۔



حل:-  $\triangle ACD$  میں

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

$$\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$$

(سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر)

$$55^\circ + 90^\circ + \angle DCA = 180^\circ$$

$$145^\circ + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\angle DCA = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$\angle DCA = 35^\circ \text{ اسلئے}$$

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ میں } \triangle ABC \text{ مثلث اسلئے} \quad (ii)$$

$$\angle DCA + \angle BCD = 90^\circ \text{ اسلئے } (\angle ACB = \angle DCA + \angle BCD \text{ شکل کی رو سے})$$

$$35^\circ + \angle BCD = 90^\circ \text{ (i) اور (ii) سے، } (\angle DCA = 35^\circ)$$

$$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\triangle ABC \text{ میں مثلث} \quad (iii)$$

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ \text{ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)}$$

$$\angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ \text{ (دیا گیا ہے)}$$

$$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$$

$$\angle ABC = 35^\circ \text{ اسلئے}$$

مثال 4:- ایک مثلث کے زاویوں میں 2 : 3 : 4 کی نسبت ہے زاویے معلوم کیجئے۔

حل: مثلث کے زاویوں میں دی گئی نسبت = 2 : 3 : 4

$$9 = 2 + 3 + 4 =$$

$$180^\circ =$$

$$40^\circ = \frac{2}{9} \times 180^\circ =$$

$$60^\circ = \frac{3}{9} \times 180^\circ =$$

$$80^\circ = \frac{4}{9} \times 180^\circ =$$

زاویوں کی نسبت کا مجموعہ

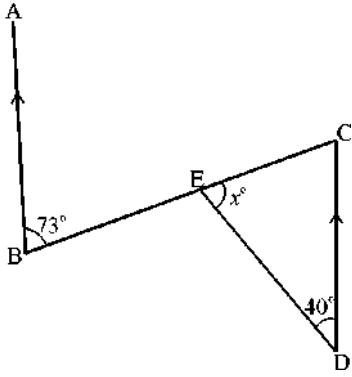
مثلث کے زاویوں کا مجموعہ

اسلئے پہلا زاویہ

دوسرا زاویہ

تیسرا زاویہ

پس مثلث کے زاویے 40°، 60° اور 80° ہیں۔



مثال 5:- دی گئی شکل میں زاویہ "x" کی قدر معلوم کیجئے۔

$$\angle ECD = \angle ABC = 73^\circ \text{ حل}$$

(چونکہ  $AB \parallel CD$  یہہ دونوں متبادلہ زاویے ہیں)

میں  $\triangle ECD$

$$\angle CED + \angle EDC + \angle DCE = 180^\circ \text{ مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت}$$

$$(x^\circ + 40^\circ + 73^\circ = 180^\circ \text{ (سوال میں دی گئی قدروں کو درج کرنے پر)})$$

$$x^\circ + 113^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 113^\circ$$

$$x^\circ = 67^\circ$$

مثال 6:- مثلث  $\triangle ABC$  میں ایک زاویہ  $40^\circ$  ہے اور دوسرے زاویے مساوی ہیں۔ دو مساوی زاویوں میں ہر ایک کی پیمائش کیا ہوگی۔

حل:- فرض کرو کہ  $\angle A = \angle B = x^\circ$  اور  $\angle C = 40^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)}$$

$$(x^\circ + x^\circ + 40^\circ = 180^\circ \text{ (سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر)})$$

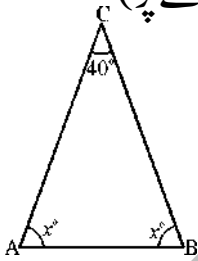
$$2x^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x^\circ = 180^\circ - 40^\circ$$

$$2x^\circ = 140^\circ$$

$$x^\circ = 70^\circ$$

پس ہر ایک زاویہ  $70^\circ$  درجہ ہوگا

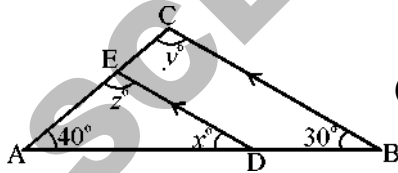


مثال 7:- شکل میں D اور E مثلث  $\triangle ABC$  کے ضلع AB اور AC کے نقاط ہیں جہاں  $DE \parallel BC$  اگر  $\angle B = 30^\circ$

اور  $\angle A = 40^\circ$  تب (i) x (ii) y (iii) z معلوم کیجئے۔

حل:- (i)  $\angle EDA = \angle CBA$  (نظیری زاویے ہیں چونکہ  $DE \parallel BC$ )

$$\text{اسلئے } x^\circ = 30^\circ$$



(ii)  $\triangle ABC$  میں  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

$$(40^\circ + 30^\circ + y^\circ = 180^\circ \text{ (سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر)})$$

$$70^\circ + y^\circ = 180^\circ \text{ تب } y^\circ = 180^\circ - 70^\circ \text{ اسلئے } y^\circ = 110^\circ$$

(iii)

$$Y^{\circ} = Z^{\circ} = 110^{\circ}$$

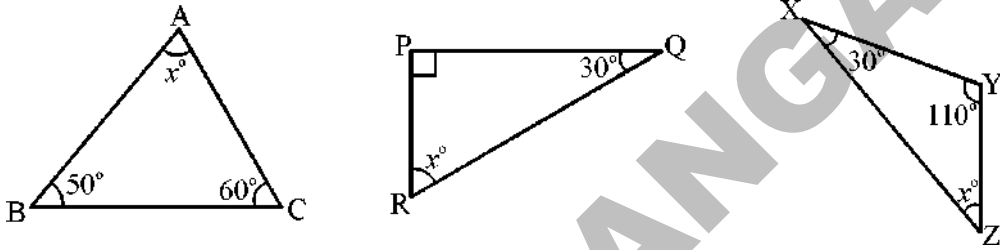
(نظیری زاویے ہیں جو کہ

$$DE \parallel BC$$

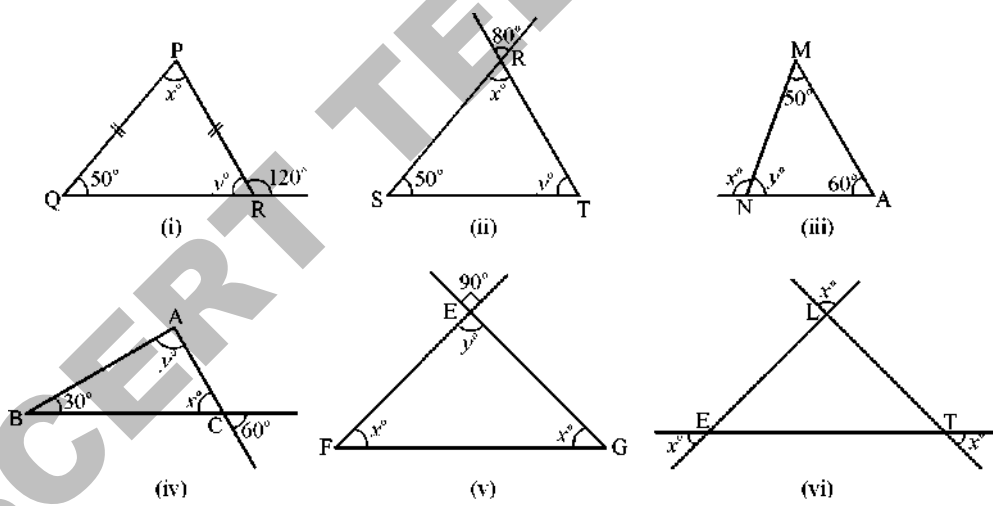


### مشق 3

1. حسب ذیل مثلثات میں  $x$  کی قدر معلوم کیجئے۔



2. حسب ذیل اشکال میں  $x$  اور  $y$  کی قدریں معلوم کیجئے



3. مثلثات کے دو زاویے دیئے گئے ہیں تیسرے زاویے کی پیمائش کیا ہوگی؟

$$80^{\circ}, 40^{\circ} \text{ (iii) } 30^{\circ}, 116^{\circ} \text{ (ii) } 102^{\circ}, 38^{\circ} \text{ (i)}$$

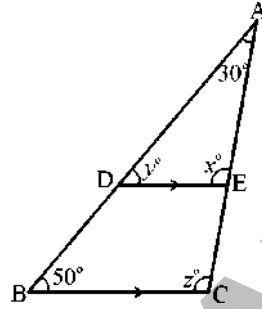
4. ایک قائم الزاوی مثلث میں ایک حادہ زاویہ  $30^{\circ}$  ہے دوسرا حادہ زاویہ معلوم کرو۔

5. حسب ذیل بیانات صادق ہیں یا کاذب، بیان کیجئے۔

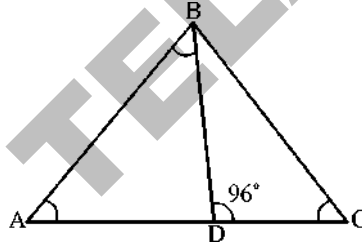
- ( ) (i) ایک مثلث میں دو قائمہ زاویے ہو سکتے ہیں  
 ( ) (ii) ایک مثلث میں دو حادہ زاویے ہو سکتے ہیں  
 ( ) (iii) ایک مثلث میں دو منفرجہ زاویے ہو سکتے ہیں  
 ( ) (iv) مثلث کا ہر زاویہ  $60^\circ$  سے چھوٹا ہو سکتا ہے

6. ایک مثلث کے زاویے  $1 : 2 : 3$  کی نسبت میں ہیں زاویے معلوم کرو۔

7. شکل میں  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ،  $\angle A = 30^\circ$  اور  $\angle B = 50^\circ$  تب  $x$ ،  $y$  اور  $z$  کی قدریں معلوم کیجئے



8. شکل میں  $\angle ABD = 3\angle DAB$  اور  $\angle BDC = 96^\circ$  ہو تو  $\angle ABD$  معلوم کیجئے۔

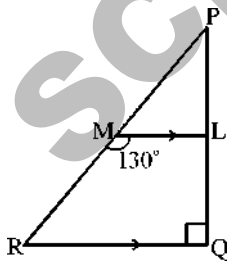


9.  $\triangle PQR$  میں  $\angle P = 2\angle Q$  اور  $\angle R = 3\angle Q$  ہو تو  $\triangle PQR$  کے تمام زاویے معلوم کیجئے۔

10. اگر مثلث کے زاویوں میں  $1 : 4 : 5$  کی نسبت ہو تو زاویے معلوم کرو۔

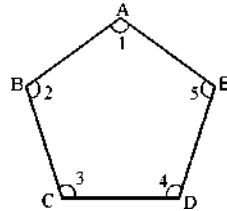
11. ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے حادہ زاویوں میں  $2 : 3$  کی نسبت ہو تو مثلث کے زاویے معلوم کرو۔

12. شکل میں  $\triangle PQR$ ،  $Q$  پر قائمہ الزاویہ بناتا ہے  $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$  اور  $\angle MPL = 130^\circ$ ،

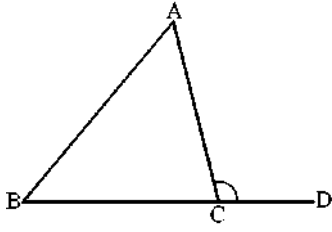


$\angle LMP$ ،  $\angle PLM$  اور  $\angle PRQ$  معلوم کیجئے۔

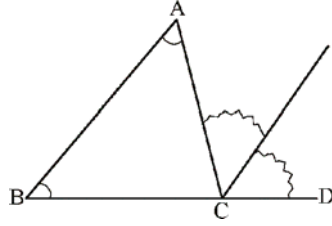
13. شکل ABCDE میں  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$  معلوم کیجئے۔



## 5.5.2 مثلث کا خارجی زاویہ:-



مثلث  $\triangle ABC$  کھینچنے اور اس کے اضلاع میں  $\overline{BC}$  کو  $D$  تک آگے بڑھائیں جیسا کہ شکل 1 میں بتلایا گیا ہے۔ نقطہ  $C$  پر تشکیل کردہ  $\angle ACD$  کا مشاہدہ کیجئے۔ یہہ زاویہ  $\triangle ABC$  کے بیرون واقع ہے۔ اس کو اس  $C$  پر تشکیل کردہ  $\triangle ABC$  کا خارجی زاویہ کہتے ہیں۔



$\angle ACD, \angle BCA$  کا بالکل متصل زاویہ ہے۔ مثلث کے بقیہ دو زاویے یعنی  $\angle BAC, \angle A$  اور  $\angle CBA$  یا  $\angle B$ ،  $\angle ACD$  کے مقابل کے داخلی زاویے کہلاتے ہیں۔ اب ہم زاویے  $\angle A$  اور  $\angle B$  کے ٹکڑوں کو تراش کر انکو شکل 2 میں بتلائے گئے بالمقابل پر ایک دوسرے کے متصل رکھئے۔

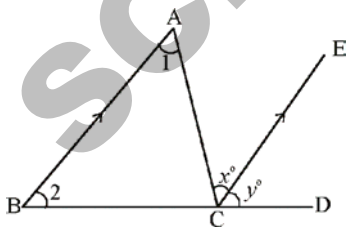
کیا یہ دو ٹکڑے مکمل طور پر  $\angle ACD$  کا احاطہ کرتے ہیں؟ کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ  $\angle ACD = \angle A + \angle B$  کیوں؟ مندرجہ بالا مشغلہ سے، ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ایک مثلث کا خارجی زاویہ مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔



یہ کیجئے

مثلث  $\triangle ABC$  کھینچنے اور ایک خارجی زاویہ  $\angle ACD$  تشکیل دیجئے۔ اب چاندے کی مدد سے  $\angle A, \angle B$  اور  $\angle C$  کی پیمائش کیجئے۔  $\angle A + \angle B$  کا مجموعہ معلوم کیجئے اور  $\angle ACD$  کی پیمائش سے تقابل کیجئے۔ کیا آپ یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ  $\angle A + \angle B, \angle ACD$  کے مساوی ہے (تقریباً مساوی) قدم بہ قدم منطقی بحث کے ذریعہ ہم مزید توثیق کر سکتے ہیں کہ مثلث کا خارجی زاویہ مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔

بیان: مثلث کا خارجی زاویہ اس کے مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔



دیا گیا ہے کہ:  $\triangle ABC$  خارجی زاویہ  $\angle ACD$  کے ساتھ ثابت کرنا ہے کہ (مطلوب)  $\angle ACD = \angle A + \angle B$  عمل:  $C$  سے گزرتے ہوئے  $\overline{BA}$  کے متوازی  $\overline{CE}$  کھینچئے ثبوت  $\angle 1 = \angle x$  ( $\overline{BA} \parallel \overline{CE}$  اور  $\overline{AC}$  قاطع خط ہے جہاں متبادل زاویے مساوی ہوتے ہیں۔  $\overline{BA} = \overline{CE}$  اور  $\overline{BD}$  قاطع خط ہے جہاں نظیری زاویے مساوی ہوتے ہیں۔  $\angle 2 = \angle y$   $\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$ )

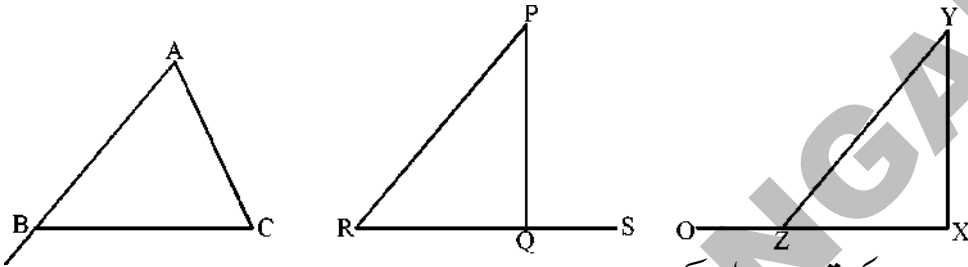
اسلئے  $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$  (شکل کے مطابق  $\angle x + \angle y = \angle ACD$ )

پس مثلث کا خارجی زاویہ اس کے مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔ یہ خاصیت مثلث کے خارجی زاویہ کی خاصیت کہلاتی ہے۔

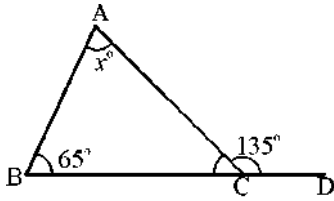
یہ کیجئے



حسب ذیل مثلثات کھینچئے ہر صورت میں جانچ کیجئے کہ خارجی زاویہ اس کے مقابل کے داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔



مثال 8:- شکل میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے۔



$\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$  (خارجی زاویہ خاصیت)

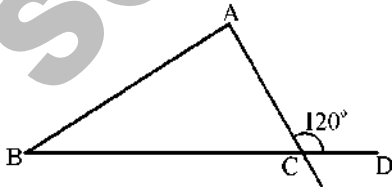
$$\begin{aligned} 135^\circ &= 65^\circ + x^\circ \\ 135^\circ - 65^\circ &= x^\circ \\ x^\circ &= 70^\circ \end{aligned}$$

$\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$  (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

$$\begin{aligned} 65^\circ + 70^\circ + y^\circ &= 180^\circ \\ 135^\circ + y^\circ &= 180^\circ \\ y^\circ &= 180^\circ - 135^\circ \\ y^\circ &= 45^\circ \end{aligned}$$

مثال 9: مثلث کا ایک خارجی زاویہ  $120^\circ$  ہے اور اس کے مقابل کے داخلی زاویوں میں 5 : 1 کی نسبت ہے۔ مثلث

کے زاویے معلوم کیجئے۔



حل:-  $\angle ACD = 120^\circ$  (سوال کی رو سے)

$\angle ACD = \angle A + \angle B$  خارجی زاویہ خاصیت

$$\angle A + \angle B = 120^\circ$$



$$\angle B : \angle A = 1 : 5$$

$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^\circ = 20^\circ$$

$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^\circ = 100^\circ$$

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$100^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$$

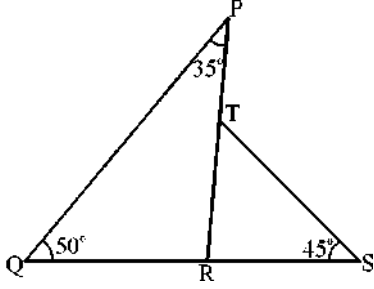
$$\angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \quad \text{اسلئے}$$

مثال 10:- متصلہ شکل میں (i)  $\angle PRS$  (ii)  $\angle PTS$

(iii)  $\angle STR$  (iv)  $\angle PRQ$  معلوم کیجئے۔

حل:- (i)  $\triangle PQR$  میں  $\angle PRS$  اس کا خارجی زاویہ اور  $\angle RQP$ ،  $\angle QRP$

اس کے مقابل کے داخلی زاویے ہیں۔



(خارجی زاویہ کی خاصیت)  $\angle PRS = \angle RQP + \angle QRP$

$$\angle PRS = 55^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

(ii)  $\triangle RST$  میں  $\angle PTS$  خارجی زاویہ اور  $\angle SRT$ ،  $\angle RST$  کے داخلی زاویے ہیں۔

اسلئے  $\angle PTS = \angle SRT + \angle RST$

$$(\angle SRT = \angle PRS = 85^\circ) \quad \angle PTS = 85^\circ + 45^\circ$$

$$\angle PTS = 135^\circ$$

(iii) ہم جانتے ہیں کہ  $\triangle RST$  میں

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)  $\angle STR + \angle RST + \angle SRT = 180^\circ$

$$\angle STR + 45^\circ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle STR + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\angle STR = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \quad \text{اسلئے}$$

(iv)  $\angle PRQ + \angle PRS = 180^\circ$  (خطی جوڑے کی خاصیت)

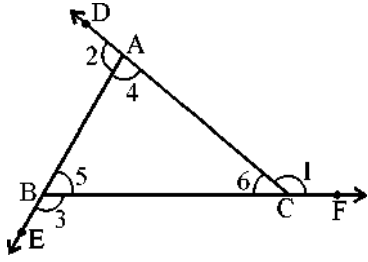
$$\angle PRQ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 85^\circ$$

$$\angle PRQ = 95^\circ$$

مثال 11:- بتلائے کہ  $\triangle ABC$  کے خارجی زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔

حل:-



$$\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

$$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

$$\angle 6 + \angle 1 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

دونوں جانب زاویوں کو جمع کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

$$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

ہم جانتے ہیں کہ  $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$  (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

$$180^\circ + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ$$

اسلئے

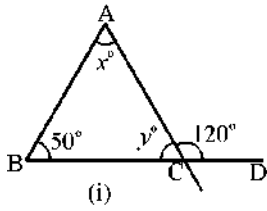
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

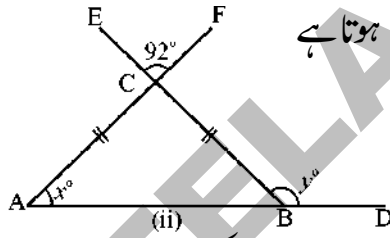
پس مثلث کے خارجی زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے

مثال 12: حسب ذیل اشکال میں زاویے

x اور y معلوم کیجئے



(i)



(ii)

حل (i)  $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$  (خارجی زاویہ کی خاصیت)

$$x^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

$$x^\circ = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$$

$$\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے)}$$

$$y^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ACB = \angle ECF = 92^\circ \text{ (عمودی مقابل کے زاویے)} \quad \text{(ii)}$$

$$\angle CAB = \angle CBA \text{ (مساوی اضلاع کے مقابل کے زاویے)}$$

مثلث  $\triangle ABC$  میں  $\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$  (زاویہ مجموعی خاصیت)

$$x + x + 92^\circ = 180^\circ$$

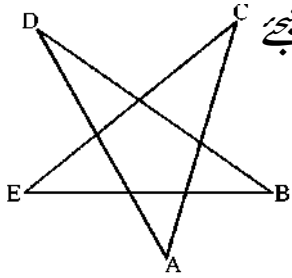
$$2x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

$$x^\circ = \frac{88}{2} = 44^\circ \text{ اسلئے}$$

$$\text{مزید } \angle ABC + y^\circ = 180^\circ \text{ (خطی جوڑ کی خاصیت)}$$

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$



مثال 13: حسب ذیل شکل میں  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$  کی قدر معلوم کیجئے

$\triangle GHC$  میں  $\angle 1 + \angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ$  (مثلث کے زاویہ کی مجموعی خاصیت)

$\triangle EHB$  میں  $\angle 2 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$

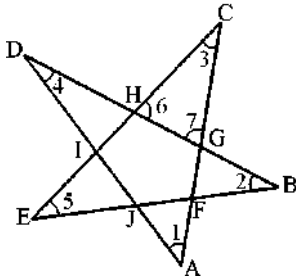
$\triangle GAD$  میں  $\angle 4 + \angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$  (مثلث کا خارجی زاویہ خاصیت)

(1) میں (2) اور (3) کی قدریں درج کرنے پر

$$\angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$$

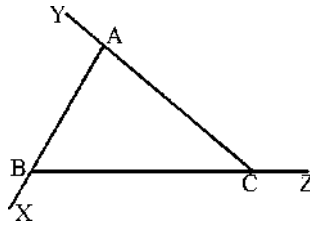
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ \text{ اسلئے}$$

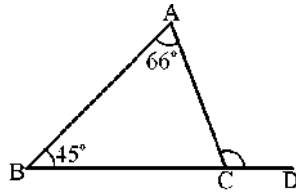


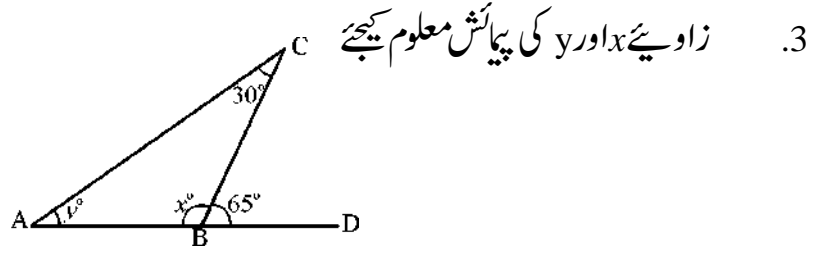
## مشق - 4

1. مثلث  $\triangle ABC$  میں تمام داخلی اور خارجی زاویوں کو نامزد کیجئے

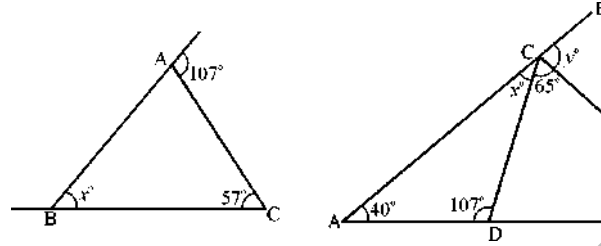


2. مثلث  $\triangle ABC$  میں  $\angle ACD$  کی پیمائش معلوم کیجئے۔

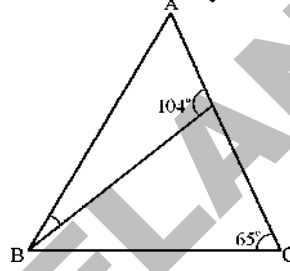




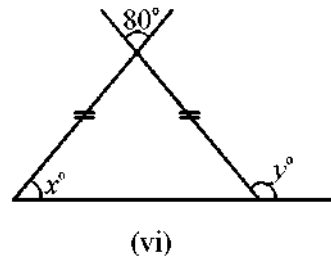
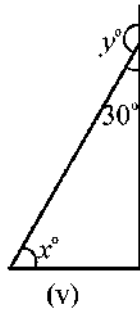
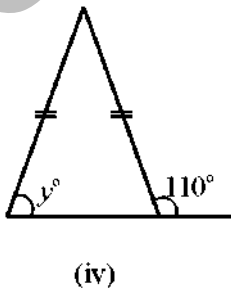
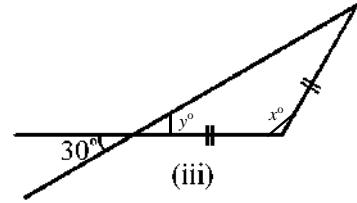
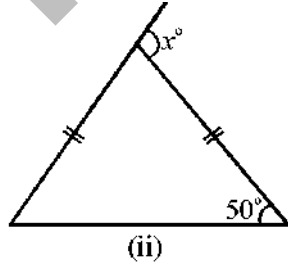
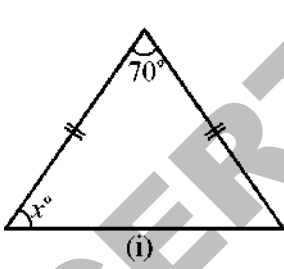
4. حسب ذیل اشکال میں  $x$  اور  $y$  کی قدریں معلوم کیجئے



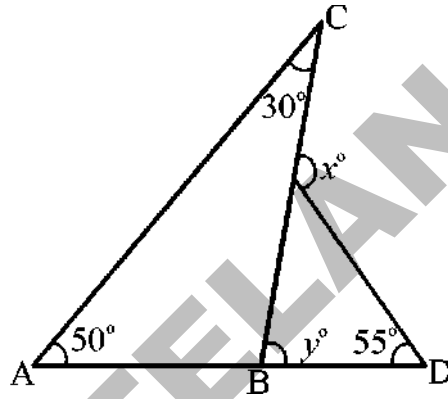
5. شکل میں  $\angle BAD = 3\angle DBA$ ، تب  $\angle CDB$ ،  $\angle DBC$  اور  $\angle ABC$  معلوم کیجئے۔



6. حسب ذیل اشکال میں  $x$  اور  $y$  کی قدریں معلوم کیجئے۔



7. مثلث کا ایک خارجی زاویہ  $125^\circ$  ہے اور مقابل کے داخلی زاویوں میں  $3 : 2$  کی نسبت ہے۔ مثلث کے زاویے معلوم کیجئے۔
8.  $\triangle PQR$  کا خارجی زاویہ  $\angle PRS = 105^\circ$  ہے اگر  $\angle Q = 70^\circ$  ہو تب  $\angle P$  معلوم کرو۔ کیا  $\angle PRS > \angle P$ ؟
9. ایک مثلث کا خارجی زاویہ  $130^\circ$  اور مقابل کے داخلی زاویوں میں سے ایک  $60^\circ$  ہے دوسرا مقابل کا داخلی زاویہ معلوم کرو۔
10. ایک مثلث کا خارجی زاویہ  $105^\circ$  ہے اور مقابل کے داخلی زاویوں میں  $5 : 2$  کی نسبت ہے۔ مثلث کے زاویے معلوم کرو۔
11. شکل میں  $x$  اور  $y$  کی قدریں معلوم کیجئے۔



ہم نے کیا سیکھا

☆ (i) مثلث ایک سادہ بند شکل ہے جو تین خطی قطعات سے تشکیل پاتا ہے۔

☆ (ii) بلحاظ اضلاع مثلث کی تین اقسام ہیں۔

☆ ایک مثلث جس کے تینوں اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کے کم از کم دو اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الثاقین مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کے تمام تین اضلاع کے طول مختلف ہوں مختلف الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔

☆ (iii) بلحاظ زاویے مثلث کے تین اقسام ہیں۔

☆ ایک مثلث جس کے تمام زاویے حادہ ہوں حادہ زاوی مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کا ایک زاویہ منفرجہ ہو منفرجی زاویہ مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کا کوئی ایک زاویہ قائمہ ہو قائم الزاوی مثلث کہلاتا ہے۔

☆ مثلث کے چھ عناصر میں تین زاویے اور تین اضلاع ہوتے ہیں۔

### مثلث کے اضلاع کے طول کی خصوصیات

☆ (i) ایک مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے طول سے بڑا ہوتا ہے۔

☆ (ii) ایک مثلث کے کوئی دو اضلاع کا فرق تیسرے ضلع کے طول سے چھوٹا ہوتا ہے۔

☆ ایک خطی قطعہ جو مثلث کے کسی ایک راس سے اس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کو ملاتا ہے وسطانیہ کہلاتا ہے۔

ایک مثلث میں 3 وسطانیے ہوتے ہیں۔

☆ ایک عمودی خطی قطعہ جو مثلث کے کسی ایک راس سے اسکے مقابل کے ضلع کو قطع کرتا ہے۔ مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔

☆ مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائش  $180^\circ$  ہوتی ہے۔ یہ مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت کہلاتی ہے۔

☆ مثلث میں اس کا کوئی بھی خارجی زاویہ اس کے مقابل کے داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے یہہ مثلث

کے خارجی زاویہ خاصیت کہلاتی ہے۔

خط، خطی قطعہ اور شعاع کا اظہار

خطی قطعہ LM کا طول =  $\overline{LM}$

شعاع LM =  $\overline{LM}$

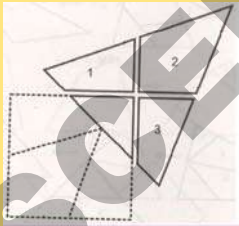
خطی قطعہ LM

خط LM

خطی قطعہ LM کا طول

شعاع LM

### کارڈ بورڈ کے ذریعہ مشق



ایک مربعی کارڈ بورڈ لیجیے۔ اسکے ضلعوں کے وسطی نقاط کی نشاندہی کیجیے۔ شکل میں دکھایا گیا طریقہ کار پر خطوط کھینچیے۔ ان کو کاٹ کر دوبارہ اس طرح ترتیب دیجیے کہ وہ ایک مثلث بن جائے۔



## 6.0 تمہید:

چھلی جماعت میں آپ نسبت اور تناسب کو کس طرح استعمال کرتے ہیں سیکھ چکے ہیں۔ اس جماعت میں ہم سابقہ معلومات کا اعادہ کرتے ہوئے اس کی وسعت کے طور پر نسبت کو فیصد میں کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے سیکھیں گے۔

## 6.1 نسبت:

محمودہ کا وزن 50 کلوگرام ہے ان کی دختر کا وزن 10 کلوگرام ہے ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ محمودہ کا وزن ان کی لڑکی کے وزن کا 5 گنا ہے، اس کے علاوہ یوں بھی کہا جاسکتا ہے کہ لڑکی کا وزن ماں کے وزن کا  $\frac{1}{5}$  گنا ہے۔ یعنی ماں اور بیٹی کے وزن میں نسبت 10:50 یا 2:1 ہے اگر اس کو معکوس طریقہ سے ظاہر کریں یعنی لڑکی کے وزن اور ماں کے وزن میں 1:5 ہے۔

ایک کلاس میں 60 لڑکے اور 40 لڑکیاں ہیں۔ لڑکوں کی تعداد لڑکیوں کے مقابلہ میں  $\frac{3}{2}$  گنا ہے۔ مزید اس کو اس طرح بھی بیان کر سکتے ہیں یعنی لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کے مقابلہ میں  $\frac{2}{3}$  گنا ہے۔ اس طرح لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت 60:40 یا 3:2 ہے اس کا معکوس لڑکیوں اور لڑکوں کی تعداد میں نسبت 2:3 ہے۔

احمد کے پاس 100 سمر طول والا وائیر ہے اور راشدہ کے پاس 5 میٹر وائیر ہے۔ احمد نے راشدہ سے کہا ”میرے پاس جو وائیر ہے اس کا طول آپ کے پاس موجود وائیر سے 20 گنا زیادہ ہے“ 5 میٹر کے لئے یہ درست نہیں ہے۔ کیوں کہ 5 میٹر 100 سمر سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ راشدہ کے پاس جو وائیر کا طول ہے اس کو میٹر میں بتایا گیا ہے۔ جبکہ احمد کے پاس موجود وائیر کو سمر میں ظاہر کیا گیا ہے۔ دونوں مقداروں کے تقابل کے لئے دونوں کو ایک ہی اکائی میں ظاہر کرنا ہوگا۔

ہم جانتے ہیں 1 میٹر = 100 سمر اس لیے راشدہ کے پاس موجود 5 میٹر وائیر کو سمر میں ظاہر کریں گے یعنی  $500 = 5 \times 100$  اس لئے اب راشدہ اور احمد کے پاس موجود وائیر کے طول کے درمیان نسبت 500:100 یا 5:1 ہے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ راشدہ کے پاس موجود وائیر کا 5 گنا ہے۔



اوپر کی مثالوں میں مقداروں کا تقابل نسبت کی شکل میں کیا گیا ہے۔ اس لئے نسبت دو تقابلی مقداروں کی مرتب جوڑ ہے۔ جو یکساں اکائی میں ظاہر کی جاتی ہے۔ نسبت کو ہم علامت ”:“ سے ظاہر کرتے ہیں دو مقداروں a اور b کو نسبت میں a:b لکھا جاتا ہے اور اس کو a نسبت b پڑھتے ہیں۔

دو مقداریں a اور b کو نسبت کے ارکان کہتے ہیں۔ پہلی مقدار a کو مقدم (antecedent) اور دوسری مقدار b کو تالی (consequent) کہتے ہیں۔

کوشش کیجئے

روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے ایسے واقعات پر غور کیجئے جہاں پر آپ دو مقداروں کو نسبت کی شکل میں تقابل کرنا پڑتا ہے۔



## مشق 1

1.  $100/-$  اور  $10/-$  کے درمیان نسبت معلوم کیجئے اور جواب کو اقل ترین شکل میں ظاہر کیجئے۔
2. ثناء کے پاس  $5/-$  ہیں ساجدہ کے پاس ثناء کے مقابلے 3 گنا زیادہ رقم ہے۔ ساجدہ کے پاس کتنی رقم ہے؟  
(i) ساجدہ اور ثناء کے درمیان پائی جانے والی رقم میں نسبت کیا ہوگی؟  
(ii) ثناء اور ساجدہ کے درمیان پائی جانے والی رقم میں نسبت کیا ہوگی؟
3. 96 چاکلیٹ کو رشید اور راشد کے درمیان 5:7 میں تقسیم کیجئے۔
4. خطی قطعہ AB کا طول 38 سمر ہے ایک نقطہ X اس خط کو 9:10 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تب خطی قطعہ AX اور XB کا طول معلوم کیجئے۔



5. رقم  $1,60,000/-$  کو 3:5 میں تقسیم کیا گیا ہو تو کم حصہ کی رقم کیا ہوگی؟
6. ہرے رنگ کی تیاری کے لئے ایک پیٹرن، زرد رنگ اور نیلے رنگ کو 3:2 کی مقدار میں ملاتا ہے۔ اگر وہ 12 لیٹر زرد (Yellow) رنگ استعمال کیا ہو تو بتاؤ کہ نیلے رنگ (Blue) کی کتنی مقدار استعمال کی گئی ہوگی؟
7. ایک مستطیل کے طول کی پیمائش 40 سمر اور اس کا عرض 20 سمر ہے طول اور عرض کے درمیان نسبت کیا ہوگی؟
8. گارڈن گھونگے (Garden - Snail) کی رفتار 50 میٹر فی گھنٹہ جبکہ چیتے کی رفتار 120 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے، رفتاروں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
9. (i) آپ کی جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔  
(ii) جماعت میں موجود دروازے اور کھڑکیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔  
(iii) کاپیوں اور کتابوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔



## کمرہ جماعت کا منصوبائی کام



1. ایک پیمائشی ٹیپ لے کر اپنے دوست کی مدد سے کمرہ جماعت کے طول اور عرض کی پیمائش کیجئے۔ ان کے درمیان نسبت محسوب کیجئے۔

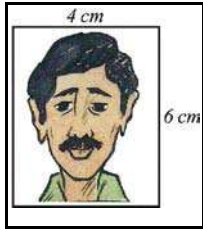
2. 10 روپے کا نوٹ لیجئے اس کے طول اور عرض معلوم کیجئے۔ جواب کو قریب ترین مکمل عدد تک شمار کیجئے۔ اپنے معلم (ٹیچر) کی مدد سے اس کے طول اور عرض کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

اسی طرح کا مشغلہ -/20 روپے اور -/50 روپے کے نوٹ کی پیمائش سے دہرائے اور اپنی کاپیوں میں لکھئے۔

## 6.2 تناسب

رقیہ کی والدہ نے 2 چمچے چائے کی پتی کو استعمال کرتے ہوئے ایک پیالی چائے بنایا۔ کسی دن ان کے گھر پر 3 مہمان پہنچے، کتنے چمچے چائے کی پتی کو استعمال کرنا ہوگا تاکہ تین پیالی چائے بنائی جاسکے؟ ہاں آپ صحیح ہیں انھیں 6 چمچے چائے کی پتی کا استعمال کرنا ہوگا تاکہ 3 پیالی چائے بنائی جاسکے۔ یہاں رقیہ کی والدہ نے تناسب کے اصول کا استعمال کیا۔

### اب ایک اور مثال دیکھیں



روف نے ایک فوٹو اتاری۔ اُس نے لیب (Lab) میں 4 سمر x 6 سمر کی جسامت والی فوٹو تیار کروائی اسی فوٹو کو بڑی کرنے کے لئے وہ دوبارہ لیب میں پہنچے، وہاں پر موجود شخص نے انھیں یہ فوٹو دیا۔ ”یہاں پر کچھ تو غلط محسوس ہوتا ہے“ روف نے کہا۔

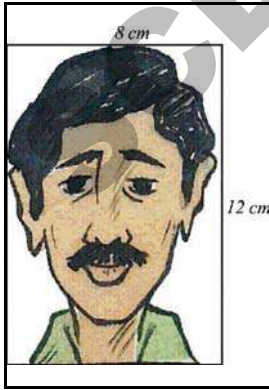
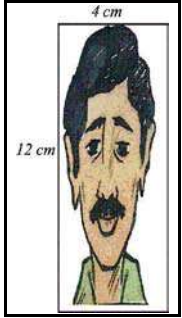
کیا آپ کہہ سکتے ہیں روف صحیح ہے۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اس تصویر میں کیا غلطی ہے۔

روف نے طے کیا کہ فوٹو کے طول اور عرض کی پیمائش کی جائے۔ اُسے معلوم تھا کہ اصل فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت، یہ بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت مساوی ہونی چاہئے۔

$$2:3 = 4:6 = \text{اصل فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت}$$

$$1:3 = 4:12 = \text{بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت}$$



کیا دونوں نسبتیں مساوی ہیں؟ روف یہ بات جان چکا ہے کہ بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض میں نسبت مساوی نہیں ہے بہ نسبت اصل فوٹو کے، وہ سمجھ گیا کہ پہلی فوٹو کے بہ نسبت دوسری فوٹو تناسب میں نہیں ہے۔ اُس نے لیب کے آدمی کو دوبارہ فوٹو بڑی کرنے کے لئے کہا۔ اس مرتبہ فوٹو ٹھیک تھی۔ وہ دوبارہ اس کے طول اور عرض کی پیمائش کر کے نسبت معلوم

$$8 : 12$$

کیا۔

$$2 : 3$$

اب رؤف کے سمجھ میں یہ بات آگئی کہ اصل فوٹو اور بڑی کی گئی فوٹو بہتر دکھائی دیتے ہیں۔ کیوں کہ ان کے طول اور عرض کے درمیان نسبت برابر ہے۔  
یعنی یہ دونوں تناسب میں ہیں۔

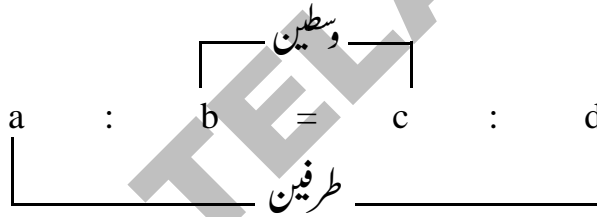
پس نسبتوں کو اس وقت تناسب میں ہے کہا جاتا ہے جب کہ وہ مساوی ہوں تناسب کے لئے علامت "∴" استعمال کی جاتی ہے۔ ہم اس کو اس طرح پڑھیں گے۔ a نسبت b تناسب میں ہے c نسبت d کے۔ اس کو اس طرح بھی پڑھا جاتا ہے a نسبت b جیسے c نسبت d۔ یہ چاروں مقداروں a, b, c اور d کو بالترتیب پہلا، دوسرا، تیسرا اور چوتھا رکن کہتے ہیں پہلے اور چوتھے ارکان کو طرفین (extremes) اور دوسرے اور تیسرے کو وسطین (means) کہتے ہیں۔

a : b = c : d تناسب میں ہیں

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ یعنی}$$

$$ad = bc \text{ اسلئے}$$

یعنی وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب



$$d = \frac{bc}{a} \text{ یہاں } d \text{ کو چوتھا تناسب اور}$$

اب ہم چند مثالیں دیکھیں گے

مثال 1: - تناسب کو مکمل کرنے کے لئے عدد معلوم کیجئے۔

$$(i) \quad 2 : 5 = 6 : \square$$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$2 : 5 = 6 : \square$$

$$2 \times \square = 5 \times 6$$

$$\square = \frac{5 \times 6}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

یعنی

$$16 : 20 = \square : 35 \quad (ii)$$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کے حاصل ضرب

$$16 : 20 = \square : 35$$



$$20 \times \square = 16 \times 35 \quad \text{اسلئے}$$

$$\square = \frac{560}{20} = 28$$

$$6 : 20 = \boxed{28} \times 35$$



## مشق 2

1. ذیل کے جدول میں غائب شدہ تناسبی اعداد معلوم کیجئے۔

نشان سلسلہ	تناسب	طرفین کا حاصل ضرب	وسطین کا حاصل ضرب
1	1 : 2 :: 4 : 8		
2	5 : 6 :: 75 : 90		
3	3 : 4 :: 24 : 32		
4	2 : 5 :: $\square$ : 15	30	
5	3 : 6 :: 12 : $\square$		72

(i) 15 : 30 :: 30 : 40

(ii) 22 : 11 :: 12 : 6

(iii) 90 : 30 :: 36 : 12

(iv) 32 : 64 :: 6 : 12

(v) 25 : 1 :: 40 : 160

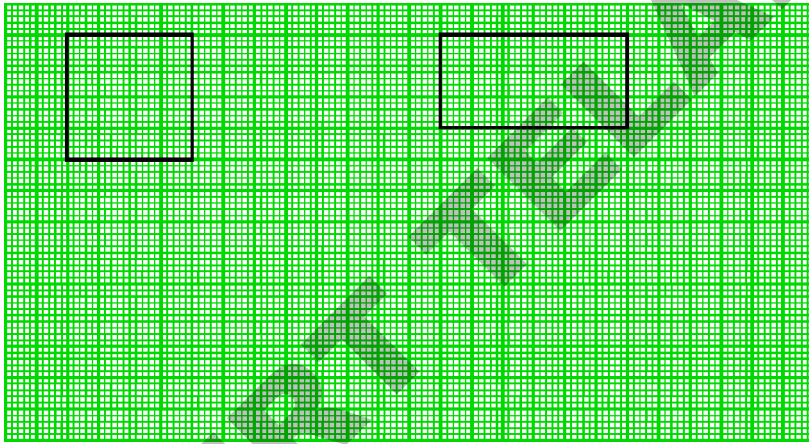
2. صحیح یا غلط لکھئے

3. ملیجہ 5 کلوگرام آلو مارکٹ سے خریدتی ہے۔ اگر دو کلوگرام آلو کی قیمت -/36 روپے ہے تب 5 کلوگرام آلو کے

لئے ملیجہ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

4. علم طبیعیات میں یہ بات بتائی جاتی ہے کہ زمین پر شے کا وزن چاند پر شے کے وزن کے تناسب میں ہوتا ہے۔ فرض کیجئے کہ 90 کلوگرام آدمی کا وزن چاند پر 15 کلوگرام ہے تب 60 کلوگرام عورت کا وزن چاند پر کیا ہوگا؟
5. باز آباد کاری عملہ میں انجینئر اور ڈاکٹر کا تناسب 2:5 میں ہے۔
- (i) اگر 18 انجینئر ہیں تو ڈاکٹرس کی تعداد کیا ہوگی۔
- (ii) اگر 65 ڈاکٹرس ہیں تو انجینئر کی تعداد کیا ہوگی۔
6. دو زاویوں کے درمیان نسبت 3:1 ہے
- (i) بڑا زاویہ کیا ہوگا جبکہ چھوٹا زاویہ  $180^\circ$  ہے
- (ii) اگر بڑا زاویہ  $63^\circ$  ہے تب چھوٹا زاویہ کیا ہوگا۔

یہ کیجئے  
مربع اور مستطیل کو بڑا کیجئے اس طرح سے کہ بڑے کئے ہوئے مربع اور مستطیل کی پیمائش  
اصل مربع اور مستطیل کیساتھ تناسب میں ہو۔



### 6.3 شرح (Rate)

- بعض مرتبہ نسبت کو شرح میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ چند مثالیں حسب ذیل ہیں۔
- (i) میرے والد 60 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے گاڑی چلاتے ہیں۔
- (ii) میں نے 120/- روپے فی کلوگرام کے حساب سے سیب خریدا۔
- (iii) میرے دل کی دھڑکن 72 مرتبہ فی منٹ ہے۔
- (iv) انڈے کی قیمت 60/- روپے فی درجن ہے۔
- (v) ہندوستان میں شرح پیدائش 21 (تقریباً) ہے شرح پیدائش سے مراد ایک ہزار لوگوں میں مقررہ وقت پر زندہ پیدا ہونے والے بچوں کی تعداد ہے۔
- مزید معلومات کے لئے <http://www.indexmundi.com/8/8.aspx?c=in&v=25> ملاحظہ کیجئے۔

پہلی مثال میں گاڑی کے طے کردہ فاصلہ کا تقابل طے کئے گئے وقت سے کیا گیا۔ دوسری مثال میں سیب کی قیمت کا تقابل سیب کی مقدار سے کیا گیا ہے۔ تیسری مثال میں دل کی دھڑکن کا تقابل وقت کے صرفہ سے کیا گیا ہے۔ چوتھی مثال میں انڈوں کی قیمت کا تقابل انڈوں کی مقدار سے کیا گیا ہے۔ پانچویں مثال میں پیدائش کا تقابل ہر ایک 1000 عوام سے کیا گیا ہے۔

حروف فی کو علامت ’/‘ اور اوپر کی مثالیں اس طرح لکھی جاسکتی ہیں، گھنٹہ/60 کلومیٹر، /کلوگرام-120 روپے، منٹ/72 مرتبہ، درجن-60 روپے اور 21 پیدائش ہر 1000 لوگ پر۔

## 6.4 اکائی کا طریقہ (Unitary Method)

وہ طریقہ جس میں پہلے ہم ایک اکائی (One unit) کی قدر معلوم کرنے کے بعد مطلوبہ مقدار کی قدر معلوم کرتے ہیں، اکائی کا طریقہ کہتے ہیں۔

مثال 2:- ایک دوکاندار 5 کیان -30 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ اس طرح کے 10 کیان کی قیمت کیا ہوگی؟

حل:- 5 کیان کی قیمت = 30 روپے

اس لئے ایک کیان کی قیمت =  $\frac{30}{5} = 6$  روپے

دس کیان کی قیمت =  $6 \times 10 =$

60 روپے

مثال 3:- ایک درجن موز کی قیمت -20 روپے ہو تو 9 موز کی قیمت کیا ہوگی؟

حل:- ایک درجن = 12 اکائی

12 موز کی قیمت = -20 روپے

اس لئے ایک موز کی قیمت =  $\frac{20}{12}$  روپے

9 موز کی قیمت =  $\frac{20}{12} \times 9 =$

= -15 روپے



یہ کیجئے

1. 160 طلباء کے لئے 40 بیچ درکار ہیں تب 240 طلباء کو بیٹھنے کے لئے اسی شرح سے کتنے بیچ درکار ہوں گے؟
2. (Robinbird) چھوٹی بھوری چڑیا 10 سکند میں 23 مرتبہ اپنے پر ہلاتے ہوئے اڑتی ہے دو منٹ تک پرواز کرنے میں اس کو کتنے مرتبہ پر ہلانا ہوگا۔
3. آدمی کے دل کی دھڑکن اوسطاً 72 مرتبہ فی منٹ ہوتی ہے۔ تو بتاؤ کہ 15 سکند میں کتنی مرتبہ حرکت قلب ہوگی۔ اور ایک گھنٹہ میں کتنے مرتبہ دل دھڑکے گا۔

### 6.5 راست تناسب (Direct Propotion) :-

ہماری روزمرہ کی زندگی میں ہم ایسے کئی ایک واقعات کا مشاہدہ کرتے ہیں اگر ایک مقدار بڑھ جائے تو دوسری مقدار خود بہ خود بڑھ جاتی ہے۔

مثال کے طور پر

- ☆ اگر اشیاء زیادہ خریدتے ہیں تب قیمت خود بہ خود بڑھ جاتی ہے۔
- ☆ اگر ایک بینک میں جمع شدہ رقم زیادہ ہوتی ہے تب سود میں خود بخود اضافہ ہوتا ہے، اگر بینک میں رقم کم ہو جاتی ہے تب سود میں بھی کمی واقع ہوتی ہے۔
- ☆ مستقل رفتار پر اگر طے شدہ فاصلہ بڑھ جاتا ہے تو وقت بھی بڑھ جائے گا مثال کے طور پر اگر فاصلہ کم ہوتا ہے تب وقت بھی کم ہو جائے گا۔

اوپر کی مثالوں میں اگر ایک مقدار بڑھتی ہے تب دوسری مقدار خود بہ خود بڑھ جاتی ہے اسی طرح اگر ایک مقدار کم ہو جاتی ہے تب دوسری بھی کم ہونے لگتی ہے۔  
اس طرح کی صورتحال کو مثالوں کے ذریعہ سمجھیں گے۔

ایک نل ایک ٹانگی میں 300 لیٹر پانی بھرنے کیلئے ایک گھنٹہ لیتا ہے۔ دو گھنٹوں میں کتنے لیٹر پانی بھرے گا؟ ٹانگی میں 600 لیٹر پانی بھر جائے گا۔ 4 گھنٹوں، 8 گھنٹوں میں کتنا پانی بھر پائے گا آپ اس کو کس طرح حل کر پائیں گے؟

ذیل میں دیئے گئے جدول کو دیکھئے۔

ٹانگی کو بھرنے کے لئے درکار وقت	1	2	4	8
گنجائش لیٹر میں	300	600	1200	2400

$\xrightarrow{x \cdot 2}$     $\xrightarrow{x \cdot 4}$     $\xrightarrow{x \cdot 8}$   
 $\xleftarrow{x \cdot 2}$     $\xleftarrow{x \cdot 4}$     $\xleftarrow{x \cdot 8}$

اوپر کے جدول میں آپ یہ محسوس کریں گے کہ اگر وقت بڑھتا جاتا ہے تب پانی کی مقدار میں بھی اضافہ ہوتا جائے گا، یعنی وقت کی نسبت اور پانی کی مقدار میں نسبت مساوی ہے۔ جب وقت 2 گنا کر دیا جاتا ہے تو پانی کی مقدار بھی دوگنی ہو جاتی ہے۔ جب وقت 4 گنا بڑھا دیا جاتا ہے، پانی کی مقدار بھی 4 گنا بڑھ جاتی ہے۔ اور جب وقت 8 گنا بڑھا دیا جاتا ہے، تب پانی کی مقدار بھی 8 گنا بڑھ جاتی ہے۔ دیئے گئے وقت کی نسبت 1:2 اور ٹانگی میں پانی کی مقدار میں نسبت بھی 1:2 ہوگی تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ لیا گیا وقت اور بھرا گیا پانی راست تناسب میں ہے۔

مثال 4:- ایک دوکاندار 6 انڈے -/30 روپے میں فروخت کرتا ہے تو بتاؤ کہ 10 انڈوں کی قیمت کیا ہوگی۔

حل:- فرض کرو کہ 10 انڈوں کی قیمت -/x روپے ہے۔

ہمیں معلوم ہے جیسے انڈوں کی مقدار بڑھتی جاتی ہے ویسے ہی قیمت بھی بڑھتی جائے گی کیوں کہ انڈوں اور قیمت کے درمیان نسبت مساوی ہوتی ہے بہ الفاظ دیگر انڈوں کی مقدار اور اس کی قیمت تناسب میں ہے۔

$$\text{یعنی } 6 : 10 = 30 : x$$

چونکہ وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کے حاصل ضرب کے

$$6 \times x = 10 \times 30$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6}$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$$x = 50 \text{ روپے}$$

یعنی 10 انڈوں کی قیمت -/50 روپے ہوگی

اس سوال کو ہم اکائی کے قاعدے سے بھی حل کر سکتے ہیں جس میں پہلے ایک انڈے کی قیمت دریافت کرتے ہیں پھر مطلوبہ مقدار سے ضرب دینے پر مطلوبہ قیمت حاصل ہوگی۔

6 انڈوں کی قیمت = -/30 روپے

$$5/- \text{ روپے} = \frac{30}{6} = \text{اس لئے ایک انڈے کی قیمت}$$

$$10 \text{ انڈوں کی قیمت} = 5 \times 10 = 50/-$$

مثال 5:- چار افراد والے خاندان کے لئے 20 کلوگرام چاول درکار ہے۔ اگر گھر میں 10 افراد ہوں تو کتنے چاول درکار ہوں گے۔

**طریقہ I:-** گوہرنے کہا اگر افراد خاندان میں اضافہ ہوتا ہے تو ان کے لئے درکار چاول میں بھی اضافہ ہوگا۔ کیوں کہ افراد کی تعداد اور استعمال ہونے والے چاول کی مقدار میں نسبت راست تناسب میں ہے۔  
فرض کرو کہ چاول کی مقدار  $x$  ہے جو 10، افراد کے لئے درکار ہے

$$\text{تب } x : 20 = 10 : 4$$

چونکہ وسطین کا حاصل ضرب مساوی ہوتا ہے طرفین کے حاصل ضرب کے

$$4x = 20 \times 10$$

$$x = \frac{20 \times 10}{4} = 50$$

$$x = 50 \text{ kg}$$

10 افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار 50 کلوگرام ہوگی

**طریقہ II:-** شگفتہ اس سوال کو حل کرنے کے لئے اکائی کا طریقہ استعمال کرتی ہے۔

20 کلوگرام = 4 افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار

$$5 \text{ کلوگرام} = \frac{20}{4} = \text{ایک فرد کے لئے درکار چاول}$$

$$10 \text{ افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار} = 10 \times 5$$

$$= 50 \text{ کلوگرام}$$



مثال 6:- ایک جیپ 3 گھنٹوں میں 90 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ 150 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے کتنا وقت درکار ہوگا؟

ہمیں معلوم ہے کہ جیسے طے شدہ فاصلہ بڑھتا جائے گا درکار وقت میں بھی اضافہ ہوگا کیوں کہ طے شدہ فاصلہ اور وقت میں نسبت مساوی ہے۔ اس لئے دونوں راست تناسب میں ہیں۔

فرض کرو کہ 150 کلومیٹر کا فاصلہ جیپ  $x$  گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔

$$\text{پس } x : 3 = 150 : 90$$

چونکہ طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$90x = 150 \times 3$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

150 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار وقت = 5 گھنٹے

مثال 7:- نقشہ کا پیمانہ اس طرح دیا گیا ہے 30000 : 1 نقشہ میں دوشہر 4 سمر کے فاصلہ پر ہیں۔ تب ان کے درمیان حقیقی فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کرو کہ حقیقی فاصلہ  $x$  سمر ہے۔ چونکہ نقشہ میں فاصلہ حقیقی فاصلے کے راست تناسب میں ہے

$$1 : 30000 = 4 : x$$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$x = 4 \times 30000$$

$$= 1,20,000$$

$$(1 \text{ km} = 1,00,000 \text{ cm}) \quad = 1.2 \text{ km}$$

اس طرح دوشہر جو نقشہ میں 4 سمر کی دوری پر ہیں وہ حقیقت میں ایک دوسرے سے 1.2 کلومیٹر کی دوری پر واقع ہیں۔

کوشش کیجئے

1. ایک لیٹر کی خالی بوتل کوئل کے نیچے رکھئے جس سے قطرہ بہ قطرہ پانی ٹپک رہا ہو۔ بوتل بھرنے کیلئے

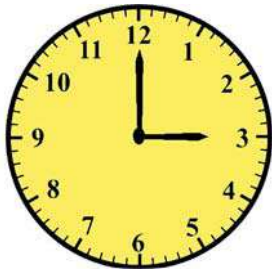
کتنا وقت درکار ہوگا معلوم کیجئے۔ اور بتائیے کہ ایک سال میں کتنا پانی ضائع ہوگا۔



2. گھڑی لیجئے اور آسمیں منٹ کے کانٹے کو 12 پرسٹ کردیجئے۔ مختلف وقت دوران میں کانٹے سے بننے والے زاویہ کو درج کیجئے۔

گذرا ہوا وقت	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>
منٹ میں	15	30	45	60
بدلا ہوا زاویہ	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
درجوں میں	90	.....	.....	.....

کیا منٹ کے کانٹے سے بنایا ہوا زاویہ وقت کے ساتھ راست تناسب میں ہے؟ ہاں اوپر کے جدول میں آپ یہ بھی دیکھ پائیں گے کہ



$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2$$

$$T_1 : T_2 = 15 : 30 = 1 : 2$$

$$A_1 : A_2 = 90 : 180 = 1 : 2$$

جانچ کیجئے کیا

$$T_2 : T_3 = A_2 : A_3 \text{ اور } T_3 : T_4 = A_3 : A_4$$

اپنے فاضل وقت میں اس مشغلہ کو دہرا سکتے ہیں۔



### مشق 3



1. ایک بیکٹیریا کو 50000 گنا بڑھا کیا گیا تب اس کا طول 5 سمر ہے اس بیکٹیریا کا حقیقی طول معلوم کیجئے۔ اگر طول 20000 گنا بڑھا یا جائے تب اس کا طول معلوم کیجئے۔

2. جدول کا مشاہدہ کیجئے اور معلوم کیجئے کہ اگر x راست تناسب میں ہو تو

(i)	x	20	17	14	11	8	5	2
	y	40	34	28	22	16	10	4
(ii)	x	6	10	14	18	22	26	30
	y	4	8	12	16	20	24	28
(iii)	x	5	8	12	15	18	20	25
	y	15	24	36	60	72	100	125

3. شبانہ کے پاس ایک سڑک کا نقشہ موجود ہے جس میں پیمانہ 1 سمر کیلئے 18 کلومیٹر لیا گیا ہے وہ سڑک پر 72 کلومیٹر فاصلہ طے کر چکی ہے تو نقشہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کر پائے گی؟

4. مربع خانہ والا پیپر (Grid Paper) پر 5 مختلف جسامت والے مربع بنائیے۔ ذیل کی اطلاع کو جدول میں درج کیجئے۔

	مربع 1	مربع 2	مربع 3	مربع 4	مربع 5
ضلع کو طول (L)					
احاطہ (P)					
رقبہ (A)					

دریافت کیجئے کیا ضلع کا طول راست تناسب میں ہے۔

(i) مربع کا احاطہ (ii) مربع کا رقبہ

نسبت فیصد کی شکل میں بھی ظاہر ہوتی ہے۔ اس سبق میں ہم فیصدی کے مختلف طریقوں پر نظر ڈالیں گے جو ہماری روزمرہ زندگی میں پیش آتے ہیں۔

## 6.6 فیصد (Percentages) :-

- ☆ فرزانہ ریاضی میں 65% نشانات حاصل کرتی ہے اور رحیمہ 59% نشانات حاصل کرتی ہے۔
- ☆ ایک تاجر پارچہ (کپڑا فروش) ٹھوک مارکٹ میں سلک کی ساڑھیوں پر 25% نفع کماتا ہے اور چلر مارکٹ میں 10% نفع کماتا ہے۔
- ☆ آسیہ بینک سے 10,000 روپے ایک سال کی مدت کے لئے قرض حاصل کرتی ہے سال کے ختم پر 10% سود ادا کرتی ہے۔

☆ تہوار کے زمانہ میں ٹیلی ویژن فروخت کرنے والا دوکاندار 10% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے دوسرا دوکاندار 15% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے۔

لفظ فی صد سے مراد 'ہر سو پر ایک ہے' علامت % کو فیصد کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے ایک فیصد 1% سے مراد ہر ایک سو پر 1، 27% سے مراد ہر ایک 100 پر 27، 93% سے مراد ہر ایک سو پر 93۔

$$0.01 \text{ یا } \frac{1}{100} = 1\% \text{ کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے۔}$$

$$0.27 \text{ یا } \frac{27}{100} = 27\% \text{ کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے۔}$$

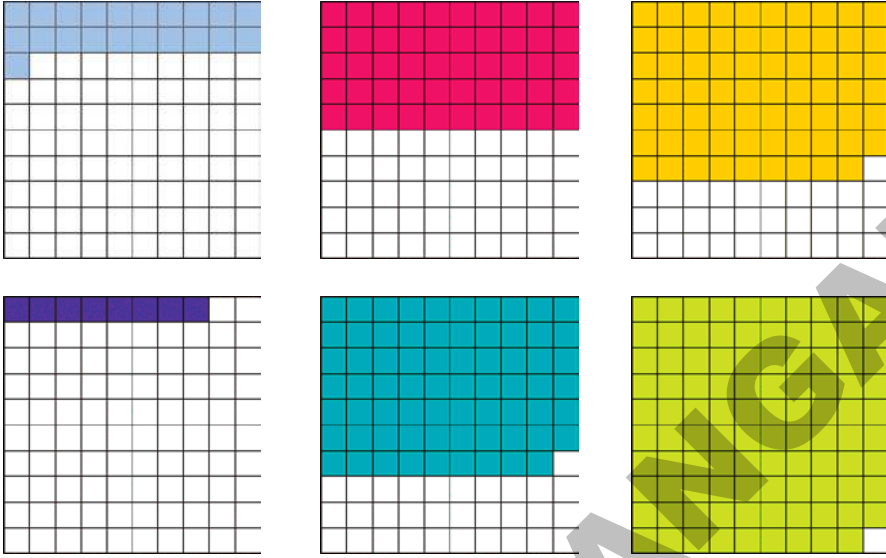
$$0.93 \text{ یا } \frac{93}{100} = 93\% \text{ کو اس طرح سے بھی لکھا جاتا ہے۔}$$





یہ کیجئے

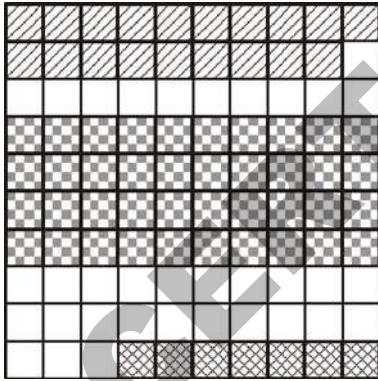
1. ذیل میں مربع خانوں والے پیپر جن میں 100 خانے ہیں دیئے گئے ہیں، جن میں مختلف مربعوں کو مختلف رنگ سے بھرا گیا ہے۔



اس طرح رنگ بھرے ہوئے مربعوں اور سفید مربعوں کو حسب ذیل طریقوں سے ظاہر کیجئے۔

(i) فیصد (ii) کسر (iii) اعشاریہ

2. ذیل کے خانوں والے پیپر کا مشاہدہ کیجئے



ان کو مختلف وضع سے سایہ دار کیا گیا ہے۔ ہر ؟ اس کا فیصد کیا ہے  
 نوعیت کے سایہ دار حصہ کا فیصد معلوم کیجئے۔ ؟ اس کا فیصد کیا ہے  
 ؟ اس کا فیصد کیا ہے  
 ؟ اس کا فیصد کیا ہے

جماعت	طلباء کی تعداد	کسر کی شکل میں	فیصدی کی شکل میں
VI	17		
VII	15		
VIII	20		
IX	30		
X	18		
Total	100		

3. ذیل کے جدول میں ایک مدرسہ میں جماعت واری طلباء کی تعداد دی گئی ہے۔ ہر جماعت کی تعداد کو کسر کی شکل میں ظاہر کیجئے۔ اسکول کی کل تعداد کو فیصد میں بتلائیے۔

اوپر کی تمام مثالوں میں کل تعداد 100 ہے۔ ہم فیصد کس طرح معلوم کریں گے جبکہ کل تعداد 100 نہ ہو۔  
**مثال 8:-** ایک جماعت میں 35 لڑکیاں اور 15 لڑکے ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کا فیصد کیا ہے؟  
 صابر نے اس مسئلہ کو اس طرح حل کیا

طالب علم	عدد	کسر	نسب نما کو 100 میں تبدیل کرنے پر	فیصد کی شکل میں
لڑکیاں	35	$\frac{35}{50}$	$\frac{35}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{70}{100}$	70%
لڑکے	15	$\frac{15}{50}$	$\frac{15}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{30}{100}$	30%
جملہ	50			



حاصل کردہ جواب میں لڑکیوں اور لڑکوں کا فیصد اس طرح ہے۔  
 جملہ طلباء کی تعداد  $35 + 15 = 50$   
 50 طلباء میں 35 لڑکیاں ہیں  
 اس لئے 100 طلباء میں 70 لڑکیاں =  $\frac{35}{50} \times 100$

**جدول 3-**  
 رعنا نے اس طرح حل کیا  
 $\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$   
 $= 70\%$

ہم یہ دیکھیں گے کہ یہاں تین طریقے ہیں جس سے فیصد معلوم کیا جاسکتا ہے جبکہ جملہ اعداد کا مجموعہ 100 نہ ہو۔ پہلے جدول میں ہم کسر کو  $\frac{100}{100}$  سے ضرب دیں گے جس سے کسر کی قدر میں تبدیلی واقع نہیں ہوگی۔ اسی طرح نسب نما میں صرف 100 باقی رہ جائے گا۔ رعنا  $\frac{2}{2}$  سے ضرب دیتی ہے۔ جس میں نسب نما 100 آجاتا ہے، انور کائی کا طریقہ استعمال کرتا ہے۔ آپ ان میں سے کوئی بھی طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ یا آپ اپنا ذاتی کوئی اور طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ کیا انور کا طریقہ تمام نسبتوں کے لئے قابل عمل ہوگا؟ کیا رعنا کا طریقہ بھی ہمیشہ قابل عمل ہوگا۔

انور نے کہا رعنا کا طریقہ اسی وقت کارگرد ہوگا جب کوئی طبعی عدد کو ضرب دے کر نسب نما 100 حاصل کیا جائے۔ چونکہ نسب نما 50 ہے اس لئے وہ 2 سے ضرب دے پائی اور نسب نما میں 100 حاصل کر لیا۔ اگر نسب نما 60 ہے تب یہ طریقہ کار قابل عمل نہیں ہے۔ کیا آپ متفق ہیں؟

**مثال 9:-** شرٹ A میں  $\frac{3}{5}$  کاٹن اور شرٹ B میں  $\frac{3}{4}$  حصہ کاٹن ہے  
 (i) ہر شرٹ میں کاٹن کا فیصد معلوم کیجئے۔ (ii) کونسے شرٹ میں کاٹن کا فیصد زیادہ ہے۔



$$\text{حل:- شرت A میں کاٹن کا فیصد} = \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

$$\text{شرت B میں کاٹن کا فیصد} = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

شرت B میں کاٹن کا تناسب زیادہ ہے۔

مثال 10:- شہناز ایک میٹر کپڑا لے کر درزی کے پاس اپنے لئے بلوز سلوانے کے لئے پہنچی۔ درزی 0.75 میٹر کپڑا لے کر باقی کپڑا واپس کر دیتا ہے۔



(i) بلوز کی سلوائی میں کتنے فیصد کپڑا استعمال ہوا؟ (ii) کتنے فیصد کپڑا واپس کیا گیا۔

حل:- درزی نے 0.75 میٹر کپڑے کا استعمال کیا۔

$$0.75 \times 100 = 75\% = \text{استعمال شدہ کپڑے کا فیصد}$$

$$1 - 0.75 = 0.25 = \text{واپس کردہ کپڑا}$$

$$0.25 \times 100 = 25\% = \text{واپس کردہ کپڑے کا فیصد}$$

مثال 11:- سال گذشتہ اشیاء ضروریات کی قیمت -/40 روپے تھی اس سال اشیاء ضروریہ کی قیمت -/50 روپے تک بڑھ گئی قیمت میں تبدیلی کا فیصد کیا ہوگا۔

$$\text{حل:-} \quad \text{قیمت میں فرق} = \frac{\text{قیمت میں فرق}}{\text{اصل قیمت}} \times 100 = \text{فیصد اضافہ}$$

$$= \frac{50 - 40}{40} \times 100\%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100 = \frac{1000}{40}$$

$$= 25\%$$

مثال 12:- سہیل کی ماہانہ آمدنی -/10,000 ہے وہ اس کا 60% گھریلو اخراجات 10% دواؤں کا خرچ 5% عطیات اور 25% بچت کرتا ہے وہ ہر ماہ کتنی رقم خرچ کرتا ہے۔

گھریلو اخراجات پر کیا گیا خرچ = جملہ آمدنی کا 60%

$$= \frac{60}{100} \times 10000 = \text{` 6,000/-}$$

$$\text{اسی طرح دواؤں پر خرچ} = \frac{10}{100} \times 10000 = \text{` 1,000/-}$$

$$\frac{5}{100} \times 10000 = 500 = \text{عطیات پر خرچ}$$

$$\frac{25}{100} \times 10000 = 2500 = \text{بچت شدہ رقم}$$



## مشق 4

1. کسی اسکول میں دہم جماعت کے 48 طلباء نے امتحان میں شرکت کی جن میں 36 طلباء کامیاب ہوئے جبکہ دوسرے اسکول میں 30 طلباء نے شرکت کی اور ان میں سے 24 طلباء کامیاب ہوئے۔ اگر ضلع کے مہتمم تعلیمات مدرسہ کے کامیاب طلباء کو فیصد کی بنا پر انعام دینا چاہتے ہیں تو کس اسکول کو انعام حاصل ہو سکتا ہے۔
2. سال گذشتہ 1000 اشیاء کی قیمت -/5000 روپے تھی۔ اس سال وہ -/4000 روپے تک پہنچ گئی اس گراؤٹ کو فیصدی میں ظاہر کیجئے۔
3. سمیہ کے پاس ایک باسکٹ ہے جس میں موز، موسی، اور آم بھرے ہوئے ہیں۔ اگر 50% موز ہیں اور 15% موسی ہیں تو آم کا فیصد کیا ہوگا؟
4.  $64\% + 20\% + \dots = 100\%$
5. ایک مدرسہ میں بارش کی وجہ سے 150 طلباء میں سے 25 طلباء غیر حاضر ہوتے ہیں، کتنے فیصد طلباء اسکول سے غیر حاضر رہے۔ کتنے فیصد طلباء اسکول میں حاضر رہے، معلوم کیجئے۔
6. کسی چناؤ حلقہ میں 2000 ووٹس میں 60% ووٹس نے اپنا حق رائے دہی استعمال کیا تو بتاؤ کہ کتنی تعداد نے ووٹ ڈالا؟
7. مقامی کرکٹ ٹیم ایک سیزن میں 20 میاچس کھیل پائی۔ اگر ان میں سے وہ 25% ہی میاچس جیت پائے ہیں تو بتاؤ کہ وہ ٹیم کتنے میاچس ہار گئی ہے۔
8. ہر ایک گرام سونے میں ایک سنار 0.25 چاندی، اور 0.05 گرام تانبہ ملاتا ہے۔ ہر گرام میں سونا، چاندی اور تانبہ کا فیصدی معلوم کیجئے۔
9. ایک عدد کا 40 فی صد 800 ہے تب وہ عدد معلوم کیجئے۔



## کوشش کیجئے

1. 2011ء کے مردم شماری کے مطابق ہمارے ملک کی آبادی  $120,00,00,000 (12 \times 10^8)$  ہے۔ اگر ہماری آبادی میں ہر سال 3% کا اضافہ ہوتا رہے تو 2012ء میں آبادی کیا ہوگی؟



2. (i) کیا آپ 75% دوسرے کھائیں گے

(ii) کیا کسی شے کی قیمت 90% تک پہنچ پائے گی

(iii) کیا کسی شے کی قیمت 100% تک پہنچ پائے گی۔

گھر پر تفویض کردہ کام:-

ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے جو ایک دن میں مختلف مشاغل کو انجام دینے کے اوقات کو ظاہر کرتا ہے، ایک مشغلہ میں استعمال ہونے والے وقت کا فیصد معلوم کیجئے۔



مشغلہ	گھنٹوں کی تعداد	دن کا فیصد
برش کرنا، نہانا، اسکول کے لئے تیاری کرنا		
اسکول میں گزارا ہوا وقت		
پڑھنے اور گھر کا کام کرنے کا وقت		
کھیل کود/ ٹیلی ویژن بنی/ والدین کی مدد		
سونے کا وقت		

6.7 ایسی صورتحال جہاں پر ہم فیصد کا استعمال کریں گے:-

ہم نفع، نقصان، کٹوتی (ڈسکاؤنٹ) سود کو ظاہر کرنے کے لئے فیصد کا استعمال کرتے ہیں فیصد میں ظاہر کرنے سے تقابل آسان ہو جاتا ہے۔



6.7.1 **نفع و نقصان:-** ایک کمہار اپنے چاک (گردشی پھیہ) پر گھڑا بناتا ہے اسکو بھٹی

میں پکاتا ہے۔ رنگوں سے نقش نگاری کرتا ہے، اس کے لئے وہ 3 روپے مٹی پر، 2 روپے بھٹی

میں پکانے کے لئے اور 1 روپے رنگ کرنے خرچ کرتا ہے اور فی گھڑا 10 روپے میں

فروخت کرتا ہے، اس طرح کمہار کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟

☆ کھلونا ساز ایک کھلونا 50 روپے میں تیار کرتا ہے۔ اسکو 75 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ کیا اس کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟

☆ ایک کاروباری ادارہ شرٹ کو 540 روپے فی کس خریدتا ہے۔ سال کے ختم تک شرٹس فروخت ہوئے بغیر رہ جاتا ہے سال

کے اختتام پر کاروباری ادارہ اس کو 500 روپے فی کس میں فروخت کر دیتا ہے۔ کیا کاروباری ادارہ کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟



☆ عمران (سونے کا بیوپاری) جوہری ہے۔ وہ 15000 روپے میں 10 گرام سونا سال گذشتہ خریدا اب اس کی قیمت 20000 روپے ہوگئی اس سونے کے خرید و فروخت میں عمران کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟ اور دی گئی ہر مثال کے لئے آپ نفع یا نقصان معلوم کر سکتے ہیں کئی ایک مرتبہ فیصد کو نفع یا نقصان ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال 13:- شاذ نے چند قلم 200 روپے میں خریدے اور اس کو وہ 240 روپے میں فروخت کیا اس کے برخلاف زیبا نے چند قلم 500 روپے میں خریدے اور وہ اس کو 575 روپے میں فروخت کر دیا کس نے زیادہ نفع حاصل کیا۔  
حل:-

$$\text{شاذ کا نفع} = 40 \text{ روپے} = 200 \text{ روپے} - 240 \text{ روپے}$$

$$\text{زیبا کا نفع} = 75 \text{ روپے} = 500 \text{ روپے} - 575 \text{ روپے}$$

یہ محسوس ہوا کہ زیبا کو نفع 75 روپے حاصل ہوا جبکہ شاذ کو 40 روپے نفع ملا کیا یہ صحیح ہے۔

شاذ کا نفع 40 روپے ہے جبکہ اُس نے 200 روپے خرچ کئے برخلاف اسکے زیبا کا نفع 75 روپے جبکہ اُس نے 500 روپے خرچ کئے

$$\frac{40}{200} = \text{شاذ کے نفع کی نسبت} \quad \frac{75}{500} = \text{زیبا کے نفع کی نسبت}$$

نفع کو قیمت خرید سے تقابل کرنے کے لئے ہم اس کو فیصد میں تبدیل کریں گے اس لئے

$$\frac{40}{200} \times 100 = 20\% \text{ شاذ کا نفع فیصد}$$

$$\frac{75}{500} \times 100 = 15\% \text{ زیبا کا نفع فیصد}$$

شاذ کا نفع 20% یا 20/- روپے ہے جبکہ اُس کی سرمایہ کاری 100 روپے ہے اور زیبا کا نفع 15% یا 15 روپے ہے جبکہ اُس کی سرمایہ کاری 100 روپے ہے اس طرح شاذ کا نفع فیصد زیبا سے زیادہ ہوگا۔

مثال 14:- ایک دوکاندار ٹیلی ویژن کو 9000/- روپے میں خریدتا ہے اور پھر وہ اس کو 10000 روپے میں فروخت کرتا ہے، نفع یا نقصان کا فیصد معلوم کرو۔



حل:- غوث نے سوال کو ذیل کے طریقہ سے حل کیا۔

$$9000/- \text{ روپے} = \text{ٹیلی ویژن کی قیمت خرید}$$

$$10000/- \text{ روپے} = \text{ٹیلی ویژن کی قیمت فروخت}$$

چونکہ قیمت فروخت زیادہ ہے قیمت خرید سے اس لئے نفع ہوگا۔

نفع = 1000 روپے = 9000 روپے - 10000 روپے

$$\frac{1000}{9000} = \text{قیمت خرید اور نفع کی نسبت}$$

فیصد معلوم کرنے کے لئے اس کو 100 سے ضرب دیجئے۔ یعنی  $11\frac{1}{9}\%$  =  $\frac{100}{9}\%$  =  $\frac{1000}{9000} \times 100\%$

مہرہ جبین سوال کو اس طرح سے حل کرتی ہے

قیمت خرید 9000 روپے ہو تو نفع 1000 روپے اب جب کہ قیمت خرید 100 روپے ہو تو نفع  $x$  روپے ہمیں معلوم ہے کہ قیمت خرید اور نفع کے درمیان راست تناسب ہے اور یہ دونوں صورتوں میں مساوی ہوں گے۔

$$\text{اسلئے } x : 1000 = 100 : 9000$$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}$$

اس لئے نفع فیصد  $11\frac{1}{9}\%$



کوشش کیجئے

12 آم کی قیمت خرید مساوی ہے 15 آم کے قیمت فروخت کے، تب نقصان فیصد کیا ہے۔  
مثال 15:- فرض کیجئے کہ ایک شخص ایک شے کو 650/- روپے میں خریدتا ہے اور 6% نفع کے ساتھ فروخت کر دیتا ہے تب قیمت فروخت کیا ہوگی معلوم کرو۔  
حل:- رحیم الدین سوال کو اس طرح حل کرتا ہے۔

650/- روپے = قیمت خرید

6% = نفع فیصد

اس طرح اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تب نفع 6 روپے اور قیمت فروخت 106 =

106 = روپے

اب قیمت خرید 650 روپے ہے تو قیمت فروخت  $x$  روپے

قیمت خرید اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں۔

اس لئے قیمت خرید کی نسبت = قیمت فروخت کی نسبت

$$100 : 650 = 106 : x$$

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

$$100x = 106 \times 650 \text{ اسلئے}$$

$$x = \frac{106 \times 650}{100} = 689 \text{ اسلئے}$$

عارف نے سوال کو اس طرح سے حل کیا

$$\text{قیمت خرید} = 650/- \text{ روپے}$$

$$\text{نفع فیصد} = 6\%$$

$$39 = \frac{6}{100} \times 650 = 6\% \text{ کا } 650 \text{ روپے}$$

$$\text{نفع} + \text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت}$$

$$= 650 + 39 = 689$$

$$\text{قیمت فروخت} = 689/- \text{ روپے}$$

مثال 16:- رقیب DVD پلیئر جو 2800 روپے میں فروخت کرتے ہوئے 12% نفع حاصل کیا۔ تب

وہ DVD پلیئر کو کتنے میں خریدا ہوگا۔

حل:- ناظم الدین نسبت کا طریقہ استعمال کرتے ہیں

$$12\% = \text{نفع فیصد}$$

$$2800 \text{ روپے} = \text{قیمت فروخت}$$

اسلئے اگر قیمت خرید 100/- روپے ہو تو قیمت فروخت 112 روپے ہوگی

جب قیمت فروخت 2800/- روپے ہو تو قیمت خرید  $x$  روپے

قیمت خرید اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں

اس لئے قیمت فروخت کی نسبت = قیمت خرید کی نسبت

$$x : 100 = 2800 : 112$$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

$$112 \times x = 100 \times 2800 \text{ اسلئے}$$

$$x = \frac{100 \times 2800}{112} = 2500/- \text{ روپے}$$

قیمت خرید = 2500/- روپے  
میمونہ اس کو اکائی کے اصول پر حل کرتی ہے

$$\text{قیمت فروخت} = 2800$$

$$\text{نفع} = 12\%$$

اگر قیمت خرید 100 ہے تب نفع 12

$$100 + 12 = 112 \text{ قیمت فروخت}$$

اسلئے جب قیمت فروخت = 112/- روپے ہے تب قیمت خرید = 100 روپے

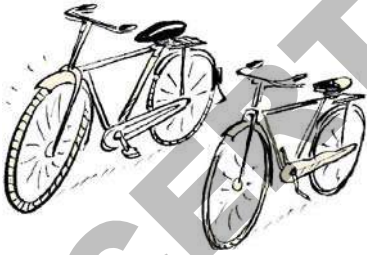
$$\frac{100}{112} = \text{جب قیمت فروخت 1 تب قیمت خرید}$$

$$\frac{100}{112} \times 2800 = \text{قیمت فروخت 2800 روپے ہے تب قیمت خرید}$$

$$= 2500 \text{ روپے}$$

$$\text{قیمت خرید} = 2500 \text{ روپے}$$

مثال 17:- ایک شخص دو سیکلیں 3000 روپے فی کس فروخت کرتا ہے ایک پر 20% نفع دوسرے پر 20% نقصان سے فروخت کرتا ہے تب نقصان یا نفع فیصد مجموعی کاروبار پر معلوم کیجئے۔



$$\text{روپے 3000} = \text{قیمت فروخت}$$

$$20\% = \text{پہلی سیکل پر نفع فیصد}$$

$$20\% = \text{دوسری سیکل پر نقصان فیصد}$$

طریقہ I: اکائی کے طریقہ کا استعمال

اگر قیمت خرید 100 روپے ہے نفع 20 روپے تب قیمت فروخت  $100 + 20 = 120$

قیمت فروخت 120 روپے تب قیمت خرید 100 روپے

$$\frac{100}{120} = \text{اگر قیمت خرید 1 ہے تب قیمت خرید}$$

اگر قیمت فروخت 3000 روپے تب قیمت خرید

$$\frac{100}{120} \times 3000 = 2500$$

دوسری سیکل کیلئے:-

اگر قیمت خرید 100 روپے تب نقصان 20 روپے اور قیمت فروخت 80 = 100 - 20  
پس اگر قیمت فروخت 80 روپے تب قیمت خرید =

100 روپے

$$\text{اگر قیمت فروخت 1 ہے تب قیمت خرید} = \frac{100}{80}$$

$$\text{اب اگر قیمت فروخت 3000 روپے ہے تب قیمت خرید} = \frac{100}{80} \times 3000$$

$$= 3750/- \text{ روپے}$$

$$\text{جملہ قیمت} = 2500 + 3750 = 6250$$

$$\text{جملہ قیمت} = 3000 + 3000 = 6000$$

چونکہ قیمت فروخت قیمت خرید سے کم ہے اس لئے نقصان ہوا ہے۔

$$\text{نقصان} = 6250 - 6000 = 250/-$$

$$\% \text{ نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$$

طریقہ II:- تناسب کا طریقہ استعمال کرنے پر

جب قیمت خرید بڑھتی ہے تو قیمت فروخت بھی بڑھتی ہے پس قیمت خرید اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں۔  
پہلی سیکل پر قیمت فروخت

100

120

x

3000

تب قیمت خرید کا تناسب = قیمت فروخت کے تناسب کے

$$100 : x = 120 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$$100 \times 3000 = 120x$$

$$x = 2500 = \frac{100 \times 3000}{120} = x$$

		پہلی سیکل کی قیمت خرید = 2500`
قیمت خرید	قیمت فروخت	دوسری سیکل پر
100	80	
x	3000	

$$100 : x = 80 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80}$$

$$x = ` 3750/-$$

اسلئے دونوں سائیکلوں کی جملہ قیمت خرید

$$6250 \text{ روپے} = 3750 \text{ روپے} + 2500 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے} - 6000/- = \text{جملہ قیمت فروخت}$$

چونکہ قیمت فروخت کم ہے قیمت خرید سے اسلئے نقصان

$$= 6250 - 6000$$

$$\text{نقصان} = 250 \text{ روپے}$$

$$\text{نقصان فیصد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{250}{6250} \times 100$$

$$4\% =$$

پہلی سیکل کی قیمت فروخت = 3000 روپے

طریقہ III:

$$\text{نفع فیصد} = 20\%$$

فرض کرو کہ قیمت خرید x روپے ہے

$$\text{تب نفع} = \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100} x$$

اب ہمیں معلوم ہے کہ

قیمت فروخت = قیمت خرید + نفع

$$x + \frac{20}{100}x = 3000 \text{ پس}$$

$$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$$

$$\frac{120x}{100} = 3000$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{120} = 2500$$

اس لئے پہلی سیکل کی قیمت خرید 2500 روپے

دوسری سیکل کی قیمت فروخت 3000 روپے

20% = نقصان فیصد

فرض کرو کہ قیمت خرید x روپے ہے

$$\frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x = \text{تباہ نقصان}$$

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

ہمیں معلوم ہے کہ

$$x - \frac{20}{100}x = 3000 \quad \text{اسلئے}$$

$$\frac{80}{100}x = 3000$$

$$80x = 3000 \times 100$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{80} = 3750 \text{ روپے}$$

دوسری سیکل کی قیمت خرید = 3750 روپے

اس لئے دو سیکلوں کی جملہ قیمت خرید

$$2500 + 3750 = 6250$$

6000 روپے = جملہ قیمت فروخت

چونکہ قیمت فروخت، قیمت خرید سے کم ہے اسلئے نقصان ہوگا

$$\text{نقصان} = 6250 - 6000$$

$$= 250 \text{ روپے}$$

$$\text{اسلئے نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\frac{250}{6250} \times 100 \times 100 = 4\%$$

مثال 18:- کسی شے کی قیمت اس کی سابقہ قیمت سے ہر سال 20% کم ہوتی جاتی ہے۔ اسکی اصل قیمت معلوم کیجئے

اگر دو سال کے بعد اس کی قیمت 19,200 روپے ہو

حل:- 19,200 روپے = دو سال کے اختتام پر شے کی قیمت

20% = قیمت میں شرح کمی

اگر سال کے شروعات میں قیمت 100 روپے ہے۔ دوسرے سال کے شروع میں 80 روپے یعنی (100 - 20%)

تیسرے سال کے شروعات میں (80 - 20%) = 64

اس لئے شے کی قیمت 100 روپے ہو تو تیسرے سال کے شروعات میں 64 ہوتی ہے۔

دو سال کے بعد شے کی قیمت 19200 روپے

فرض کرو کہ اصل قیمت x روپے ہے

اس لئے 2 سال کے ختم پر قیمت میں نسبت = اصل قیمت کی نسبت

$$x : 100 = 19200 : 64$$

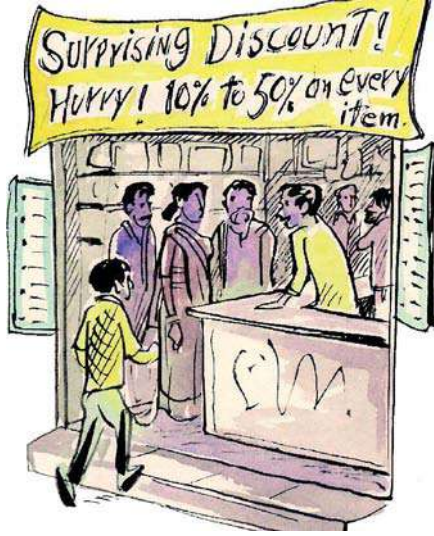
$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$$64x = 19200 \times 100$$

$$x = \frac{19200 \times 100}{64} = 30000$$

شے کی اصل قیمت 30000 روپے تھی





## 6.7.2 ڈسکاؤنٹ (کٹوتی):-

منظر 1:- وسیم نے ایک کپڑوں کی نئی دوکان کھولی، گاہک کو راغب کرنے کے لئے اُس نے اشتہار کچھ اس طرح دیا۔

منظر 1 کے تحت جدول

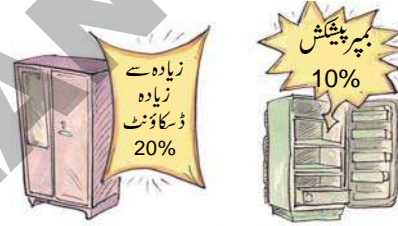
اشیاء	قیمت خرید	ڈسکاؤنٹ فیصد	ڈسکاؤنٹ	قیمت فروخت
ساڑی	1000	10%	100	.....
پتلون	2000	20%	400	.....
تمیض	.....	.....	97.50	552.50
ٹی شرٹ	500	25%	.....	375

منظر 2:- مخصوص موقعوں پر جیسے، عید الفطر، عید الاضحیٰ اور دیگر عیدین کے موقع پر کاروباری اشتہاری قیمت پر چھوٹ پر

منظر 2 کے تحت جدول

اشیاء	قیمت خرید	ڈسکاؤنٹ فیصد	ڈسکاؤنٹ	قیمت فروخت
ٹی وی	5000	15%	.....	.....
فریج	10,000	.....	1000	11,000
الماری	4,000	20%	.....	.....

چھوٹ/کٹوتی/ڈسکاؤنٹ کا اعلان کرتے ہیں۔



منظر 3:- کبھی کبھار پرانے ذخیرے کی نکاسی کے لئے یا فرسودہ، ذخیرہ کی نکاسی کے لئے چھوٹ/ڈسکاؤنٹ اس طرح پیش کرتا ہے۔

مثال 19:- ایک دکاندار اپنی اشیاء پر قیمت خرید سے 25% زائد قیمت تجویز کرتا ہے اور پھر اس پر 12% کا ڈسکاؤنٹ

دیتا ہے۔ تب کتنے فیصد نفع ہوگا۔

حل:-

فرض کرو کہ قیمت خرید -/100 روپے ہے

$$100 + 25 = \text{تب اشتہاری قیمت}$$

$$= 125 \text{ روپے}$$

$$= 12\% = \text{اشتہاری قیمت پر ڈسکاؤنٹ}$$

$$= \frac{12}{100} \times 125 = \text{ڈسکاؤنٹ}$$

$$= 15 \text{ روپے}$$

ڈسکاؤنٹ - اشتہاری قیمت = قیمت فروخت

$$= 125 - 15 = 110$$

قیمت خرید - قیمت فروخت = نفع

$$110 - 100$$

10 روپے

$$\text{نفع فیصد} = \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$$

پس چھوٹ کے بعد دوکاندار 10% نفع حاصل کرتا ہے۔



## مشق 5

1. دوکاندار ایک سوٹ کیس -/480 روپے میں خریدا اور 540 روپے میں فروخت کر دیا تب اس کا نفع فیصد معلوم کیجئے۔
2. عارف ایک ٹیلی ویژن 15000 روپے میں خریدا اور اس کو 14100 روپے میں فروخت کر دیا۔ نقصان فیصد معلوم کیجئے۔
3. رفعت ایک زمین کے ٹکڑے کو 2,40,000 روپے میں فروخت کرتا ہے، تب اُسے 20% نفع حاصل ہوا، بتاؤ کہ اس زمین کے ٹکڑے کو اس نے کتنے میں خریدا؟
4. ایک سیل فون کو 750 میں فروخت کرنے پر دوکاندار کو 10% نقصان ہوتا ہے۔ اس سیل فون کو کس قیمت پر فروخت کرنا چاہئے کہ دوکاندار کو نفع 5% حاصل ہو۔
5. ایک کسان دو بیل 24000 روپے فی کس کے حساب سے فروخت کرتا ہے۔ ایک بیل پر اس کو 25% نفع حاصل ہوتا ہے جبکہ دوسرے بیل پر 20% نقصان ہوتا ہے۔ بطور مجموعی نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجئے۔
6. تسلیمہ ایک گھڑی 480 روپے میں خریدی اس نے وہ گھڑی ریفیو کو  $6\frac{1}{4}\%$  نفع سے فروخت کرتی ہے، ریفیو پھر اسی گھڑی کو 10% نفع سے ساجدہ کو فروخت کرتی ہے۔ تب ساجدہ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
7. ایک کتاب کی اشتہاری قیمت 225 روپے مقرر کی گئی ہے۔ ناشر اس پر 10 روپے چھوٹ دیتا ہے تب اس کی قیمت فروخت کیا ہوگی؟
8. ایک بڑھی اپنی تیار کردہ اشیاء پر 15% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے۔ اس کی اشتہاری قیمت معلوم کیجئے۔ جبکہ اس کو 680 روپے میں فروخت کی گئی ہے۔
9. ایک سوداگر 10% چھوٹ فراہم کرتا ہے پھر بھی اس کو 10% نفع ہوتا ہے۔ اس پر اشتہاری قیمت کیا ہونی چاہئے جب کہ اس کو 900 روپے میں خریدا گیا ہو۔

### 6.7.3 سود مفرد (Simple Intrest) :-

رشید کے پاس 10,000 روپے ہیں۔ اس کو زراعت کرنے کے لیے 15,000 روپے کی ضرورت ہے وہ ایک زرعی بینک کے مینیجر سے رابطہ قائم کرتے ہیں۔ دونوں کے درمیان گفتگو کچھ اس طرح رہی۔



رشید: مجھے زراعت کے لئے کچھ رقم کی ضرورت ہے

بینک مینیجر: آپ کو کتنی رقم درکار ہے؟

رشید: 5000/- روپے

بینک مینیجر: آپ کب واپس کریں گے

رشید: ایک سال بعد

بینک مینیجر: آپ کو ایک سال کے بعد قرض کی رقم پر 6% سود ادا کرنا ہوگا۔

رشید: جی بالکل! ایک سال بعد پوری رقم ادا کر دوں گا

بینک مینیجر: کیا آپ کو معلوم ہے ایک سال بعد آپ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی

رشید: جی ہاں! ہر 100 روپے پر مجھے 6 روپے دینا ہوگا

اس لئے 1 روپے پر مجھ کو  $\frac{6}{100}$  روپے ادا کرنے ہوں گے

5000 روپے پر مجھ کو  $5000 \times \frac{6}{100}$  ادا کرنا ہوگا

یعنی 300 روپے مجھے سود ادا کرنا ہوگا اس لئے مجموعی طور پر مجھ کو 5300 روپے ادا کرنے ہوں گے۔

وہ رقم جو کسی مقررہ مدت کے لئے ادھار لی جائے اصل زر (Principle) کہلاتی ہے، رقم کو واپس کرنے سے پہلے لینے والا اس کو استعمال کر سکتا ہے اس رقم کو کچھ عرصے تک رکھنے کے لئے کچھ زائد رقم ادا کرنی پڑتی ہے اس کو ”سود Interest“ کہتے ہیں۔

وہ رقم جو واپس کی جاتی ہے وہ حاصل کردہ رقم اور سود کا مجموعہ ہوتی ہے جو کہ

$$\text{سود} + \text{اصل زر} = \text{کل زر}$$

سود کو عام طور پر اصل زر پر فیصد کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے جو ایک سال کی مدت کے لئے ہوتا ہے۔ اور اس کو 10 فیصد فی سال یا پھر مختصراً 10% فی سال لکھا جاتا ہے۔ 10% فی سال سے مراد 100 روپے پر 10 روپے ایک سال کے ختم پر ادا کرنا ہوگا اب ہم ایک مثال پر غور کریں گے اور دیکھئے یہ کس طرح کام کرتا ہے۔

مثال 20:- صبیحہ 5000 روپے 12% شرح سود پر قرض حاصل کرتی ہے سال کے ختم پر کتنا سود ادا کرنا ہوگا۔

حل:- اصل زر = 5000 روپے شرح سود = 12%

اگر 100 روپے ادھار لئے گئے ہیں تب سال کے اختتام پر 12 روپے بطور سود ادا کرنا ہوگا چونکہ ادھار پر لی گئی رقم 5000 روپے ہے تو سود ایک سال کے ختم پر

$$\frac{12}{100} \times 5000 = 600 \text{ روپے}$$

سال کے ختم پر صبیحہ کی ادا کی جانے والی رقم

$$5600 \text{ روپے} = 600 \text{ روپے} + 5000 \text{ روپے}$$

عام طور پر  $P = \text{اصل زر}$ ،  $R\% = \text{شرح سود فی سال}$  اور  $L = \text{سود مفرد اور سال کے ختم پر ادا کی جانے والی رقم}$  ہو تو

$$A = P + \frac{PR}{100}$$

رشید کچھ ناگزیر وجوہات کی بنا پر معاہدہ کے مطابق رقم ایک سال میں ادا نہیں کر پایا، تب قرض دوسرے سال کے لئے توسیع کر دیا گیا۔ دوسرے سال پر سود 300 روپے ہوگا۔ تب رشید کو دو سال میں سود کے طور پر 600 روپے ادا کرنا ہوگا۔ 100 روپے قرض 3 سال کی مدت کے لئے 18% شرح سود سالانہ کے حساب سے 3 سال کے ختم پر ادا شدنی سود کی رقم  $54 = 18 \times 3 = 18 + 18 + 18$  جیسا مدت میں اضافہ ہوگا (سال میں اضافہ ہوگا) سود میں بھی اضافہ ہوگا، اس طریقہ کار کو سود مفرد کہتے ہیں (جو مساوی طور پر لیا جائے)

عام طور پر  $P = \text{اصل زر}$

$R = \text{شرح سود}$

$T = \text{وقت}$

$I = \text{سود}$

قابل ادا سود  $(I) = P \times R\% \times T$  یا

$$P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100}$$



یہ کیجئے:-

1. 8250 روپے رقم پر 3 سال کے لئے 8% شرح سود فی سال سے سود معلوم کیجئے۔
2. 3000 روپے رقم کا 9% شرح سود سالانہ کے حساب سے  $2\frac{1}{2}$  سال کے ختم پر سود معلوم کیجئے۔

مثال 21:- 6880 روپے رقم کتنی مدت میں 7224 روپے ہو جائیگی، 10% شرح سود مفرد سے محسوب کی گئی۔

$$\begin{aligned} \text{حل:-} & \quad 7224 \text{ روپے} = \text{رقم} \\ & \quad 6880 \text{ روپے} = \text{اصل زر} \\ & \quad \text{اصل زر} - \text{رقم} = \text{سود مفرد} \end{aligned}$$

$$344 \text{ روپے} = 6880 \text{ روپے} - 7224 \text{ روپے}$$

$$R\% = 10\%$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \quad \text{اب}$$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

$$T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} \text{ اس طرح}$$

$$\frac{1}{2} \text{ سال یا 6 ماہ}$$

مثال 22:- کس رقم کا سود 3927 روپے ہوگا جبکہ یہ، 2 سال میں بحساب 8% شرح سود فی سال پر ادا کرنا ہوگا۔

$$\text{حل:-} \quad 3927 \text{ روپے} = I = \text{سود مفرد} \quad R\% = 8\% \quad T = 2 \text{ سال} + 4 \text{ ماہ}$$

$$\left(2 + \frac{4}{12}\right) \text{ سال}$$

$$\left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3} \text{ سال}$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \text{ درج کرنے پر}$$

$$3827 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$$

$$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$$

$$\text{اسلئے } 2037.50 \text{ اصل زر}$$

مثال 23:- رقم 6360 روپے کتنی شرح سود سے ایک سال کے لئے  $2\frac{1}{2}$  سال کے اختتام پر سود 1378 ہوگا۔

حل:- 6360 روپے = اصل زر (P)

$$5 \text{ سال} = 2\frac{1}{2} \text{ سال} = \text{وقت}$$

$$1378 = \text{سود مفرد}$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \text{ درج کرنے پر}$$

$$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$$

$$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$$

$$R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} \text{ اس لئے}$$

$$\frac{26}{3} = 8\frac{2}{3} \%$$

مثال 24:- کس شرح سود پر 16 سال میں رقم تین گنا ہو جائے گی۔

حل:- فرض کرو کہ اصل زر  $x$  روپے 16 سال بعد رقم  $3x$  روپے

سود = اصل زر - کل زر

$$3x - x = 2x$$

$$P = x, T = 16, I = 2x$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

$$R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} \text{ اس طرح}$$

$$= \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \%$$



## مشق 6

1. کتنی مدت میں رقم 12600 روپے 9% شرح سود مفرد فی سال پر 15624 روپے ہو جائے گی۔
2. کس شرح پر رقم 8 سال 4 ماہ میں دگنی ہو جاتی ہے۔
3. بچوں کا دوست بینک ایک بچت پروگرام (اسکیم) اسکول کے طلباء کے لئے متعارف کرتا ہے۔ وہ طلباء کو پیسوں کا غلہ فراہم کرتا ہے۔ طلباء اپنے بچت کو اس میں ڈالتے ہیں اور بینک والے اس کو سال میں ایک مرتبہ جمع کر لیتے ہیں۔ طلباء میں بچت کے تصور کو بڑھاوا دینے کے لئے وہ بحساب 6% سود ادا کرتے ہیں جب کہ رقم 10,000 سے تجاوز کر جائے ورنہ 5% سود۔ اگر وہ 9000 روپے ایک سال میں جمع کر پائے تو کتنا سود حاصل ہوگا۔
4. کچھ رقم کو 8% شرح سود مفرد فی سال کے لئے سرمایہ داری کی گئی تو وہ رقم 2 سال میں 12122 روپے ہوگی۔ 2 سال 8 ماہ پر یہ رقم 9% شرح پر کیا ہوگی۔
5. 4 سال میں 6500 روپے رقم کچھ شرح 8840 روپے ہو جاتی ہے اسی شرح سے 1600 روپے رقم 1816 ہونے کے لیے کتنا وقت لگے گا۔



### اب سو دیکھیں گے:-

1. بچو! سود مفرد پر ایک کھیل کھیلیں گے۔ 5 افراد اس کھیل کو کھیل سکتے ہیں۔  
1. تین پیالے لیجئے جس پر P، R اور T نشان زد کیا گیا ہو۔  
ہر پیالہ میں 5 کاغذ کے ٹکڑے ڈالئے ہر کاغذ پر کچھ نہ کچھ عدد لکھا ہو۔  
اشارہ:- P میں تمام اعداد 100 اور 1000 کے اضعاف ہوں  
2. ہر پیالے سے ایک کے بعد ایک 3 کاغذ کے ٹکڑوں کو اٹھائیے۔  
3. P پیالہ سے لئے گئے کاغذ کے ٹکڑے اصل زر کو تعبیر کرتے ہیں۔ وہ اعداد جو T پیالہ سے لئے گئے ہیں مدت کو ظاہر کرتے ہیں، اور R پیالے سے لئے گئے کاغذ کے ٹکڑے شرح سود کو ظاہر کرتے ہیں۔  
4. سود کو محسوب کیجئے اور ہر بار P، R اور T کیا ہے بتائیے۔  
5. اگر آپ صحیح جواب دیں گے تب سود کی رقم آپ کے اکاؤنٹ میں جمع ہوگی، ورنہ صفر، آپ کے اکاؤنٹ میں ڈالا جائے گا۔

نوٹ:- دو یا تین مرتبہ دہرائیے اور ان کی قدروں کو جدول میں نوٹ کیجئے۔

## سود کی رقم

نام	پہلا راؤنڈ	دوسرا راؤنڈ	تیسرا راؤنڈ	جملہ

### ہم نے کیا سیکھا؟

☆ روزمرہ زندگی میں ہم کو ایسے کئی مرحلے درپیش ہوتے ہیں جہاں پر مقداروں کا تقابل کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر میری آمدنی 10000 روپے اور میرے دوست کی آمدنی 20000 روپے یعنی میری آمدنی میرے دوست کی آمدنی کی آدھی ہے یا پھر ہم اس طرح سے بھی کہتے ہیں کہ میرے دوست کی آمدنی میری آمدنی سے دوگنی ہے۔ میرے اور میرے دوست کی آمدنی میں 1:2 کی نسبت ہے۔

☆ جب دو نسبت مساوی ہوتے ہیں انہیں تناسب کہا جاتا ہے۔ یہ نظریہ تناسب روزمرہ کی زندگی میں مختلف سوالات کو حل کرنے میں مددگار ہوتا ہے۔

☆ اگر جب ایک مقدار بڑھتی (یا گھٹتی) ہے تو اس کے ساتھ دوسری مقدار بھی بڑھتی (یا گھٹتی) ہو، تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہہ دونوں مقداریں راست تناسب میں ہیں۔

☆ نسبت کو فیصد میں بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔ لفظ فیصد سے مراد ہر 100 کے لئے ایک ہے، اسکی علامت % ہے، 13% سے مراد 100 پر 13

$$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$

☆ فیصدی کو مختلف مرحلوں پر استعمال کیا جاتا ہے۔ یعنی نفع، نقصان، کٹوتی (چھوٹ) اور سود مرکب وغیرہ۔

### Fun with Fascinating Ratios

The digits 1,2,3,...9 can be arranged to form two numbers whose

ratio is 1:2, as  $\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2$ . This is interesting itself.

But even more fascinating is the fact that the nine digits can also be arranged to form numbers whose ratio is 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8 and 1:9. Enjoy by finding them.



## 7.0 تمہید:

فیضان ایک اخبار کھیل کا صفحہ پڑھ رہا ہے، اس اخبار کے کھیل کے صفحہ پر دو جدول دیئے گئے ہیں۔

ورلڈ کپ 2011ء میں 5 ابتدائی ماہر بلے باز

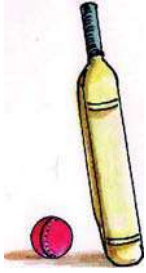
جدول - ۱	
اسکور کردہ رن	بلے باز کا نام
500	ٹی دلشان (سری لنکا)
482	سچن تنڈولکر
465	کے سنگا کارا (سری لنکا)
422	جونادھن ٹراٹ (انگلینڈ)
395	یو. تھارنگا (سری لنکا)

ورلڈ کپ 2011ء میں 5 ابتدائی ماہر گیند باز

جدول - ۲	
حاصل وکٹ	گیند باز کا نام
21	شاہد آفریدی (پاکستان)
21	ظہیر خان (ہندوستان)
18	ٹی جی ساؤتھی (نیوزی لینڈ)
15	روبن پیٹرسن (جنوبی آفریقہ)
15	ہم مرلی تھرن (سری لنکا)

یہ دو جدول ہمیں کیا بتلاتے ہیں؟

**جدول 1:-** ہم کو ان بلے بازوں کے نام بتلاتا ہے جنہوں نے ورلڈ کپ 2011ء میں سب سے زیادہ رن اسکور کئے تھے۔ اور ساتھ ہی ساتھ ان کے رنوں کی تعداد بھی بتلاتا ہے۔ یہ معلومات فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ مثال کے طور پر ورلڈ کپ انتظامیہ کے لئے یہ فیصلہ لینے میں مددگار ثابت ہوتا ہے کہ کسے بہترین بلے باز کا خطاب دیا جائے۔



**جدول 2:-** ہم کو ان گیند بازوں کے نام بتلاتا ہے۔ جنہوں نے ورلڈ کپ 2011ء میں سب سے زیادہ وکٹ لئے اور ساتھ ہی ساتھ ان کے وکٹوں کی تعداد بھی۔ یہ معلومات فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ہوتے ہیں مثال کے طور پر ورلڈ کپ کے انتظامیہ کے لئے یہ فیصلہ لینے میں کہ بہترین گیند باز کا خطاب کسے دیا جائے۔

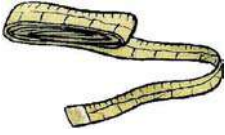
معلومات جو کہ الفاظ یا اعداد کی شکل میں ہوتے ہیں اور فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں، معطیات DATA کہلاتے ہیں۔ بلے بازوں کے نام اور ان کے بنائے گئے رن ساتھ ہی ساتھ گیند بازوں کے نام اور وکٹوں کی تعداد جو انہوں نے حاصل کئے یہ سب معطیات ہیں۔ جدول اور ترسیم وہ ذرائع ہیں جن سے معطیات کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ معطیات (DATA) میں اعداد کا اندراج مشاہدات کہلاتا ہے۔



## کوش کیجئے

آپ کے اسکول کے تختہ معلومات کو دیکھئے۔ کیا آپ وہاں پر کسی معطیات کا اندراج دیکھتے ہیں۔ معلوم کیجئے کہ ان معطیات کو کون استعمال کرتے ہیں۔

## 7.1 معطیات کی تنظیم (Organising Data):-



جواہر بالا آرگولہ رکھشا اسکیم کے تحت ایک اسکول کے ساتھیوں جماعت کے 7 طلباء کی تفصیلات جمع کی گئی ہیں۔ ذاکر اس کی نوٹ بک میں حسب ذیل طلبہ کے قد کچھ یوں تحریر کرتا ہے۔

نجیب 125 سمر، نعیم 133 سمر، فرح 121 سمر، عرشہ 140 سمر، عاصمہ 117 سمر، ساجد 129 سمر، اور عابد 132 سمر۔

ایک اور طالب علم سلیم اسی معطیات کو جدول کی شکل میں اور صعودی ترتیب میں لکھتا ہے۔

طلباء کے نام	قد (سمر میں)
عاصمہ	117
افرح	121
نجیب	125
ساجد	129
عابد	132
نعیم	133
عرشہ	140

اب ان سوالات کے جواب دیجئے

(i) طلباء میں سب سے اونچا قد کس کا ہے؟

(ii) طلباء میں سب سے کم قد کس کا ہے؟

(iii) نجیب اور عابد کے درمیان کس کا قد سب سے زیادہ ہے؟

کیا آپ نے ذاکر یا سلیم کے معطیات کو استعمال کیا ہے تاکہ ان سوالات کے جواب دیئے جاسکیں آپ کو کسی بھی صورت میں سلیم کے معطیات کو ہی استعمال کرنا چاہئے جیسا کہ اسے منظم کیا گیا ہے اور یہ پڑھنے اور سمجھنے میں آسان ہے۔

یہ کیجئے



تلگو، ہندی، انگریزی، ریاضی، سائنس، اور سماجی علم کے ایک یونٹ ٹسٹ میں اظہر بالترتیب 20، 18، 23، 21، 24 اور 22 نشانات حاصل کرتا ہے۔ جبکہ مظہر ان ہی مضامین میں بالترتیب 23، 21، 20، 19، 24 اور 17 نشانات حاصل کرتا ہے۔ ان معطیات کو منظم کیجئے اور تجزیہ کیجئے۔

جماعت کا منصوبہ:-



آپ کے تمام ہم جماعت ساتھیوں کا وزن معلوم کرنے کے لئے وزن کی مشین Weight Machine کا استعمال کریں اور ان معطیات کو ایک جدول کی شکل میں منظم کریں۔

اس بات کو یقینی بنائیں کہ اوزان کو صعودی یا نزولی ترتیب میں ترتیب دیا جائے۔ تب ان سوالات کے جواب دیجئے۔

(i) آپ کی جماعت میں سب سے کم وزن رکھنے والا طالب علم کون ہے۔

(ii) کتنے طلباء کا وزن 25 کلوگرام سے زیادہ ہے

(iii) کتنے طلباء کا وزن 20 اور 30 کلوگرام کے درمیان ہے؟



## 7.2 نمائندہ قدریں Representative Values :-

ایک ہاسٹل میں

- ☆ چاول کی مقدار کا اوسط فی طالب علم ہر دن 150 گرام ہے۔
- ☆ طلباء کی اوسط عمر 13 سال ہے۔
- ☆ طلباء کا اوسط قد 135 سمر ہے۔

ان معطیات کا مطالعہ کرتے ہوئے کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر طالب علم کیلئے چاول کی مقدار فی دن 150 گرام، کافی ہوگی، کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ جماعت میں ہر طالب علم کی اوسط عمر 13 سال ہی ہوگی، کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ جماعت میں ہر طالب علم کا اوسط قد 135 سمر ہی ہوگا بالکل نہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ چند طلباء 150 گرام سے زائد چاول کی مقدار لیتے ہیں اور چند اس سے کم اور چند برابر 150 گرام چاول لیتے ہیں۔ طلباء کے وزن اور قد کے لئے بھی یہی صورتحال ہوگی۔

اس طرح سے ہم کو یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ ہاسٹل میں ہر طالب علم کے لئے چاول کی مقدار کے لئے 150 گرام کی ضرورت ہوگی۔ ہر طالب علم کے لئے چاول کی مقدار کی ضرورت کی یہ ایک ”نمائندہ قدر“ ہے اسی طرح عمر 13 سال، ہاسٹل میں ہر طالب علم کی عمر کا اندازہ بتلاتی ہے ہر طالب علم کی عمر کی یہ ایک ”نمائندہ قدر“ ہے قد کے لئے بھی یہی طریقہ لاگو ہوگا۔ اوپر دی گئی تمام مثالوں سے ایک مخصوص نمائندہ قدر کا اظہار ہوتا ہے انہی نمائندہ قدر کو حسابی اوسط Arithmetic Mean کہتے ہیں۔ اگلے سیکشن میں ہم ”حسابی اوسط“ کے تعلق سے سیکھیں گے۔ نمائندہ قدروں کی دو اور اقسام، وسطانیہ اور بہتاتیہ کہلاتے ہیں۔

### 7.3.1 حسابی اوسط Arithmetic Mean :-

ایک اسکول کے فزیکل ٹیچر اپنے طالب علموں کو یہ ہدایت دیتے ہیں کہ روزانہ دوڑ کی مشق کریں۔ زیدی ایک ہفتے میں دوڑ کی مشق کا وقت کچھ یوں ترتیب دیتا ہے۔

اتوار	ہفتہ	جمعہ	جمعرات	چہار شنبہ	منگل	پیر	دن
15	45	25	30	40	35	20	منٹ

کیا ہم محسوب سکتے ہیں کہ زیدی ایک دن میں دوڑ کی مشق کرنے کے لئے کتنا وقت صرف کیا ہوگا؟ آئیے مشاہدہ کریں ایک ہفتے کے دوران زیدی نے دوڑ کی مشق کے لئے کتنا وقت صرف کیا۔

$$\text{منٹ} 210 = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = \text{جملہ وقت}$$

دوڑ کی مشق کے لئے فی دن صرف کردہ وقت معلوم کرنے کے لئے ہم کل وقت کو دنوں کی تعداد سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$\text{منٹ} 30 = \frac{20+35+40+30+25+45+15}{7} = \frac{210}{7} \text{ یعنی}$$

دوڑ کی مشق کے لئے فی دن درکار وقت (یا) فی دن مشق کے اوقات کا یہ ایک اوسط ہے۔

مثال 1:- ایک ترکاری فروش کی ایک ہفتہ کی کمائی (روپوں میں) 200، 150، 180، 300، 160، 170 اور 170 ہیں۔ اس کی اوسط کمائی فی دن کیا ہوگی؟

حل:- جملہ کمائی

$$= 200 + 150 + 180 + 300 + 160 + 170 + 170 = 1330/-$$

= 7 دنوں کی تعداد

$$\text{کمائی کا اوسط (یا) اوسط کمائی} = \frac{1330}{7} = 190$$

معطیات کا اوسط، اوسط حسابیہ (Arithmetic Mean) یا Mean کہلاتا ہے۔

(Arithmetic Mean) حسابی اوسط (یا) (Mean) اوسط (یا) (Average) اوسط



$$\text{A.M.} = \frac{\text{تمام مشاہدات کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}}$$

یہ کیجئے:

1. ایک ٹیم میں کھلاڑیوں کی عمر (سال میں) 18, 17, 14, 16, 16, 16 دی گئی ہیں۔ تب حسب ذیل معلوم کیجئے۔

(i) کم عمر اور زیادہ عمر والے کھلاڑیوں کی عمریں بتائیے (ii) کھلاڑیوں کی اوسط عمر

ایک دن میں پانی کے گلاس کی اوسط تعداد کیا ہوگی جو آپ پیتے ہو؟ اور ایک ہفتے میں اس کا اوسط کیا ہوگا۔ آپ اوسط کس طرح معلوم کریں گے۔

7.3.2 اوسط حسابیہ کہاں پر واقع ہوتا ہے؟

اظہر، عارف، کلیم اور حبیب کے تلگو، ہندی اور انگریزی میں حاصل شدہ نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

نام	تلگو	ہندی	انگریزی
اظہر	15	8	10
عارف	10	10	12
کلیم	11	6	11
حبیب	12	12	13

آئیے اب ہر مضمون میں طلباء کی جانب سے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کریں گے۔

انگریزی	ہندی	تلگو
AM= .....	AM= $\frac{8+10+6+12}{4}$	AM= $\frac{15+10+11+12}{4}$
AM= .....	= $\frac{36}{4}$	= $\frac{48}{4}$
AM= .....	AM= .....	=12
=..... سے زیادہ نشانات	=..... سے زیادہ نشانات	=15 سے زیادہ نشانات
=..... سے کم نشانات	=..... سے کم نشانات	=10 سے کم نشانات
=..... اوسط حسابیہ	=..... اوسط حسابیہ	=12 اوسط حسابیہ

کیا ہر صورت میں اوسط حسابیہ اعظم ترین اور اقل ترین قدروں کے درمیان ہوتا ہے؟ ہاں! یہ بالکل درست ہے حسابی اوسط ہمیشہ معطیات کے اعظم ترین اور اقل ترین مشاہدات کے درمیان ہوتا ہے؟

### 7.3.3 حسابی اوسط کی خاصیت (A Property of Mean) :-

مثال 2:- ایک خاندان کے ارکان، انور، جمال، زرینہ اور سردرہ کی عمریں بالترتیب، 44، 39، 17 اور 12 ہیں۔  
(i) ان کی عمروں کا حسابی اوسط معلوم کیجئے۔ (ii) ان کی عمریں 5 سال پہلے کیا تھیں۔ (iii) کیا آپ سال کی تعداد اور اوسط حسابیہ میں تبدیلی کے درمیان کوئی رشتہ دیکھ سکتے ہیں۔

حل:- سال 12، 17، 39، 44 = خاندان کے ارکان کی موجودہ عمریں  
4 = ارکان خاندان کی تعداد

$$\text{سال } 28 = \frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4}$$

$$5 - 5, 17 - 5, 39 - 5, 44 - 5 = \text{پہلے ارکان خاندان کی عمریں}$$

$$= 7, 12, 34, 39$$

$$\text{سال } 23 = \frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 5 \text{ سال پہلے ان کی عمروں کا اوسط}$$

لہذا خاندان کے ہر رکن کی عمر کو 5 سال کم کیا جائے تو ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ ان کی اوسط عمر کا فرق بھی موجودہ عمر سے 5 سال کم ہو جائے گا۔ اب خاندان کی اوسط عمر، 3 سال بعد کیا ہوگی معلوم کیجئے، آپ کیا سمجھتے ہیں کہ 10 سال بعد خاندان کی اوسط عمر کیا ہوگی؟

آپ کو معلوم ہوا ہوگا کہ معطیات کی تمام اقدار کو جب ایک مخصوص عدد کے ساتھ بڑھایا یا گھٹایا جائے تب اوسط بھی اسی مخصوص عدد سے بڑھے گا یا گھٹے گا۔

### کوشش کیجئے



(1) 10 مشاہدات کے معطیات کی اقل ترین قدر 15 اور اعظم ترین قدر 25 ہے۔ اس معطیات کا

اوسط کیا ہوگا۔ (i) 12 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 27

(2) ایک معطیات کے مشاہدات 23, 33, 45, 21, 30, 34, 36 اور 35 ہیں۔ بغیر عمل حساب کے معطیات کا

اوسط منتخب کیجئے۔ (i) 20 (ii) 35 (iii) 48 (iv) 50



## مشق - 1

1. ایک ہفتہ میں (26 فروری تا 4 مارچ 2011ء) حیدرآباد میں درج کیا گیا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کچھ اس



طرح ہے۔  $26^{\circ}\text{C}$ ,  $27^{\circ}\text{C}$ ,  $30^{\circ}\text{C}$ ,  $30^{\circ}\text{C}$ ,  $32^{\circ}\text{C}$ ,  $33^{\circ}\text{C}$ ، اور  $32^{\circ}\text{C}$ ۔

(i) ایک ہفتہ کا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کتنا ہے؟

(ii) ایک ہفتے کا اوسط درجہ حرارت کتنا ہے؟

2. دوپہر کے کھانے کی اسکیم کے تحت ایک اسکول میں چاول کے استعمال کی مقدار مسلسل 5 دنوں میں کچھ اس طرح

ہے، 15.750 کلو، 14.850 کلوگرام، 16.500 کلوگرام، 14.700 کلوگرام اور 17.700 کلوگرام ہے۔ ان

5 دنوں میں استعمال کئے گئے چاول کی مقدار کا اوسط معلوم کیجئے۔

3. ایک گاؤں میں 4 سال میں مسلسل تین مختلف فصلوں کی کاشت کی گئی۔ ان فصلوں پر نفع فی ایکڑ (روپیوں میں)

ذیل کے جدول میں بتلایا گیا ہے۔

فصلیں	2005ء	2006ء	2007ء	2008ء
مونگ پھلی	7000	8000	7500	7500
جوار	6000	1000	8000	100
باجرہ	9000	5000	3000	4000

(i) 4 سال بعد ہر ایک فصل کے لئے اوسط حسابیہ معلوم کیجئے؟

(ii) آپ کے نتیجہ کی بنیاد پر آئندہ سال کوئی فصل کی کاشت کرنی چاہئے



4. نزل سے عادل آباد جانے والی TSRTC بس ایک دن میں 4 چکر لگاتی ہے۔ ہر چکر میں مسافروں کی تعداد بالترتیب 39, 30, 45 اور 54 ہو تو بس میں سفر کرنے والے مسافروں کی اوسط تعداد ایک دن میں کیا ہوگی۔

5. ذیل میں دیا گیا جدول، افرح، بسراء اور سفیان کے انگریزی کے چارٹسٹوں میں حاصل شدہ نشانات کو بتلاتا ہے۔

یونٹ ٹسٹ IV	یونٹ ٹسٹ III	یونٹ ٹسٹ II	یونٹ ٹسٹ I	طلباء کے نام
21	23	19	غیر حاضر	افرح
24	22	20	0	بسراء
24	24	24	20	سفیان

(i) سفیان کے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کیجئے۔

(ii) افرح کے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کیجئے۔ آپ جملہ نشانات کو 3 سے تقسیم کریں گے یا 4 سے؟ کیوں؟

(iii) بسراء 4 یونٹ ٹسٹ لکھتی ہے۔ اس کے حاصل کئے گئے نشانات کا اوسط معلوم کیجئے؟ کیا آپ جملہ نشانات کو 3 سے تقسیم کریں گے یا 4 سے؟ کیوں؟

(iv) انگریزی میں کس کا مظاہرہ سب سے بہتر رہا۔

6. تین دوست ایک ہوٹل جاتے ہیں اور اپنی مرضی کا ناشتہ کر کے بالترتیب 16 روپے، 17 روپے، اور 21 روپے، بل ادا کرتے ہیں۔

(i) ان کے خرچ کا اوسط معلوم کیجئے۔ (ii) جو رقم انہوں نے خرچ کی، اس خرچ سے 3 گنا زائد کا اوسط معلوم کیجئے۔

(iii) کیا آپ نے غور کیا کہ خرچ کی تبدیلی اور اوسط خرچ کی تبدیلی کے درمیان کوئی ترتیب پائی جاتی ہے۔

7. ابتدائی دس طبعی اعداد کا اوسط معلوم کیجئے۔

8. ابتدائی 5 مفرد اعداد کا اوسط معلوم کیجئے۔

9. چار دیئے گئے صحیح اعداد میں دو اقل ترین صحیح اعداد کا اوسط 102 ہے۔ تین اقل ترین صحیح اعداد کا اوسط 103 ہے اور

چاروں کا اوسط 104 ہے ان میں سے بڑا صحیح عدد کونسا ہے؟



10. مناسب معطیات دیتے ہوئے اوسط کو معلوم کرنے کے لئے کم سے کم 2 سوالات لکھئے۔

گھر کا منصوبہ Home Project :-

آپ کے محلے میں گھروں میں موجود ارکان خاندان کی تعداد معلوم کیجئے۔ آپ کے محلے کے افراد خاندان کا اوسط محسوب کیجئے۔

## 7.4 بہتاتیہ Mode:-

نمائندہ قدر (Representative Value) کی دوسری قسم جو کہ اب ہم سیکھیں گے وہ بہتاتیہ ہے۔  
مثال 4:- ایک دوکاندار معلوم کرنا چاہتا ہے کہ کس کھانے کے تیل کو اُسے زیادہ مقدار میں ذخیرہ کرنا چاہئے۔ اس کے لئے وہ ایک ہفتے کھانے کے تیل کی فروخت کا کھاتا نیچے دیئے گئے جدول میں اندراج کرتا ہے۔



دن	فروخت شدہ تیل کی پیکٹس
پیر	GGG SSSS PP
منگل	GGG SSSSS PP
چار شنبہ	GG SSSSS P
جمعرات	GGG SSS P
جمعہ	GGG SS P
ہفتہ	G SSSSSSSS
اتوار	GGG SSS P

G = (Ground Nut Oil Packet) مونگ پھلی کے پیکٹس

S = (Sun Flower Oil Packet) سورج مکھی کے پیکٹس

P = (Palmolien Packet) پالمولین تیل کے پیکٹس

اس صورتحال میں فروخت شدہ تیل کے پیکٹس کی تعداد کا اوسط معلوم کرنے پر کیا دوکاندار کا فیصلہ لینے میں آسانی ہو سکتی ہے؟  
حل:- دوکاندار اپنی ترتیب کے مطابق پہلے پیکٹس کی تعداد کا اوسط محسوب کرتا ہے۔

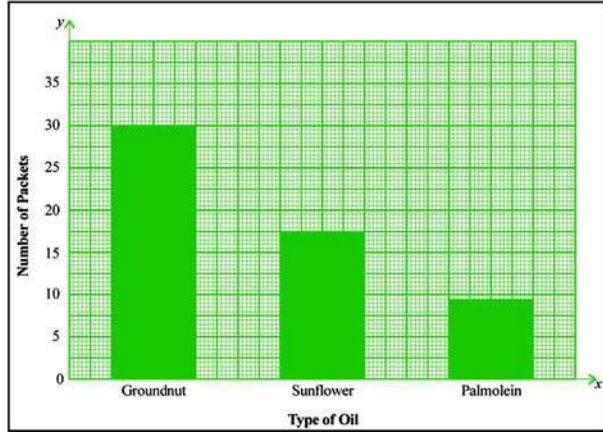
$$\text{پیکٹس کی اوسط تعداد} = \frac{18+30+9}{3} = \frac{57}{3} = 19$$

تمام تینوں اقسام کے تیل کے لئے کیا دوکاندار کو 19 پیکٹس کا ذخیرہ کرنا چاہئے؟ دوکاندار اپنے فروخت کے جدول دوبارہ دیکھتا ہے۔ جو اُسے بتلاتا ہے کہ سورج مکھی کے تیل کی مانگ بہت زیادہ ہے۔ اور پالمولین کے تیل کی مانگ سب سے کم ہے۔ اگر وہ ان دونوں تیلوں کی مزید 19 پیکٹس منگواتا ہو تو وہ سورج مکھی کے پیکٹس کی کمی محسوس کریگا اور پالمولین کے تیل کے ذخیرہ میں اضافہ ہوگا۔ دوکاندار چاہتا ہے کہ سورج مکھی کے تیل کی زیادہ مقدار اور پالمولین تیل کی کم مقدار ذخیرہ کرے۔ چنانچہ سورج مکھی کے تیل کی پیکٹس کی تعداد جو کہ 30 ہے دوکاندار کے معطیات کے لئے ایک نمائندہ قدر ہے جو کہ اُسے زیادہ مقدار میں خریدنے کے لئے رہبری کرتا ہے۔

ایک مشاہدات کے سیٹ کے لئے سب سے زیادہ واقع ہونے والی قدر بہتاتیہ کہلاتی ہے۔



ایک بارگراف میں سب سے طویل بار آپ کو بہتاتیہ کا مفہوم بتلاتا ہے۔ ذیل میں دیئے گئے بارگراف میں دیکھا جاسکتا ہے۔



مثال 4:- دیئے گئے اعداد کے سیٹ کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔ 2, 3, 5, 3, 4, 7, 3, 2, 1, 7, 3

حل:- مساوی قدروں کو یکجا کرتے ہوئے اعداد کو ترتیب دینے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 7

مشاہدے سے معلوم ہوتا ہے کہ دوسرے اعداد کی بہ نسبت عدد "3" سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا گیا ہے۔ لہذا

بہتاتیہ = 3

مثال 5:- معطیات 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5 کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

حل:- مساوی قدروں کو یکجا کرتے ہوئے اعداد کو ترتیب دینے پر ہم حاصل کرتے ہیں

2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9

یہاں پر اعداد 5 اور 9 زیادہ اور مساوی (3 مرتبہ) واقع ہوئے ہیں۔

لہذا دیئے گئے معطیات دو بہتاتیہ رکھتے ہیں یعنی 5 اور 9 اس طرح کے معطیات کی قسم کو دہرا بہتاتیہ

معطیات (Bimodal Data) کہتے ہیں۔

نوٹ:- ایک معطیات کے سیٹ میں اگر مشاہدہ مساوی مرتبہ دہرایا جائے تو اس معطیات کے سیٹ میں بہتاتیہ نہیں ہوتا۔


**کوشش کیجئے۔**

1. دیئے گئے معطیات کے بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5

(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24

(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10



مثال 6:- ایک یونٹ ٹسٹ میں 50 طلباء کے حاصل شدہ نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں۔ جو کہ کل نشانات 10 میں سے لئے گئے ہیں۔ معطیات کا بہتائیہ معلوم کیجئے۔

طلباء کی تعداد	حاصل شدہ نشانات
2	0
1	1
2	2
1	3
-	4
4	5
10	6
15	7
9	8
5	9
1	10
50	جملہ

حل:- ایک جدول میں نشانات دیئے گئے ہیں۔ معطیات کے جدول سے یہ واضح ہوتا ہے کہ کئی طلباء 7 نشانات حاصل کئے ہیں۔ لہذا معطیات کا بہتائیہ 7 ہے۔

نوٹ:- مشاہدات 7 جو کہ پندرہ مرتبہ دہرایا گیا ہے بہتائیہ ہے اور واضح ہو کہ 15 بہتائیہ نہیں ہے۔

مثال 7:- ذیل میں دی گئی کس صورتحال میں بہتائیہ ایک مخصوص نمائندہ قدر ہے۔

(a) ایک دوکاندار شرٹ فروخت کرنے کا کاروبار کرتا ہے اُسے فیصلہ کرنا ہیکہ کونسے سائز کے شرٹ زیادہ منگوائے جائیں۔ (b) 20 لوگوں کی ایک پارٹی کے لئے چاول کی خریداری (c) آپ کے گھر میں دروازے کی اونچائی معلوم کرنے کے لئے

حل:- (a) آئیے پہلی صورتحال پر غور کرتے ہیں فرض کیجئے کہ دوکاندار 4 مختلف سائز کے شرٹ فروخت کرتا ہے اور اس کی فروخت ماہ فروری میں یہ ہے۔

شرٹ کا سائز	عدد
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
جملہ	92

$$23 = \frac{12+18+40+22}{4}$$

دوکاندار کی جانب سے فروخت شدہ شرٹ کی اوسط تعداد

اس صورتحال میں دوکاندار چاہے گا کہ ہر سائز کے 23 شرٹ منگوائے جائیں؟ دوکاندار دوبارہ معطیات پر نظر ثانی کرنے پر۔ اُسے معلوم ہوگا کہ سب سے زیادہ فروخت ہونے والا سائز XL ہے اگر وہ ہر سائز کے 23 شرٹ منگواتا ہے تو وہ شرٹ XL کی کمی محسوس کریگا، چنانچہ سب سے زیادہ وہ اس سائز کے شرٹ منگوائے گا اور بقیہ کم تعداد میں۔

لہذا دوکاندار بہتاتیہ یا سب سے زیادہ واقع ہونے والی قدر کے لئے اپنا فیصلہ صادر کرتا ہے۔

(b) ہم یہ نہیں جانتے کہ کتنی زیادہ مقدار لی جائے اور کتنی کم۔ اگر ہم 20 گنا زیادہ لیں تو وہ ضائع ہوگا اگر 20 گنا کم لیں تو وہ کم پڑ جائے گی ایسی صورت میں یہاں بہتاتیہ کو تجویز نہیں کیا جاسکتا۔

(c) اگر ایک گھر میں 5 ارکان ہوں اور ان کے قد 134 سمر، 125 سمر، 100 سمر، 125 سمر، اور 144 سمر ہیں جیسا کہ معطیات کا بہتاتیہ 125 سمر ہے تو ہم رائے دے سکتے ہیں کہ دروازے کی اونچائی 125 سمر ہونی چاہئے لیکن یہ اس شخص کے لئے مشکل ہوگا کہ جس کا قد 144 سمر ہے۔ یہاں تک کہ اگر ان کے قد کا اوسط لیں تو بھی یہ تمام اونچے قد والوں کے لئے بہت مشکل ہوگا۔ پس یہاں نا بہتاتیہ استعمال ہوگا اور نہ اوسط حسابیہ۔



کوشش کیجئے۔

1. ایک صورتحال جہاں اوسط حسابیہ ایک مخصوص نمائندہ قدر ہوگا۔
2. ایک صورتحال جہاں بہتاتیہ ایک مخصوص نمائندہ مقدار ہوگا۔



## مشق 2

- (1) ایک طالب علموں کی ٹیم کی 7 لمبی چھلانگ (Long Jump) 98 سمر، 125 سمر، 140 سمر، 155 سمر، 174 سمر، 140 سمر، اور 155 سمر ہیں۔ معطیات کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔
- (2) ایک کرکٹ ٹیم میں کھلاڑیوں کی عمریں 25، 26، 25، 27، 28، 30، 31، 27، 33، اور 29 ہیں۔ (a) معطیات کا اوسط اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔ (b) کم سے کم کھلاڑیوں کی تعداد معلوم کیجئے جسے مذکورہ ٹیم میں شامل کیا جائے تو معطیات کا بہتاتیہ بدل جائے اور ان کی عمریں کیا ہونی چاہئے۔
- (3) ذیل میں دیئے گئے معطیات کا بہتاتیہ معلوم کیجئے، 25، 12، 24، 36، 25، 38، 12، 25، 46، 24، 12، 25، 46، 36، 24، 12 اور 26 حسب بالا صورت حال میں فیصلہ کیجئے کہ آیا اوسط حسابیہ اور بہتاتیہ ایک بہتر نمائندہ قدر (Representative Value) ہے۔



- (4) (i) ایک دوکاندار جو مختلف سائز کے ٹوتھ پیسٹ فروخت کرتا ہے کس سائز کے ٹوتھ پیسٹ کو اُس سے زیادہ تعداد میں منگوانا چاہئے۔

- (ii) ایک امتحان ہال کا نگران کا امتحان ہال میں اضافی بیاض کی کافی تعداد لے جانا چاہتا ہے۔  
 (iii) ایک شادی کے لئے تیار کئے جانے والے لڈوؤں کی تعداد۔  
 (iv) ایک جماعت میں پسندیدہ کرکٹ کھلاڑی کو دریافت کرنا۔

### 7.5 وسطانیہ Median:-

ہم وہ صورت حال دیکھ چکے ہیں جہاں اوسط اور بہتاتیہ معطیات کے نمائندہ اقدار ہیں۔ آئیے ایک اور صورت حال پر غور کرتے ہیں۔ ایک پیداواری صیغہ میں مینیجر اور مزدور حسب ذیل تنخواہیں (روپیوں میں) حاصل کرتے ہیں۔



مینجر	-	40,000 روپے
مزدور 1	-	3300 روپے
مزدور 2	-	5000 روپے
مزدور 3	-	4000 روپے
مزدور 4	-	4200 روپے
مزدور 5	-	3500 روپے
مزدور 6	-	4500 روپے
مزدور 7	-	4200 روپے
مزدور 8	-	4300 روپے
مزدور 9	-	3500 روپے
مزدور 10	-	3500 روپے

ان معطیات کے لئے کیا اوسط تنخواہ (یا) تنخواہوں کا بہتاتیہ ایک نمائندہ قدر رکھتے ہیں۔ آئیے اس پیداواری صیغہ میں اوسط تنخواہ محسوب کرتے ہیں۔

$$\text{اوسط تنخواہ} = \frac{\text{جملہ تنخواہ}}{\text{ملازمین کی تعداد}}$$

$$= \frac{3300 + 5000 + 4000 + 4200 + 3500 + 4500 + 4200 + 4300 + 3500 + 3500 + 4000}{11}$$

$$= 7272.72$$

کیا یہ تنخواہ مینیجر یا مزدوروں کی تنخواہوں کی نمائندگی کرتی ہے۔ نہیں۔ یہ نہیں کرتی۔ یہ مینیجر کی تنخواہ سے بہت کم ہے اور تمام مزدوروں کی تنخواہ سے بہت زیادہ ہے۔

آئیے بہتاتیہ پر غور کریں۔ 3500 معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا گیا ہے۔ یعنی صرف 3 مرتبہ چنانچہ یہ معطیات کی نمائندگی نہیں کر سکتی۔

آئیے! اس نمائندہ قدر کو ایک اور طریقہ سے محسوب کرتے ہیں۔  
اعداد کو صعودی ترتیب میں یکجا کریں

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40,000

ان معطیات کی درمیانہ قدر 4200 ہے جیسے کہ یہ ملازمین کو 2 گروپ میں تقسیم کرتا ہے 5 ملازمین 4200 سے زیادہ کماتے ہیں اور 5 اس سے کم یہ مقدار وسطانیہ کہلاتی ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں یہ تمام کے لئے ایک نمائندہ تصویر پیش کرتی ہے۔ اور اوپر دی گئی مثال میں مشاہدات کی تعداد 11 ہے جو کہ ایک طاق عدد ہے چنانچہ وسطانیہ معطیات کو 2 مساوی گروپ میں تقسیم کرتا ہے۔

اگر مشاہدات کی تعداد جفت ہو تو؟

آئیے اب ایک اور پیداواری صیغہ کی مثال لیتے ہیں۔ اگر ایک نیا مزدور -/4000 Rs. کمائی کے ساتھ اس پیداواری صیغہ میں شامل ہوتا ہے تو کیا ہوگا۔ اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 4000

یہاں دو اعداد 4000 اور 4200 معطیات کے درمیان میں واقع ہے یہاں وسطانیہ کو ان دو اعداد کے اوسط سے معلوم کریں گے۔ چنانچہ نتخواہوں کا وسطانیہ

$$= \frac{4000 + 4200}{2} = 4100$$

مثال 8:- 7 گریجویٹ کی ماہانہ آمدنی 8000، 9000، 8200، 8200، 7900، 8500، 8600 اور 60000 ہیں۔ وسطانوی آمدنی معلوم کیجئے۔

حل:- آمدنی کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر

7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

مشاہدات کی تعداد = 7

معطیات میں چوتھا رکن یعنی درمیانی رکن = 8500

چنانچہ وسطانوی آمدنی = 8500/-

مثال 9:- اعداد 110، 14، 17، 28، 20، 15، 48، 49 اور 110 کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

حل:- 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110 = مشاہدات کی صعودی ترتیب

8 = مشاہدات کی تعداد

درمیانہ ارکان یعنی کہ چوتھی اور پانچویں قدر 20 اور 28 ہیں۔

$$\text{چوتھی اور پانچویں قدر کا اوسط} = \frac{20+28}{2} = 24$$

لہذا دیئے گئے معطیات کا اوسط 24 ہے۔



### مشق 3

1. صادق ہے یا کاذب ہے بتلائیے۔ اور کیوں؟
  - (i) ایک معطیات کے سیٹ میں اعظم ترین اور اقل ترین مشاہدات کے درمیان فرق کو اوسط حسابیہ کہتے ہیں۔
  - (ii) ایک بارگراف میں وہ بار جو سب سے زیادہ طویل ہوتا ہے بہتاتیہ کہلاتا ہے۔
  - (iii) وسطانیہ محسوب کرنے کیلئے معطیات کے سیٹ میں ہر مشاہدہ کی قدر لی جاتی ہے۔
  - (iv) ایک اعداد کے سیٹ میں وسطانیہ بھی ہمیشہ ان میں ایک عدد ہوتا ہے۔
2. ایک گاؤں میں 7 خاندانوں کی ماہانہ آمدنی (روپیوں میں) 1000، 1000، 1400، 1500، 1200، 1600، 10000 ہے۔ (i) کنوں کی وسطانیہ آمدنی معلوم کیجئے (ii) اگر ایک اور خاندان کی ماہانہ آمدنی Rs. 1500 روپے اس میں شامل کر لی جائے تب وسطانیہ کیا ہوگا۔
3. ایک معطیات کے مشاہدات 16، 72، 0، 55، 65، 55، 10، اور 41 ہیں رفیع اس میں "0" کو لئے بغیر وسطانیہ اور بہتاتیہ محسوب کرتا ہے کیا رفیع کا یہ عمل صحیح ہے؟
4. تین مثبت صحیح اعداد سے کتنے سنٹس بنائے جاسکتے ہیں جس کا اوسط حسابیہ 6، وسطانیہ 7 اور جس میں بہتاتیہ نہیں پایا جاتا۔
5. ایک صحیح اعداد کے گروپ 3، 4، 5، 5، اور 8 میں چار صحیح اعداد شامل کئے جائیں اور معطیات کا اوسط حسابیہ وسطانیہ اور بہتاتیہ میں 1 کا اضافہ کر دیا جائے تو صحیح اعداد کے لئے گروپ میں اعظم ترین صحیح عدد کیا ہوگا۔

کھیل کھیلئے



ایک پانسہ لیجئے جس کے رُخوں پر اعداد 1، 2، 3، 4، 5 اور 6 لکھا ہو۔ تین طلباء کا ایک گروپ بنائیے ہر طالب علم سے کہئے کہ وہ ایک کے بعد ایک پانسہ کو گھما کر پھینکیں اور عدد درج کرتے جائیں اس طرح اس عمل کو 10 مرتبہ دہرائیں اب ہر طالب علم کے پاس 10 عدد ہوں گے۔ ہر طالب علم کے معطیات سے اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

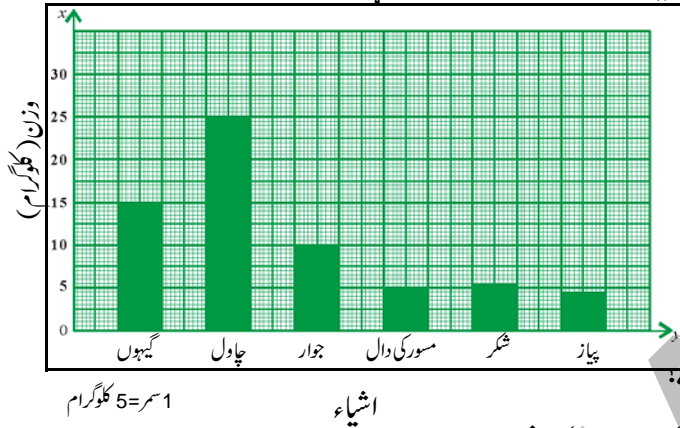
### 7.6 معطیات کا اظہار Presentation of Data :-

ہم ششم جماعت میں پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح معطیات کو تصویری گراف اور بارگراف میں پیش کیا جاتا

ہے۔ تصویری گراف میں معطیات کو مختلف اشیاء کی تصاویر کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔ بہر حال معطیات کو تصویری گراف میں پیش کرنے پر نہ صرف اس میں کافی وقت صرف ہوتا ہے بلکہ یہ مشکل بھی ہے معطیات کو بار گراف میں پیش کرنا آسان ہے۔

### 7.6.1 بار گراف Bar Graph :-

اس سیکشن میں بار گراف کے تعلق سے ہم معلومات حاصل کریں گے ہم جانتے ہیں کہ بار گراف مساوی چوڑائی والے بار کے ذریعہ بنایا جاتا ہے۔ اور جسے افقی (یا) انتصابی اور ان کے درمیان مساوی فاصلہ رکھتے ہوئے اُتارا جاتا ہے۔ مثال 10:- بار گراف ایک دکان میں مختلف اشیاء کے ایک دن کی فروخت کو بتلاتا ہے۔



(i) محور اور y محور پر کیا لیا گیا؟

(ii) محور پر نتیجہ پیمانہ کیا ہوگا؟

(iii) دیئے گئے گراف میں سب سے زیادہ

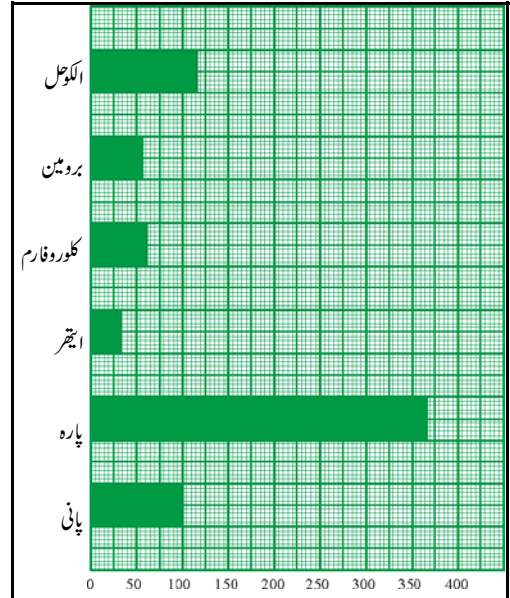
فروخت کس کی ہے اور کتنی ہے؟

(iv) کیا پیاز کی فروخت مسور کی دال سے زیادہ ہے؟

(v) مسور کی دال کی فروخت اور جوار کی فروخت کے درمیان کیا نسبت ہے؟

مثال 11:- ایک اور بار گراف کا مشاہدہ کیجئے۔

### نقطہ جوش (°C)



تپش  
1 سر = 50 ڈگری سینٹی گریڈ

(i) گراف ہم کو کیا معلومات فراہم کرتا ہے؟

(ii) محور اور y محور پر کیا لیا گیا؟

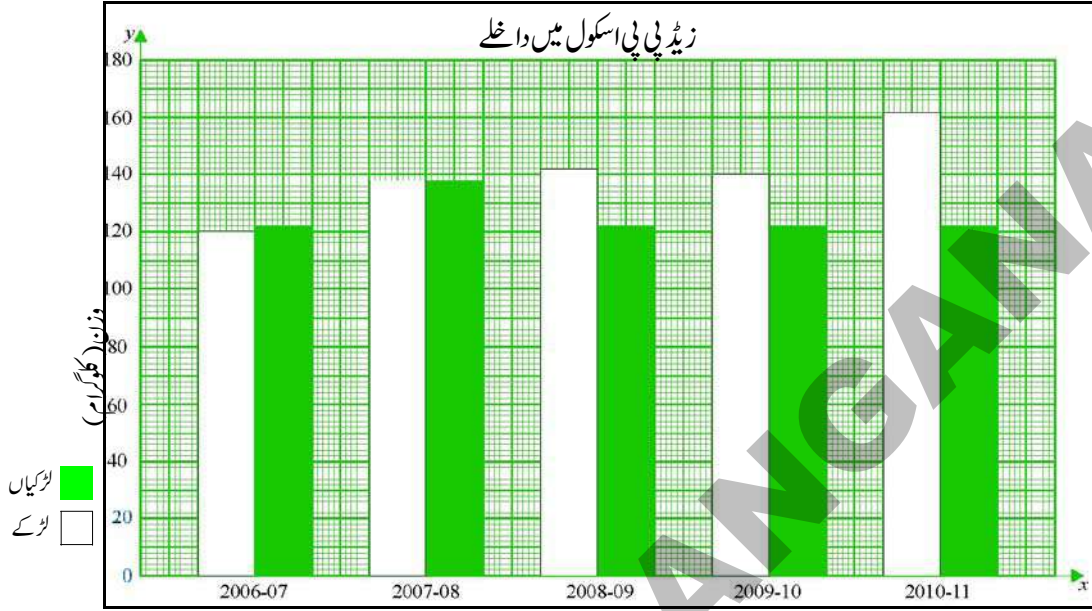
(iii) کونسا مائع سب سے زیادہ نقطہ جوش رکھتا ہے؟

(iv) کونسا مائع سب سے کم نقطہ جوش رکھتا ہے؟

(v) ایٹھر کے نقطہ جوش اور پارہ کے نقطہ جوش میں کیا نسبت ہے؟

## 7.6.2 دوہرا بار گراف Double Bar Graph :-

اب ہم بار گراف کی ایک اور قسم کے بارے میں معلومات حاصل کرتے ہیں۔  
مثال 12:- ذیل میں دیئے گئے گراف کا مطالعہ کیجئے جو کہ زیڈ پی پی ہائی اسکول میں لڑکوں اور لڑکیوں کے سال 2006-2011 کے دوران کل اندراج کو بتلایا گیا ہے تب ذیل کے سوالات کے جواب دیجئے۔



1 سر = 20 طالب علم

کیا آپ جانتے ہیں کہ ہر ایک سال کے لئے دو بار دیئے گئے ہیں۔ پہلا بار آپ سے کیا کہتا ہے؟ اور دوسرا بار آپ کو کیا بتلاتا ہے؟ اس قسم کے بار گراف کو دوہرا بار گراف Double bar Graph کہتے ہیں۔ یہ دو مشاہدوں کو پہلو بہ پہلو (بازو، بازو) ظاہر کرتا ہے۔

- کون سے سال میں لڑکیوں کا داخلہ، لڑکوں کے داخلے سے زیادہ ہے؟
- کون سے سال میں لڑکیوں اور لڑکوں کے داخلے مساوی ہے؟
- کون سے سال میں لڑکیوں کا داخلہ اقل ترین ہے؟
- سال 2007-08 میں کل داخلے کیا ہیں؟

مثال 13:- ساتویں جماعت میں 5 طلباء کے ریاضی اور سائنس کے نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں؟ ان معطیات کو ایک دوہرے بار گراف کی شکل میں ظاہر کیجئے۔

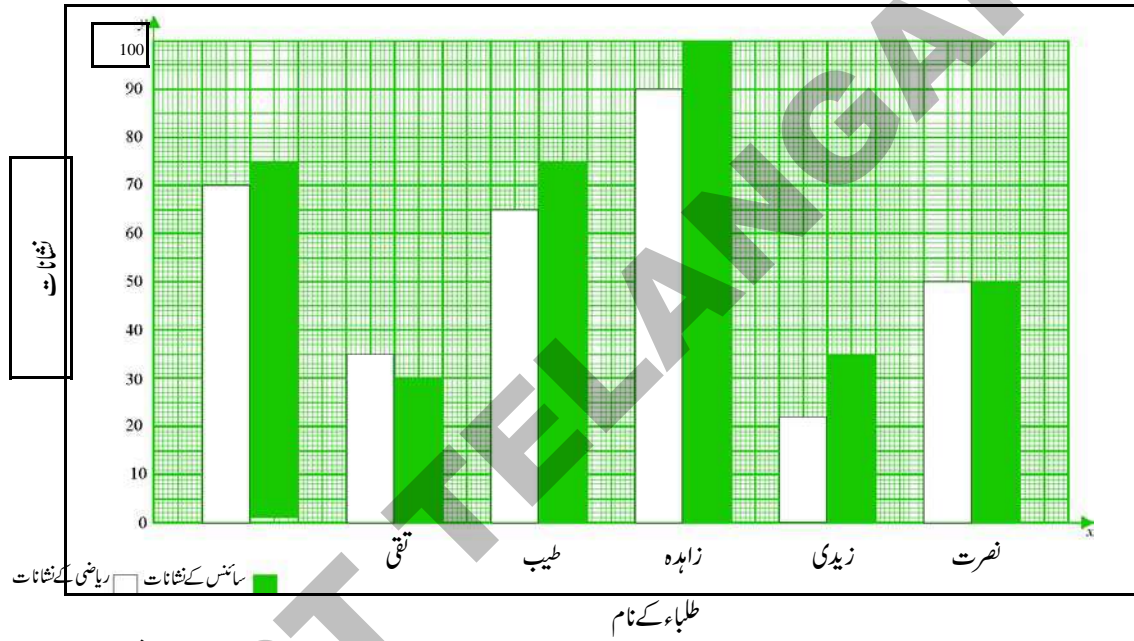
طلباء کے نام	تقی	طیب	زاہدہ	زیدی	نصرت
ریاضی	70	35	65	90	50
سائنس	75	30	75	100	50



حل:- ایک دوہرے بارگراف کی بناوٹ کے مراحل

- ایک تریسیمی کاغذ پر x محور (افقی خط) اور y محور (انقلابی خط) اتاریے اور دونوں کے نقطہ تقاطع کو "O" کا نام دیجئے۔
- x محور پر طلباء کے نام درج کیجئے
- y محور پر مضامین (ریاضی اور سائنس) کے نشانات درج کیجئے۔
- y محور پر مناسب پیمانہ اس طرح لیجئے کہ دونوں مضامین کے اعظم ترین نشانات تریسیمی کاغذ پر نمایاں ہو سکیں۔ لہذا Y محور پر زیادہ سے زیادہ قدر 100 تک لیجئے۔
- مشاہدہ کو 10 سے تقسیم کرتے ہوئے ہر بار کا طول معلوم کیجئے۔ (پیمانہ 1 سمر = 10 نشانات ہے)
- ”ریاضی کے نشانات“ اور ”سائنس کے نشانات“ کو متصل (بازو بازو) ظاہر کرتے ہوئے تمام بار اتاریے۔

ریاضی اور سائنس کے نشانات



1 سمر = 10 نشانات

### 7.6.3 دائروی تریسیم یا پئی شکل Pie Graph :-

ایک اور طریقہ جس میں

معطیات کو ظاہر کیا جاسکتا دیگر

ہے وہ پئی گراف ہے ایک

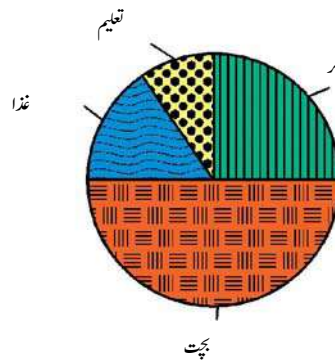
خاندان کا ماہانہ بجٹ کو بائیں

جانب جدول میں دیا گیا ہے

ان معطیات کو دائیں جانب

پئی گراف میں پیش کیا گیا

بجٹ کے ذمے	رقم
غذا	1500
تعلیم	750
دیگر	2250
بچت	4500
جملہ آمدنی	9000



ہے۔ کل کمائی کے مخصوص اجزاء کے زیادہ سے زیادہ خرچ کے حصے کو پئی گراف میں قطاع کے ذریعہ پیش کیا گیا۔  
پئی شکل کو دیکھتے ہوئے حسب ذیل سوالات کے جواب دیجئے۔

- (i) پئی گراف کی شکل کیسی ہے۔  
(ii) پئی گراف میں دیئے گئے مختلف اشکال کے نام کیا ہیں۔ جو مختلف زمروں (اشیاء) کو ظاہر کرتے ہیں۔  
(iii) صادق یا کاذب لکھئے (a) کمائی کے بڑے حصے کی بچت کی گئی ہے  
(b) رقم کا سب سے کم حصہ تعلیم کے لئے مختص کیا گیا ہے۔

#### 7.6.4 ایک پئی گراف اُتارنا - Drawing a Pie Chart :-

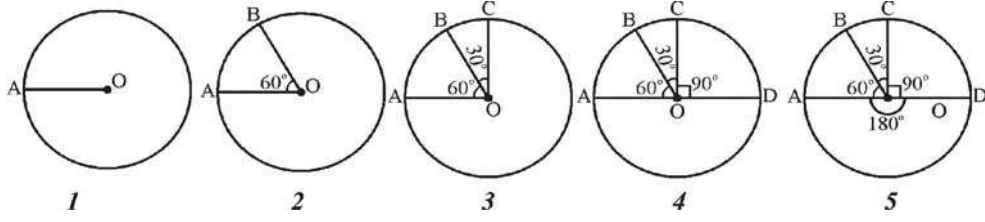
آئیے اب ہم سیکھیں گے کہ معطیات کو پئی شکل میں کس طرح پیش کیا جاسکتا ہے پئی شکل ہر مد کو دائرہ کے ایک حصے کے طور پر پیش کرتا ہے کہ کل آمدنی میں سے کتنا حصہ اُس مد کو ظاہر کرتا ہے۔  
ہم جانتے ہیں کہ ایک دائرے کے مرکز پر جملہ زاویہ  $360^\circ$  ہے۔  
ہم فرض کریں گے کہ یہ تمام مشاہدات جو کہ 9000 پر مبنی ہے اخراجات کا ہر حصہ کل کمائی کا ایک حصہ ہے۔  
چنانچہ قطاع کا زاویہ یا قطاع کا رقبہ مدات کل کمائی اور اخراجات کے درمیان نسبت پر منحصر ہوتا ہے۔

$$\text{چنانچہ} \quad \text{قطاع کا زاویہ} = \frac{\text{اخراجات کا جزوی حصہ}}{\text{کل کمائی}} \times 360^\circ$$

ہم کو قطاع کا زاویہ معلوم کرنے کے لئے ایک جدول بنانا ہے

قطاع کا زاویہ (یا) قطاع کا رقبہ	جملہ کمائی اور اخراجات کے درمیان نسبت	خرچ کی گئی رقم	بجٹ کے عنوانات
$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$	$\frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$	1500	غذا
$\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$	$\frac{750}{9000} = \frac{1}{12}$	750	تعلیم
$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$	$\frac{2250}{9000} = \frac{1}{4}$	2250	دیگر
$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$	$\frac{4500}{9000} = \frac{1}{2}$	4500	بچت

نوٹ:- جانچ کیجئے کہ قطاع کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہو



بناوٹ کے مراحل:-

1. کوئی مناسب نصف قطر لیتے ہوئے ایک دائرہ بنائیے اور اس کے مرکز کو "O" کا نام دیجئے۔
2. محیط پر کہیں بھی ایک نقطہ A لیجئے اور OA کو ملائیے
3. مد، غذا کے لئے قطاع کا زاویہ  $60^\circ$  بنائیے یعنی  $\angle AOB = 60^\circ$  لیجئے
4. تعلیم کے لئے قطاع کا زاویہ  $30^\circ$  بنائیے یعنی  $\angle BOC = 30^\circ$  لیجئے
5. دیگر کے لئے قطاع کا زاویہ  $90^\circ$  بنائیے یعنی  $\angle COD = 90^\circ$  لیجئے
6. اب  $\angle DOA = 180^\circ$  بنائیں گے جو کہ بچت کے لئے قطاع کے زاویے کو ظاہر کرتا ہے۔



## مشق 4

1. حسب ذیل معطیات کے لئے ایک بارگراف بنائیے۔

مردم شماری کے سال میں ہندوستان کی آبادی

سال	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
آبادی (ملین میں)	320	360	440	550	680	850	1000

(ذرائع: مردم شماری 1991 تا 2001 کے معطیات سے)

2. حسب ذیل معطیات کا پئی گراف بنائیے

بچت	تعلیم	لباس	صحت	غذا	اخراجات کی اشیاء
7500	1200	1875	1875	3750	خرچ کی گئی رقم

3. حسب ذیل معطیات کے لئے دوہرا بار گراف بنائیے  
1999 میں مختلف ریاستوں کی شرح پیدائش و اموات

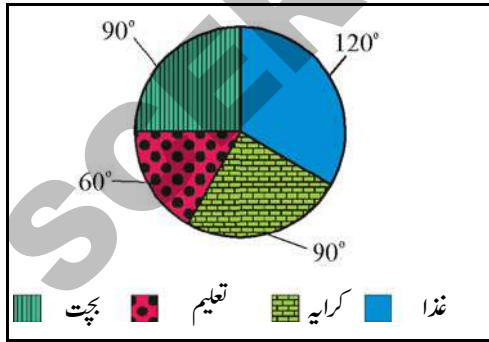
ریاست	شرح پیدائش (فی 1000)	شرح اموات (فی 1000)
آندھرا پردیش	22	8
کرناٹک	22	8
تامل ناڈو	19	8
کیرالا	18	6
مہاراشٹرا	21	8
اڑیسہ	24	11

(ذرائع: یہ جدول Vittal Statistics SRS 1999 سے لیا گیا ہے)

4. حسب ذیل معطیات کے لئے ایک پی گراف بنائیے۔  
ایک دن میں ایک بچے کا گزارا ہوا وقت

مشاغل	سونا	اسکول	کھیلنا	دیگر
گزارا ہوا وقت	8 گھنٹے	6 گھنٹے	2 گھنٹے	8 گھنٹے

5. بازو دیا گیا پی گراف ایک خاندان کے ایک ماہ کے دوران مختلف اشیاء کے اخراجات کو بتلاتا ہے۔  
(اعداد جو پی گراف کے اطراف دیئے گئے ہیں مرکز سے ہر



قطاع پر بننے والے زاویوں کو بتلاتے ہیں۔

حسب ذیل سوالات کے جواب دیجئے۔

- کس مد پر اخراجات سب سے کم ہیں؟
- کس مد پر اخراجات سب سے زیادہ ہیں؟
- اگر خاندان کی ماہانہ کمائی 9000 روپے ہو تو کرایہ پر اس کا خرچ کیا ہوگا؟



(iv) اگر غذا پر 3000 روپے خرچ ہوں تو بچوں کی تعلیم پر کیا خرچ ہوگا؟

### گھر کے لئے منصوبہ Home Project:-

1. آپ کے محلے (وارڈ/کالونی/گاؤں) میں مختلف اقسام کے مکانات کی تعداد کے معلومات جمع کیجئے اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔
2. ایک ماہ میں آپ کے خاندان کے اشیاء کی مناسبت سے اخراجات جمع کیجئے اور اسے پئی گراف میں ظاہر کیجئے۔
3. اخبارات، میگزین وغیرہ سے بارگراف اور پئی گراف کی شکل میں پیش کئے گئے معطیات کو جمع کیجئے اور اسے آپ کے اسکول کے تختہ خبر نامہ پر چسپاں کیجئے۔

### کمرہ جماعت کے لئے منصوبہ Classroom Project:-

ایک ہفتے میں آپ کی جماعت کی روزانہ کی حاضری کو جمع کیجئے اور اس سے ایک ہفتہ کی حاضری کا اوسط دریافت کیجئے۔



### ہم نے کیا سیکھا؟

- ☆ دیئے گئے معطیات کے سیٹس کے لئے اوسط حسابیہ، بہتاتیہ اور وسطانیہ ایک نمائندہ اقدار ہیں۔
- ☆ اوسط حسابیہ ایک معطیات کے سیٹس کے تمام مشاہدات کے مجموعہ کو جسے مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے معطیات کی اعظم ترین اور اقل ترین قدر کے درمیان واقع ہوتا ہے۔
- ☆ ایک معطیات کے مشاہدات جو سب سے زیادہ بار واقع ہوتے ہیں بہتاتیہ کہلاتے ہیں۔
- ☆ وسطانیہ ایک درمیانی مشاہدہ ہے جب تمام مشاہدات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں رکھا جاتا ہے (مشاہدات کے جفت عدد ہونے کی صورت میں وسطانیہ درمیانی دو قدروں کا اوسط ہوتا ہے)۔
- ☆ پئی شکل ایک دائروی شکل/گراف ہوتا ہے جسے مختلف قطاع میں تقسیم کیا جاتا ہے اور اسے معطیات کے اظہار میں استعمال کیا جاتا ہے۔
- ☆ ایک پئی شکل میں ہر ایک قطاع کا مرکزی زاویہ (اور رقبہ) اس کی مقدار سے تناسب میں ہوتا ہے جو کہ پیش کی گئی۔

**Dr. C. R. Rao (India)**  
1920 AD

A well known Statistician, famous for his  
"Theory of Estimation" (1945).

He worked on Cramer-Rao Inequality and  
Fisher-Rao theorem.



# مثلاث کی متماثلت Congruency of Triangles

8

8.0 تمہید

اگر ہم ایک روپے کے سکوں کی ڈھیر لیں اور ایک پر دوسرے کو رکھیں تو وہ ٹھیک جم جائیں گے۔ کیا آپ جانتے ہیں ایسا کیوں ہوتا ہے؟ ایسا اس لئے ہوتا ہے کیوں کہ تمام سکے جسامت اور شکل میں ایک جیسے ہوتے ہیں۔



اسی طرح کاپی کے تمام اوراق کی جسامت اور شکل ایک جیسی ہوتی ہے۔

اپنے اطراف دیکھئے اور اس طرح مشابہت رکھنے والی تمام اشیاء کی چند مثالیں لیجئے یعنی وہ وضع اور جسامت میں مشابہہ ہوتے ہیں ایسی کم سے کم 5 مثالیں ذہن میں لائیے۔

جب ہم ایک ہی وضع اور جسامت والی اشیاء پر گفتگو کرتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ اشیاء میں مماثلت ہے۔  
مماثلت کی عملی جانچ ایک شے کو دوسری شے پر رکھ کر کی جاسکتی ہے۔

مشغلہ:

کیا دس روپے کے تمام نوٹ مماثل ہوتے ہیں؟ آپ اس کی جانچ کس طرح کریں گے۔



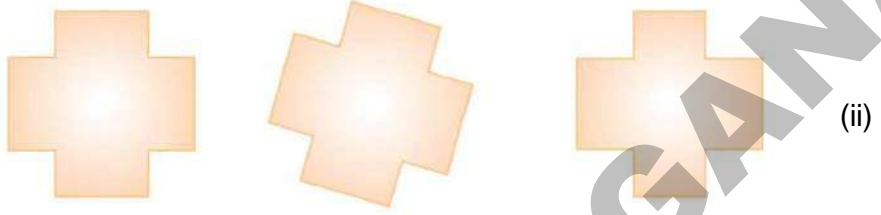
اسی طرح 5 روپے کے تمام نوٹ بھی مماثل ہوتے ہیں جانچ کیجئے



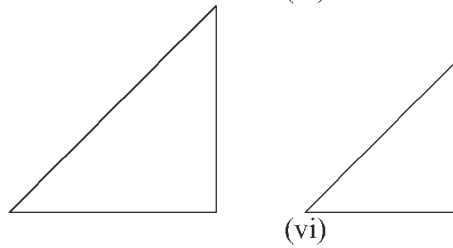
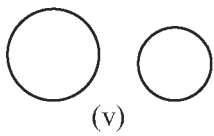
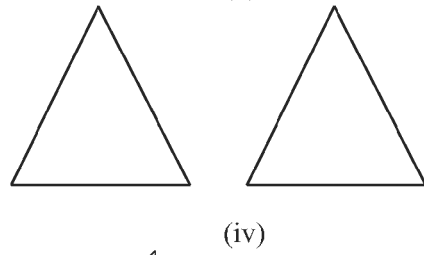
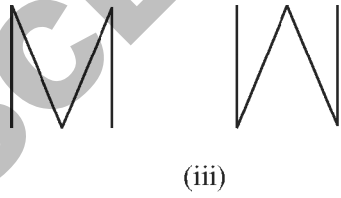
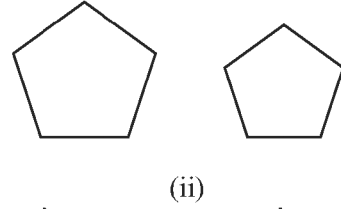
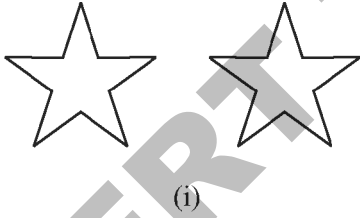
ہم اپنے اطراف مماثل اشیاء کی کئی مثالیں دیکھتے ہیں اب مماثل اشکال کی مزید مثالوں پر غور کریں گے۔

یہ کیجئے

1- یہاں چند اشکال ہیں غور کیجئے کیا صف میں دی گئی تمام اشکال ایک دوسرے کے مماثل ہیں یا نہیں۔

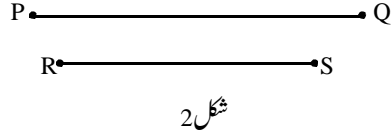
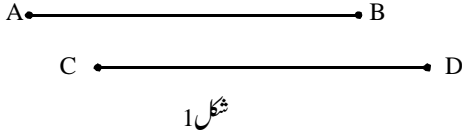


2- ذیل میں کونسی اشکال کی جوڑیاں مماثل ہیں۔



## خطی قطعوں کی مماثلت

ذیل میں دیئے گئے خطی قطعوں کے دو جوڑے کا مشاہدہ کیجئے۔



خطی قطعہ AB کو ایک ٹریسنگ پیپر پر اتاریئے اور اسکو CD پر رکھئے آپ دیکھیں گے کہ AB، CD کو ڈھانک دیتا ہے۔ اس طرح یہ خطی قطعہ مماثل ہیں اس کو ہم  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  لکھتے ہیں۔

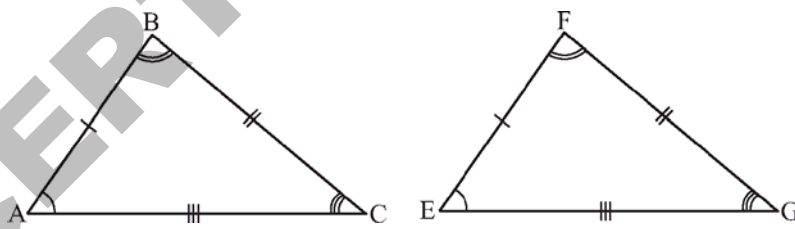
درجہ بالا مشغلہ کو شکل (2) کے لئے بھی دہرائیئے۔ آپ نے کیا محسوس کیا؟ کیا وہ مماثل ہیں؟

آپ کو معلوم ہوگا کہ شکل (1) میں خطی قطعہ کی جوڑی ایک دوسرے کی تحقیق کرتی ہے۔ کیوں کہ ان کا طول ایک ہی ہے اور شکل (2) میں ایسی صورتحال نہیں ہے خطی قطعہ میں صرف ایک ہی ابعاد موجود ہے۔ یعنی طول: اگر دو خطی قطعوں کے طول ایک ہی ہوں تو وہ مماثل ہوتے ہیں اسکے برعکس اگر دو خطی قطعے مماثل ہوں تو ان کے طول ایک ہی ہوتے ہیں۔

جب ہم  $AB=CD$  لکھتے ہیں تو اس کے حقیقی معنی ہیں کہ  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

## 8.2 مثلثات کی مماثلت

ہم سیکھ چکے ہیں کہ دو خطی قطعے اس وقت مماثل ہوتے ہیں جب ایک خطی قطعہ دوسرے کا مشابہہ ہو۔ ہم اس تصور کو مثلثات تک وسعت دیں گے۔ دو مثلثات اُس وقت مماثل کہلاتے ہیں جب وہ ضلعوں کے طول اور زاویوں کے اعتبار سے مساوی ہوں۔



مثلث ABC اور مثلث EFG ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔ یعنی وہ ایک ہی وضع اور جسامت کے ہیں۔ لہذا وہ مماثل

مثلثات ہیں۔ ہم دو مثلثات کی مماثلت کو اس طرح ظاہر کریں گے  $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ۔

اگر دو مثلثات مماثل ہوں تو اس کے تمام متناظر چھ عناصر یعنی تین زاویئے اور تین ضلع مماثل ہوں گے۔ مزید اس طرح

بھی کہا جاسکتا ہے کہ اگر دو مثلثات کے متناظر عناصر مماثل ہوں تب یہ مثلثات مماثل ہوں گے اس کے یہ معنی ہیں کہ جب



ہم مثلث ABC کو مثلث EFG پر رکھیں گے تب اُنکے متناظر راس ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔ A، E پر منطبق ہوتا ہے، B، F پر منطبق ہوتا ہے اور C، G پر منطبق ہوتا ہے۔ اسی طرح  $\angle A, \angle E$  پر منطبق ہوتا ہے،  $\angle B, \angle F$  پر منطبق ہوتا ہے اور  $\angle C, \angle G$  پر منطبق ہوتا ہے۔ بالآخر AB، EF پر منطبق ہوتا ہے، BC، FG پر منطبق ہوتا ہے اور  $\overline{AC}, \overline{AG}$  پر منطبق ہوتا ہے۔

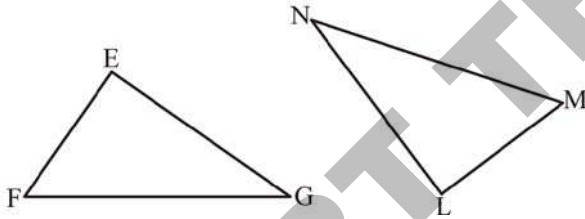
پس ایسے دو مثلثات مماثل ہوتے ہیں جن کے متناظر حصے (یعنی) راس، زاویے، اور ضلع ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں یا ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں مثلث ABC اور EFG میں

$$\begin{array}{lll} A \longrightarrow E & B \longrightarrow F & C \longrightarrow G \quad (\text{متناظر راس}) \\ \angle A \cong \angle E & \angle B \cong \angle F & \angle C \cong \angle G \quad (\text{متناظر زاویے}) \\ \overline{AB} \cong \overline{EF} & \overline{BC} \cong \overline{FG} & \overline{AC} \cong \overline{EG} \quad (\text{متناظر ضلع}) \end{array}$$

پس تب ہم کہتے ہیں کہ  $\triangle ABC \cong \triangle EFG$  حروف تہجی کا سلسلہ مماثل زاویوں کے اظہار میں اُنکے متناظر رشتوں کو ظاہر کرتا ہے۔



یہ کیجئے



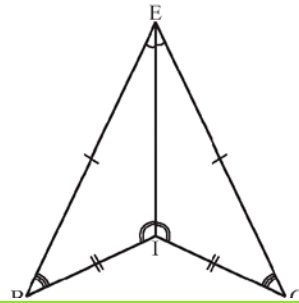
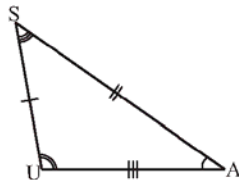
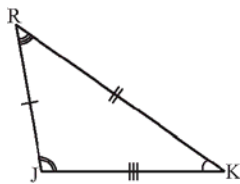
$$\triangle EFG \cong \triangle LMN \quad (1)$$

دونوں مثلث کے متناظر راس، زاویے اور ضلع لکھئے

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \quad \text{اگر } \triangle ABC \text{ ہو تو } \triangle DEF \quad (2)$$

کے حصے لکھئے جو (i) DE (ii)  $\angle E$  (iii) DF EF (iv)  $\angle F$  (v) کے متناظر ہیں

(3) ذیل کی ہر جوڑی میں مماثل مثلثات کے نام لکھئے اور ان کے درمیان علامت  $\cong$  استعمال کیجئے۔



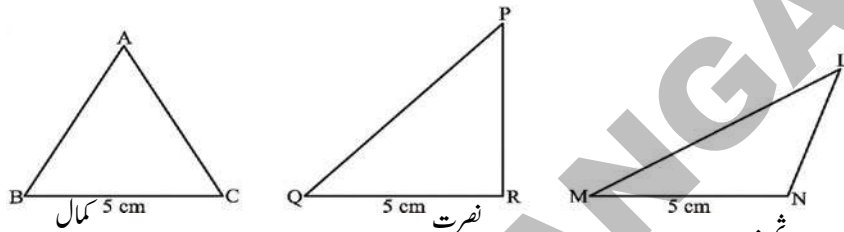
(iv) مماثل مثلثات کی ہر جوڑی کے مماثل زاوے اور اضلاع کے نام لکھئے۔

(i)  $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$  (ii)  $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

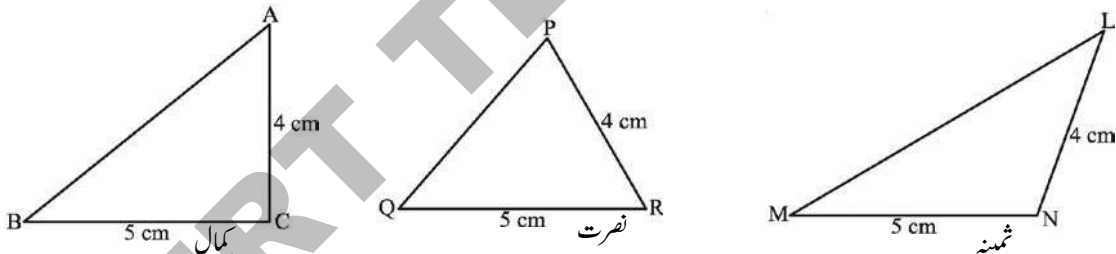
### 8.3 زاویوں کی مماثلت کا اصول:

مماثلت کے لئے یہ جانچنا ضروری ہے کہ آیا مثلث کے تمام متناظر حصے مماثل ہیں یا نہیں دیئے ہوئے مثلثات کی مماثلت کو ہم کم سے کم پیمائش کے ذریعہ کس طرح 5 سمر کر سکتے ہیں۔ اس پر ہم غور کریں گے اور معلوم کریں گے۔

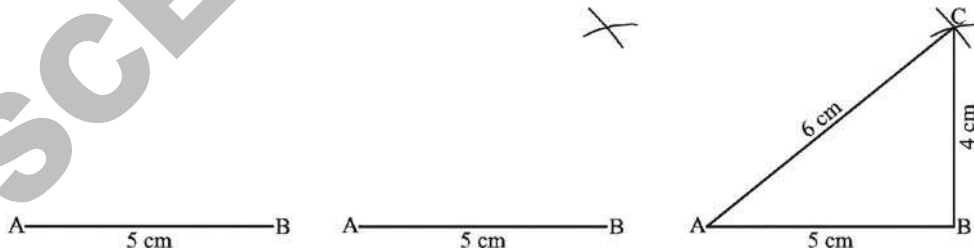
ضلع - ضلع - ضلع - ضلع (SSS): اگر مثلث کے ایک ضلع کا طول معلوم ہو تو کیا آپ سب ایک جیسا مثلث اتار سکیں گے۔ کمال، نصرت اور شمینہ اس طرح اتاریں ہیں۔



جیسے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام مثلثات مختلف ہیں، کمال نے ایک مساوی الاضلاع مثلث بنایا، نصرت نے قائم الزاویہ مثلث اور شمینہ نے منفرجہ زاویہ مثلث بنایا اگر آپ کو مثلث کے دو ضلع 4 سمر اور 5 سمر معلوم ہوں تو کیا آپ سب ایک جیسا مثلث تیار کر سکیں گے۔ کمال، نصرت اور شمینہ دوبارہ مختلف مثلثات اتاریں ہیں۔



اگر آپ مثلث کے تین ضلعوں 4 سمر، 5 سمر، 6 سمر سے واقف ہوں تو کیا کمال، نصرت، اور شمینہ ایک جیسا مثلث بنا سکیں گے؟



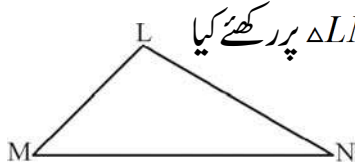
پس اگر آپ ایک مثلث ABC کی نقل تیار کرنا چاہتے ہیں یا ایک مثلث تیار کرنا چاہتے ہیں جو ABC کے مماثل ہو تب ہم کو اس کے تینوں اضلاع کے طول کی ضرورت ہوگی۔ یہ ضلع ضلع ضلع (SSS) مثلثات کے مماثلت کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

اگر دو مثلثات مماثل کہلاتے ہیں جب کہ ان کے متعلقہ متناظر اضلاع کے طول مساوی ہوں۔ تب کیا ان کے زاویے بھی مساوی ہوں گے۔

**ضلع ضلع ضلع مثلثات کی مماثلت کا اصول (SSS):** اگر ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسرے مثلث کے تینوں متناظر اضلاع کے مساوی ہوں تب وہ مثلثات مماثل ہوں گے۔

کوشش کیجئے

$\triangle LMN$  کے طول کی پیمائش کیجئے۔

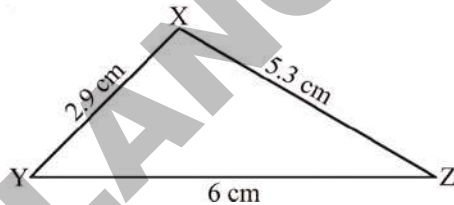
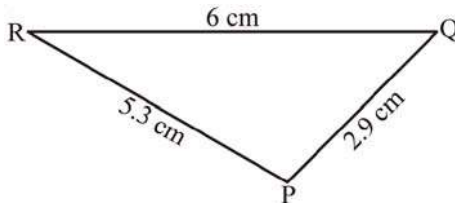


ان پیمائشات سے کاغذ پر ایک مثلث بنائیے اس مثلث کو  $\triangle LMN$  پر رکھئے کیا

یہ مثلثات مماثل ہیں؟ یہاں مماثلت کا کونسا اصول لاگو ہوتا ہے۔

مثال 1:- کیا  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$  ہے۔

دونوں مثلثات کے متناظر زاویے کو بھی لکھئے۔



حل:-

دی ہوئی شکل کے مطابق  $\triangle PQR$  اور  $\triangle XYZ$  میں

$$PQ = XY = 2.9 \text{ cm}, QR = YZ = 6 \text{ cm}, RP = ZX = 5.3 \text{ cm}$$

اس لئے ضلع ضلع ضلع مماثلت کے اصول کے مطابق  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$  واضح طور پر نقطہ P نقطہ X کا متناظر ہے،

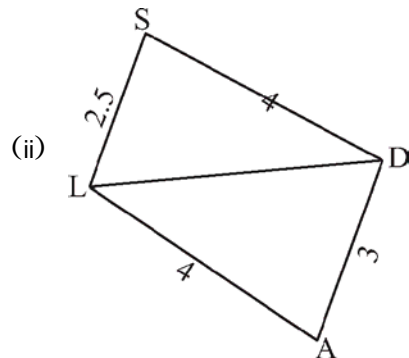
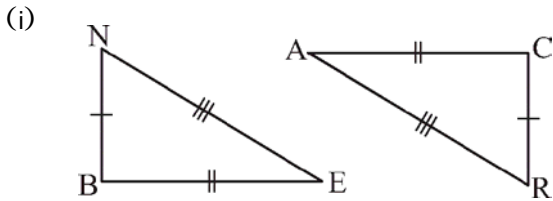
نقطہ Q نقطہ Y کا متناظر اور نقطہ R نقطہ Z کا متناظر ہے۔

اس لئے  $\angle P, \angle x; \angle Q, \angle y; \angle R, \angle z$  متناظر زاویے ہیں۔

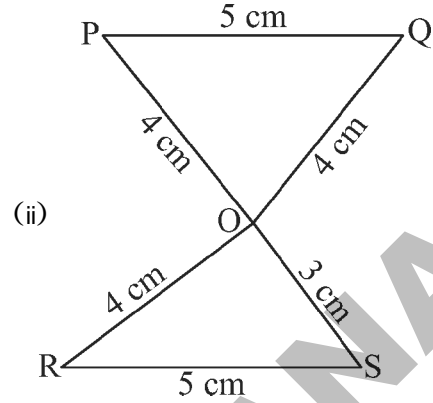
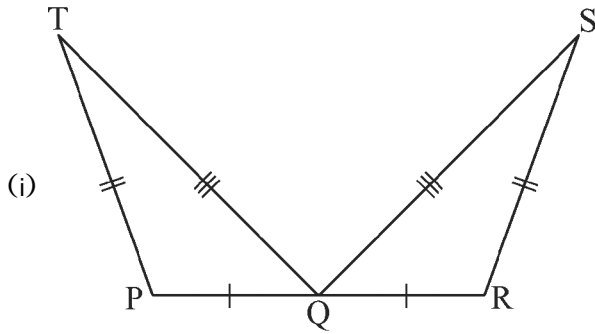


## مشق 1

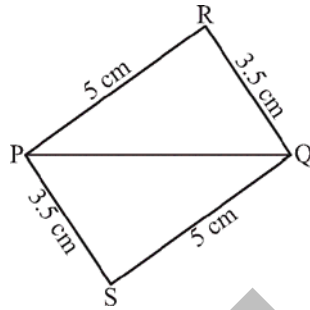
1. ذیل کی اشکال میں آیا SSS مماثلت صادق ہے یا نہیں؟  
وجوہات بیان کیجئے۔



2. حسب ذیل مماثل مثلثات میں نظیری ضلعوں کی جوڑیاں بتلائیے۔

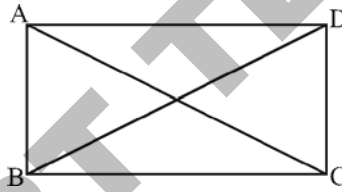


- (i)  $\triangle PQR \cong \triangle PQS$   
(ii)  $\triangle PQR \cong \triangle QPS$   
(iii)  $\triangle PQR \cong \triangle SQP$   
(iv)  $\triangle PQR \cong \triangle SPQ$

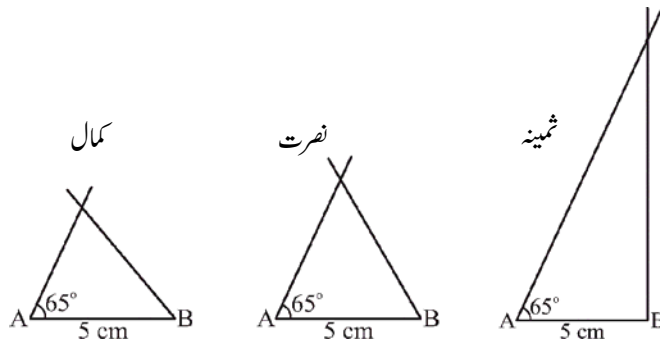


3. متصلہ شکل میں صحیح جواب کو منتخب کیجئے۔

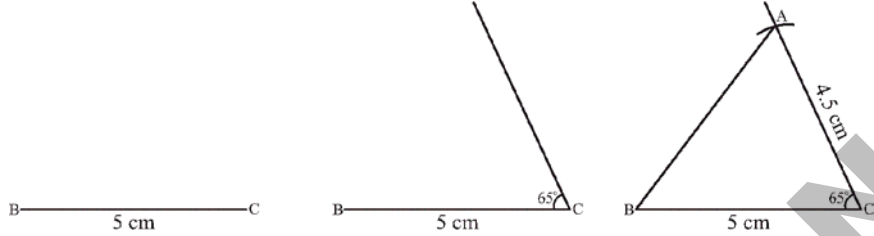
4. حسب ذیل شکل میں  $AB = DC$  اور  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  کے لئے  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  کی صورت میں صحیح جواب کو منتخب کیجئے۔



8.3.2- ضلع زاویہ مماثلت کا اصول: ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر آپ کو ایک ہی ضلع کا طول دیا جائے تو مماثل مثلثات بنانا ممکن نہیں ہے۔ اب اگر آپ کو ایک زاویہ اور ایک ضلع دیا جائے تو کیا یہ ممکن ہے؟ کمال نصرت اور شمینہ کو 5 سمر کا ضلع اور  $65^\circ$  کا زاویہ دے کر مثلث بنانے کے لئے کہا گیا تو وہ حسب ذیل غیر مشابہہ مثلثات بنائے۔



اب اگر ان تین بچوں کو مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ معلوم ہوا ہو تب انھوں نے طے کیا کہ وہ ایسے مثلثات بنائیں گے جن کے اضلاع کے طول 5 سمر اور 4.5 سمر اور زاویہ  $65^\circ$  ہو۔  
 کمال نے مثلث ABC بنایا اُس نے قاعدہ  $BC = 5$  cm کھینچا اور چاندے کی مدد سے  $\angle C = 65^\circ$  بنایا اور 4.5 سمر کے طول سے ایک نقطہ A زاویائی خط پر بنایا گیا۔ تب اُس نے نقاط A اور B کو ملایا۔



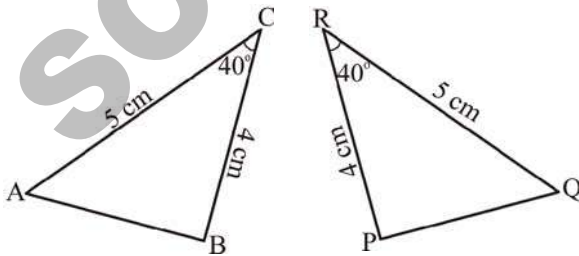
کیا آپ خط سمر 5 AB کے نقطہ B پر  $65^\circ$  زاویہ بنا سکتے ہیں۔ کیا اس طرح بننے والا مثلث کمال کے بنائے ہوئے مثلث کے مماثل ہوگا۔ کیا آپ 4.5 سمر قاعدہ 5 سمر ضلع اور زاویہ  $65^\circ$  استعمال کر کے مثلثات بنا سکتے ہیں؟ اس طرح بننے والے تمام مثلثات، مماثل مثلثات ہوں گے۔

اسلئے اگر ہم مثلث ABC کی نقل بنانا چاہتے ہیں یا  $\triangle ABC$  کے مماثل مثلث بنانا چاہتے ہیں تو ہم کو دو اضلاع کے طول اور ان کے درمیان پیمائش کردہ زاویہ کی ضرورت ہوگی۔ یہ ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثل زاویوں کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔ آپ کو معلوم ہوگا کہ ان تمام صورتوں میں بننے والے مثلثات مماثل مثلثات ہوں گے۔  
 ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثل مثلثات کا اصول: اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کے درمیان بننے والا زاویہ دوسرے مثلث کے متناظر ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کے مماثل ہو تو تب یہ مثلثات متماثل ہوں گے۔



**کوشش کیجئے**  
 مثلث PQR میں PQ اور QR کے طول اور  $\angle Q$  کی پیمائش کیجئے ان تین پیمائشوں سے ایک کاغذ پر مثلث بنائیے اس مثلث کو  $\triangle PQR$  پر لکھئے۔ کیا یہ مثلثات مماثل ہیں۔ مماثلت کا کونسا اصول لاگو ہوگا۔

مثال 2:- ذیل میں دی گئی مثلثات کی پیمائش کو دیکھئے کیا یہ مثلثات مماثل ہیں؟ ان کے متناظر ضلعوں کے راس اور زاویے کونسے ہیں؟



حل:- مثلث ABC اور مثلث PQR میں

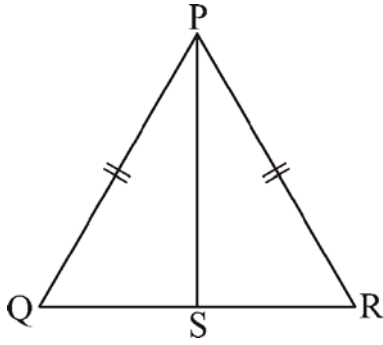
$\angle C = \angle R$  اور داخلی زاویہ  $BC = PR$ ,  $AC = QR$  ہے

لہذا  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

اس کی تفصیل ذیل میں ہے۔  $C \leftrightarrow R$  اور  $B \leftrightarrow P$

اسلئے  $\angle C \cong \angle R$ ,  $\angle B \cong \angle P$ ,  $\angle A \cong \angle Q$

مثال 3:-  $\triangle PQR$  میں  $PQ=PR$  اور  $\angle P$  کا زاویہ ناصف ہے۔ کیا  $\triangle PQS$  اور  $\triangle PRS$  مماثل ہیں؟ اگر



ہاں تو وجہ بتلائیے

حل:- مثلث PQS اور مثلث PRS میں

دیا گیا ہے کہ  $PQ=PR$

(دونوں مثلثات کا مشترکہ ضلع)  $PS=PS$

اور داخلی زاویہ  $\angle QPS \cong \angle RPS$  (زاویہ کا ناصف ہے)

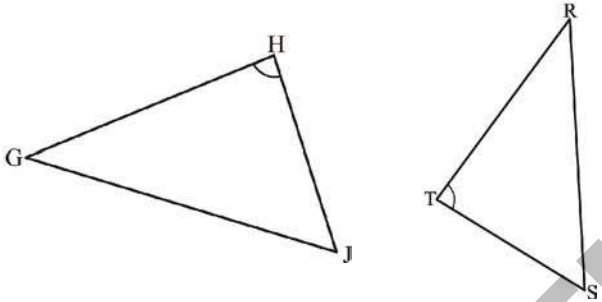
اسلئے  $\triangle PQS \cong \triangle PRS$  (SAS کے اصول کے مطابق)



## مشق 2

1. SAS اصول کے استعمال سے ذیل میں دیئے ہوئے دونوں مثلثات کو مماثل ثابت کرنے کے لئے آپ

کو مزید کن معلومات کی ضرورت ہے۔

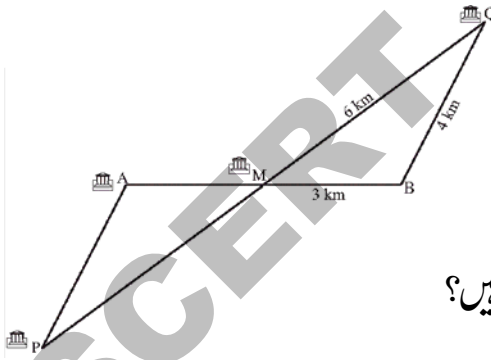


2. ذیل میں دیئے گئے نقشہ میں 5 مختلف گاؤں دکھائے گئے ہیں گاؤں M، گاؤں A اور B کے جوڑ اور گاؤں

P اور Q کے جوڑ سے بالکل نصف فاصلہ پر پایا جاتا ہے گاؤں A اور گاؤں P کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟

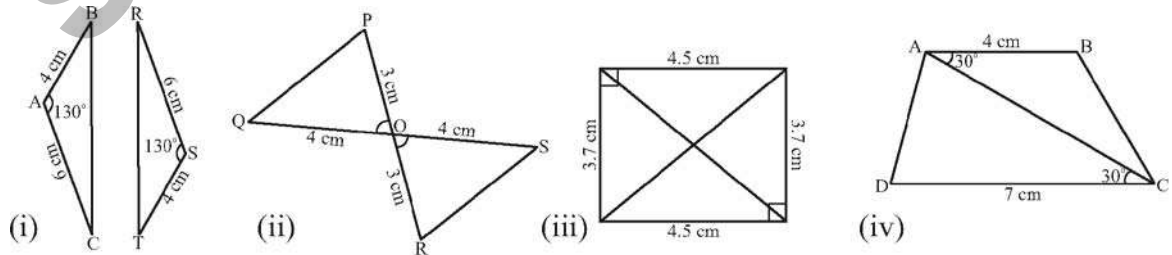
$$\triangle PQM \cong \triangle QBM$$

اشارہ جانچ کیجئے اگر

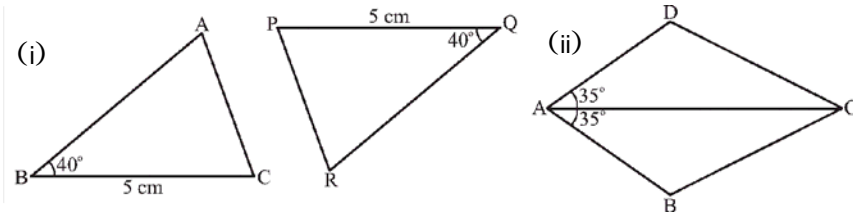


3. ذیل میں دیئے گئے مثلثات کی جوڑیوں کو دیکھئے کیا وہ مماثل ہیں؟

اگر مماثل ہیں تو ان کے متناظر حصے لکھئے۔

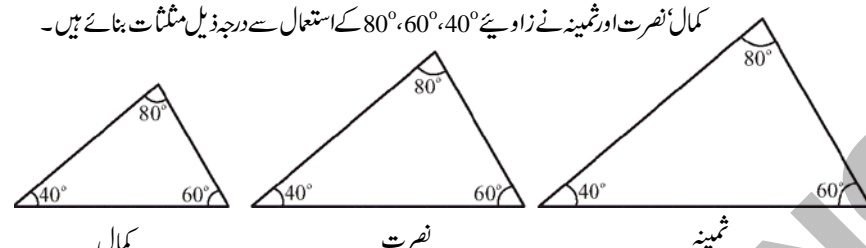


4. SAS کے اصول کے استعمال سے مماثل مثلثات ثابت کرنے کے لئے کن متناظر اضلاع کی ضرورت ہوتی ہے۔



8.3.3- زاویہ ضلع زاویہ مماثلت (ASA): اگر مثلث کا صرف ایک زاویہ معلوم ہو تو کیا بچے مثلث بنا سکتے ہیں؟ اگر ان کو دو زاویے معلوم ہوں تو کیا وہ مماثل مثلث بنا سکتے ہیں؟

اس لئے اگرچہ کے تمام مثلثات کے زاویے مماثل ہیں لیکن ان کے ضلعوں کا طول معلوم نہیں ہے۔ لہذا وہ مماثل نہیں ہیں۔



پس ہم کو مماثل مثلثات بنانے کے لئے اضلاع کے طول سے واقفیت ضروری ہے۔ اگر ہم کو دو زاویے اور ضلع معلوم ہو تو کیا یہ ممکن ہے۔ کمال اور شمینہ حسب ذیل مثلثات بناتے ہیں جن کے

زاویے  $40^\circ$ ،  $60^\circ$  ہیں اور ضلع کا طول 5 سمر ہے جب دونوں بچے دی گئی پیمائش کے مطابق مثلثات بنا چکے ہوں تب اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ اگر ہم اس جیسا ایک اور مثلث تیار کرنا چاہتے ہیں یا اس مثلث کے مماثل دوسرا مثلث بنانا چاہتے ہوں تب ہم کو دو زاویے اور ایک ضلع کے طول کی ضرورت ہوگی یہ زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

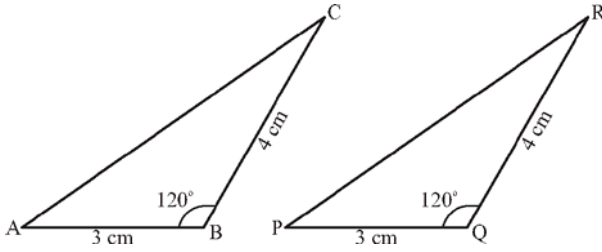
زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کا اصول (ASA): اگر ایک مثلث کے دو زاویے اور درمیانی ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع (شاملی ضلع) کے مماثل ہوں تو وہ مثلثات مماثل ہوں گے۔

**کوشش کیجئے**

اُستاد نے بچوں کو ایک مثلث بنانے کے لئے کہا جس کے زاویے  $40^\circ$  اور  $60^\circ$  ہیں اور ضلع 5 سمر ہے۔ صفیہ نے مثلث کے زاویوں کے خواص کے استعمال سے مثلث کا تیسرا زاویہ  $80^\circ$  محسوب کیا۔ تب کمال، صفیہ اور نصرت نے ذیل کی پیمائش کرتے ہوئے مثلثات بنائے۔

کمال	:	$40^\circ$ ، $60^\circ$	اور	ضلع 5 سمر (جیسا کہ اُستاد نے کہا)
صفیہ	:	$40^\circ$ ، $80^\circ$	اور	ضلع 5 سمر
نصرت	:	$80^\circ$ ، $60^\circ$	اور	ضلع 5 سمر

انہوں نے ان مثلثات کو کاٹ کر ایک پر دوسرے کو رکھا کیا وہ تمام مثلثات مماثل ہیں، آپ بھی اس طرح کا مشغلہ دہرائیے۔  
مثال 4:- ذیل میں دو مثلثات  $\triangle CAB$  اور  $\triangle RPQ$  دیئے گئے ہیں۔ جانچ کیجئے کہ آیا دونوں مماثل ہیں یا نہیں اگر وہ  
مماثل ہوں تو مثلث کے باقی عناصر کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں۔



حل:-  $\triangle CAB$  اور  $\triangle RPQ$  میں

$$BC = QR = 4 \text{ cm}$$

$$\angle B = \angle Q = 120^\circ$$

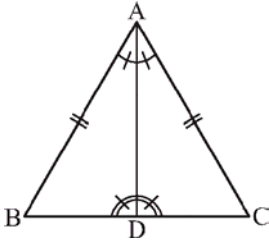
$$AB = PQ = 3 \text{ cm}$$

پس مثلث CAB کے دو اور داخلی زاویہ مثلث RQP کے متناظر ضلعوں اور داخلی زاویہ کے مساوی ہوتے ہیں۔ اس  
لئے ضلع زاویہ ضلع کی مماثلت کے اصول کے مطابق  $\triangle CAB \cong \triangle RPQ$  پس ان دو مثلثات میں  $AC \cong PR$

$$\angle C \cong \angle R \text{ اور } \angle A \cong \angle P$$

مثال 5:- حسب ذیل تصویر میں دو مثلثات کے زاویے مساوی بتائے گئے ہیں بتلائیے کہ کیا مثلثات مماثل ہیں؟

حل:-  $\triangle ABD$  اور  $\triangle ACD$  میں



(سوال میں دیا گیا ہے)

$$\angle BAD \cong \angle CAD$$

(سوال میں دیا گیا ہے)

$$\angle ADB \cong \angle ADC$$

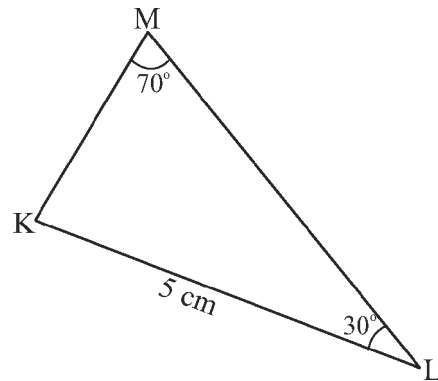
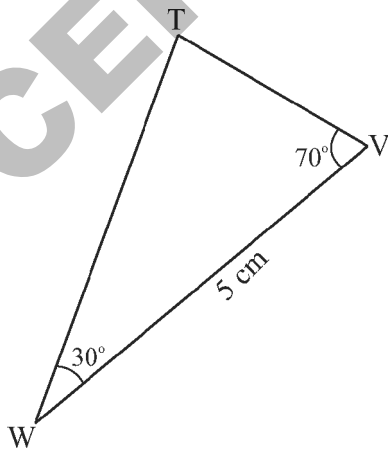
(شکل میں بتلایا ہو مشترکہ ضلع)

$$AD \cong AD$$

پس زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کے اصول کے مطابق  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

کوشش کیجئے

کیا حسب ذیل مثلث کی جوڑیاں مماثل ہیں؟ اپنے جواب کی وضاحت کیجئے۔

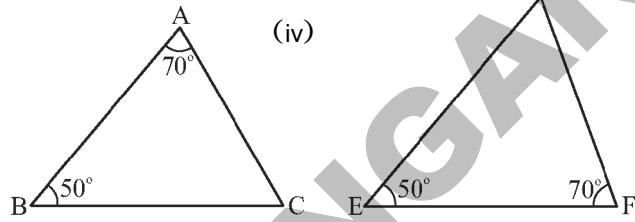
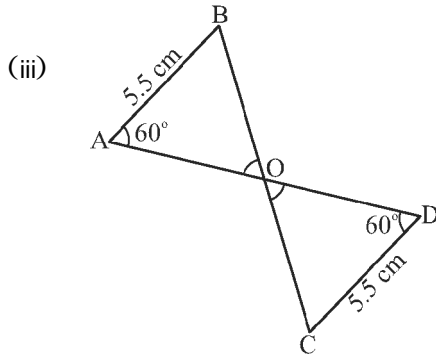
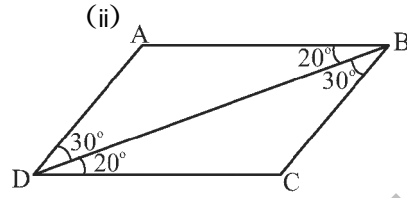
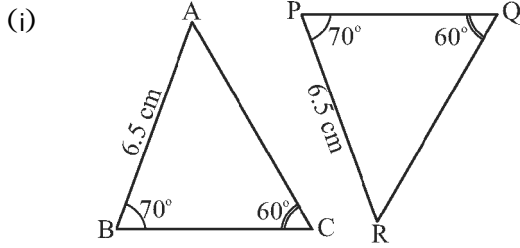






### مشق 3

1. حسب ذیل مثلثات کی جوڑیوں میں بتلایئے کہ کونسی جوڑیاں مماثل ہیں اور مماثلت کے اصول کو بھی سمجھائیے۔



2. متصلہ شکل میں

(i) کیا  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DCB$  مماثل ہیں؟

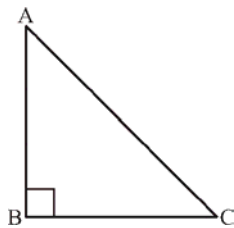
(ii) کیا  $\triangle AOB$ ،  $\triangle DOC$  کے مماثل ہیں؟

مزید یہ بھی بتلایئے کہ اس کے متناظر اضلاع کے درمیان کیا رشتہ ہے۔

اپنے جواب کی وضاحت کیجئے۔

قائمہ الزاویہ وتر کے ضلع کی مماثلت کا اصول: ہم پہلے ہی سے واقف ہیں کہ قائمہ الزاویہ مثلثات کے ہر مثلث میں ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے ہم کس طرح کہہ سکتے ہیں کہ دو قائمہ الزاویہ مثلثات مماثل ہیں۔

اب ہم  $\triangle ABC$  کی ایک مثال  $\angle B = 90^\circ$  لیں گے، کیا ہم اس مثلث کے مماثل ایک مثلث بنا سکتے ہیں اگر



(i) صرف BC معلوم ہو

(ii) صرف  $\angle C$  معلوم ہو

(iii)  $\angle A$  اور  $\angle C$  معلوم ہو

(iv) AB اور BC معلوم ہو

(v)  $\angle C$  اور BC معلوم ہو

(vi) BC اور وتر AC معلوم ہو

جب آپ ان مثلثات کو بنانے کی کوشش کریں گے تب آپ کو معلوم ہوگا کہ یہ صرف ان ہی صورتوں (iv)، (v) اور (vi) میں ممکن ہے۔ آخری صورتحال ہمارے لئے نئی ہے اور یہ قائم الزاویہ وتر مماثلت کا اصول کہلاتی ہے۔

**قائمہ الزاویہ وتر مماثلت کا اصول:** اگر مثلث قائم الزاویہ میں وتر اور اس کا ایک ضلع دوسرے قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور متناظر ضلع کے مساوی ہوں تب یہ مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔

**مثال 6:-** ذیل میں دو مثلثات کے چند حصوں کے پیمائشات دیئے گئے ہیں جانچ کیجئے کہ آیا دو مثلثات مماثل ہیں یا نہیں (RHS مماثلت کے اصول کے استعمال سے) مماثل مثلثات کی صورت میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔

$\triangle ABC$

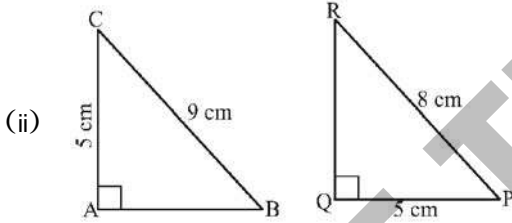
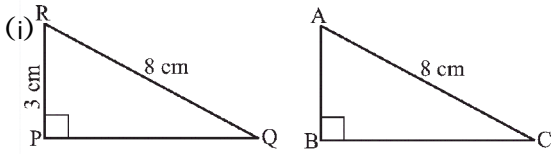
(i)  $\angle B = 90^\circ, AC = 8\text{cm}, AB = 3\text{cm}$

(ii)  $\angle A = 90^\circ, AC = 5\text{cm}, BC = 9\text{cm}$

$\triangle PQR$

(i)  $\angle P = 90^\circ, PR = 3\text{cm}, QR = 8\text{cm}$

(ii)  $\angle Q = 90^\circ, PR = 8\text{cm}, PQ = 5\text{cm}$



**حل:-** یہاں (i)  $\angle B = \angle P = 90^\circ$

وتر  $AC = 8 =$  وتر  $RQ = 8$  سم اور

ضلع  $AB = 3 =$  ضلع  $RP = 3$  سم

اس لئے  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  (RHS مماثلت کا اصول)

(ii) یہاں  $\angle A = \angle Q = 90^\circ = 5\text{cm}$

ضلع  $AC = 5 =$  ضلع  $PQ = 5\text{cm}$

وتر  $BC \neq PR$  اسلئے یہ مثلثات مماثل نہیں ہیں

**مثال 7:-** متصلہ شکل میں  $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ،  $\overline{CB} \perp \overline{AB}$  اور  $AC = BD$  تب  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DAB$  میں مساوی



حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

ذیل کے کونسے بیانات معنی خیز ہیں

(i)  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$

(ii)  $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

**حل:-** مساوی حصوں کی تین جوڑیاں ہیں  $\angle ABC = \angle BAD (= 90^\circ)$

(دیا گیا ہے)  $AC = BD$

(مشترکہ ضلع)  $AB = BA$

$$\triangle ABC \cong \triangle BAD \text{ (RHS کے مماثلت کے اصول کی رو سے)}$$

اوپر کی رو سے بیان (i) صادق ہے

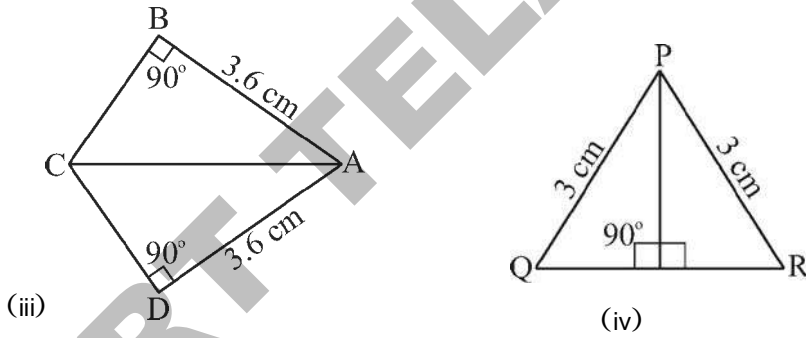
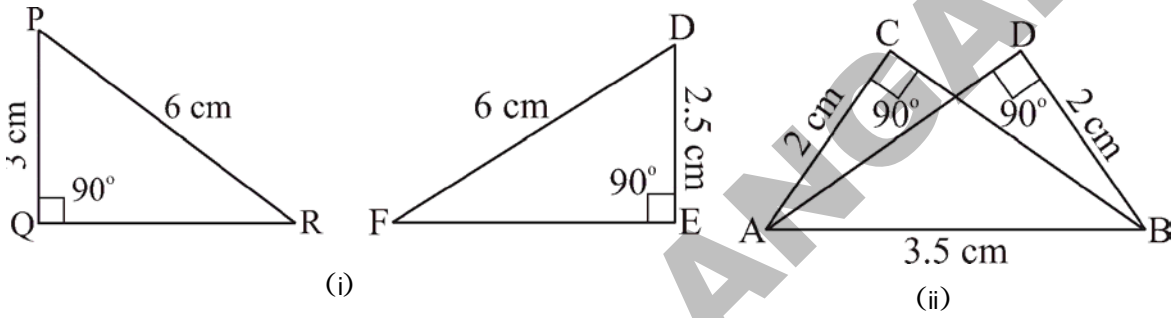
بیان (ii) معنی خیز نہیں ہے اس احساس کیساتھ کہ راسوں کے مطابق اطمینان بخش نہیں ہے۔

کوشش کیجئے



1. ذیل میں دی ہوئی شکل میں مثلث کے بعض حصوں کی پیمائش دی گئی ہے RHS مماثلت کے اصول

کے استعمال سے بتائیے کہ مثلثات کی کونسی جوڑیاں مماثل ہیں۔ مماثل مثلثات کی صورت میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔



2. RHS مماثلت کے اصول کے مطابق  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  ہے اگر  $\angle B = \angle P = 90^\circ$  اور  $AB = RP$  دیا جائے تب مزید اور کونسی زائد معلومات کی ضرورت ہوگی؟

3. متصلہ شکل میں  $\overline{BD}$  اور  $\overline{CE}$  کے عمود ہیں۔

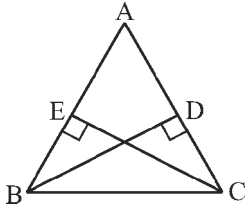
اس طرح کہ  $BD = CE$

(i) مثلث CBD اور مثلث BCE میں مساوی حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

(ii) کیا  $\triangle CBD \cong \triangle BCE$  کیوں یا کیوں نہیں؟

(iii) کیا  $\angle DBC = \angle ECB$  کیوں یا کیوں نہیں؟

4. ABC ایک مساوی الثاقین مثلث ہے جس میں  $\overline{AB} = \overline{AC}$  اور AD ایک وتر ہے۔

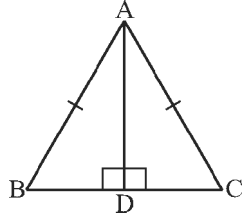


(i)  $\triangle ADB$  اور  $\triangle ADC$  میں مساوی حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

(ii) کیا مثلث  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

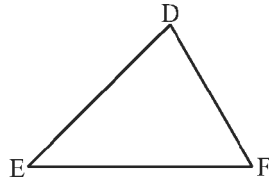
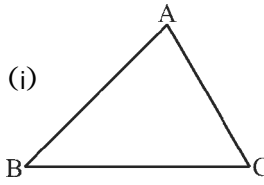
(iii) کیا  $\angle B \cong \angle C$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iv) کیا  $BD \cong CD$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟



## مشق 4

1. حسب ذیل میں آپ مماثلت کا کونسا اصول استعمال کریں گے۔

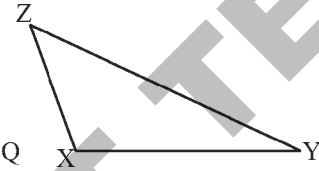
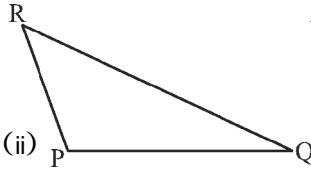


(i) دیا گیا ہے  $AC = DF$

$AB = DE$

$BC = EF$

اسلئے  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

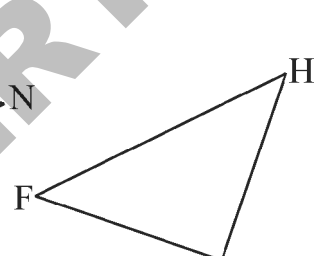
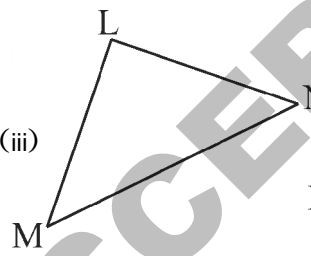


(ii) دیا گیا ہے کہ  $ZX = RP$

$RQ = ZY$

$\angle PQR = \angle XZY$

اسلئے  $\angle PQR = \angle XZY$

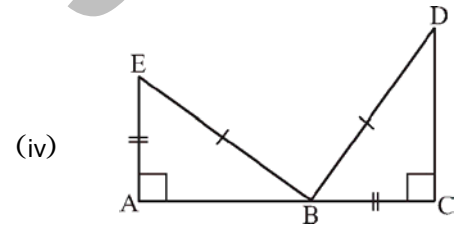


(iii) دیا گیا ہے کہ  $\angle MLN \cong \angle FGH$

$\angle NML \cong \angle GFH$

$ML \cong FG$

اسلئے  $\triangle LMN \cong \triangle GFH$

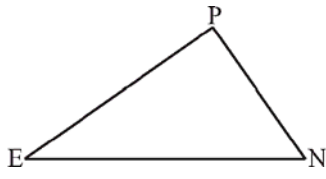


(iv) دیا گیا ہے کہ  $EB = DB$

$AE = BC$

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

اسلئے  $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



2. آپ بتلانا چاہتے ہیں کہ  $\triangle ART \cong \triangle PEN$

(i) اگر آپ کو SSS کا اصول استعمال کرنا ہو تو آپ کو بتلانا ہوگا۔

(a)  $AR =$  (b)  $RT =$  (c)  $AT =$

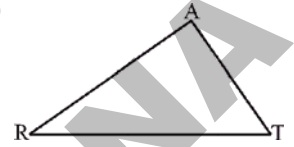
(ii) اگر یہ دیا گیا ہے کہ  $\angle T = \angle N$  آپ کو SAS کا اصول استعمال کرنا ہو تو

آپ کو ذیل کی ضرورت ہوگی (a)  $RT =$  اور (b)  $PN =$

(iii) اگر دیا گیا ہے کہ  $AT = PN$  دیا جائے تب آپ کو ASA کا اصول استعمال کرنا ہو تو

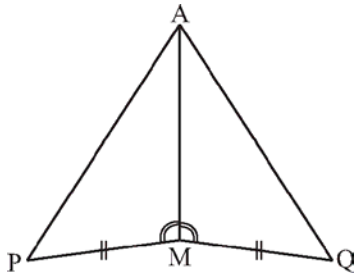
آپ کو کون چیزوں کی ضرورت ہوگی (a) ? (b) ?

3. آپ کو بتلانا ہے کہ  $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$



ذیل کے جدول میں خالی جگہ دی گئی ہے مختلف مراحل میں واقع ہونے والی مناسب وجہ

سے ان کو پُر کیجئے۔



وجوہات	مراحل
.....1	PM = QM .1
.....2	$\triangle PMA \cong \triangle QMA$ .2
.....3	AM = AM .3
.....4	$\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ .4

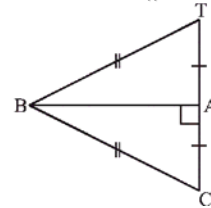
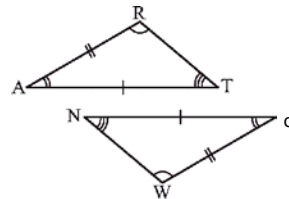
4.  $\triangle ABC$  میں  $\angle C = 110^\circ$  اور  $\angle B = 40^\circ$ ،  $\angle A = 30^\circ$

$\triangle PQR$  میں  $\angle R = 110^\circ$  اور  $\angle Q = 40^\circ$ ،  $\angle P = 30^\circ$  ایک طالب علم نے کہا کہ  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

(AAA کے اصول کی رو سے) کیا اس نے صحیح کہا؟ کیوں؟ یا کیوں نہیں؟

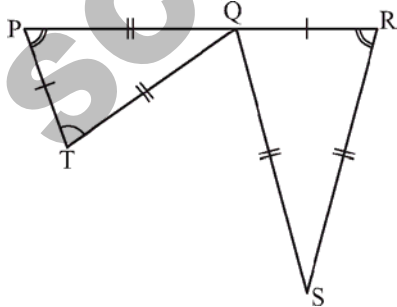
5. شکل میں دو مثلثات کے متناظر حصے بتلائے گئے ہیں

تب ہم مثلث  $\triangle RAT \cong ?$  لکھ سکتے ہیں



$\triangle ABC \cong ?$

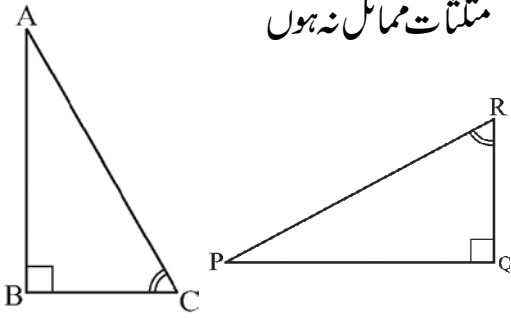
6. مماثل بیان کو مکمل کیجئے۔



$\triangle QRS \cong ?$

7. ایک مربع شیٹ میں مساوی رقبہ کے دو مثلثات اس طرح اُتاریئے کہ

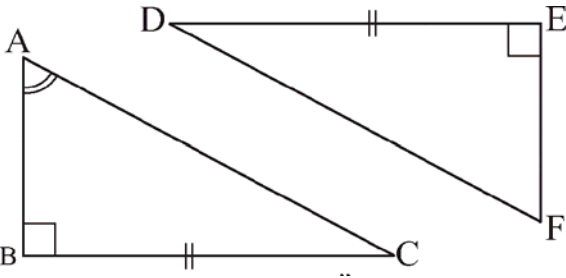
(i) مثلثات مماثل ہوں (ii) مثلثات مماثل نہ ہوں



آپ ان کے احاطوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں۔

8. اگر مثلث ABC اور مثلث PQR مماثل ہوں تو متناظر

حصوں میں کوئی ایک زاہد جوڑ کا نام بتائیئے آپ کونسا اُصول استعمال کریں گے۔



9. سمجھائیئے کیوں؟

$$\triangle ABC \cong \triangle FED$$

ہم نے کیا سیکھا؟

1. ایسی اشیاء جن کی شکل اور جسامت یکساں ہوتی ہو مماثل شے کہلاتی ہیں۔
2. Superimposition تسلط کا طریقہ مسطح اشکال کی جانچ کا طریقہ ہے۔
3. دو خطی قطعہ AB اور CD مماثل ہوتے ہیں اگر ان کے طول مساوی ہوں۔ ہم اس کو اس طرح لکھتے ہیں  $AB \cong CD$  عام طور پر  $AB = CD$  لکھتے ہیں۔
4. اگر ایک مثلث کے تمام حصے دوسرے مثلث کے متناظر حصوں کے مساوی ہوں تب مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔
5. دو مثلثات کے مماثل ہونے کی ضروری اور اطمینان بخش شرائط حسب ذیل ہیں۔
  - (i) ضلع ضلع ضلع (SSS) مماثلت کا اُصول: اگر ایک مثلث کے تینوں ضلع دوسرے مثلث کے متناظر تینوں ضلعوں کے مساوی ہوں تب یہ مثلثات مماثل ہوں گے۔
  - (ii) ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثلت کا اُصول: اگر مثلث کے دو ضلع اور ان کے درمیان کا زاویہ دوسرے مثلث کے متناظر دو ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویہ کے مساوی ہو تو یہ دو مثلثات مماثل کہلاتے ہیں۔
  - (iii) زاویہ ضلع زاویہ (ASA) مماثلت کا اُصول: اگر ایک مثلث کے دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع کے مساوی ہوں تو یہ دو مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔
  - (iv) زاویہ قائمہ وتر مماثلت کا اُصول: اگر ایک مثلث کی وتر اور ایک ضلع دوسرے مثلث کے متناظر وتر اور ضلع کے مساوی ہو تو یہ مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔

# مثلثات کی بناوٹ Construction of Triangles

9

9.0 تمہید

اس باب میں آپ جانیں گے کہ مثلثات کس طرح بنائے جاتے ہیں۔ اس کیلئے آپ کو مثلث کے جملہ چھ پیمائشات یعنی تین ضلعے اور تین زاویوں کی ضرورت نہیں ہے۔ مثلث بنانے کیلئے تین پیمائش کافی ہیں جو کہ دو مثلثات کے مماثلت دیکھنے کیلئے لی جاتی ہیں۔ یعنی مثلث کی بناوٹ حسب ذیل پیمائش کے دیئے جانے پر کی جاسکتی ہے۔

- |         |                                 |       |
|---------|---------------------------------|-------|
| (S S S) | تین ضلعوں کی پیمائش             | (i)   |
| (S A S) | دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ | (ii)  |
| (A S A) | دو زاویے اور ان کا درمیان ضلع   | (iii) |
| (R H S) | وتر اور قائم زاویہ کا متصلہ ضلع | (iv)  |

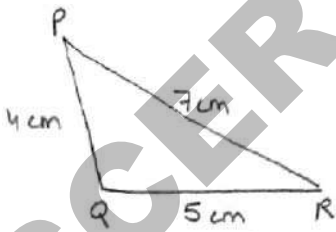
اگر دو ضلعے اور ان کا غیر متعلقہ زاویہ دیا جائے تب بھی مثلث بنایا جاسکتا ہے۔ لیکن یہ یاد رہے کہ یہ شرط مثلثات کی مماثلت کیلئے مکمل نہیں ہوتی۔ آئیے ہم مثلثات کی مختلف صورتوں میں بناوٹ کس طرح کی جاتی ہے سیکھیں گے۔

9.1 مثلث کی بناوٹ جبکہ تین ضلعوں کی پیمائش دی جائے۔ (S S S)

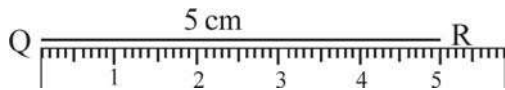
کسی بھی جیومیٹری شکل بنانے کیلئے اس شکل کا کچا خاکہ (Rough figure) ضروری ہے۔ اور یہ کچا خاکہ شکل بنانے میں ہماری رہنمائی کرتا ہے۔

مثال 1:- مثلث PQR بنائیے اس طرح کہ PQ = 4cm اور QR = 5cm اور RP = 7cm

مرحلہ 1:- مثلث کا کچا خاکہ بنا کر اس کی پیمائش درج کیجئے۔



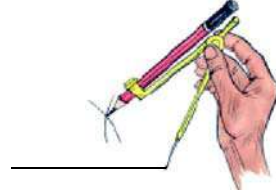
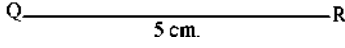
مرحلہ 2:- خطی قطعہ QR بنائیے جس کا طول 5 سمر ہو۔



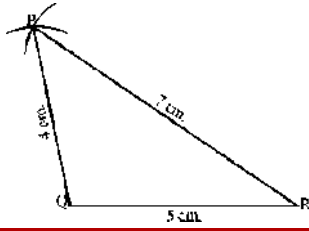
مرحلہ 3:- Q کو مرکز مان کر 4 سمر فاصلے پر ایک قوس بنائیے۔



**مرحلہ 4:** نقطہ p چونکہ نقطہ R سے 7 سمر کے فاصلے پر ہے، لہذا R کو مرکز بنا کر 7 سمر کے فاصلے پر ایک قوس بنائیے۔ دو قوس ملکر نقطہ P بنائیں گے۔



**مرحلہ 5:** QP اور PR کو ملانے پر مطلوبہ مثلث PQR حاصل ہوگا۔



کوشش کیجئے۔

- 1- درج بالا پیمائش کا ایک مثلث بنائیے جس میں PQ قاعدہ ہو۔ کیا یہ دو مثلثات مماثل ہوں گے؟
- 2- ایک مثلث بنائیے اس طرح کہ  $PE = 4.5$  cm ،  $ET = 5.4$  اور  $TP = 6.5$  سمر ہو۔
- ایک کاغذ پر مثلث ABC بنائیے اس طرح کہ  $AB = 5.4$  cm ،  $BC = 4.5$  cm اور  $CA = 6.8$  cm ہو۔
- مثلث ABC کو کاٹ لیجئے اور مثلث PET پر رکھئے۔ کیا یہ دو مثلثات مماثل ہوں گے؟ اپنا جواب درج کیجئے۔



## مشق 1

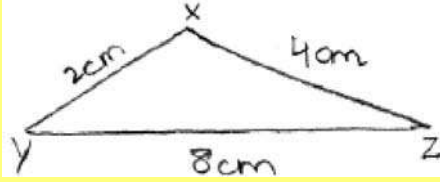
1. مثلث ABC بنائیے جس میں  $BC = 6.5$  سمر ،  $AB = 5.5$  سمر اور  $CA = 7.5$  سمر
2. مثلث NIB اس طرح بنائیے کہ  $IB = 6$  cm اور  $BN = 6$  cm ہو یہ کونسا مثلث بنے گا؟
3. APE مساوی الاضلاع مثلث بنائیے جس کا ضلع 6.5 سمر ہو۔
4. مثلث XYZ بنائیے اس طرح کہ  $XY = 6$  cm ،  $Y = 8$  cm اور  $ZX = 10$  cm ہو چاندے کی مدد سے X زاویہ کی پیمائش کیجئے اور بتائیے کہ یہ کونسا مثلث ہے؟
5. ABC اس طرح بنائیے کہ  $AB = 4$  cm ،  $BC = 7$  cm اور  $CA = 3$  cm بتائیے کہ یہ مثلث کس قسم کا ہے؟
6. مثلث PEN بنائیے جس میں  $PE = 4$  cm ،  $EN = 5$  cm اور  $NP = 3$  cm ہیں۔ اگر آپ قوس کے بجائے دائرہ بنائیں تو یہ کتنے نقطوں پر قطع کرے گا۔ اس پیمائش سے کتنے مثلثات بنائے جاسکتے ہیں: کیا یہ تمام قسم کے مثلثات پر لاگو ہوگا؟



## کوشش کیجئے۔

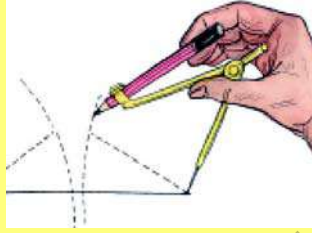


1- یونس نے ایک سوال بنایا۔ مثلث XYZ میں  $YZ = 8\text{cm}$ ,  $XY = 2\text{cm}$  اور



$XZ = 4\text{cm}$  سم اس نے اس مثلث کا کچا خاکہ بھی بنایا۔

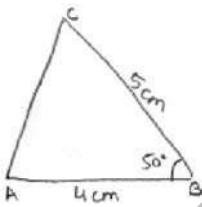
سوال سن کر لطیف نے کہا کہ اس پیمائش سے مثلث بنانا ممکن نہیں۔ لیکن یونس نے مثلث بنانا شروع کیا جیسا کہ تصویر میں بتلایا گیا ہے۔



تصدیق کیجئے کہ کیا یونس مثلث بنا سکتا ہے؟ اگر نہیں تو کیوں؟ اپنے ساتھیوں سے گفتگو کیجئے۔ لطیف کے مطابق مثلث کیلئے کیسی پیمائش چاہئے۔

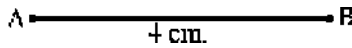
## 9.2 مثلث کی بناوٹ جبکہ دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ دیا جائے۔

مثال 2:-  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AB = 4\text{cm}$  اور  $\angle B = 50^\circ$  کی پیمائش سے مثلث ABC بنائیے۔

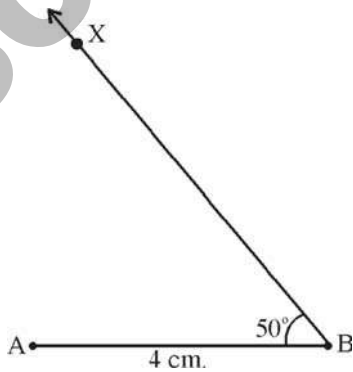


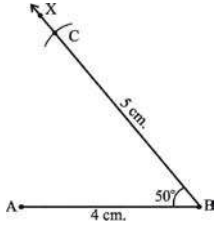
مرحلہ 1: ان پیمائشات کی مدد سے ایک کچا خاکہ بنائیے۔

مرحلہ 2:  $AB = 4$  ایک خطی قطعہ بنائیے۔

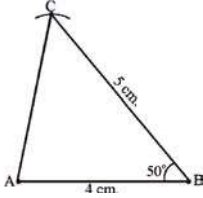


مرحلہ 3: ایک شعاع  $\overrightarrow{BX}$  اس طرح بنائیے کہ  $AB$  کے ساتھ  $50^\circ$  کا زاویہ بناتا ہو





مرحلہ 4 B کو مرکز بنا کر  $\overline{BX}$  پر 5 سمر کے فاصلہ پر ایک قوس بنائیے جو نقطہ C پر قطع کرتی ہو۔



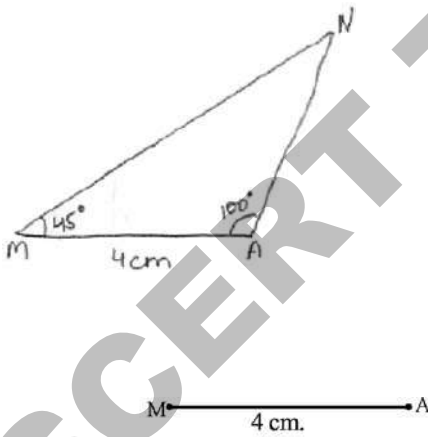
مرحلہ 5 A اور C کو ملائیے۔ مطلوبہ مثلث ABC بن جائے گا۔



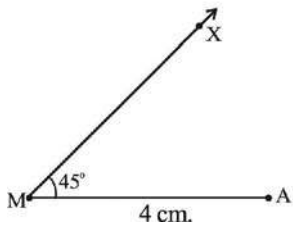
## مشق - 2

1. مثلث CAR بنائیے اس طرح کہ سمر  $CA = 8$ ،  $\angle A = 60^\circ$  اور سمر  $AR = 8$ ،  $CR$  اور  $\angle R$  کی پیمائش معلوم کیجئے اور بتلائیے کہ یہ کونسا مثلث ہے؟
  2. سمر  $AB = 5$ ، سمر  $\angle B = 45^\circ$  اور سمر  $BC = 6$  سے مثلث ABC بنائیے۔
  3. مثلث PQR بنائیے اس طرح کہ سمر  $TE = 3$ ،  $\angle E = 90^\circ$  اور سمر  $NE = 4$ ۔
- 9.3 : مثلث بنانا جبکہ دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دیا جائے۔

مثال 3:- مثلث MAN بنائیے اس طرح کہ سمر  $MA = 4$ ،  $\angle M = 45^\circ$  اور  $\angle A = 100^\circ$  دی گئی پیمائش کے مطابق MAN کا کچا خاکہ بنائیے۔

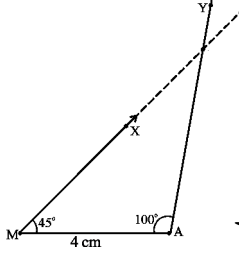


مرحلہ 2: خطی قطعہ MA بنائیے جس کا طول 4 سمر ہو۔

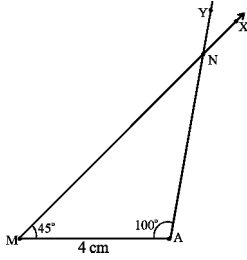


مرحلہ 3: ایک شعاع  $\overline{MX}$  اس طرح بنائیے کہ  $\angle M = 45^\circ$  ہو۔

**مرحلہ 4:** شعاع  $\overline{AY}$  اس طرح بنائیے کہ نقطہ A پر زاویہ کی پیمائش 100° ہو اگر ضرورت ہو تو  $\overline{MX}$  کو طول دیتے تاکہ وہ  $\overline{AY}$  کو قطع کر سکے۔



**مرحلہ 5:** یہ دو شعاع نقطہ N پر قطع کرتے ہیں اور اس طرح مطلوبہ مثلث MAN بن جائے گا۔



**کوشش کیجئے۔**

105° اور 95° پیمائش کے ذریعہ اپنی مرضی کی پیمائش والا ضلع لے کر مثلث بنائیے۔ کیا مثلث بنے گا؟ بحث کیجئے اور تصدیق کیجئے۔

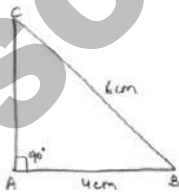


### مشق - 3

- 1 مثلث NET بنائیے جبکہ  $NE = 6.4$  سم،  $\angle N = 50^\circ$ ،  $\angle E = 100^\circ$  دیا گیا ہو۔
- 2 مثلث PQR بنائیے جبکہ کہ  $QR = 6$  سم،  $\angle Q = \angle R = 60^\circ$  دونوں ضلعوں کی پیمائش کیجئے۔ اور مثلث کی قسم بتائیے۔
- 3 مثلث RUN بنائیے جس میں  $\angle R = \angle N = 45^\circ$  ہو۔ تیسرا زاویہ اور دو ضلعوں کی پیمائش کر کے مثلث کا نام بتائیے۔

**9.4 مثلث قائم الزاویہ کی بناوٹ جبکہ وتر اور ضلع کی پیمائش دی جائے۔**

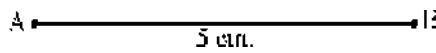
**مثال 4:**  $\triangle ABC$  جس میں A پر قائمہ زاویہ ہو  $AB = 5$  سم،  $BC = 6$  سم ہو بنائیے۔



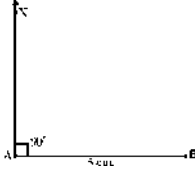
**مرحلہ 1:** دی گئی پیمائشوں کے مطابق کچا خاکہ بنائیے۔

نوٹ: - واضح رہے کہ قائم الزاویہ کا مقابل کا ضلع وتر ہوگا۔

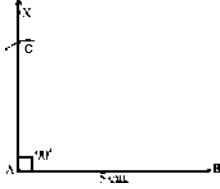
**مرحلہ 2:** خطی قطعہ AB بنائیے۔ جس کا طول 5 سم ہو۔



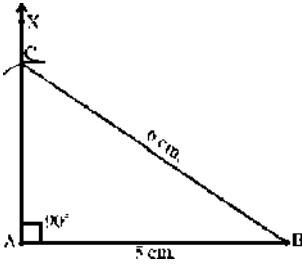
مرحلہ 3: شعاع  $\overline{AX}$  اس طرح کھینچئے کہ وہ نقطہ A پر عمود وار ہو۔



مرحلہ 4: شعاع  $\overline{AX}$  پر نقطہ B سے 6 سمر کے پیمائش کا ایک قوس کھینچئے جو کہ نقطہ C پر قطع کرے۔



مرحلہ 5: نقطہ B اور C کو ملائے مطلوبہ مثلث ABC بن جائیگا۔



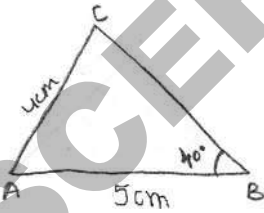
## مشق - 4



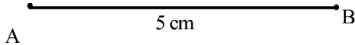
1. قائم الزاویہ مثلث ABC بنائیے اس طرح کہ  $\angle B = 90^\circ$  سمر،  $AB = 8$  اور سمر  $AC = 10$  ہو۔
  2. مثلث PQR اس طرح بنائیے کہ R زاویہ قائم ہو، وتر 5 سمر اور متصلہ ضلع 4 سمر ہو۔
  3. مثلث XYZ قائم الزاوی مسامی الساقین بنائیے جس میں  $\angle Y = 90^\circ$  اور دو ضلع 5 سمر کے ہوں۔
- 9.5 مثلث کی بناوٹ جبکہ دو ضلع اور ان کا غیر متعلقہ زاویہ دیا جائے۔

مثال 5 مثلث ABC بنائیے جس میں سمر  $AB = 4$ ، سمر  $AC = 4$  اور  $\angle B = 40^\circ$  ہو۔

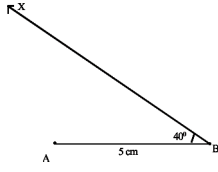
مرحلہ 1:- اس پیمائش کے مطابق ایک کچا خاکہ بنائیے۔



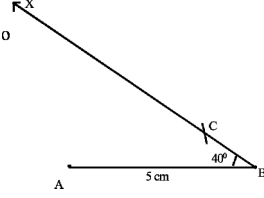
مرحلہ 2:- خطی قطعہ AB بنائیے جس کا طول 4 سمر ہو۔



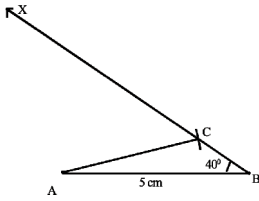
مرحلہ 3:- شعاع  $\overline{BX}$  اس طرح بنائیے کہ نقطہ B پر 40° زاویہ بناتا ہو۔



مرحلہ 4:- A کو مرکز بنا کر 4 سمر کے فاصلہ سے  $\overline{BX}$  پر ایک قوس کھینچیں۔

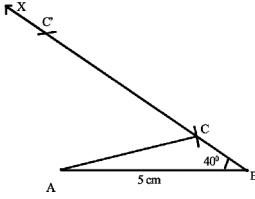


مرحلہ 5:- قوس  $\overline{BX}$  کو C پر قطع کرے گی۔ A اور C کو ملائیے مطلوبہ مثلث ABC حاصل ہو جائے گا۔

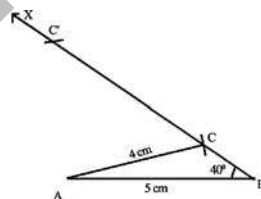
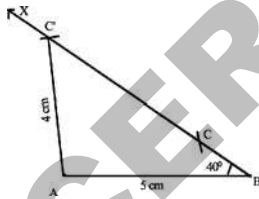


کیا شعاع  $\overline{BX}$  قوس کو کسی اور جگہ بھی قطع کرے گی؟

چوں کہ  $\angle B$  حادہ زاویہ ہے اسلئے 4 سمر کے فاصلہ کی قوس  $\overline{BX}$  کو دو نقاط پر قطع کرے گی۔



اس طرح دو مثلثات حاصل ہو سکتے ہیں۔



کوشش کیجئے

اپنی مرضی کے دو ضلعوں کی پیمائش اور غیر متعلقہ منفرجہ زاویے کی پیمائش لے کر ایک مثلث بنائیے۔ کیا آپ ان پیمائش سے دو مثلثات بنا سکتے ہیں؟





## مشق - 5

1. مثلث ABC بنائیے جبکہ سمر  $AB = 4.5$  سمر  $AC = 4.5$  ہو اور  $\angle B = 50^\circ$  دیا گیا ہو۔ کیا آپ دو مثلثات بنا سکتے ہیں، جانچ کیجئے۔
2. مثلث XYZ بنائیے جبکہ سمر  $XZ = 3.5$  سمر  $XY = 4.5$  اور  $\angle Y = 70^\circ$  دیا گیا ہے کیا آپ دو مثلثات بنا سکتے ہیں، جانچ کیجئے۔
3. مثلث ANR بنائیے اس طرح کہ AN اور AR کا طول بالترتیب 5 اور 6 سمر ہو۔ اور  $\angle N = 100^\circ$  ہو کیا آپ ان پیمائش سے دو مثلثات بنا سکتے ہیں؟
4. مثلث PQR بنائیے جس میں  $QR = 5.5$  سمر،  $QP = 5.5$  سمر،  $\angle Q = 60^\circ$  ہو RP کی پیمائش کیجئے اور بتائیے کہ یہ کس قسم کا مثلث ہے۔
5. حسب ذیل پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

پیمائشات	مثلث
سمر $AB = 4.8$ سمر $CA = 6.3$ ، سمر $BC = 6.5$	$\triangle ABC$
سمر $PQ = 8$ سمر $QR = 7.5$ سمر $\angle PQR = 85^\circ$	$\triangle PQR$
سمر $XY = 6.2$ $\angle Y = 130^\circ$ $\angle Z = 70^\circ$	$\triangle XYZ$
سمر $AB = 4.8$ سمر $AC = 4.8$ $\angle B = 35^\circ$	$\triangle ABC$
سمر $MN = 7.3$ سمر $MP = 11.4$ $\angle N = 90^\circ$	$\triangle MNP$
سمر $RK = KS = SR = 6.6$	$\triangle RKS$
سمر $PT = PR = 5.7$ $\angle P = 65^\circ$	$\triangle PTR$

ہم نے کیا سیکھا:-

- ایک مثلث اس وقت بنایا جاسکتا ہے جبکہ مثلث کے تین ضلعوں کی پیمائش دی جائے۔
- دو ضلع اور ان کا درمیانی زاویہ دیا جائے۔
- دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دیا جائے۔
- وتر، اس کا متصلہ ضلع دینے پر مثلث قائم الزاویہ بنایا جاسکتا ہے۔
- دو ضلع اور ان کا غیر متعلقہ زاویہ دینے پر بھی مثلث بنایا جاسکتا ہے۔

### 10.0 - تمہید

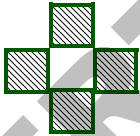
چھٹی جماعت میں آپ اس بات سے واقف ہو چکے ہیں کہ متغیرات کی قدریں مختلف ہوتی ہیں جبکہ مستقل کی قدر برقرار رہتی ہے۔ آپ یہ بھی جان چکے ہیں کہ انہیں کس طرح حروف کے استعمال سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسے  $x, y, a, b, p, m$  وغیرہ۔ آپ سادہ الجبری عبارت کا بھی مطالعہ کر چکے ہیں، جیسے  $2x-3$  اور یہ سادہ الجبری عبارتیں کس طرح سوال کے بنانے اور حل کرنے میں استعمال کئے جاتے ہیں۔

اس باب میں آپ الجبری عبارتوں کے بارے میں مزید سیکھیں گے جیسے ان کی جمع، تفریق وغیرہ۔ ہم پہلے الفاظ، جیسے رکن، مشابہہ رکن، غیر مشابہہ رکن، اور عددی ضریب سے واقفیت حاصل کریں گے۔ آپ نے چھٹی جماعت میں کیا سیکھا ہے پہلے اس کا اعادہ کریں گے

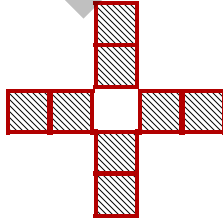


### مشق - 1

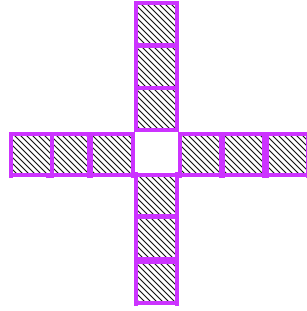
- 1- ذیل کے نمونے بنانے کیلئے کتنے ماچس کی کاڑیاں درکار ہوں گی۔
- (i) حروف 'H' کی وضع (ii) حروف 'V' کی وضع
- 2- ذیل کے نمونے ہم رنگین اور سفید فرش کی ٹائلس سے بنائی گئی ہیں۔



(شکل 1)



(شکل 2)



(شکل 3)

i- اس ترتیب کے اگلے دو مزید اشکال اسی وضع کے بنائیے۔

ii- ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے اور انہیں الجبری عبارتوں کی شکل میں ظاہر کیجئے۔

تعداد	1	2	3	4	5
رنگین ٹائلس کی تعداد	4				

iii- ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے اس طریقہ کار کو الجبری عبارت کی صورت میں لکھیے۔

تعداد	1	2	3	4	5
جملہ ٹائل کی تعداد	5				

3- ذیل کے بیان کو متغیرات، مستقل اور حسابی عمل کے استعمال سے لکھیے۔

- i.  $p, 6$  سے زیادہ ہے۔
- ii.  $x$  میں سے 4 کم کر دیا گیا ہے۔
- iii.  $y$  میں سے 8 تفریق کرنے پر۔
- iv.  $q$  کو منفی 5 سے ضرب دینے پر۔
- v.  $y$  کو 4 سے تقسیم کرنے پر۔
- vi.  $p$  اور  $q$  کے حاصل ضرب کا ایک چوتھائی۔
- vii.  $z$  کے تین گنا میں 5 کو جمع کرنا۔
- viii.  $x$  کو 5 سے ضرب دیکر 10 جمع کیا گیا۔
- ix.  $y$  کے دگنے میں سے 5 تفریق کرنے پر۔
- x.  $y$  کو 10 سے ضرب دیکر 13 جمع کیا گیا۔

4- ذیل کی عبارتوں کو بیان کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i)  $x+3$  (ii)  $y-7$  (iii)  $10l$

(iv)  $\frac{x}{5}$  (v)  $3m+11$  (vi)  $2y-5$

5- ذیل میں چند واقعات دیئے گئے ہیں کیا عدد متغیر ہے یا مستقل ہے، واضح کیجیے۔

مثال:- ہماری عمر مسلسل تبدیل ہوتی رہتی ہے اس لیے یہ متغیر مقدار ہے۔

i- ماہ جنوری میں ایام کی تعداد

ii- دن کا درجہ حرارت

iii- کمرے جماعت کا طول

iv- بڑھتے ہوئے درخت کی بلندی



## 10.1 :- الجبری رکن۔ اور عددی رکن

عبارت کا مشاہدہ کیجیے  $2x+9$

یہاں  $x$  کو 2 سے ضرب دیکر 9 جمع کر دیا گیا ہے یہاں  $2x$  اور 9 دونوں رکن ہے۔

عبارت  $2x+9$  میں  $2x$  الجبری رکن اور 9 عددی رکن ہے۔

دوسری مثال پر غور کیجیے  $3x^2 - 11y$

$3x^2$  اور  $x$  سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے  $11y$  حاصل ضرب ہے 11 اور  $y$  کا تب  $11y$  کو  $3x^2$  میں سے

تفریق کرنے سے عبارت  $3x^2 - 11y$  حاصل ہوگی۔

عبارت  $3x^2 - 11y$  میں  $3x^2$  ایک رکن ہے جبکہ  $11y$  دوسرا رکن ہے۔

جب ہم  $x$  کو  $x$  سے ضرب دیتے ہیں تب  $x^2$  لکھتے ہیں

بالکل اسی طرح جب ہم 4 کو 4 سے ضرب  $(4 \times 4)$  دیتے ہیں تب  $4^2$  کہتے ہیں

اسی طرح  $x$  کو  $x \times x \times x$  تین مرتبہ ضرب دیں تب ہم  $x^3$  لکھتے ہیں

بالکل اسی طرح جیسے  $6^3 = 6 \times 6 \times 6$

یہ کیجیے :- ذیل میں دی گئی عبارت کے ارکان کی نشاندہی کیجیے۔

- (i)  $5x^2 + 3y + 7$  (ii)  $5x^2 + y + 3$  (iii)  $3x^2y$   
(iv)  $5x - 7$  (v)  $5x + 8 - x - 2(-y)$  (vi)  $5x^2 - x$



### 10.1.1 مشابہہ اور غیر مشابہہ ارکان

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کیجیے۔

- (i)  $8x$  اور  $5x$  (ii)  $7a^2$  اور  $14a^2$  (iii)  $3xy$  اور  $4xy$  (iv)  $3xy^2$  اور  $4x^2y$

پہلی مثال کے دونوں ارکان میں ایک ہی متغیر ہے یعنی  $x$  اور ان کی قوت بھی ایک ہے۔ دوسری مثال میں دونوں ارکان میں بھی متغیر  $a$  ہے اور انکی قوت بھی مساوی یعنی 2 ہے۔ تیسری مثال میں دونوں ارکان میں متغیر  $x$  اور  $y$  ہیں اور انکی قوت  $x$  متغیر کی 1 اور  $y$  متغیر کی 1 ہے۔ چوتھی مثال کے دونوں ارکان میں متغیرات  $x$  اور  $y$  ہیں لیکن قوت مساوی نہیں ہے۔ پہلے رکن میں  $x$  کی قوت 1 اور دوسرے رکن میں  $x$  کی قوت 2 ہے اس طرح پہلے رکن میں  $y$  کی قوت 2 اور دوسرے رکن میں متغیر  $y$  کی قوت 1 ہے۔

پہلی تین مثالیں مشابہہ ارکان کی ہیں like terms جبکہ چوتھی مثال غیر مشابہہ ارکان کی ہے رکن میں مشابہہ

رکن وہ ہے جن میں وہی متغیر اور ان کی قوت مساوی ہوتی ہے۔



1- مشابہ ارکان کا گروپ بنائیے۔

$$12x, 12, 25x, 25, 25y, 1, x, 12y, y, 25xy, 5x^2, y$$
$$7xy^2, 2xy, 3xy^2, 4x^2y$$

2- صحیح یا غلط کی نشاندہی کیجئے اور اپنے جواب کی وجوہات لکھئے۔

i-  $7x^2$  اور  $2x$  غیر مشابہ ارکان۔

ii-  $pq^2$  اور  $-4pq^2$  مشابہ ارکان۔

iii-  $xy - 12x^2y$  اور  $5xy^2$  مشابہہ ارکان ہیں۔

## 10.2 (عددی ضریب) عددی سر، $9xy$ میں

$$=9(xy)=9xy \quad \text{میں } 9xy, x, y \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

$$=x(9y)=9xy \quad \text{میں } 9y, x \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

$$=y(9x)=9xy \quad \text{میں } 9x, y \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

$$=9x(y)=9xy \quad \text{میں } y, 9x \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

$$=9y(x)=9xy \quad \text{میں } x, 9y \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

$$=xy(9)=9xy \quad \text{میں } 9, xy \text{ کا عددی سر ہے۔}$$

چونکہ 9 ایک عددی سر ہے اسلئے اسکو عددی سر (numerial coefficient)  $x, y$  اور  $xy$  حروفی ضریب کہلاتے ہیں چونکہ وہ متغیرات ہیں۔

اسی طرح  $5x$  میں 5- ایک عددی سر ہے اور  $x$  ایک حروفی ضریب ہے۔

کوشش کیجئے۔

(i)  $x$  کا عددی ضریب کیا ہے؟

(ii)  $-y$  کا عددی ضریب کیا ہے؟

(iii)  $-32$  کا عددی ضریب کیا ہے؟

(iv) کیا عددی ضریب مستقل ہوتا ہے۔

(v) کیا حروفی ضریب ہمیشہ متغیر ہوتا ہے



## 10.3 اظہار

الجبری عبارت ایک تنہا رکن ہے یا ارکان کا مجموعہ جن کو علامت + (جمع) - (تفریق) سے جوڑا جائے۔

$$6x + 3y, 5x^2 + 2x + y, 10y^3 + 7y + 3, 9a + 5, 5a + 7b \quad \text{مثال کے طور پر}$$

$$9xy, 5 + 7 - 2x, 9 + 3 - 2$$

نوٹ:- ضرب اور تقسیم ارکان کو علاحدہ نہیں کر پاتے۔  $2x \times 3y$  اور  $\frac{2x}{3y}$  تنہا ارکان ہیں۔

حل کیجئے۔



1. ذیل کی عبارتوں میں کتنے ارکان ہیں؟

- (i)  $x + y$  (ii)  $11x - 3y - 5$  (iii)  $6x^2 + 5x - 4$
- (iv)  $2x^2z + 3$  (v)  $2x^2y$  (vi)  $x + 3 + y$
- (vii)  $x - \frac{11}{3}$  (viii)  $\frac{3x}{7y}$  (ix)  $2z - y$  (x)  $3x + 5$

### 10.3.1 عددی عبارتیں۔ الجبری عبارتیں۔ Numerical expressions and algebraic expressions

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کیجئے۔

(i)  $1 + 2 - 9$  (ii)  $-3 - 5$  (iii)  $x - \frac{11}{3}$  (iv)  $4y$

(v)  $9 + (6 - 5)$  (vi)  $3x + 5$  (vii)  $(17 - 5) + 4$  (viii)  $2x - y$

کیا آپ مثال (i), (ii), (v) میں الجبری فقرے معلوم کر پائیں گے؟

اگر عبارت کے ہر رکن میں مستقل رکن ہو تب اس عبارت کو عددی عبارت کہتے ہیں۔ اگر ایک عبارت میں کم از کم ایک الجبری رکن ہو تب عبارت کو الجبری عبارت کہتے ہیں۔ اوپر کی مثالوں میں کونسی الجبری عبارت ہے۔

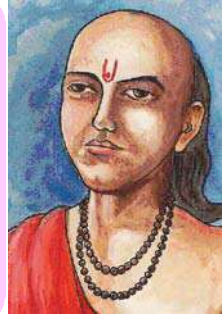
کوشش کیجئے۔



3 ارکان والی تین الجبری عبارتیں لکھئے۔

آریابھٹا (475-550 AD)

پانچویں صدی عیسوی میں پہلے ہندوستانی ریاضی داں آریہ بھٹانے الجبری عبارتوں کا استعمال کیا، اور 499 AD میں انھوں نے ایک کتاب ”آریہ بھٹیم“ لکھی۔ ہندوستان کا پہلا سیٹلائٹ انہی کے نام ”آریابھٹا“ سے موسوم کیا گیا تھا۔





## 10.3.2 الجبري عبارتوں کے اقسام:

عبارتوں کا نام ان میں موجود فقروں کے اعتبار سے رکھا جاتا ہے۔

مثال	عبارت کا نام	ارکان کی تعداد
$(a)x$ $(b)7xy^2$ $(c)3x^2y$ $(d)qz^2$	ایک رکنی	ایک رکن
$(a)a + 4x$ $(b)x^2 + 2y$ $(c)3x^2 - y^2$	دو رکنی	دو غیر مشابہہ ارکان
$(a)ax^2 + 4x + 2$ $(b)7x^2 - 9y^2 + 10z^2$	تین رکنی یا سہ رکنی	تین غیر مشابہہ رکن
$(a)4x^2 + 2xy + cx + td$ $(b)9p^2 - 11q + 19r + l$	کثیر رکنی	ایک سے زائد غیر مشابہہ رکن

نوٹ:- دو رکنی، تین رکنی کثیر رکنی الجبري عبارتیں ہیں۔

کوشش کیجئے:- ہر قسم کے الجبري عبارتوں کی دو مثالیں دیجئے۔



2- ذیل میں دی گئی عبارتوں کو ایک رکنی، دو رکنی اور تین رکنی الجبري عبارتوں کی حیثیت سے نشاندہی کیجئے۔

$$3xy \quad (\text{ii}) \quad 5x^2 + y + 6 \quad (\text{i})$$

$$a + 4x - xy + xyz \quad (\text{iv}) \quad 5x^2y + 6x \quad (\text{iii})$$

## 10.4 الجبري عبارت کا درجہ

الجبري عبارت کا درجہ بتانے سے پہلے ہم یہ بتانے کی کوشش کریں گے کہ ایک رکنی کا درجہ کیا ہے۔

### 10.4.1 ایک رکنی عبارت کا درجہ Degree of Monomial

$$5x^2y^2 \text{ لیجئے۔}$$

1- اوپر کی مثال میں  $x$  کی قوت کیا ہے۔

2- اوپر کی مثال میں  $y$  کی قوت کیا ہے۔

3- ان دونوں قوتوں کا مجموعہ کیا ہے۔

کسی رکن یا ایک رکنی عبارت کے درجہ سے مراد اس عبارت کے متغیرات کے قوتوں کا مجموعہ ہے۔

ذیل کے جدول کا مطالعہ کیجئے۔

نشان سلسلہ	ایک رکن	قوت			ایک رکن کی قوت
		x	y	z	
1	x	1			1
2	$7x^2$	2			2
3	$-3xyz$	1	1	1	$1+1+1=3$
4	$8y^2z^2$		2	2	$2+2=4$



مستقل رکن کا درجہ:

10.4.2

اب ہم 5 کی قوت پر بحث کریں گے۔  
چونکہ  $x=1$  جسکو  $5x^0$  لکھا جاسکتا ہے اسلئے مستقل رکن 5 کا درجہ صفر ہوگا۔  
مستقل رکن کا درجہ صفر ہوتا ہے

10.4.3 الجبری عبارتوں کا درجہ

ذیل کے جدول کا مشاہدہ کیجئے۔

نشان سلسلہ	الجبری فقرے	ہر رکن کا درجہ				اعظم ترین درجہ
		I term	II term	III term	IV term	
1	$7x^2y$	3	-	-	-	3
2	$3y-x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2+3xyz+y$	2	3	1	-	3
4	$pq-6p^2q^2-p^2q+9$	2	4	3	-	4

دوسری مثال میں زیادہ سے زیادہ قوت 4 ہے اس لئے اس عبارت کا درجہ 4 ہوگا۔ اسی طرح تیسری عبارت کا درجہ 3 ہے۔ اور چوتھی مثال میں درجہ چار 4 ہے۔  
ایک عبارت میں پائے جانے والے ارکان میں جس رکن کا درجہ سب سے زیادہ ہوگا وہ عبارت کا درجہ کہلاتا ہے۔



## مشق - 2

1- ذیل کے گروپس میں مشابہہ ارکان کون سے ہیں نشاندہی کر کے لکھئے۔

- (i)  $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$  (ii)  $3a, 4xy, -yz, 2yz$   
 (iii)  $-2x^2y, x^2y, 5y^2x, x^2z$  (iv)  $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2- بتائیے کہ دی گئی عبارت عددی عبارت ہے یا الجبری عبارت ہے

- (i)  $x+1$  (ii)  $3m^2$  (iii)  $-30+16$   
 (iv)  $4p^2 - 5q^2$  (v)  $96$  (vi)  $x^2 - 5yz$   
 (vii)  $215x^2yz$  (viii)  $95 \div 5 \times 2$  (ix)  $2 + m + n$   
 (x)  $310 + 15 + 62$  (xi)  $11a^2 + 6b^2 - 5$

3- کیا دی گئی عبارتیں ایک رکنی، دو رکنی، تین رکنی یا کثیر رکنی ہیں۔ معلوم کیجئے۔

- (i)  $y^2$  (ii)  $4y - 7z$  (iii)  $1+x+x^2$   
 (iv)  $7mm$  (v)  $a^2+b^2$  (vi)  $100$   
 (vii)  $ax + 9$  (viii)  $p^2 - 3pq + r$  (ix)  $3y^2 - x^2y^2 + 4x$   
 (x)  $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4- ذیل کی ایک رکنیوں کا درجہ کیا ہے۔

- (i)  $7y$  (ii)  $-xy^2$  (iii)  $xy^2z^2$   
 (iv)  $-11y^2z^2$  (v)  $3mn$  (vi)  $-5pq^2$

5- الجبری عبارتوں کا درجہ معلوم کیجئے۔

- (i)  $3x-15$  (ii)  $xy+yz$  (iii)  $2y^2z + 9yz - 72 - 11x^2y^2$   
 (iv)  $2y^2z + 10yz$  (v)  $pq + p^2q - p^2q^2$  (vi)  $ax^2 + bx + c$

6- کوئی دو الجبری عبارتیں لکھئے جسکے درجے مساوی ہوں۔



### 10.5 مشابہہ ارکان کی جمع اور تفریق

ذیل کے سوالات کو حل کیجئے۔

1- ساجد کے پاس موجود پنسل کی تعداد سہیل کے مقابلہ 4 گناہ زیادہ ہے۔ دونوں کے پاس جملہ کتنے پنسل ہیں۔



2- بشارت اور طاہر دونوں ملکر ایک دوکان پہنچے۔ طاہر 7 کتابیں خریدے جبکہ

بشارت 2 کتابیں خریدے۔ تمام کتابوں کی قیمت یکساں ہے۔ تب بتاؤ طاہر

نے بشارت کے مقابلہ کتنے زائد روپیے خرچ کئے۔

اس قسم کے سوالات کو حل کرنے کیلئے ہمیں اس بات سے واقفیت ہونی چاہئے کہ مشابہہ ارکان کو کس طرح جمع اور تفریق کرنا چاہئے۔

1- ساجد کے پاس کتنے پنسل ہیں وہ سوال میں نہیں دیا گیا ہے ہم اس عدد کو  $x$  فرض کر لیں گے۔ سہیل کے پاس ساجد کے 4 گنا زیادہ ہے۔ یعنی  $4x = 4x$  جملہ پنسلوں کی تعداد معلوم کرنے کیلئے  $x$  اور  $4x$  کو جمع کرنا ہوگا۔

$$x + 4x = (1+4)x = 5x$$

2- چونکہ ہر ایک کتاب کی قیمت نہیں دی گئی ہے۔ اسلئے اس عدد کو ہم  $y$  لیں گے۔ تب

$$\text{روپے } 7xy = 7y \text{ طاہر کی خرچ کردہ رقم}$$

$$\text{روپے } 2xy = 2y \text{ بشارت کی خرچ کردہ رقم}$$

طاہر کتنا زیادہ خرچ کیا معلوم کرنے کیلئے  $2y$  کو  $7y$  سے تفریق کرنا ہوگا۔

$$\text{روپے } 7y - 2y = (7-2)y = 5y \text{ زیادہ خرچ کردہ رقم}$$

اب ہم اس کو یوں مختصر کر سکتے ہیں۔

دو یا دو سے زائد مشابہہ ارکان کا حاصل جمع معلوم کرنے کیلئے عددی ضریب کو جمع کرنا ہوتا ہے۔

دو مشابہہ ارکان کی تفریق کیلئے عددی ضریب کو تفریق کرنا ہوتا ہے۔

### کوشش کیجئے

1 - مشابہہ ارکان کو جمع کیجئے۔

(i)  $5x, 7x$  (ii)  $7x^2y, -6x^2y$  (iii)  $2m, 11m$

(iv)  $18ab, 5ab, 12ab$  (v)  $3x^2, -7x^2, 8x^2$  (vi)  $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$

(vii)  $18pq, -15pq, 3pq$

2- پہلے ارکان کو دوسرے رکن سے تفریق کیجئے۔

(i)  $2xy, 7xy$  (ii)  $5a^2, 10a^2$  (iii)  $12y, 3y$

(iv)  $6x^2y, 4x^2y$  (v)  $6xy, -12xy$

### 10.5.1 غیر مشابہہ ارکان کی جمع اور تفریق

$3x$  اور  $4y$  غیر مشابہہ ارکان ہیں ان کی جمع کو  $3x+4y$  لکھا جاسکتا ہے۔ بہر کیف  $x$  اور  $y$  علاحدہ متغیرات ہیں۔ ہم اس پر تقسیمی خاصیت کا اطلاق نہیں کر سکتے اسلئے انھیں جمع نہیں کر سکتے۔

## 10.6 الجبری عبارتوں کو مختصر کرنا۔

عبارت  $9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 - 6xy$  لیجئے

اس عبارت میں کچھ مشابہہ ارکان موجود ہیں۔ وہ  $9x^2$  اور  $3x^2$  پھر  $5y^2$  اور  $y^2$  اسکے علاوہ  $2xy$  اور  $6xy$  انھیں جمع کرنے پر اسکی مختصر شکل حاصل ہوتی ہے۔  
اب دیکھیں گے کہ دی گئی عبارت کس طرح مختصر ہوتی ہے۔

سلسلہ نشان	اقدام	طریقہ کار
1	عبارت کو لکھئے	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2	مشابہہ ارکان کو یکجا کیجئے	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3	مشابہہ ارکان کو جمع کرنے پر	$(9 - 3)x^2 + (2 - 4 + 6)xy + (5 - 1)y^2$ $= 6x^2 + 4xy + 4y^2$

نوٹ: اگر عبارت میں دو مشابہہ ارکان نہیں ہیں تب ہم اسکو مختصر شکل کہتے ہیں۔  
دوسری مثال کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

$$5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$$

$$\text{قدم 1: } 5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$$

$$\text{قدم 2: } (5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4 - 9)$$

$$\text{قدم 3: } 3x^2y + 4xy^2 - 5$$

کوشش کیجئے۔

1- ذیل کے عبارتوں کو مختصر کیجئے۔

(i)  $3m + 12m - 5m$

(ii)  $25yz - 8yz - 6yz$

(iii)  $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$

(iv)  $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v)  $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$

(vi)  $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

## 10.7 عبارت کی معیاری شکل

$3x + 5x - 9$  لیجئے۔ ان میں پہلے دوسرے اور تیسرے ارکان کے درجہ ترتیب وار ایک دو اور صفر ہیں یعنی اس عبارت کے درجہ نزولی ترتیب میں نہیں ہے۔ اسلئے ارکان کی ترتیب کو تبدیل کریں تاکہ درجہ نزولی ترتیب کا لحاظ رکھتے ہوئے حاصل ہو عبارت  $5x^2 + 3x - 9$  معیاری شکل میں ہے۔

اب  $3c + 6a - 2b$  کو لیجئے ان میں موجود تمام ارکان کا درجہ یکساں ہے اس لئے عبارت خود معیاری شکل میں ہے۔ اگر ہم اس طرح لکھیں  $6a - 2b + 3c$  تب بہتر معلوم ہوتا ہے۔



عبارت میں ارکان کی ترتیب میں ان کے درجوں کے اعتبار سے نزولی ترتیب میں جمادیا جاتا ہے تو اس کو معیاری عبارت کہتے ہیں۔



یہ کیجئے:

1- حسب ذیل عبارتوں کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i)  $3x + 18 + 4x^2$

(ii)  $8 - 3x^2 + 4x$

(iii)  $-2m + 6 - 3m^2$

(iv)  $y^3 + 1 + y + 3y^2$

2- ذیل میں کونسی عبارت معیاری شکل میں ہے۔

(i)  $9x^2 + 6x + 8$

(ii)  $9x^2 + 15 + 7x$

(iii)  $9x^2 + 7$

(iv)  $9x^3 + 15x + 3$

(v)  $15x^2 + x^3 + 3x$

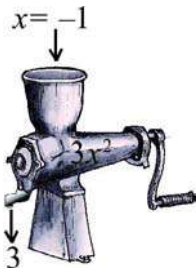
(vi)  $x^2y + xy + 3$

(vii)  $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3- 5 مختلف معیاری عبارتیں لکھئے۔

### 10.8 عبارت کی قدر معلوم کرنا

مثال 1:  $3x^2$  کی قدر معلوم کیجئے اگر  $x = -1$



حل: قدم i: (عبارت کو لکھنے پر)  $3x^2$

قدم ii: (متغیرات کی قدر درج کرنے پر)  $3(-1)$

قدم iii:  $3(1) = 3$

مثال 2:  $x^2 - y + 2$  کی قدر معلوم کیجئے اگر  $x = 0$  اور  $y = -1$

حل: قدم i: (عبارت کو لکھنے پر)  $x^2 - y + 2$

قدم ii: (متغیرات کی قدر درج کرنے پر)  $0^2 - (-1) + 2$

قدم iii:  $1 + 2 = 3$

مثال 3: مثلث کا رقبہ  $a = \frac{1}{2}bh$  ہے اگر  $b = 12$  اور  $h = 7$  تب مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔

Step 1:  $A = \frac{1}{2}bh$  (i) قدم

Step 2:  $A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7$  (ii) قدم

Step 3:  $A = 42$  مربع سمر (iii) قدم

کوشش کیجئے۔



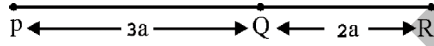
- 1- عبارت  $-9x^2$  کی قدر معلوم کیجئے اگر  $x=-3$   
 2- ایسی عبارت لکھئے جو  $-9$  کے مساوی ہوتی ہے اگر  $x=-3$  ہو



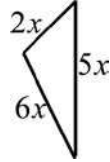
### مشق - 3

ذیل کے خاکہ کی مدد سے

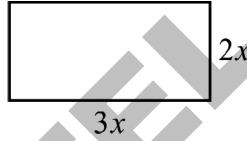
- 1- خط PR کا طول بہ لحاظ 'a' معلوم کیجئے۔



- 2- ذیل کے مثلث کا احاطہ معلوم کیجئے۔



- (ii) ذیل کے مستطیل کا احاطہ معلوم کیجئے۔



- 3- دوسرے رکن کو پہلے رکن سے تفریق کیجئے۔

- (i)  $8x, 5x$  (ii)  $5p, 11p$  (iii)  $13m^2, 2m^2$

- 4- ذیل کے ایک رکن کی قدر معلوم کیجئے اگر  $x=1$

- (i)  $-x$  (ii)  $4x$  (iii)  $-2x^2$

- 5- مختصر کر کے قدر معلوم کیجئے  $4x + x - 2x^2 + x - 1$  جبکہ  $x=-1$

- 6- عبارت  $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$  کو مختصر شکل میں لکھئے اور  $x=-2$  پر قدر معلوم کیجئے۔

- 7- اگر  $y=2, x=1$  تب ذیل کی عبارتوں کی قدر معلوم کیجئے۔

- (i)  $4x-3y+5$  (ii)  $x^2+y^2$  (iii)  $xy+3y-9$

- 8- مستطیل کا رقبہ  $A = l \times b$  دیا گیا ہے۔ اگر  $l=9$  سمر،  $b=6$  سمر ہو تو رقبہ معلوم کیجئے۔

- 9- سود مفرد  $I = \frac{PTR}{100}$  دیا گیا ہے اگر  $p=900$  سال،  $t=2$  اور  $R=5\%$  ہو تو سود معلوم کیجئے۔

10 - رفتار (s)، فاصلہ (d) اور وقت (t) کے درمیان رشتہ سوال  $s = \frac{d}{t}$  دیا گیا ہے۔ (s) کی قدر معلوم کیجئے۔

$$t=10 \text{ سکنڈ} \quad d=135 \text{ اگر سمر}$$

### 10.9 الجبری عبارتوں کی جمع Addition of algebraic expressions.

ذیل کے سوالات پر غور کیجئے۔

1- سنجیدہ کے پاس کچھ آم ہیں۔ پروین کے پاس سنجیدہ سے 9 آم زیادہ ہیں مریم کہتی ہیں کہ اس کے پاس دونوں کے پاس موجود آم کے مجموعہ سے 4 زائد ہیں تو بتاؤ مریم کے پاس کتنے آم ہیں۔

ہمیں معلوم نہیں ہے کہ سنجیدہ کے پاس کتنے آم ہیں اس لیے ہم اسکو  $x$  تصور کریں گے۔

پروین کے پاس موجود آم سنجیدہ سے 9 زیادہ ہیں۔

اسلئے پروین کے پاس موجود آم کی تعداد  $x + 9 =$

مریم کے پاس سنجیدہ اور پروین کے پاس موجود آم سے 4 زیادہ ہے۔

اسلئے مریم کے پاس آم کی تعداد  $x + (x + 9) + 4 =$

$$= 2x + 13$$

2- ریاضی کے ٹسٹ میں رحیم کو عمران سے زائد نشانات حاصل ہوئے عرفان کو رحیم اور عمران کے مجموعی نشانات سے 4

کم حاصل ہوئے۔ تب بتاؤ کہ عرفان کو کتنے نشانات حاصل ہوئے۔

چونکہ ہمیں عمران کے نشانات نہیں معلوم ہیں اسلئے اس کو  $x$  مان لیں گے۔

اشارہ: کیوں ہم عمران کے نشانات کو  $x$  مان رہے ہیں؟

رحیم کو عمران سے 11 نشانات زیادہ حاصل ہوئے  $x + 11 =$  نشانات

عرفان کو رحیم اور عمران کے مجموعی نشانات سے 4 نشانات کم حاصل ہوئے  $x + x + 11 - 4 =$  نشانات  $= 2x + 7 =$  نشانات ان

دونوں صورتوں میں الجبری عبارتوں کا حاصل جمع اور تفریق کرتے ہیں۔

اس طرح کے واقعات روزمرہ زندگی میں بھی پیش آتے ہیں۔ اب ہم الجبری عبارتوں کو کس طرح جمع یا تفریق کیا جاتا

ہے جانیں گے۔

## 10.9(1) عبارتوں کا حاصل جمع Addition of Expression

عبارتوں کا حاصل جمع مشابہہ ارکان (یکساں فقروں) کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے اس کو دو طرح سے حل کیا جاتا ہے

(i) کالم یا افقی طریقہ column or vertical method

(ii) صف یا انتصابی طریقہ row or horizontal method

(i) کالم یا افقی طریقہ column or vertical method

مثال 4-  $3x^2 + 5x - 4$  اور  $6 + 6x^2$  کو جمع کیجئے۔

نشان سلسلہ	مرحلے	طرز عمل
1	الجبری فقرے کو معیاری شکل میں لکھئے۔	(i) $3x^2 + 5x - 4 = 3x^2 + 5x - 4$ (ii) $6 + 6x^2 = 6x^2 + 6$
2	ایک الجبری فقرے کو ایک کے نیچے ایک اس طرح لکھیں کہ مشابہہ ارکان ایک دوسرے کے نیچے آجائیں	$3x^2 + 5x - 4$ $6x^2 + 6$
3	کالم اور صف کے لحاظ سے مشابہہ ارکان کو ایک کے نیچے ایک لکھیں اور ان کو جمع کیجئے۔	$9x^2 + 5x - 2$

مثال 5: عبارت  $5x^2 + 9x + 6$  اور  $4x + 3x^2 - 8$  اور  $5 - 6x$  کو جمع کیجئے۔

$$\text{مرحلہ 1} \quad 5x^2 + 9x + 6 = 5x^2 + 9x + 6$$

$$4x + 3x^2 - 8 = 3x^2 + 4x - 8$$

$$5 - 6x = -6x + 5$$

$$\text{مرحلہ 2:} \quad 5x^2 + 9x + 6$$

$$3x^2 + 4x - 8$$

$$-6x + 5$$

$$\text{مرحلہ 3:} \quad 5x^2 + 9x + 6$$

$$3x^2 + 4x - 8$$

$$-6x + 5$$

$$\hline 8x^2 + 7x + 3$$



(ii) صف یا انصافی طریقہ

مثال 6:  $3x^2 + 5x - 4$  اور  $6 + 6x^2$  کو جمع کیجئے

نشان سلسلہ	اقدام	طرز عمل
1	تمام عبارت کو جمع و تفریق کے لحاظ سے لکھئے	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	عبارت کو مشابہہ ارکان کے لحاظ سے ایک گروپ میں لکھئے۔	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	عددی سروں کو مختصر کیجئے	$(3 + 6)x^2 + (5x) + (-4 + 6)$
4	نتیجہ کو معیاری شکل میں لکھئے	$9x^2 + 5x + 2$

حل کیجئے۔

1- ذیل کی عبارتوں کو جمع کیجئے۔

(i)  $x - 2y, 3x + 4y$

(ii)  $4m^2 + 7n^2 + 5mn, 3m^2 + 5m^2 - 2mn$

(iii)  $3a - 4b, 5c - 7a + 2b$

## 10.9.2 الجبری عبارتوں کی تفریق

### 10.9.2 (a) عبارت کا جمعی معکوس

اگر ہم ایک مثبت صحیح عدد 9 لیتے ہیں تب  $9 + (-9) = 0$  یہاں پر ہم کہہ سکتے ہیں 9- عدد 9 کا جمعی معکوس ہے۔ اور 9 کو 9- کا جمعی معکوس کہتے ہیں۔ لہذا ہر مثبت صحیح عدد کے لئے وہاں پر ایک منفی عدد بھی موجود ہوگا تا کہ اس کا مجموعہ صفر ہوگا۔ یہ تمام الجبری عبارتوں کے لئے بھی صحیح ہوگا۔ یعنی ہر الجبری عبارت جمعی معکوس رکھتی ہے۔

اگر ایسا ہے تو  $3x$  کا جمعی معکوس کیا ہوگا۔

$3x$  کا جمعی معکوس 3- ہے کیوں کہ  $3x + (-3x) = 0$

اسلئے  $3x$  کا جمعی معکوس ہے۔

پس ایک الجبری عبارت کیلئے ایک دوسری ایسی الجبری عبارت وجود رکھتی ہے جس کا مجموعہ صفر ہے۔

یہ دونوں عبارتیں ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

مثال: عبارت  $6x^2 + 4x + 5$  کا جمعی معکوس لکھئے۔

عبارت  $6x^2 + 4x + 5$  کا جمعی معکوس

$$(6x^2 + 4x + 5) = -(6x^2 - 4x + 5)$$

$$= -(6x^2 + 4x - 5)$$

**10.9.2 (b) تفریق:**

فرض کرو کہ A اور B دو عبارتیں ہیں۔ تب  $A - B = A + (-B)$  یعنی عبارت A سے B تفریق کیلئے A میں B کا جمعی معکوس جمع کرنا ہوگا اب ہم الجبری عبارتوں کو کالم اور صف طریقہ سے تفریق کریں گے۔

(i) کالم یا افقی طریقہ

مثال 7:  $3a + 4b - 2c$  کو  $3c + 6a - 2b$  میں سے تفریق کیجئے۔

سلسلہ نشان	اقدام	طریقہ کار
1	دونوں عبارتوں کو معیاری شکل میں لکھئے (اگر ضرورت ہو تو)	$3c + 6a - 2b = 6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c = 3a + 4b - 2c$
2	عبارتوں کو ایک کے نیچے دوسری اس طرح لکھئے کہ مشابہہ ارکان ایک دوسرے کے نیچے ہوں۔	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$
3	دوسری عبارت میں موجود علامت تبدیل کیجئے۔ تاکہ عبارت کا جمعی معکوس حاصل ہو۔	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$ - - +
4	مشابہہ ارکان کو جمع کیجئے۔ اور نتیجہ مناسب کالم میں لکھئے۔	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$ - - + $3a - 6b + 5c$

مثال 8:  $4 + 3m^2$  کو  $4m^2 + 7m - 3$  سے تفریق کیجئے

قدم 1-  $4m^2 + 7m - 3 = 4m^2 + 7m - 3$

$$4 + 3m^2 = 3m^2 + 4$$

قدم 2-  $4m^2 + 7m - 3$

$$3m^2 + 4$$

$$4m^2 + 7m - 3 \quad \text{قدم 3-}$$

$$3m^2 + 4$$

$$4m^2 + 7m - 3 \quad \text{قدم 4-}$$

$$3m^2 + 4$$

$$m^2 + 7m - 7$$

(ii) صف یا انتصابی طریقہ

مثال 9-  $3a+4b+2c$  کو  $3c+6a+2b$  میں تفریق کیجئے۔

سلسلہ نشان	اقدامات	طریقہ کار
1	عبارتوں کو (ایک) صف میں لکھئے۔ اور دوسری عبارت جس کو تفریق کرنا ہے منفی علامت کے ساتھ لکھئے	$3c + 6a - 2b - (3a + 4b - 2c)$
2	دوسری عبارت کا جمعی معکوس جمع کیجئے۔	$3c + 6a - 2b - 3a - 4b + 2c$
3	مشابہہ ارکان کو یکجا کر کے جمع یا تفریق کیجئے۔ (جو بھی ضرورت ہو)	$(3c + 2c) + (6a - 3a) + (-2b - 4b)$ $= 5c + 3a - 6b$
4	معیاری شکل میں لکھئے	$3a - 6b + 5c$

مثال 10-  $3m^3 + 4m^2 + 7m - 3$  اور  $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$  میں سے تفریق کیجئے۔

$$6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4) \quad \text{قدم 1-}$$

$$6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4 \quad \text{قدم 2-}$$

$$(6m^3 - 3m^3) + 4m^2 + 7m - 3 - 4 \quad \text{قدم 3-}$$

$$= 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$$

$$3m^3 + 4m^2 + 7m - 7 \quad \text{قدم 4-}$$





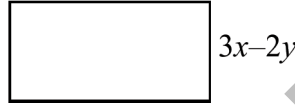
## مشق - 4

1- ذیل کی عبارتوں کو دونوں طریقہ صف اور کالم کے طریقہ پر جمع کیجئے کیا آپ دونوں طرح سے ایک ہی جواب حاصل کریں گے؟

- (i)  $x^2 - 2xy + 3y^2$  ;  $5y^2 + 3xy - 6x^2$   
(ii)  $4a^2 + 5b^2 + 6ab$  ;  $3ab$  ;  $6a^2 - 2b^2$  ;  $4b^2 - 5ab$   
(iii)  $2x + 9y - 7z$  ;  $3y + z + 3x$  ;  $2x - 4y - z$   
(iv)  $2x^2 - 6x + 3$  ;  $-3x^2 - x - 4$  ;  $1 + 2x - 3x^2$

2- مختصر کیجئے  $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$

3- ذیل کا احاطہ معلوم کیجئے۔



4- مثلث کا احاطہ معلوم کیجئے جس کے اضلاع  $2a + 3b$ ,  $b - a$ ,  $4a - 2b$ .



5- پہلی عبارت میں سے دوسری عبارت کو تفریق کیجئے۔

- (i)  $2a + b$ ,  $a - b$  (ii)  $x + 2y + z$ ,  $-x - y - 3z$   
(iii)  $3a^2 - 8ab - 2b^2$ ,  $3a^2 - 4ab + 6b^2$  (iv)  $4pq - 6p^2 - 2q^2$ ,  $9p^2$   
(v)  $7 - 2x - 3x^2$ ,  $2x^2 - 5x - 3$  (vi)  $5x^2 - 3xy - 7y^2$ ,  $3x^2 - xy - 2y^2$   
(vii)  $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ ,  $3m^3 + 4$

6- عبارتوں  $5xy + 2y^2$  اور  $y^2 + 2xy - 3x^2$  کے مجموعہ سے  $6x^2 + 8xy - y^2$  اور  $2xy - 2y^2 - x^2$  کے مجموعہ کو تفریق کیجئے۔

7- عبارت  $1 + 2x - 3x^2$  میں کیا جمع کیا جائے کہ  $x^2 - x - 1$  حاصل ہو۔

8- عبارت  $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20$  میں کیا منہا کیا جائے کہ  $-x^2 - y^2 + 6xy + 20$  حاصل ہو۔

9- تین عبارتوں کا مجموعہ  $8 + 13a + 7a^2$  ہے اگر ان میں دو  $2a^2 + 3a + 2$  اور  $3a^2 - 4a + 1$  ہیں تب تیسری عبارت کیا ہوگی۔



$$A = 4x^2 + y^2 - 6xy;$$

$$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy;$$

$$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$$

$$(i) \quad A+B+C \quad (ii) \quad (A-B)-C \quad \text{کو معلوم کیجئے۔}$$

$$(iii) \quad 2A+B \quad (iv) \quad A-3B$$

ہم نے کیا سیکھا؟

- ☆ وہ الجبری جملے یا عددی جملے جو '+' (جمع) یا '-' (منفی) علامتوں سے جڑے ہوتے ہیں الجبری عبارتیں کہلاتی ہیں۔
- ☆ کسی عبارت میں ہر رکن اگر مستقل رکن ہو تو اس فقرے کو عددی عبارت کہتے ہیں۔ اگر کسی عبارت میں کم از کم ایک الجبری رکن ہو تو اس کو الجبری عبارت کہتے ہیں۔
- ☆ وہ عبارت جس میں ایک رکن ہوتا ہے ایک رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ وہ عبارت جس میں دو غیر مشابہ ارکان ہوتے ہیں دو رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ اسی طرح تین غیر مشابہ ارکان والی عبارت سے رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ اور جس میں تین سے زائد غیر مشابہ ارکان ہوں وہ عبارت کثیر رکنی عبارت کہلاتی ہے۔
- ☆ کسی ایک رکنی عبارت میں اگر متغیرات کا قوت نما ایک ہو تو اس کو ایک درجی عبارت کہتے ہیں۔
- ☆ مستقل رکن کا درجہ صفر ہوتا ہے۔
- ☆ کسی عبارت کے تمام ارکان میں سب سے بڑا درجہ رکھنے والے رکن کے درجہ کو اسی عبارت کا درجہ کہتے ہیں۔
- ☆ اگر کسی عبارت میں موجود ارکان غیر مشابہ ہوں تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ مختصر شکل میں ہے۔
- ☆ کسی عبارت کے ارکان کو ان کے درجوں کے لحاظ سے نزولی ترتیب میں رکھا جائے تب وہ عبارت کی معیاری شکل کہلاتی ہے۔
- ☆ دو یا دو سے زائد مشابہ ارکان کا مجموعہ مشابہ رکن کہلاتا ہے اور اس مشابہ رکن کا عددی ضریب، دیئے گئے مشابہ ارکان کے عددی ضریبوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔
- ☆ دو مشابہ ارکان کا فرق ایک مشابہ رکن اور اس مشابہ رکن کے عددی ضریب، دیئے گئے مشابہ ارکان کے عددی ضریب کے فرق کے مساوی ہوتا ہے۔

## 11.0 تمہید:-

2011ء کی مردم شماری کے اعتبار سے ہمارے ملک کی آبادی 1,20,00,00,000 ہے۔ زمین اور سورج کے درمیان فاصلہ تقریباً 15,00,00,000 کلومیٹر ہے۔ روشنی کی رفتار خلا میں تقریباً 30,00,00,000 میٹر فی سکینڈ ہے۔ یعنی روشنی 30,00,00,000 میٹر فاصلہ 1 سکینڈ میں طے کرتی ہے۔

2011ء کی مردم شماری کے اعتبار سے آندھرا پردیش کی آبادی تقریباً 8,50,00,000 ہے۔ یہ تمام بڑے اعداد ہیں۔ کیا آپ انہیں آسانی سے پڑھ سکتے ہیں؟  
کیا ان بڑے اعداد کو لکھنا اور سمجھنا مشکل ہے؟  
ہاں، مشکل ہے۔

اسلئے ان بڑے اعداد کو مختصر طور پر ظاہر کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ قوت نما کے ذریعہ بڑے اعداد کو مختصر شکل میں ظاہر کرنے میں مدد ملتی ہے۔ اس باب میں آپ قوت نما اور ان کے قوانین کے بارے میں پڑھیں گے۔

## 11.1 قوت نما کی شکل:-

مکرر جمع کے طریقے پر غور کریں۔

$$4+4+4+4+4$$

$$5+5+5+5+5$$

$$7+7+7+7+7+7+7$$

مندرجہ بالا مکرر جمع کردہ اعداد کو عمل ضرب کے طریقہ کار میں اختصار کے ساتھ بالترتیب  $5 \times 4$ ,  $5 \times 5$  اور  $7 \times 7$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کیا ہم ایک ہی صحیح عدد کے مکرر ضرب کو مختصر طور پر لکھ سکتے ہیں؟  
مندرجہ ذیل توضیحات پر غور کریں۔

2011ء کے مردم شماری کے مطابق بہار کی آبادی 10,00,00,000 ہے۔ یہاں پر  $10^8$  مرتبہ ضرب ہوتا ہے۔ اسلئے  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$  اس طرح ہم بہار کی آبادی کو  $10^8$  کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں  $10$  اساس اور  $8$  قوت کہلاتا ہے۔  $10^8$  کو قوت نما کی شکل کہتے ہیں۔ یعنی اسکو  $10^8$  کی قوت  $8$  پڑھا جاتا ہے۔ خلا میں

نور کی رفتار 30,00,00,000 میٹر فی سکینڈ ہے۔ اسکو  $3 \times 10^8$  میٹر فی سکینڈ سے ظاہر کرتے ہیں۔ جو اسکی قوت نمائی شکل ہے۔  $3 \times 10^8$  میں  $(10)^8$  کو 10 کی قوت 8 پڑھا جاتا ہے۔ جہاں پر 10 اساس اور 8 قوت نما ہے۔ زمین اور سورج کا درمیانی فاصلہ لگ بھگ 15,00,00,000 کلومیٹر ہے۔ اس عدد کو  $15 \times 10^7$  کلومیٹر لکھا جاتا ہے۔ یہاں پر  $10^7$  ایک قوت نما کی شکل ہے۔ 10 کو اساس اور 7 کو قوت نما کہتے ہیں۔

2011ء کی مردم شماری کے مطابق آندھرا پردیش کی آبادی 8,50,00,000 ہے جس کو قوت نما میں  $85 \times 10^6$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔  $10^6$  کو 10 کی قوت نما 6 پڑھتے ہیں۔ جہاں پر 10 اساس اور 6 قوت نما ہے۔ قوت نما کو ہم اعداد کی توسیعی شکل میں استعمال کر سکتے ہیں۔

نیچے دی گئی مثال پر غور کیجئے۔

$$36584 = (3 \times 10000) + (6 \times 1000) + (5 \times 100) + (8 \times 10) + (4 \times 1)$$

$$= (3 \times 10^4) + (6 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (8 \times 10^1) + (4 \times 1)$$

یہ کیجئے۔



- 1- مندرجہ ذیل کو قوت نما میں لکھئے۔
  - (i) زمین کا سطحی رقبہ 510,000,000 مربع کلومیٹر ہے۔
  - (ii) راجستھان کی آبادی لگ بھگ 7,00,00,000 ہے۔
  - (iii) زمین کی ارتقائی عمر تقریباً 4550 ملین سال ہے۔
  - (iv) 1000 کلومیٹر میں۔
- 2- دیئے گئے اعداد کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کیجئے۔ (i) 48951 (ii) 89325

### 11.1.1 قوت نما کی شکل مختلف اساس پر:-

مندرجہ بالا مثالوں میں ہم دیکھ چکے ہیں اعداد کا اساس 10 لیا گیا ہے۔ اس کے علاوہ اساس کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔

$$\text{مثلاً } 81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

یہاں پر اساس 3 ہے اور قوت 4 ہے

$$\text{اسی طرح:- } 125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

یہاں پر اساس 5 ہے اور قوت 3 ہے۔

مثال 1:-  $4^3$  یا  $3^4$  میں کونسا بڑا ہے؟

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$81 > 64$$

$$3^4 > 4^3$$

$$\text{لہذا } 3^4 > 4^3$$



یہ کیجئے۔



1- کیا  $3^2$  مساوی ہوتا  $2^3$  کے؟ وضاحت کیجئے۔

2- مندرجہ ذیل اعداد کو قوت نما میں ظاہر کیجئے مزید (a) اساس (b) قوت (c) ان کو کس طرح پڑھا جاتا ہے؟ لکھئے۔

- (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 48

مربع اور مکعب:-

جب کسی اساس کی قوت 2 یا 3 لی جاتی ہے۔ اس قوت کو مخصوص نام دیا جاتا ہے۔

$10^2 = 10 \times 10$  کو 10 کی قوت 2 پڑھا جاتا ہے یا 10 کا مربع کہا جاتا ہے۔

اسی طرح  $4^2 = 4 \times 4$  کو 4 کی قوت 2 پڑھا جاتا ہے یا 4 کا مربع کہا جاتا ہے۔

$10^3 = 10 \times 10 \times 10$  کو 10 کی قوت 3 پڑھا جاتا ہے یا 10 کا مکعب کہا جاتا ہے۔

اسی طرح  $6^3 = 6 \times 6 \times 6$  کو 6 کی قوت 3 پڑھا جاتا ہے یا 6 کا مکعب کہا جاتا ہے۔

عام طور پر ہم کسی مثبت عدد 'a' کو اساس مان کر ذیل کی طرح لکھ سکتے ہیں۔

(a کی قوت 2 یا 2 کا مربع پڑھا جاسکتا ہے)  $a^2 = a \times a$

(a کی قوت 3 یا 3 کا مکعب پڑھا جاسکتا ہے)  $a^3 = a \times a \times a$

(a کی قوت 4 پڑھ سکتے ہیں)  $a^4 = a \times a \times a \times a$

( )  $a^5 = \dots\dots\dots$

( )  $a^6 = \dots\dots\dots$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ

مرتبہ  $m = a \times a \times a \times a \times a \times \dots\dots\dots m$  جہاں پر 'a' اساس ہے اور 'm' اس کی قوت ہے۔

یہ کیجئے۔



1- مندرجہ ذیل کو توسیعی شکل میں ظاہر کیجئے۔

- (i)  $p^7$  (ii)  $l^4$  (iii)  $s^9$  (iv)  $d^6$  (v)  $z^5$

2- مندرجہ ذیل کو قوت نما میں لکھئے۔

(i)  $l$  مرتبہ  $a \times a \times a \times a \times a \times \dots\dots\dots$

(ii)  $n$  مرتبہ  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times \dots\dots\dots$

(iii) 15 مرتبہ  $q \times q \times q \times q \times q \times \dots\dots\dots$

(iv)  $b$  مرتبہ  $r \times r \times r \times r \times r \times \dots\dots\dots$

### عدد کو مفرد اجزائے ضربی کی قوت نما کے حاصل ضرب میں لکھنا

آئیے۔ مندرجہ ذیل اعداد کو مفرد اجزائے ضربی کے استعمال سے قوت نما میں ظاہر کریں گے۔

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) 450

(i) 432

$$\begin{aligned}
 432 &= 2 \times 216 \\
 &= 2 \times 2 \times 108 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 54 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\
 &= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \\
 &= 2^4 \times 3^3
 \end{aligned}$$

اس طرح  $432 = 2^4 \times 3^3$

(ii) 450 = 2 × 225

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times 3 \times 75 \\
 &= 2 \times 3 \times 3 \times 25 \\
 &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\
 &= 2 \times 3^2 \times 5^2 \\
 \text{لہذا } 450 &= 2 \times 3^2 \times 5^2
 \end{aligned}$$

یہ کیجئے۔

مندرجہ ذیل کو مفرد اجزائے ضربی کی مدد سے قوت نما میں لکھئے۔

(iv) 6300      (iii) 8000      (ii) 1296      (i) 2500



### مشق 1

1- مندرجہ ذیل کو اساس اور قوت میں لکھئے۔ نیز ان کو توسیعی شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i)  $3^4$       (ii)  $(7x)^2$       (iii)  $(5ab)^3$       (iv)  $(4y)^5$

2- مندرجہ ذیل کو قوت نما کی شکل میں لکھئے۔

(i)  $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

(ii)  $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(iii)  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

3- مندرجہ ذیل کو مفرد اجزائے ضربی کے قوت نما کے حاصل ضرب میں ظاہر کیجئے۔

- (i) 288 (ii) 1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4- مندرجہ ذیل جوڑ میں کونسا بڑا عدد ہے شناخت کیجئے۔

- (i)  $2^3$  یا  $3^2$  (ii)  $5^3$  یا  $3^5$  (iii)  $2^8$  یا  $8^2$

5- اگر  $b=2$ ,  $a=3$  تب قدر معلوم کیجئے۔

- (i)  $a^b + b^a$  (ii)  $a^a + b^b$  (iii)  $(a + b)^b$  (iv)  $(a-b)^a$

### 11.3 قوت نما کے قوانین۔

قوت نما ارکان کا حاصل ضرب آسانی سے معلوم کرنے کے لئے ہم چند اصولوں کی مدد لیں گے۔ یہ مروجہ اصول ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

#### 11.3.1 مساوی اساس کے ارکان کی حاصل ضرب

$$2^4 \times 2^3$$

حل:-  $2^4 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$   
 4 مرتبہ 3 مرتبہ

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$2^7$  اور  $2^{4+3}$  کی قدر مساوی ہوگی  $(4 + 3 = 7)$

$$\text{لہذا } 2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$$

$$5^2 \times 5^3 \quad \text{مثال 3-}$$

$$5^2 \times 5^3 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5)$$

تین مرتبہ دو مرتبہ

$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$(2+3=5)$$

$5^5$  اور  $5^{2+3}$  کی قدر مساوی ہوگی

$$5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$$

یہ کیجئے:

$2^4, 2^3$  اور  $2^7$  کی قدر معلوم کیجئے اور جانچ کیجئے آیا  $2^4 \times 2^3 = 2^7$ ؟

$5^2, 5^3$  اور  $5^5$  کی قدر معلوم کیجئے نیز جانچ کیجئے کہ  $5^2 \times 5^3 = 5^5$ ؟



مثال 4-  $a^4 \times a^5$

حل :-

$$a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$$

4 مرتبہ 5 مرتبہ

$$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$a^9$  اور  $a^{4+5}$  کی قدر مساوی ہوگی  $(4 + 5 = 9)$

$$لہذا \quad a^4 \times a^5 = a^{4+5}$$

اوپر دی گئی مثالوں کے مشاہدہ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$a^m \times a^n = (a \times a \times a \times a \dots \dots \dots m \text{ مرتبہ}) \times (a \times a \times a \times a \dots \dots \dots n) = a^{m+n}$$

کسی بھی غیر صفری صحیح عدد 'a' اور صحیح اعداد m اور n کے لیے

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

یہ کیجیے:

1. ضابطے  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

$$p^5 \times p^8 \quad (\text{ii}) \quad 3^{11} \times 3^9 \quad (\text{i})$$

2. سوالات میں دیئے گئے علامات (?) کے بجائے کوئی مناسب عدد درج کیجیے۔

جہاں k ایک غیر صفری عدد ہو۔

$$k^{15} \times k^? = k^{31} \quad (\text{ii}) \quad k^3 \times k^4 = k^? \quad (\text{i})$$

### 11.3.2 قوت نما کی قوت

مثال 5: غور کیجیے  $(3^2)^3$

حل: یہاں پر  $3^2$  اساس ہے۔ اور 3، اس کی قوت ہے۔

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2}$$

$$= 3^6$$

$$3^{2 \times 3} = 3^6$$

$$(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$$

یہ کیجیے

$$3^2 \text{ اور } 3^2 \text{ کا مکعب محسوب کیجیے اور جانچ کیجیے کیا } (3^2)^3 = 3^6$$



مثال 6:- آئیے غور کریں کہ  $(4^5)^3$  کیا ہوگا؟

$$\begin{aligned} (4^5)^3 &= 4^5 \times 4^5 \times 4^5 \\ &= 4^{5+5+5} \end{aligned}$$

مساوی اساس کے ارکان کے حاصل ضرب

$$= (4^5)^3 = 4^{5 \times 3} = 4^{15}$$

مثال 7:  $(a^m)^4$

حل:

$$\begin{aligned} (a^m)^4 &= a^m \times a^m \times a^m \times a^m \\ &= a^{m+m+m+m} \end{aligned}$$

$$a^{4m} = a^{m \times 4}$$

$$\therefore (a^m)^4 = a^{m \times 4} = a^{4m}$$

اوپر دی گئی مثالوں کے مشاہدہ سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

$$(a^m)^n = (a^m \times a^m \times a^m \times a^m \dots \dots \dots n \text{ مرتبہ}) = a^{m+m+m+m \dots \dots n} = a^{mn}$$

کوئی غیر صفری عدد "a" اور صحیح اعداد m اور n کے لئے

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

### 11.3.3 مساوی قوت کے قوت نماؤں کی ضرب

مثال 8:  $3^5 \times 4^5$  غور کیجیے

حل: یہاں پر  $3^5$  اور  $4^5$  میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 5)

$$3^5 \times 4^5 = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$$

$$= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4)$$

$$3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$$

مثال 9:  $4^4 \times 5^4$  غور کیجیے

حل: یہاں پر  $4^4$  اور  $5^4$  میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 4)

$$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$$

$$= (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$$

$$= (4 \times 5)^4$$

$$4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$$



مثال 10:  $p^7 \times q^7$  پر غور کیجیے

حل: یہاں پر  $p^7$  اور  $q^7$  میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 7)

$$\begin{aligned} p^7 \times q^7 &= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q) \\ &= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \\ &= (p \times q)^7 \\ p^7 \times q^7 &= (p \times q)^7 \end{aligned}$$

اوپر دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$

کوئی دو غیر صفری صحیح اعداد  $a, b$  اور مثبت صحیح عدد  $m$  کے لیے

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

یہ کیجیے



$a^m \times b^m = (ab)^m$  ضابطہ کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i)  $(2 \times 3)^4$

(ii)  $x^p \times y^p$

(iii)  $a^8 \times b^8$

(iv)  $(5 \times 4)^{11}$

### 11.3.4 قوت نما کی تقسیم

قوت نما کی عملی تقسیم کے بارے میں جاننے سے قبل ہم یہ جانیں گے کہ منفی قوت کیا ہوتی ہے۔

11.3.4(a) مندرجہ ذیل ترتیب پر غور کیجیے۔

$$2^5 = 32$$

$$3^5 = 243$$

$$2^4 = 16$$

$$3^4 = 81$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$2^1 = 2$$

$$3^1 = 3$$

$$2^0 = 1$$

$$3^0 = 1$$

$$2^{-1} =$$

$$3^{-1} =$$

(ایک کا نصف)

(اشارہ ایک کا ایک تہائی)

$$2^{-2} =$$

$$3^{-2} =$$

32 کا کونسا حصہ 16 ہے؟

$2^5$  اور  $2^4$  میں کیا فرق ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ ہر مرتبہ قوت میں 1 کی کمی واقع ہونے پر حاصل قدر پچھلی قدر کی نصف ہو جاتی ہے۔ اوپر کی ترتیب سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں۔



$$2^{-1} = \frac{1}{2} \text{ اور } 2^{-2} = \frac{1}{4} \text{ اور}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3} \text{ اور } 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3} \text{ اور } 3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} \text{ اس طرح}$$

مزید ہم لکھ سکتے ہیں کہ

کوئی غیر صفری صحیح عدد 'a' اور کوئی بھی صحیح عدد 'n' کے لیے

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

یہ کیجیے

1.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  ضابطہ کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مثبت قوت میں ظاہر کیجیے۔

$$x^{-7} \text{ (i) } a^{-5} \text{ (ii) } 7^{-5} \text{ (iii) } 9^{-6} \text{ (iv)}$$



### 11.3.4(b) صفری قوت

پچھلے مباحثہ میں ہم نے غور کیا ہے کہ  $2^0 = 1$ ,  $3^0 = 1$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں  $5^0 = 1$ ,  $4^0 = 1$

اس طرح کسی غیر صفری صحیح عدد 'a' کے لیے

$$a^0 = 1$$

11.3.4(c) مساوی اساس والے قوت نماؤں کی تقسیم

مثال 11: غور کیجیے  $\frac{7^7}{7^3}$

$$\frac{7^7}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \quad \text{حل:}$$

$$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$$

$7^4$  یہ مساوی ہے  $7^{7-3}$  (7-3=4)

$$\frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3} = 7^4$$

مثال 12:  $\frac{3^8}{3^3}$  پر غور کیجیے۔

$$\frac{3^8}{3^3} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad \text{حل:}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$3^{8-3} = 3^5 \quad (8-3=5)$$

$$\text{لہذا } \frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$$

مثال 13:  $\frac{5^5}{5^8}$  غور کیجیے

$$\frac{5^5}{5^8} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} \quad \text{حل:}$$

$\frac{1}{5^3}$  کے یہ مساوی ہے  $\frac{1}{5^{8-5}}$  (8-5=3)

$$\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$$

مثال 14:  $\frac{a^2}{a^7}$  پر غور کیجیے

$$\frac{a^2}{a^7} = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a \times a \times a \times a \times a} \quad \text{حل:}$$

یہ مساوی ہے  $\frac{1}{a^{7-2}}$  (7-2=5) کے

$$\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}} \quad \text{اس طرح}$$

اوپر دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں۔

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad n > m \quad \text{اور اگر} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{تب} \quad m > n$$

کوئی بھی غیر صفری صحیح عدد اور صحیح اعداد  $m$  اور  $n$  کے لیے

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad \text{تب} \quad n > m \quad \text{اور اگر} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{تب} \quad m > n$$

اگر  $m = n$  تب آپ کیا محسوب کرتے ہیں؟ آپ اپنا جواب بتائیے۔

$$\frac{4^3}{4^3} \quad \text{مثال 15: غور کیجیے}$$

$$\frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1} = 1 \quad \dots (1) \quad \text{حل:}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{اور ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1 \quad \text{کی مدد (1)}$$

$$\frac{7^4}{7^4} = ? \quad \text{اسی طرح معلوم کیجیے}$$

اوپری مثال سے آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

$$\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1 \quad \text{اس پر غور کیجیے}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{لیکن ہم جانتے ہیں}$$

$$\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$$

مشاہدہ کیجیے یہاں پر  $m, n$ ،  $(m = n)$  کوئی غیر صفری عدد  $a$  کے لیے  $a^0 = 1$

$$\frac{a^m}{a^n} = 1 \quad m = n \quad \text{اس طرح اگر}$$





یہ کیجیے

1. مختصر کرتے ہوئے  $a^{m-n}$  یا  $\frac{1}{a^{n-m}}$  شکل میں لکھے

$$\frac{3^4}{3^{14}} \quad \text{(ii)} \quad \frac{13^8}{13^5} \quad \text{(i)}$$

2. موزوں عدد سے خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

$$\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}} \quad \text{مثلاً}$$

$$\frac{a^{18}}{a^{\boxed{\quad}}} = a^{\boxed{\quad}} = a^{\boxed{10}} \quad \text{(ii)} \quad \frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\boxed{\quad}} = 12^{\boxed{\quad}} \quad \text{(i)}$$

11.3.4 مساوی قوت والے ارکان کی تقسیم:

مثال 16: غور کیجیے۔  $\left(\frac{7}{4}\right)^5$

$$\begin{aligned} \text{حل:} \quad \left(\frac{7}{4}\right)^5 &= \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \\ &= \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} \\ &= \frac{7^5}{4^5} \quad (\text{قوت نما کی تعریف کی مدد سے}) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5} \quad \text{اس لیے}$$

مثال 17: غور کیجیے۔  $\left(\frac{p}{q}\right)^6$

$$\begin{aligned} \text{حل:} \quad \left(\frac{p}{q}\right)^6 &= \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \\ &= \frac{p \times p \times p \times p \times p \times p}{q \times q \times q \times q \times q \times q} \\ &= \frac{p^6}{q^6} \quad (\text{قوت نما کی تعریف کی رو سے}) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6} \quad \text{اس لیے}$$

اوپر دیئے گئے مثالوں کے مشاہدہ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times \dots \times a \text{ 'm' مرتبہ}}{b \times b \times b \times b \times \dots \times b \text{ 'm' مرتبہ}} = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \text{ کوئی بھی غیر صفری صحیح عدد 'a' اور صحیح عدد 'm' کے لیے}$$

یہ کیجیے۔

$$\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square} \quad \text{(iii)} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5} \quad \text{(ii)} \quad \left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square} \quad \text{(i)} \quad \text{مکمل کیجیے۔}$$

### 11.5 منفی اساس کے ارکان :-

مثال 18 :- محسوب کیجیے:  $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$

$$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \quad \text{حل:}$$

$$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$$

$$(-1)^3 = (-1) (-1) (-1) = -1$$

$$(-1)^4 = (-1) (-1) (-1) (-1) = 1$$

$$(-1)^5 = (-1) (-1) (-1) (-1) (-1) = -1$$

اوپر دی گئی توضیحات سے ہم نے مشاہدہ کیا کہ

(i) 1 کی قوت کوئی بھی عدد لینے پر 1 ہی حاصل ہوتا ہے۔

(ii) (-1) کی قوت طاق عدد لینے پر (-1) حاصل ہوتا ہے اور (-1) کی قوت جفت عدد لینے پر (+1) حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح  $(-a)^m = -a^m$  اگر  $m$  طاق ہو۔

اگر  $m$  جفت عدد ہو۔  $(-a)^m = a^m$

آئیے اب ہم مزید چند مثالوں پر غور کریں گے۔



$$(-3)^4 = (-3) (-3) (-3) (-3) = 81$$

$$(-a)^4 = (-a) (-a) (-a) (-a) = a^4$$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

مثال 19: کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کیجیے؟  $\frac{-27}{125}$

حل:  $-27 = (-3) (-3) (-3) = (-3)^3$

$$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$$

$$\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}, \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

اس لیے

$$\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3 \quad \text{تب}$$

یہ کیجیے

1. مندرجہ ذیل کو پھیلائیے۔

(i)  $(a)^{-5}$  (ii)  $(-a)^4$  (iii)  $(-7)^{-5}$  (iv)  $(-a)^m$

2. قوت نما میں ظاہر کیجیے۔

(i)  $(-3) \times (-3) \times (-3)$  (ii)  $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii)  $m$  مرتبہ  $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \dots$



## مشق 2

1. قوت نما کے قوانین کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i)  $2^{10} \times 2^4$  (ii)  $(3^2) \times (3^2)^4$  (iii)  $\frac{5^7}{5^2}$

(iv)  $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$  (v)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^8$  (vi)  $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

$$(10^2)^3 \quad (x) \quad 2^{4a} \times 2^{5a} \quad (ix) \quad 2^4 \times 3^4 \quad (viii) \quad (3^2)^2 \quad (vii)$$

$$(-3)^3 \times (-5)^3 \quad (xiv) \quad \left(\frac{2}{3}\right)^5 \quad (xiii) \quad 2^{3a+7} \times 2^{7a+3} \quad (xii) \quad \left[\left(\frac{-5}{6}\right)^2\right]^5 \quad (xi)$$

$$(-7)^7 \times (-7)^8 \quad (xviii) \quad \frac{(-6)^5}{(-6)^9} \quad (xvii) \quad \frac{9^7}{9^{15}} \quad (xvi) \quad \frac{(-4)^6}{(-4)^3} \quad (xv)$$

$$a^x \times a^y \times a^z \quad (xx) \quad (-6^4)^4 \quad (xix)$$

2.  $3^4$  کو کس عدد سے ضرب دیا جائے کہ حاصل ضرب 729 ہو؟

3. اگر  $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$  تب  $x$  کی قدر معلوم کیجیے؟

4. محسب کیجیے۔  $2^0 + 3^0$

5. مختصر کیجیے۔  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\frac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\frac{x^a}{x^a}\right)^b$

6. صحیح ہے یا غلط بتائیے اور مسئلہ حل کرتے ہوئے اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔

$$5^0 = (100000)^0 \quad (iii) \quad 3^2 \times 4^3 = 12^5 \quad (ii) \quad 100 \times 10^{11} = 10^{13} \quad (i)$$

$$(-2)^5 > (-3)^5 \quad (vii) \quad (-2)^4 > (-3)^4 \quad (vi) \quad 2^3 > 3^2 \quad (v) \quad 4^3 = 8^2 \quad (iv)$$



### کلاس روم پراجکٹ:-

اپنے محلے کے کوئی دس خاندانوں کی سالانہ آمدنی درج کیجیے۔ ان کو قریب ترین ہزار لاکھ میں ظاہر کرتے ہوئے ان کو قوت نما میں ظاہر کیجیے۔

### 11.3.6 بہت بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا:-

زمین کی کمیت تقریباً  $5976 \times 10^{21}$  کلوگرام ہے۔

دودھیا کہکشاں کے ایک کنارے سے دوسرے کنارے کی چوڑائی  $946 \times 10^{15}$  کلومیٹر ہے۔ ان اعداد کو ذہن نشین کرنا اتنا آسان نہیں۔ اس لیے ان کو معیاری شکل میں لکھنا ضروری ہے۔

معیاری شکل میں اعداد اس طرح لکھے جاسکتے ہیں۔

زمین کی کمیت تقریباً  $5.976 \times 10^{24}$  کلوگرام

دودھیا کہکشاں کے ایک کنارے سے دوسرے کنارے کے درمیان چوڑائی  $9.46 \times 10^{17}$  کلومیٹر

اس طرح معیاری شکل کو (سائنٹفک طریقہ سے) دیئے گے عدد کو 10 کی صحیح عددی قوت اور 1 تا 10 کے درمیان واقع ہونے والے اعشاری عدد کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔





### مشق 3

1. مندرجہ ذیل عبارتوں میں دیئے گئے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجیے۔
- (i) زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ تقریباً 384,000,00 میٹر ہے۔
- (ii) اندازہ لگایا جاتا ہے کہ کائنات کی ارتقائی عمر 12,000,000,000 سال ہے۔
- (iii) دودھیا کہکشاں کے مرکز سے سورج کا درمیانی فاصلہ کی تخمینہ قدر تقریباً 300,000,000,000,000,000 میٹر ہے۔
- (iv) زمین پر سمندری پانی کی مقدار تقریباً 1,353,000,000 مکعب کلومیٹر ہے۔

ہم نے کیا سیکھا:

بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کیا جائے تو انہیں بہ آسانی لکھ سکتے ہیں اور پڑھ سکتے ہیں۔

$$10,000 = 10^4 \text{ (10 کی قوت 4 لینے پر)}$$

$$243 = 3^5 \text{ (3 کی قوت 5 لینے پر)}$$

$$64 = 2^6 \text{ (2 کی قوت 6 لینے پر)}$$

مندرجہ بالا مثالوں میں 3, 10 اور 2 اساس ہیں اور 4, 5 اور 6 ترتیب وار ان کی قوت

قوت نما کے قوانین:

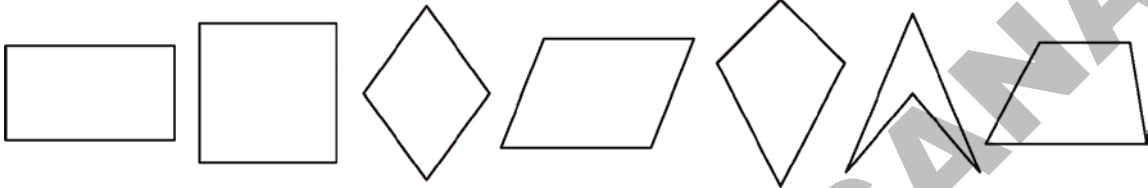
$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (i) \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad (ii) \quad a^m \times b^m = (ab)^m \quad (iii)$$

$$\text{اگر } m > n \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (v) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (iv)$$

$$\text{اگر } n > m \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad (vi) \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad (vii) \quad a^0 = 1 \quad (viii) \quad (a \neq 0)$$

جماعت ششم میں ہم نے چار ضلعی کو متعارف کیا تھا۔ اس باب میں آپ مختلف چار ضلعوں کے اقسام اور ان کی خصوصیات سے متعلق تفصیل سے سیکھیں گے۔

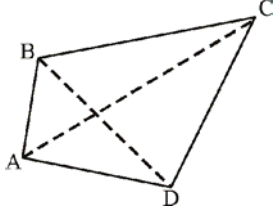
12.0 چار ضلعی



مذکورہ بالا اشکال میں کیا چیز مشترک ہے؟

(اشارے: ضلعوں کی تعداد، زاویے، راس یہ شکل کھلی ہے یا بند؟)

لہذا چار ضلعی ایک سادہ بند شکل ہے جو چار خطی قطعے، چار زاویے اور چار راس سے بنتی ہے جس میں



(i) چار خطی قطعے (ضلع) ہوتے ہیں جیسے  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  اور  $\overline{DA}$

(ii) چار راس ہوتے ہیں جیسے A، B، C اور D

(iii) چار زاویے ہوتے ہیں جیسے  $\angle ABC$ ,  $\angle BCD$ ,  $\angle CDA$  اور  $\angle DAC$

(iv) مقابل کے کوئی دو راسوں کو ملانے والے خطی قطعوں کو وتر (Diagonal) کہتے ہیں۔ اس طرح چار ضلعی ABCD میں  $\overline{AC}$  اور  $\overline{BD}$  وتر ہیں۔

(v) مشترک ضلع سے بننے والے چار ضلعی کے دو اضلاع ”متصلہ ضلع“ کہلاتے ہیں۔ ABCD چار ضلعی میں  $\overline{AB}$  متصلہ ضلع ہے  $\overline{BC}$  کا اور B دونوں کا مشترک راس ہے

(vi) مشترک ضلع سے بننے والے چار ضلعی کے زاویے ”متصلہ زاویے“ کی جوڑی کہلاتے ہیں۔ لہذا  $\angle ABC$  اور  $\angle BCD$  متصلہ زاویوں کی جوڑی ہے اور ” $\overline{BC}$  مشترک ضلع“ ہے۔

یہ کیجیے

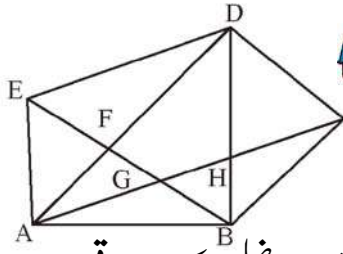
1- مشترک راس سے بننے والے دوسرے متصلہ ضلعوں کو معلوم کیجئے۔

2- مشترک راس سے بننے والے دوسرے متصلہ زاویوں کی جوڑیوں کو معلوم کیجئے۔



(vii) غیر مشترک راس سے بننے والے چار ضلعی کے دو ضلعوں کو "مقابل کے ضلع" کہتے ہیں۔  
لہذا چار ضلعی ABCD میں  $\overline{AB}$ ،  $\overline{CD}$  اور  $\overline{AD}$ ،  $\overline{BC}$  دو جوڑی مقابل کے ضلعے ہیں۔

(viii) غیر مشترک ضلعے سے بننے والے چار ضلعی کے دو زاویے "مقابل کے زاویوں کی جوڑی" کہلاتے ہیں۔



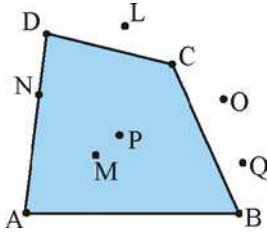
**کوشش کیجیے:**

متصلہ شکل کی مدد سے کتنے چار ضلعی حاصل ہوتے ہیں؟ انہیں نام دیجیے۔

## 12.1 چار ضلعی کا اندرون۔ بیرون حصہ

چار ضلعی ABCD میں کون سے نقاط چار ضلعی کے اندرون واقع ہیں؟ کون سے نقاط چار ضلعی کے باہر واقع ہیں؟ اور کون سے نقاط چار ضلعی پر واقع ہیں؟

نقاط P اور M چار ضلعی کے اندرون واقع ہیں۔ نقاط L، O اور Q چار ضلعی کے بیرون واقع ہیں جبکہ نقاط C، B، A، N اور D چار ضلعی پر واقع ہیں۔

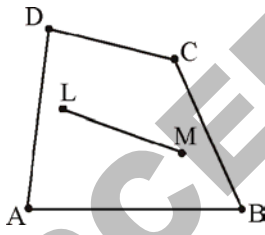


چار ضلعی کے اندرون موجود نقاط کی نشان دہی کیجیے۔  
چار ضلعی کے بیرون واقع نقاط کی نشان دہی کیجیے۔

چار ضلعی کے اندرون کتنے نقاط پائے جاتے ہیں آپ سوچ کر بتائیے؟

## 12.2 محدب چار ضلعی اور مقعر چار ضلعی (Convex and Caoncave Quadrilateral)

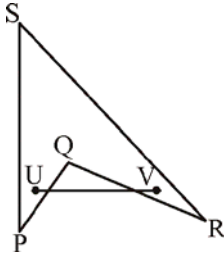
چار ضلعی ABCD کے اندر دو نقاط L اور M کی نشان دہی کیجئے اور ان دو نقاط کو جوڑتے ہوئے خطی قطعہ بنائیے۔



خطی قطعہ یا اس کا کوئی حصہ کو دو نقاط سے جوڑنے کے بعد کیا وہ چار ضلعی کے بیرون واقع ہوتا ہے؟ چار ضلعی ABCD میں کیا آپ ایسے کوئی دو نقاط کی نشان دہی کر سکتے ہیں جن کو جوڑنے کے بعد وہ چار ضلعی کے بیرون واقع ہو جائے؟

آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ ناممکن ہے

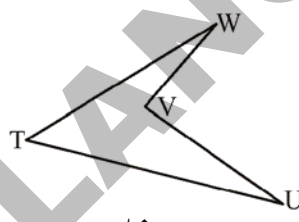
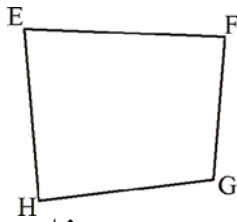
اب ہم چار ضلعی PQRS میں یہی عمل دہرائیں گے۔



چار ضلعی PQRS کے اندرون دو نقاط U اور V کا نشان لگائیے اور ان دو نقاط کو خطی قطعہ سے جوڑیے۔ خطی قطعہ کو جوڑنے کے بعد کیا وہ چار ضلعی کے بیرون واقع ہوتا ہے؟ کیا آپ چار ضلعی PQRS میں اسی طرح کے مزید خطی قطعوں کو بنا سکتے ہیں؟

کیا آپ ایسے خطی قطعے بنا سکتے ہیں جو چار ضلعی کے اندر واقع ہوتے ہوں۔ بے شک یقینی طور پر ممکن ہے۔ چار ضلعی کے اندر موجود نقاط سے جو خطی قطعے تشکیل دیے جاتے ہیں۔ اگر وہ تمام خطی قطعے چار ضلعی کے اندر ہی پائے جاتے ہیں تو ایسی چار ضلعی کو محدب چار ضلعی (Convex Quadrilateral) کہتے ہیں۔ جیسا کہ ABCD چار ضلعی میں دکھایا گیا ہے۔

چار ضلعی کے اندر موجود نقاط سے جو خطی قطعے تشکیل دیے جاتے ہیں۔ ضروری نہیں تمام خطی قطعے چار ضلعی کے ہی پائے جائیں تب ایسی چار ضلعی کو مقعر چار ضلعی (Concave Quadrilateral) کہتے ہیں۔ جیسا کہ PQRS چار ضلعی میں دکھایا گیا ہے۔



کوشش کیجیے:



(i) کیا EFGH ایک محدب چار ضلعی ہے؟ (ii) کیا TUVW ایک مقعر چار ضلعی ہے؟

(iii) چار ضلعی EFGH میں دو وتر بنائیے؟ کیا یہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

(iv) چار ضلعی TUVW میں دو وتر بنائیے؟ کیا یہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

اب آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ محدب چار ضلعی ABCD میں دونوں وتر ایک دوسرے سے اندر قطع کرتے ہیں جبکہ مقعر چار ضلعی TUVW میں دونوں ایک دوسرے سے بیرونی طور پر قطع کرتے ہیں۔

### 12.3 چار ضلعی کے زاویوں کا مجموعہ

مشغلہ 1- مقوے کا ایک ٹکڑا لیجیے۔ اس پر چار ضلعی ABCD کھینچیے اور اس کو شکل (1) کے مطابق کاٹیے اس چار ضلعی کو چار حصوں میں کاٹیے اور انہیں شکل (2) کی طرح ترتیب دیجیے۔ اب مشاہدہ کریں گے کہ تمام زاویے  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$  ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔

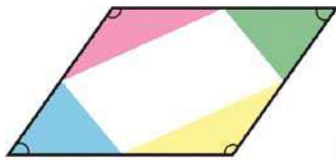


Figure 1



Figure 2

کیا تمام زاویوں  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$  کا مجموعہ  $360^\circ$  کے مساوی ہوتا ہے؟ (مشترک نقطہ پر تمام زاویوں کا مجموعہ) چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے  
نوٹ ہم زاویوں کو  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  وغیرہ سے تعبیر کرتے ہیں اور ترتیب وار انکی پیمائش کو  $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3$  وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں۔

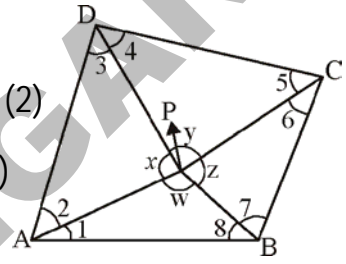
1۔ فرض کرو کہ P ایک نقطہ ہے جو چار ضلعی ABCD کے اندر واقع ہے۔ نقطہ P کی مدد سے A، B، C اور D راسوں کو جوڑیئے۔ شکل میں  $\triangle PAD$  کا مشاہدہ کیجیے۔

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ - x \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ٹھیک اسی طرح } \triangle PDC \text{ میں } m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ - y \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{اور } \triangle PCB \text{ میں } m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ - z \quad \dots\dots\dots (3)$$

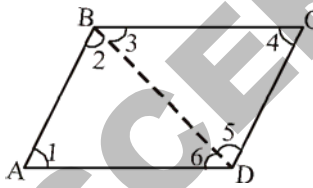
$$\triangle PBA \text{ میں } m\angle 8 + m\angle 1 = 180^\circ - w \quad \dots\dots\dots (4)$$




(مثلاً کے تمام زاویوں کا مجموعہ) مساوات (1)، (2)، (3)، اور (4) کو جمع کرنے پر ہم کو حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8 \\ = 180^\circ - x + 180^\circ - y + 180^\circ - z + 180^\circ - w \\ = 720^\circ - (x + y + z + w) \\ (x + y + z + w = 360^\circ ; \text{ مشترک نقطوں پر زاویوں کا مجموعہ}) \\ = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

لہذا چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔

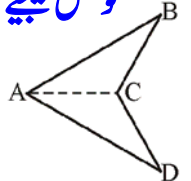


2۔ کوئی بھی ایک چار ضلعی لیجیے۔ مان لیجیے کہ ABCD چار ضلعی ہے۔ وتر کے ذریعہ اس کو مثلثات میں تقسیم کیجیے۔ اب آپ کو چھ زاویئے (1، 2، 3، 4، 5 اور 6) حاصل ہوں گے ”مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ“ اصول کو استعمال کرتے ہوئے آپ بہ آسانی یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ کس طرح  $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$  کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔



کیا ہوگا جب ایک چار ضلعی محذب نہ ہو؟ مان لیجیے کہ ABCD ایک چار ضلعی ہے اس چار ضلعی کو دو مثلثات میں تقسیم کیجیے۔ اندرونی زاویوں کا مجموعہ معلوم کیجیے؟ بتائیے کہ محذب چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ کیا ہوگا؟

کوشش کیجیے



مثال: 1 چار ضلعی کے تین زاویے  $55^\circ$ ،  $65^\circ$  اور  $105^\circ$  ہیں تب چوتھا زاویہ معلوم کیجیے؟  
حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔

$$= 55^\circ + 65^\circ + 105^\circ = 225^\circ$$

$$= 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$$

مثال: 2 ایک چار ضلعی میں دو زاویے  $80^\circ$  اور  $120^\circ$  ہیں باقی دو زاویے مساوی ہوں تب ہر ایک زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے؟  
حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے

$$= 80^\circ + 120^\circ = 200^\circ$$

$$= 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

دیا گیا ہے کہ دونوں زاویے مساوی ہیں۔

$$\frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$$

مثال: 3 ایک چار ضلعی کے زاویے  $x^\circ$ ،  $(x-10^\circ)$ ،  $(x+30^\circ)$  اور  $2x^\circ$  ہیں تب زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے؟  
حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$

$$اس لئے  $x^\circ + (x-10^\circ) + (x+30^\circ) + 2x^\circ = 360^\circ$$$

$$5x + 20 = 360^\circ$$

$$x = 68^\circ$$

لہذا  $(2 \times 68^\circ)$ ،  $(68 + 30^\circ)$ ،  $(68 - 10^\circ)$ ،  $68^\circ$  چار زاویے

$$= 136^\circ, 98^\circ, 58^\circ, 68^\circ$$

مثال: 4 ایک چار ضلعی کے زاویوں میں نسبت 3:4:5:6 ہے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے؟  
حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔

$$= 3:4:5:6$$

لہذا: زاویے  $3x$ ،  $4x$ ،  $5x$  اور  $6x$  ہیں۔

$$3x + 4x + 5x + 6x = 360$$

$$18x = 360$$

$$x = \frac{360}{18} = 20$$

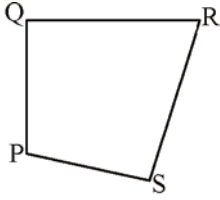
اس لیے زاویے  $3 \times 20$  ;  $4 \times 20$  ;  $5 \times 20$  ;  $6 \times 20$

$$= 60^\circ ; 80^\circ ; 100^\circ ; 120^\circ$$



## مشق 1

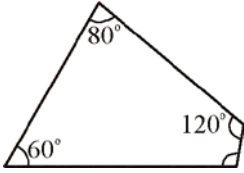
1- چار ضلعی PQRS میں



(i) خطی قطعے (ضلعے)؛ زاویے، راس اور وتر کے نام لکھئے؟

(ii) متصلہ ضلعے، متصلہ زاویے، مقابل کے ضلعے اور مقابل کے زاویوں کے نام لکھئے؟

2- چار ضلعی کے تین زاویوں کی پیمائش  $60^\circ$ ،  $80^\circ$  اور  $120^\circ$  ہیں چوتھا زاویہ معلوم کیجئے؟



3- چار ضلعی کے زاویوں میں نسبت  $2:3:4:6$  ہے ہر زاویہ کی پیمائش معلوم کیجئے؟

4- چار ضلعی کے تمام زاویے مساوی ہیں۔ اس چار ضلعی کو اپنی نوٹ بک میں کھینچئے۔ ہر

زاویہ کی پیمائش معلوم کیجئے؟

5- ایک چار ضلعی کے زاویے  $x^\circ$ ،  $(x+10^\circ)$ ،  $(x+20^\circ)$  اور  $(x+30^\circ)$  ہیں تب زاویے معلوم کیجئے؟

6- چار ضلعی کے زاویوں میں نسبت  $1:2:3:6$  نہیں ہو سکتی کیوں؟ وجہ بتلائیے؟

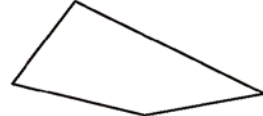
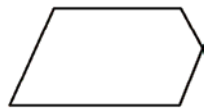
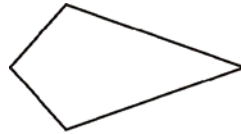
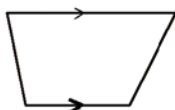
(اشارہ: اس چار ضلعی کا کچا خاکہ کھینچ کر دیکھئے)

### 12.4 چار ضلعی کے اقسام

چار ضلعی کے اقسام اضلاع اور زاویوں کی اساس پر مختلف ہوتے ہیں۔

#### 12.4.1 منحرف (Trapezium)

اگر چار ضلعی کا ایک جوڑ ضلع متوازی ہو تب وہ منحرف کہلائے گا۔



یہ تمام منحرف ہیں

یہ منحرف نہیں ہیں

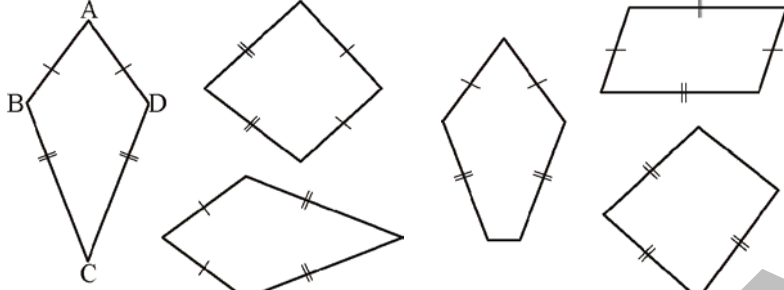
(نوٹ: تیر کے نشان کے ذریعہ ظاہر کئے گئے خطوط متوازی ہیں)

کیوں دوسرا سٹ منحرف نہیں کہلاتا ہے؟

## 12.4.2 پتنگ ( Kite )

پتنگ چار ضلعی کی ایک مخصوص قسم ہے۔ ہر شکل میں ایک ہی نشان (Mark) سے ظاہر کئے گئے ضلعوں کے طول

مساوی ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر  $AB=AD$  اور  $BC=CD$



یہ تمام پتنگ نہیں

یہ تمام پتنگ نہیں ہیں

کیوں دوسرا سٹ پتنگ نما نہیں کہلاتا ہے؟

مشاہدہ کیجیے:-

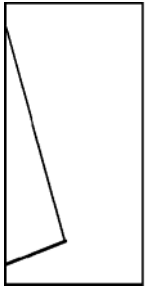
(i) ایک پتنگ کے چار ضلعے ہوتے ہیں۔ (یہ ایک محدب چار ضلعی ہے)

(ii) مساوی طول رکھنے والے دو جوڑ ضلعے علاحدہ اور متصل ہوتے ہیں۔

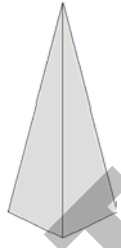
**مشغلہ 2:-** ایک موٹا (دبیر) کاغذ لیجیے۔ اس کاغذ کو درمیان سے موڑیے۔ شکل

(1) میں بتائے گئے طریقے پر مختلف طول والے دو خطی قطعے کھینچنے، خطی قطعوں کے

نشان پر کاٹیے اور شکل (2) میں بتائے گئے طریقے پر کٹڑے کو الگ کیجیے۔



شکل (1)



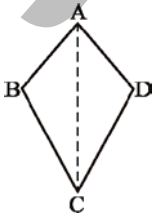
شکل (2)

اس طرح آپ پتنگ نما شکل حاصل کرتے ہیں۔

کیا پتنگ نما شکل میں خط تشاکل پایا جاتا ہے؟ پتنگ نما شکل کے دونوں وتر کو موڑیے۔ اس طرح موڑنے کے بعد گینے

سے جانچ کیجیے کہ آیا یہ دونوں ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں؟ کیا پتنگ نما شکل کے وتر مساوی طول رکھتے ہیں؟

جانچ کیجیے (کاغذ کو موڑ کر پیمائش کیجیے) کہ آیا یہ ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔



کوشش کیجیے

ثابت کیجیے کہ پتنگ نما شکل ABCD میں  $\triangle ABC$  اور  $\triangle ADC$

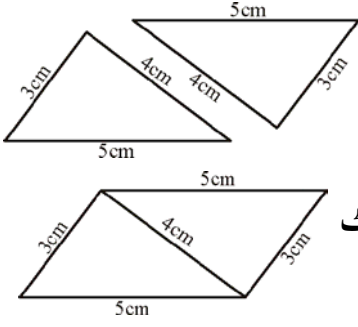
متماثل ہوتے ہیں۔





### 12.4.3 متوازی الاضلاع (Parallelogram)

مشغلہ 3:-

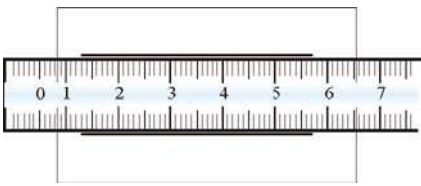


3 سمر، 4 سمر، 5 سمر طول والے دو مشابہہ مثلثات کو لیجیے اور انہیں شکل کے مطابق کاٹ لیجیے۔ اور نیچے دی گئی شکل کے مطابق اسے ترتیب دیجیے۔

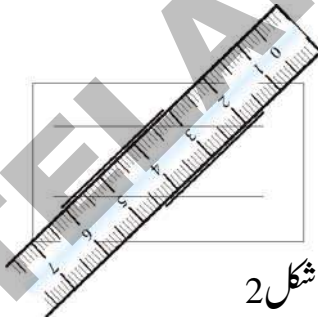
یہ شکل متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔ یہاں پر کون سے ضلع متوازی ہوتے ہیں؟ کیا متوازی ضلع مساوی طول رکھتے ہیں؟ دو سٹ مثلثات کی مدد سے آپ مزید دو متوازی الاضلاع حاصل کرتے ہیں۔ انہیں معلوم کیجیے۔ ایسی چار ضلعی جس کے مقابل کے ضلعوں کے دونوں جوڑیاں متوازی ہوتے ہیں۔ متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

مشغلہ 4:-

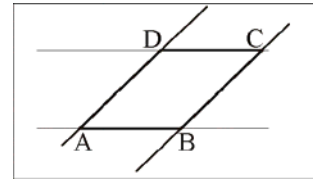
ایک پٹری لیجیے۔ شکل 1 میں بتائے گئے طریقے سے پٹری کو کاغذ پر رکھ کر دو خطوط پٹری کے دونوں جانب کھینچیے۔ اس کے بعد کھینچی گئی لکیروں پر پٹری رکھ کر دو خطوط کو پٹری کے دونوں جانب (شکل 2 میں بتائے گئے طریقے پر) کھینچیے۔



شکل 1



شکل 2

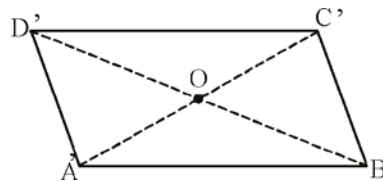
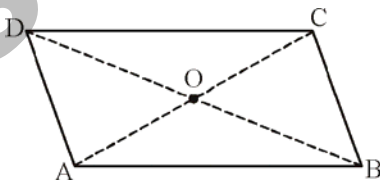


شکل 3

اس طرح حاصل شدہ 4 خطوط سے چار ضلعی حاصل ہوتی ہے جس کے دو جوڑے خطوط متوازی ہوتے ہیں۔ اس لیے یہ متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

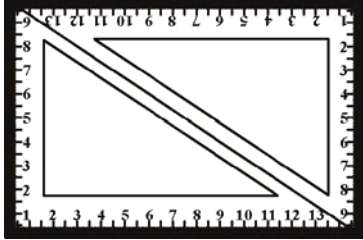
### 12.4.3(a) متوازی الاضلاع کے ضلع

مشغلہ 5:- دو مشابہہ متوازی الاضلاع لیجیے اور انہیں کاٹ کر نکال لیجیے۔ مان لیجیے کہ یہ ABCD اور A'B'C'D' ہیں۔

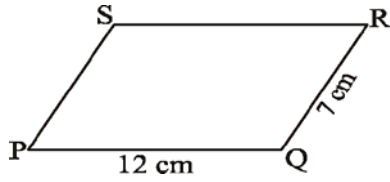


یہاں پر  $\overline{AB}$  مساوی ہے  $\overline{A'B'}$  کے۔ ٹھیک اسی طرح دیگر متناظر ضلع بھی مساوی ہوتے ہیں۔  $\overline{A'B'}$  کو  $\overline{DC}$  پر

رکھیے۔ کیا یہ دونوں منطبق ہوتے ہیں؟ کیا  $\overline{A'B'}$  اور  $\overline{DC}$  کے طول مساوی ہیں؟ ٹھیک اسی طرح  $\overline{AD}$  اور  $\overline{B'C'}$  ضلعوں کے طول کا مشاہدہ کیجیے؟ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ بتائیے؟  
دونوں صورتوں میں آپ ضلعوں کو مساوی پاتے ہیں۔ لہذا متوازی الاضلاع میں مقابل کے ضلع مساوی طول رکھتے ہیں۔ پٹری کی مدد سے پیمائش کرنے پر بھی آپ متوازی الاضلاع میں یہی نتیجہ اخذ کرتے ہیں۔



**کوشش کیجیے:-**  
30°-60°-90° پیمائش رکھنے والے دو جوڑ مشابہہ گننے لیجیے۔ انہیں اس طرح متصلہ ترتیب دیجیے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ کیا یہ مذکورہ بالا خصوصیت کی جانچ میں کارآمد ہوتے ہیں؟ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ہر مستطیل متوازی الاضلاع ہو سکتا ہے؟



مثال (5):- متوازی الاضلاع PQRS کا احاطہ معلوم کیجیے۔

حل: متوازی الاضلاع میں مقابل کے ضلع مساوی ہوتے ہیں۔

سوال کے مطابق 12 سمر = SR = PQ اور 7 سمر = PS = QR

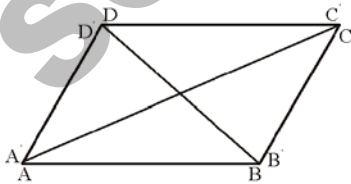
لہذا احاطہ = PQ + QR + RS + SP

$$= 38 \text{ سمر} = 7 \text{ سمر} + 12 \text{ سمر} + 7 \text{ سمر} + 12 \text{ سمر}$$

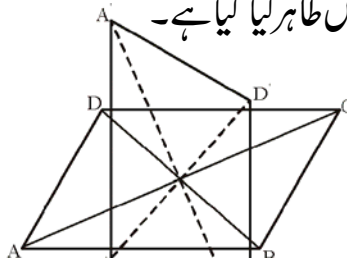
متوازی الاضلاع کے زاویے

مشغلہ 6:-

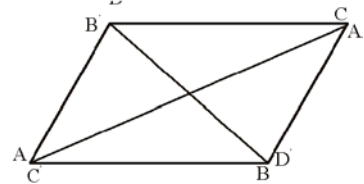
ایک متوازی الاضلاع ABCD لیجیے۔ مومی کاغذ (Tracing Paper) پر نقل کیجیے۔ اور اس شکل کو  $A'B'C'D'$  کا نام دیجیے۔  $A'B'C'D'$  متوازی الاضلاع کو ABCD پر شکل (1) میں بتائے گئے طریقے پر رکھیے۔ اس نقطہ پر پن کیجیے جہاں پر دوسرا ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ مومی کاغذ کو عموداً یعنی (90°) گھمائیے جس طرح کہ شکل (2) میں بتایا گیا ہے۔ مزید 90° اس متوازی الاضلاع کو گھمائیے۔ آپ شکل (3) کی طرح متوازی الاضلاع پائیں گے جو ایک دوسرے پر منطبق ہیں۔ آپ  $A'$  کو ٹھیک نقطہ C پر اور  $C'$  کو ٹھیک نقطہ  $A'$  پر پائیں گے اسی طرح  $B'$  کو D پر اور  $D'$  کو B پر پائیں گے۔ جیسا کہ شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 1



شکل 2



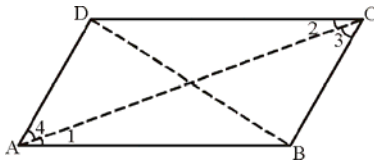
شکل 3

کیا زاویے A اور C کی پیمائش سے متعلق یہ کچھ وضاحت کر سکتا ہے؟ اسی طرح زاویے B اور D کی پیمائش سے متعلق دریافت کیجیے۔ ساتھیوں سے گفتگو کیجیے۔

مذکورہ بالا سے آپ یہ نتیجہ اخذ کریں گے کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے مساوی پیمائش کے ہوتے ہیں۔

**کوشش کیجیے:**

30°-60°-90° پیمائش رکھنے والے دو مشابہہ گننے لیکر اس سے متوازی الاضلاع بنائیے جس طرح اس سے قبل بنایا ہے۔ کیا یہ شکل خصوصیت کو



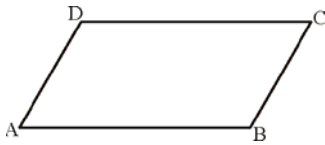
اخذ کرنے میں مددگار ہوتی ہے؟

منطقی بحث و دلائل کے ذریعہ آپ اس خاصیت کو ثابت کیجیے۔

اگر  $\overline{AC}$  اور  $\overline{BD}$  متوازی الاضلاع ABCD کے وتر ہیں تب آپ کو ثابت کرنا ہے کہ  $\angle 1 = \angle 2$  اور  $\angle 3 = \angle 4$  (متبادل زاویوں کی خاصیت کے بنا پر)

ABC اور CDA متماثل ہیں (ASA متماثل خاصیت کی بنا پر)

(c.p.c.t) مماثل مثلثات کے نظیری حصے)  $m \angle B = m \angle D$  لہذا ٹھیک اسی طرح  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



[ (c.p.c.t) مماثل مثلثات کے نظیری حصے ]  $m \angle A = m \angle C$

لہذا متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے مساوی پیمائش رکھتے ہیں۔

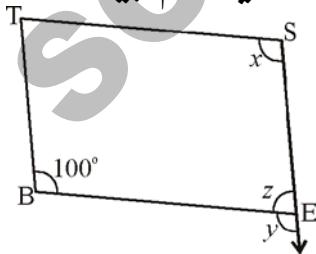
اب ہم متوازی الاضلاع کے متصل زاویوں کی طرف نظر مرکوز کریں گے۔

ABCD متوازی الاضلاع میں  $\overline{DC}$  متوازی ہے  $\overline{AB}$  کے اور  $\overline{DA}$  (قاطع) خط لہذا A اور D دو اندرونی زاویے ہیں جو قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔ لہذا یہ تکمیلی زاویے ہیں۔ A اور B بھی تکمیلی کہلاتے ہیں؟ کیوں؟ اس کی وجہ بتا سکتے ہیں؟  $\overline{AD}$  متوازی ہے  $\overline{BC}$  کے اور  $\overline{BA}$  قاطع خط ہے جو اندرونی  $\angle A$  اور  $\angle B$  بناتا ہے۔



**یہ کیجیے:** مذکورہ بالا متوازی الاضلاع ABCD میں مزید دو تکمیلی زاویوں کی نشان دہی کیجیے۔

مثال 6: BEST ایک متوازی الاضلاع ہے۔ اس متوازی الاضلاع میں x, y اور z کی قدریں معلوم کیجیے۔



حل:  $\angle B$ ،  $\angle S$  کے مقابل کا زاویہ ہے

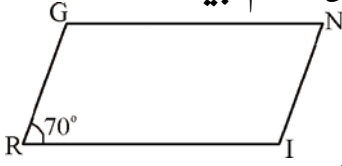
لہذا: (مقابل کے زاویوں کی خاصیت کی بنا پر)  $x = 100^\circ$

(نظیری زاویے کی خاصیت کی بنا پر)  $y = 100^\circ$

(چونکہ  $\angle y$  اور  $\angle z$  خطی جوڑ ہے)  $z = 80^\circ$

متوازی الاضلاع میں متصل زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔ آپ نے پیشتر مثال میں اسی نتیجہ کا مشاہدہ کیا ہے۔

مثال 7: متوازی الاضلاع RING میں اگر  $m\angle R = 70^\circ$  تب بقیہ تمام زاویوں کو معلوم کیجیے؟



حل: سوال کے مطابق  $m\angle R = 70^\circ$

تب  $m\angle N = 70^\circ$  (متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے ہیں)

چونکہ  $\angle R$  اور  $\angle I$  تکمیلی زاویے ہیں  $m\angle I = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

اس لیے (چونکہ  $\angle G$  اور  $\angle I$  متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے ہیں)

لہذا  $m\angle R = m\angle N = 70^\circ$

$m\angle G = 110^\circ$

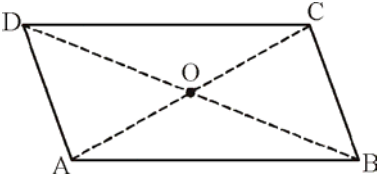
اور  $m\angle I = 110^\circ$

کوشش کیجیے

مذکورہ بالا مثال میں کیا آپ  $m\angle G$  اور  $m\angle I$  کو کسی دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟  
اشارہ:- چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  ہوتا ہے۔



### (b) 12.4.3 متوازی الاضلاع کے وتر



مشغلہ 7:- کاغذ کی مدد سے چار ضلعی ABCD بنائیے۔ مان لیجیے کہ اس چار ضلعی کے وتر  $\overline{AC}$  اور  $\overline{BD}$  نقطہ 'O' پر قطع کرتے ہیں۔

'C' کو A پر رکھتے ہوئے وتر کو موڑیے اور ان کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے۔

کیا اس طرح حاصل ہونے والا وسطی نقطہ بھی 'O' کے برابر ہوگا؟

'D' کو B پر رکھتے ہوئے وتر کو موڑیے اور ان کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے۔ کیا اس طرح حاصل ہونے والا وسطی نقطہ بھی 'O' کے برابر ہوگا؟

کیا اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ وتر BD اور وتر AC، 'O' پر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں؟ ساتھیوں سے گفتگو کر کے بتلایئے۔ اس مشغلے کو دہرائیے تاکہ یہ معلوم ہو سکے کہ DB کا وسطی نقطہ کہاں واقع ہوتا ہے؟ متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

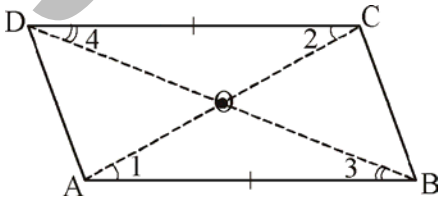
ASA مماثلت قانون کو استعمال کرتے ہوئے اس خاصیت کو ثابت کرنا کوئی خاص مشکل کام نہیں۔

(کس طرح یہاں پر ASA خاصیت کو استعمال کیا گیا ہے)

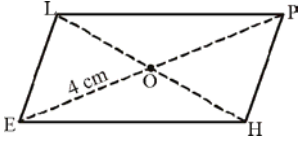
$$\triangle AOB \cong \triangle COD$$

لہذا  $AO = CO$  اور

$$BO = DO$$



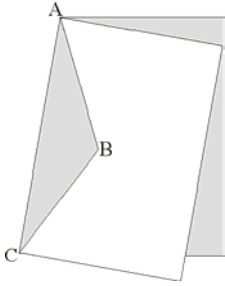
مثال 8:- HELP ایک متوازی الاضلاع ہے۔ دیا گیا ہے 4 سمر = OE جہاں " O " وتروں کا نقطہ تقاطع ہے اور HL کی پیمائش بہ نسبت PE کے 5 سمر زیادہ ہے؟ تو بتلائیے OH کی پیمائش کیا ہوگی؟  
 حل:- اگر 4 سمر = OE تب OP کی پیمائش بھی 4 سمر ہوتی ہے (کیوں؟)  
 لہذا 8 سمر = PE (کیوں؟)



HL کی پیمائش 5 سمر زیادہ ہے بہ نسبت PE کے

$$\text{لہذا } HL = 8 + 5 = 13 \text{ سمر}$$

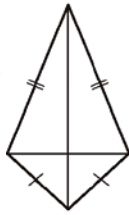
$$\text{اس طرح } OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5 \text{ سمر}$$



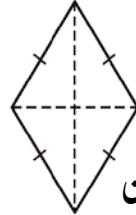
#### 12.4.4 معین (Rhombus)

آپ نے اس سے پہلے کاغذ کی پتنگ بنائی تھی۔ ایک بار اس کا اعادہ کر لیں۔ جب آپ ABC کے سہارے کاٹ کر اس حصے کو کھول دیجیے۔ اب آپ کو پتنگ نما شکل حاصل ہوتی ہے۔ یہاں پر AB اور BC کے طول غیر مساوی ہوتے ہیں یا مختلف ہوتے ہیں۔ اگر آپ  $AB = BC$  کھینچیں گے تب آپ کو حاصل ہونے والی پتنگ نما شکل معین (Rhombus) کہلاتی ہے۔ آپ نے مشاہدہ کیا ہوگا کہ معین کے تمام ضلعے مساوی ہوتے ہیں جبکہ پتنگ نما میں یہ کیفیت یا خاصیت نہیں پائی جاتی۔ چونکہ معین کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوتے ہیں، اس لیے یہ متوازی الاضلاع بھی کہلاتا ہے۔ بہر کیف معین میں متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات اور پتنگ نما کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں۔

ان خصوصیات کی فہرست بنائیے۔ آخر میں چیک لسٹ (Check List) کی مدد سے باب کے اختتام پر تصدیق کر کے دیکھیے۔



پتنگ نما

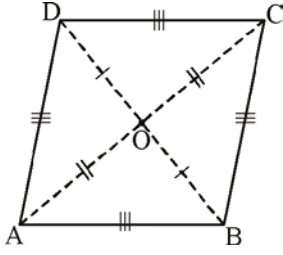


معین

معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

مشغلہ 8: معین کی ایک نقل کھینچے۔ کاغذ کو موڑتے ہوئے جانچ کیجیے کہ آیا وسطی نقطہ دونوں وتروں کو قطع کرتا ہے۔ گینے استعمال کرتے ہوئے بھی آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ عموداً قطع کرتے ہیں۔ منطقی دلائل کے ذریعہ آپ اس خاصیت کو ثابت کیجیے۔ ABCD ایک معین ہے۔ اور یہ ایک متوازی الاضلاع بھی ہے۔ لہذا وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

$$\text{لہذا } OA = OC \text{ اور } OB = OD$$



اب ہم کو ثابت کرنا ہے کہ  $m \angle AOD = m \angle COD = 90^\circ$   
اس کو SSS ممانعتی اصول پر دیکھا جاسکتا ہے۔

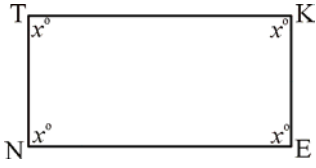
$$\Delta AOD \cong \Delta COD$$

$$m \angle AOD = m \angle COD \text{ لہذا}$$

چونکہ  $\angle AOD$  اور  $\angle COD$  خطی جوڑے ہیں۔

$$m \angle AOD = m \angle COD = 90^\circ$$

اب ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ معین کے وتر ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں اور ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔



### 12.4.5 مستطیل (Rectangle)

مستطیل ایک ایسا متوازی الاضلاع ہے جس کے تمام زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

اس تعریف کے مکمل معنی کیا ہیں؟ اپنے ساتھیوں سے بحث کیجیے۔

اگر ایک مستطیل مساوی الزاویہ ہو تب اس کے ہر ایک زاویہ کی پیمائش کیا ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ اس کے ہر ایک زاویہ کی پیمائش  $x^\circ$  ہے۔

تب  $4x^\circ = 360^\circ$  (کیوں) لہذا  $x^\circ = 90^\circ$  پس مستطیل کا ہر زاویہ، زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

اس طرح مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے جس کا ہر زاویہ ایک قائمہ ہوتا ہے۔

بہ حیثیت متوازی الاضلاع مستطیل کے مقابل کے اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کی

تنصیف کرتے ہیں۔ متوازی الاضلاع میں وتر کے طول مختلف ہوتے ہیں۔ (جانچ کیجیے) لیکن حیرت انگیز طور پر

مستطیل (بحیثیت مخصوص صورت) کے وتروں کے طول مساوی ہوتے ہیں۔

یہ ثابت کرنا آسان ہے۔

اگر ABCD ایک مستطیل ہے

$$\Delta ABC \cong \Delta ABD$$

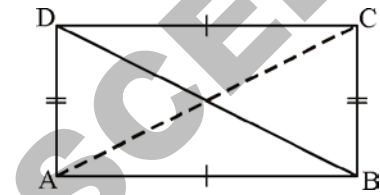
اس لیے کہ (مشترک)  $AB = AB$

(کیوں)  $BC = AD$

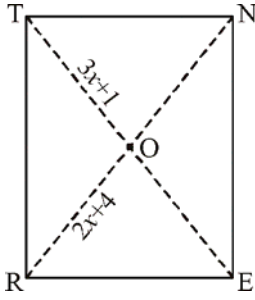
(کیوں)  $m \angle A = m \angle B = 90^\circ$

پس SAS ممانعتی اصول سے  $\Delta ABC \cong \Delta ABD$  اور  $AC = BD$

پس مستطیل کے وتر طول میں مساوی ہوتے ہیں۔



مثال 9:- RENT ایک مستطیل ہے۔ اگر اس کے وتر نقطہ 'O' پر تنصیف کرتے ہیں۔ تب  $x$  معلوم کیجیے۔



جبکہ  $OT = 3x + 1$  اور  $OR = 2x + 4$

حل :-  $OT$ ، وتر کا نصف ہے اور  $OR$ ، وتر  $RN$  کا نصف ہے۔

یہاں وتر مساوی ہیں (کیوں)

اس طرح ان کے نصف بھی مساوی ہیں (کیوں)

اس لیے  $3x + 1 = 2x + 4$

$$x = 3$$

#### 12.4.6 مربع :-

مربع ایک ایسا مستطیل ہے جس کے متصل ضلع مساوی ہوتے ہیں۔

اس کا مطلب یہ کہ مربع میں مستطیل کی تمام خصوصیات کے علاوہ اسکے تمام اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں۔

مستطیل کی طرح مربع کے وتر کے طول بھی مساوی ہوتے ہیں۔

مستطیل میں وتر ایک دوسرے پر عمودوار ہونا ضروری نہیں (جانچ کیجیے)

لیکن یہ شرط مربع میں صادق نہیں ہوتی۔

آئیے ہم اس کا ثبوت دیکھیں:

BELT ایک مربع ہے اس لیے  $BE = EL = LT = TB$

آئیے اب ہم  $\triangle LOE$  اور  $\triangle BOE$  پر غور کریں۔

$OB = OL$  (کیوں)  $OE$  مشترک ہے

پس SSS مماثلت سے  $\angle BOE = \angle LOE$

اس لیے  $\angle BOE = \angle LOE$  لیکن  $\angle BOE + \angle LOE = 180^\circ$  (کیوں)

$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$  پس مربع کے وتر ایک دوسرے پر عمودی تنصیف کرتے ہیں۔

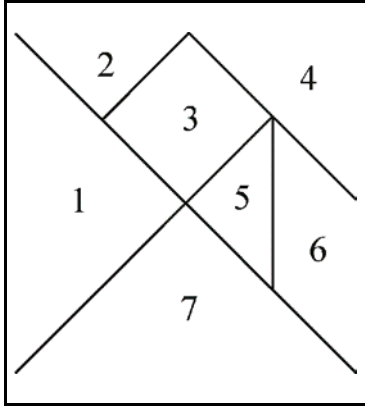
مربع میں وتر

(i) ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ (مربع بحیثیت متوازی الاضلاع)

(ii) طول مساوی ہوتے ہیں۔ (مربع بحیثیت مستطیل)

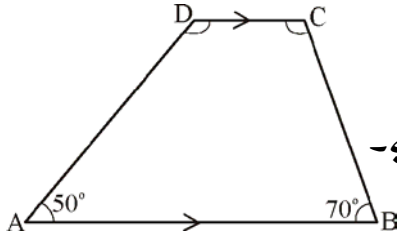
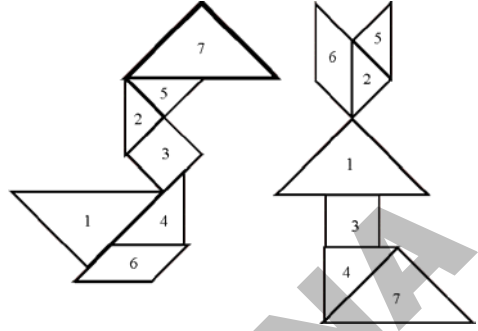
(iii) ایک دوسرے پر عمودوار ہوتے ہیں۔

## 12.5 "Tangram" کی مدد سے اشکال بنائیے۔



Tangram کے تمام ٹکڑوں کی مدد سے ایک منحرف، ایک متوازی الاضلاع، ایک مستطیل، ایک مربع تشکیل دیجیے

اسی طرح سے ان تمام ٹکڑوں کی مدد سے جہاں تک ممکن ہو سکے مختلف قسم کے اشکال بنائیے۔  
آپ کیلئے دو مثالیں دی گئی ہیں۔



مثال 10:- منحرف ABCD میں  $\overline{AB}$  متوازی ہے  $\overline{CD}$  کے

اگر  $\angle A = 50^\circ$ ،  $\angle B = 70^\circ$  تب  $\angle C$  اور  $\angle D$  معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ  $\overline{AB}$ ،  $\overline{CD}$  کے متوازی ہے

(قاطع خط کے ایک ہی ضلع کے اندرونی زاویے)  $\angle A + \angle D = 180^\circ$

اس لیے  $\angle D = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

اسی طرح  $\angle B + \angle C = 180^\circ$

اس لیے  $\angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

مثال 11:- ایک متوازی الاضلاع کے متصل زاویوں کے پیمائش میں نسبت 3:2 ہے۔ متوازی الاضلاع کے زاویے معلوم کیجیے؟

حل: متوازی الاضلاع کے متصل زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

یعنی ان کا مجموعہ  $180^\circ =$

متصل زاویوں کی نسبت  $3:2 =$

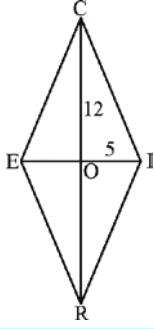
اس لیے ہر ایک زاویہ

ایک زاویہ  $180 \times \frac{3}{5} = 108^\circ$  اور

دوسرا زاویہ  $180 \times \frac{2}{5} = 72^\circ$

ہوتا ہے





مثال 12:- RICE ایک معین ہے۔ OE اور OR معلوم کیجیے۔ نتائج کی جانچ کیجیے؟  
حل: معین کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

$$\text{یعنی } OE = OI \text{ اور } OR = OC$$

$$\text{لہذا } OE = 5 \text{ اور } OR = 12$$



## مشق 2

1- بتلائیے کہ ذیل کے جملے صادق یا کاذب۔

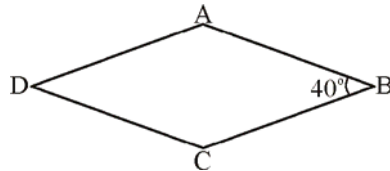
- ( ) (i) تمام مستطیل، مربع ہوتے ہیں۔  
 ( ) (ii) تمام معین، متوازی الاضلاع ہوتے ہیں۔  
 ( ) (iii) تمام مربعے معین اور مستطیل بھی ہوتے ہیں۔  
 ( ) (iv) تمام مربعے، متوازی الاضلاع نہیں ہوتے۔  
 ( ) (v) تمام پٹنگ، معین ہوتے ہیں۔  
 ( ) (vi) تمام معین، پٹنگ جیسے ہوتے ہیں۔  
 ( ) (vii) تمام متوازی الاضلاع منحرف ہوتے ہیں۔  
 ( ) (viii) تمام مربعے، منحرف ہوتے ہیں۔

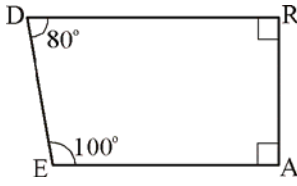
2- بتلائیے کہ مربع کس طرح ایک

(i) چار ضلعی (ii) متوازی الاضلاع

(iii) معین (iv) مستطیل ہوتا ہے

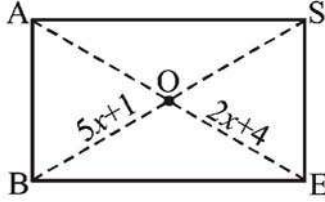
3- ایک معین ABCD میں  $\angle ABC = 40^\circ$  دوسرے اضلاع معلوم کیجیے؟





4- ایک متوازی الاضلاع کے متصل زاویے  $x^{\circ}$  اور  $(2x + 30^{\circ})$  ہیں۔ متوازی الاضلاع کے تمام زاویے معلوم کیجیے؟

5- سمجھائیے کہ کس طرح DEAR ایک منحرف ہے۔ اس کے کونسے اضلاع متوازی ہیں؟



6- BASE ایک مستطیل ہے۔ اس کے وتر نقطہ 'O' پر تقسیم کرتے ہیں۔

x معلوم کیجیے اگر  $OB = 5x + 1$  اور  $OE = 2x + 4$

7- کیا چار ضلعی ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے۔ جبکہ  $\angle A = 70^{\circ}$  اور  $\angle C = 65^{\circ}$  وجہ بتائیے۔

8- ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلعوں میں 5:3 کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ 48 سمر ہے۔ اس کے ہر ضلع کا طول معلوم کیجیے؟

9- ایک چار ضلعی کے وتر ایک دوسرے پر عمودوار ہیں تب اس طرح کی چار ضلعی کیا معین ہو سکتی ہے۔ اپنے کے جواب کی جانچ کے لیے ایک کچا خاکہ کھینچیے۔

10- ایک منحرف ABCD جس میں  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  اگر  $\angle A = \angle B = 30^{\circ}$  دوسرے دو زاویوں کی پیمائش کیا ہوگی؟

11- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) ایک متوازی الاضلاع جس میں دو متصلہ ضلعے مساوی ہوں..... کہتے ہیں۔

(ii) ایک متوازی الاضلاع جس میں ایک زاویہ  $90^{\circ}$  ہے اور دو متصلہ ضلعے مساوی ہیں..... کہلاتا ہے۔

(iii) ایک منحرف ABCD میں  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  اگر  $\angle D = x^{\circ}$  تب  $\angle A = \dots$

(iv) ایک متوازی الاضلاع جس میں اس کا ہر وتر اس کو..... مثلثات میں تقسیم کرتا ہے۔

(v) ایک متوازی الاضلاع ABCD جس میں اس کے وتر  $\overline{AC}$  اور  $\overline{BD}$  نقطہ 'O' پر قطع کرتے ہیں

اگر  $AO = 5$  سمر وہ تب  $AC = \dots$  سمر

(vi) ایک معین ABCD میں اس کے وتر نقطہ 'O' پر قطع کرتے ہیں تب  $\angle AOB = \dots$  درجہ

(vii) ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے تب  $\angle A - \angle C = \dots$  درجہ

(viii) ایک مستطیل ABCD میں ایک وتر  $\overline{AC} = 10$  سمر ہے تب دوسرا وتر  $BD = \dots$  سمر

(ix) ایک مربع ABCD میں وتر AC کھینچا گیا تب  $\angle BAC = \dots$  درجہ

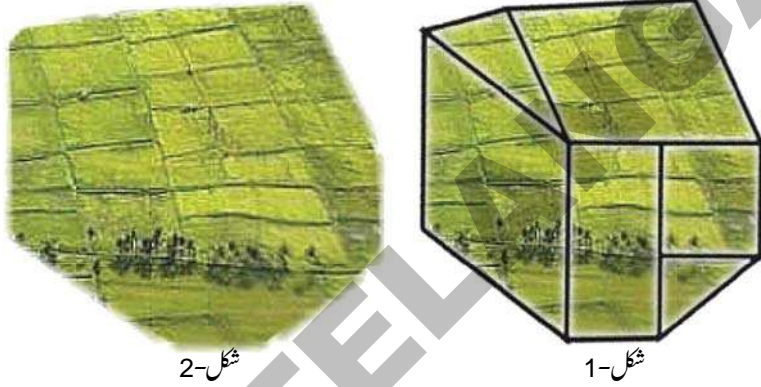
## ہم نے کیا سیکھا؟

- 1- ایک سادہ بند شکل جو چار خطی قطعات سے گھری ہوئی ہوتی ہے چار ضلعی کہلاتی ہے۔
- 2- ہر چار ضلعی مستوی کو تین حصوں، اندرون، بیرون اور چار ضلعی میں تقسیم کرتا ہے۔
- 3- ہر چار ضلعی میں ایک جوڑ وتر ہوتے ہیں۔
- 4- اگر وتر چار ضلعی کے اندر واقع ہو تب اس کو محرب چار ضلعی کہتے ہیں۔ اگر وتر میں سے کوئی ایک وتر چار ضلعی کے بیرون واقع ہو تب اس کو مقعر چار ضلعی کہتے ہیں۔
- 5- ایک چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ  $360^\circ$  کے مساوی ہوتا ہے۔
- 6- چار ضلعی کے خواص:

خواص	چار ضلعی
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- مقابل کے ضلع مساوی ہوتے ہیں۔</li> <li>2- مقابل کے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔</li> <li>3- وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔</li> </ol>	<p>متوازی الاضلاع: ایک چار ضلعی جس کے مقابل کے دو جوڑ اضلاع متوازی ہوں۔</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات</li> <li>2- وتر ایک دوسرے پر عمود وار ہوتے ہیں۔</li> </ol>	<p>معین: ایک متوازی الاضلاع جس کے تمام ضلع مساوی ہوں۔</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات۔</li> <li>2- تمام زاویے قائمہ ہوتے ہیں۔</li> <li>3- وتر مساوی ہوتے ہیں۔</li> </ol>	<p>مستطیل: ایک متوازی الاضلاع جس کے تمام زاویے قائمہ ہوں۔</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- متوازی الاضلاع معین اور مستطیل کی تمام خصوصیات۔</li> </ol>	<p>مربع: ایک مستطیل جس کے اضلاع کے طول مساوی ہوں۔</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- وتر ایک دوسرے پر عمود وار ہوتے ہیں۔</li> <li>2- وتر کے طول مساوی نہیں ہوتے۔</li> <li>3- وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔</li> </ol>	<p>پتنگ: ایک چار ضلعی جس کے متصل ضلع کے دو جوڑ مساوی ہو۔</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1- مقابل کے ضلع کا ایک جوڑ متوازی ہوتا ہے۔</li> </ol>	<p>منحرف: ایک چار ضلعی جس کے متصل ضلع کا ایک جوڑ متوازی ہو۔</p>

## 13.0 تمہید

اِرم اپنی زرعی زمین کا رقبہ معلوم کرنا چاہتی ہیں جو غیر منظم شکل میں موجود ہے۔ جیسا کہ شکل-1 میں دکھلایا گیا ہے۔ اسکے علاوہ وہ اپنی زمین کو چند منظم اشکال جیسے مثلث (triangle) مستطیل (rectangle) متوازی الاضلاع (parallelogram)، معین (rhombus) اور مربع (square) میں تقسیم کرتی ہے۔ کیوں کہ وہ سوچتی ہے۔ ”اگر میں ان تمام حصوں کا رقبہ معلوم کر لوں تب مجھے میری زمین کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔“



شکل-2

شکل-1

پچھلی جماعتوں میں ہم یہ سیکھ چکے ہیں کہ مستطیل اور مربع کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس باب میں یہ سیکھیں گے کہ متوازی الاضلاع مثلث اور معین کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔ اس سے پہلے ہم نے پچھلی جماعتوں میں مربع اور مستطیل کا رقبہ اور احاطہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے، کہاں تک سیکھ چکے ہیں۔ اس کا اعادہ کریں گے۔



## مشق 1

1. حسب ذیل میں دیئے گئے جدول کو پُر کیجئے۔

خاکہ	شکل	رقبہ	احاطہ
	مستطیل	$l \times b = lb$	
	مربع		$4a$

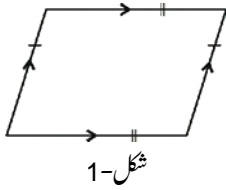
2. ذیل کے جدول میں چند مربعوں کی پیمائش دی گئی ہیں تاہم وہ نامکمل ہیں۔ نامعلوم پیمائش معلوم کیجئے۔

مربع کا ضلع	رقبہ	احاطہ
15 سمر	225 مربع سمر	
		88 سمر

3. ذیل کے جدول میں چند مستطیل کے پیمائش دیئے گئے ہیں۔ تاہم وہ نامکمل ہیں نامعلوم پیمائش معلوم کیجئے۔

طول	عرض	رقبہ	احاطہ
20 سمر	14 سمر		
	12 سمر		60 سمر
15 سمر		150 مربع سمر	

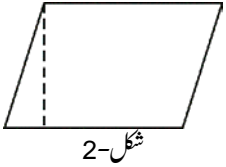
### 13.3 متوازی الاضلاع کا رقبہ



شکل-1

شکل 1 دیکھئے۔ یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔ اب ہم سیکھیں گے کہ اس کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔

مشغلہ 1:-



شکل-2

☆ کاغذ پر متوازی الاضلاع اُتاریئے اور متوازی الاضلاع کی شکل میں اسے کاٹئے۔

☆ اب متوازی الاضلاع سے نقطہ خط کے ساتھ پائے جانے والے مثلث کی شکل کے کاغذ کے ٹکڑے کو کاٹ کر علاحدہ کیجئے جیسا کہ شکل نمبر 2 میں دکھلایا گیا ہے۔

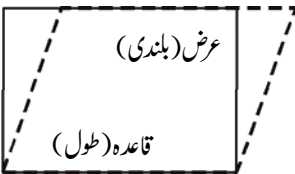


شکل-3

☆ علاحدہ کیے گئے مثلث کے ٹکڑے کو دوسری جانب رکھئے جیسا کہ شکل 3 میں دکھلایا گیا ہے۔ اور دیکھئے آیا یہ دونوں حصے مل کر ایک مستطیل بناتے ہیں۔

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ شکل 2 کے متوازی الاضلاع کا رقبہ شکل 3 کے مستطیل کے رقبہ کے مساوی ہے؟ ہاں! یہ مساوی ہوگا۔ آپ دیکھیں گے۔

مندرجہ بالا مشغلے میں آپ نے دیکھا ہوگا کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوتا ہے مستطیل کے رقبہ کے



ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کا ”رقبہ = طول × عرض“ کے مساوی ہوتا ہے۔ اور ہم یہ

بھی جانتے ہیں کہ مستطیل کا طول مساوی ہوتا ہے متوازی الاضلاع کے قاعدے کے اور مستطیل کا عرض مساوی ہوتا ہے اس کی بلندی کے۔

اس طرح مستطیل کا رقبہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

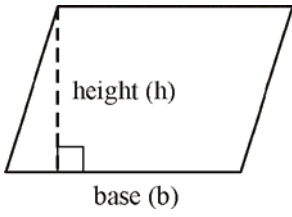
$$= \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$= \text{بلندی} \times \text{قاعدہ}$$

(جہاں طول = قاعدہ، عرض = بلندی)

اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوتا ہے قاعدہ (b) اور بلندی (h) کے حاصل

$$A = bh \text{ کے یعنی ضرب}$$



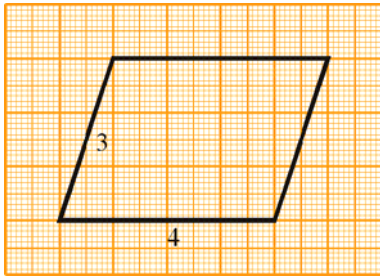
مثال 1:- ذیل میں دیئے گئے ہر متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(i) حل:- متوازی الاضلاع کا قاعدہ (b) = 4 اکائیاں

متوازی الاضلاع کی بلندی (h) = 3 اکائیاں

اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ = bh

$$A = 4 \times 3 = 12 \text{ مربع اکائیاں}$$



اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ 12 مربع اکائیاں ہے۔

(ii) حل:-

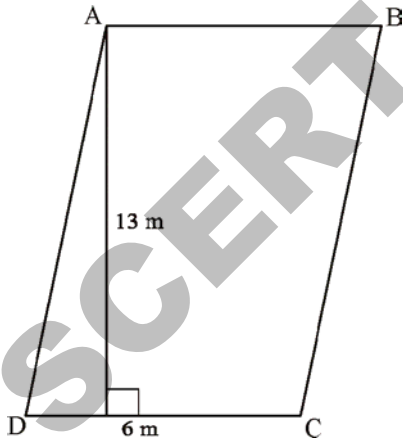
(b) متوازی الاضلاع کا قاعدہ = 6 میٹر

(h) متوازی الاضلاع کی بلندی = 13 میٹر

(A) متوازی الاضلاع کا رقبہ = bh

اس طرح 78 مربع میٹر = 6 x 13 = A

متوازی الاضلاع ABCD کا رقبہ 78 مربع میٹر ہے۔

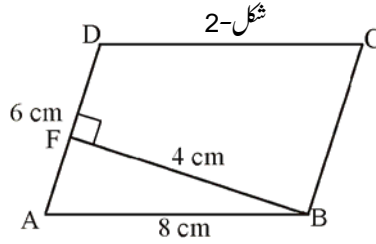
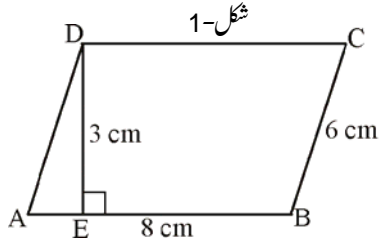




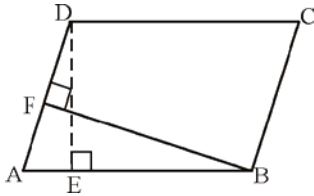
## کوشش کیجئے

متوازی الاضلاع ABCD کے اضلاع بالترتیب 8 سمر اور 6 سمر ہیں جیسا کہ شکل 1 میں دکھلایا گیا ہے۔ متوازی الاضلاع کا قاعدہ کیا ہوگا؟ بلندی کیا ہوگی؟ اور متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

شکل 2 میں متوازی الاضلاع کا قاعدہ کیا ہوگا؟ بلندی کیا ہوگی؟ اور متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔ کیا



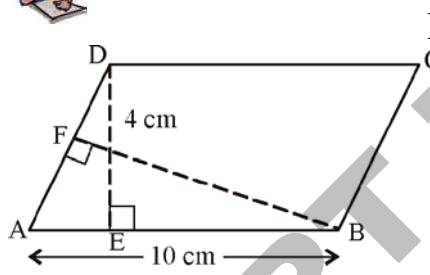
شکل 1 اور شکل 2 کا رقبہ مساوی ہے؟ متوازی الاضلاع کے کسی بھی ضلع کو بطور قاعدہ لیا جاسکتا ہے۔ شکل 1 میں AB, DE پر گرایا گیا ایک عمود ہے۔



اس لئے AB قاعدہ ہے اور DE متوازی الاضلاع کی بلندی ہے۔ شکل 2 میں AD, BF پر گرایا گیا عمود ہے۔ اس لئے AD قاعدہ ہے اور BF اس کی بلندی ہے۔



یہ کیجئے

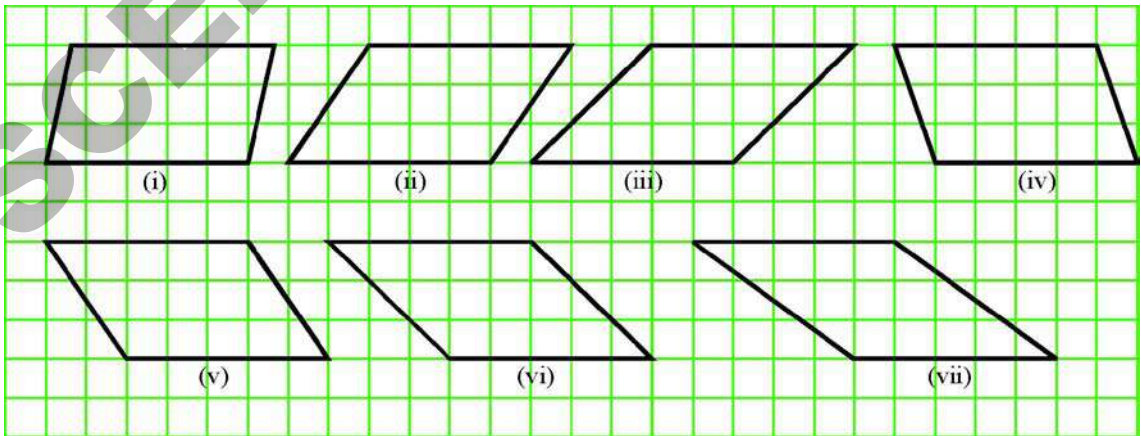


1. متوازی الاضلاع ABCD میں  $AB = 10$  سمر اور  $AD = 4$  سمر

(i) ABCD کا رقبہ معلوم کیجئے

(ii) اگر  $AD = 6$  سمر ہو تو BF کا طول معلوم کیجئے۔

2. حسب ذیل متوازی الاضلاع کا بغور جائزہ لیجئے۔



- (i) ہر متوازی الاضلاع کے گھیرے ہوئے مکمل مربعوں کی گنتی کرتے ہوئے ان کے رقبے معلوم کیجئے آیا گنتی کے دوران ہر متوازی الاضلاع میں اگر دو نامکمل مربع (جو ملکر) ایک مربع بناتے ہوں تب انہیں 1 تصور کریں۔ مندرجہ ذیل طریقہ سے جدول کو پُر کیجئے۔

متوازی الاضلاع	قاعدہ	بلندی	رقبہ	مربعوں کی تعداد کو گن کر رقبہ معلوم کرنا		
				مکمل مربعوں کی تعداد	نامکمل مربعوں کی تعداد	مکمل مربع کی تعداد
(i)	5 اکائیاں	3 اکائیاں	$5 \times 3 = 15$ مربع اکائیاں	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

- (ii) کیا متوازی الاضلاع جس کے قاعدے اور بلندیاں مساوی ہوں یکساں رقبے رکھتے ہیں۔

کوشش کیجئے۔

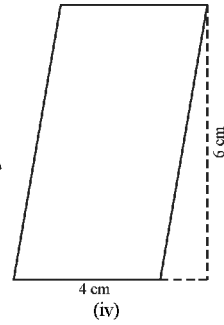
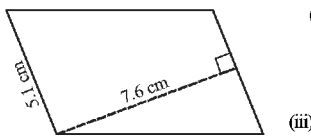
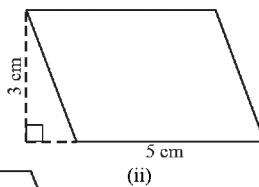
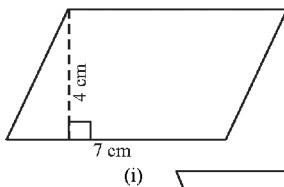
(i) ہم کیوں مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے ضابطے کو متوازی الاضلاع کے رقبہ کو معلوم کرنے کے ضابطے سے جوڑتے ہیں؟

(ii) مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے لیکن متوازی الاضلاع ایک مستطیل نہیں ہے۔ کیوں؟ اور کس طرح سمجھائیے؟



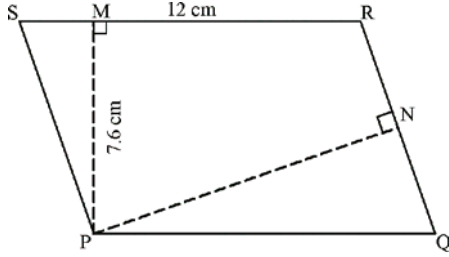
## مشق 2

1. حسب ذیل متوازی الاضلاع کے رقبے معلوم کیجئے۔





2. PQRS ایک متوازی الاضلاع ہے PM بلندی ہے نقطہ P سے SR تک اور PN بلندی ہے نقطہ P سے

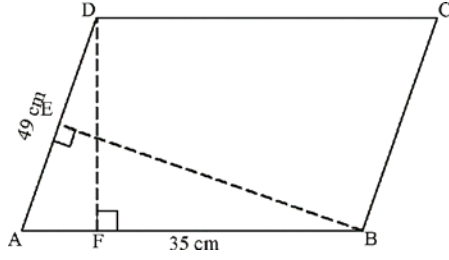


QR تک۔ اگر  $SR = 12$  سمر اور  $PM = 7.6$  سمر تب

(i) PQRS متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(ii) اگر  $QR = 8$  سمر ہو تو PN معلوم کیجئے۔

3. متوازی الاضلاع ABCD میں ضلع AB اور AD سے بلندی کو



ظاہر کرنے والے DF اور BE ضلعے پائے جاتے ہیں۔ اگر متوازی

الاضلاع کا رقبہ 1470 مربع میٹر ہے اور  $AB = 35$

اور  $AD = 49$  سمر تو BE اور DF کا طول معلوم کیجئے۔

4. ایک متوازی الاضلاع کی بلندی اس کے قاعدہ کا ایک تہائی

ہے۔ اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ 192 مربع سمر ہو تو اس کے قاعدے اور بلندی کو معلوم کیجئے۔

5. ایک متوازی الاضلاع کے قاعدے اور بلندی میں 5:2 کی نسبت پائی جاتی ہے۔ اگر متوازی الاضلاع کا

رقبہ 360 مربع میٹر ہو تو اس کا قاعدہ اور بلندی معلوم کیجئے۔

6. ایک مربع اور ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہے اگر مربع کا ایک ضلع 40 میٹر اور متوازی الاضلاع کی بلندی

20 میٹر ہے تو متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کیجئے۔

## 13.2 مثلث کا رقبہ:

### 13.2.1 مثلثات، مستطیل کا حصہ ہوتے ہیں



ایک مستطیل اُتاریے اور دو مثلث حاصل کرنے کیلئے وتر کے ساتھ اسے

علاحدہ کیجئے ایک مثلث کو دوسرے مثلث پر منطبق کیجئے۔ کیا دونوں

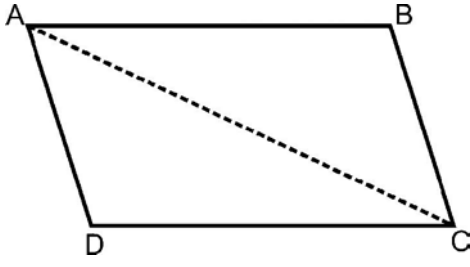
بالحاظ رقبہ مساوی ہیں؟ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں مثلثات مماثل ہوتے ہیں؟

آپ جان چکے ہیں کہ یہ دونوں مثلثات متماثل ہیں۔ اس طرح مستطیل

کا رقبہ مساوی ہوگا دونوں مثلثات کے رقبہ کے مجموعہ کے چنانچہ

$$\text{ہر ایک مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times (\text{مستطیل کا رقبہ})$$

$$\frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2} lb$$



## 13.2.2 مثلثات متوازی الاضلاع کے حصہ ہوتے ہیں

دی گئی شکل کے مطابق متوازی الاضلاع بنائیے۔ وتر کے ساتھ متوازی الاضلاع کو کاٹئے۔ آپ کو دو مثلثات حاصل ہوں گے۔ مثلثات کو ایک دوسرے پر رکھئے۔ کیا دونوں مثلثات کا جسامت (رقبہ) یکساں ہے؟

آپ جانیں گے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوگا دونوں مثلثات کے رقبہ کے مجموعے کے، اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہے اس کے قاعدے اور بلندی کے حاصل ضرب کے

$$\text{اس لئے (متوازی الاضلاع کا رقبہ)} = \frac{1}{2} \times \text{ہر مثلث کا رقبہ}$$

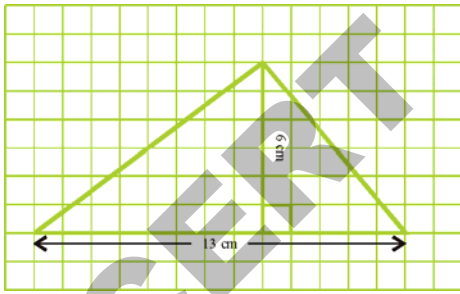


$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} (\text{قاعدہ} \times \text{بلندی})$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} bh$$

اس طرح

مثلث کا رقبہ قاعدے (b) اور بلندی (h) کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔  $A = \frac{1}{2} bh$



مثال 2:- مثلث کے رقبہ کو معلوم کیجئے

$$\text{حل:-} \quad 13 \text{ سمر} = (b) \text{ مثلث کا قاعدہ}$$

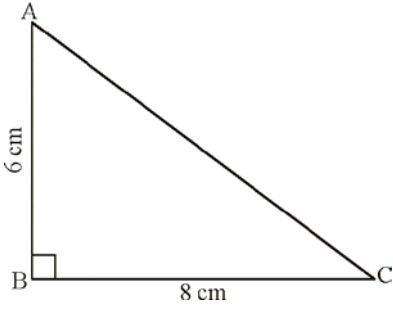
$$6 \text{ سمر} = (h) \text{ مثلث کی بلندی}$$

$$A = \frac{1}{2} (\text{قاعدہ} \times \text{بلندی}) = \frac{1}{2} bh \text{ مثلث کا رقبہ یا}$$

$$\text{اس طرح} = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$$

$$13 \times 3 = 39 \text{ مربع میٹر}$$

لہذا مثلث کا رقبہ 39 مربع میٹر ہے



مثال 3:-  $\triangle ABC$  کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(b) مثلث کا قاعدہ = 8 سمر

(h) مثلث کی بلندی = 6 سمر

(A) مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} bh$

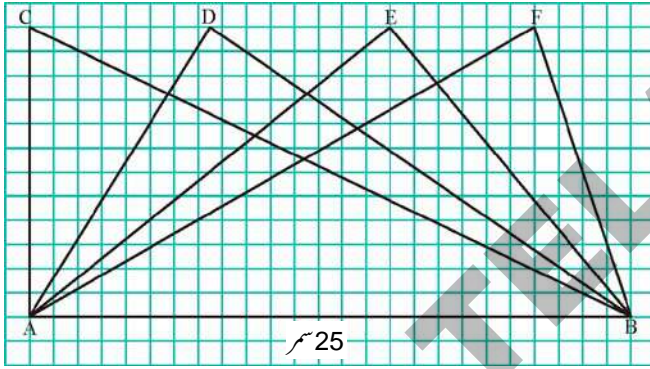
$A = \frac{1}{2} (\text{قاعدہ} \times \text{بلندی})$  مثلث کا رقبہ یا  $\frac{1}{2} bh$

اس طرح =  $\frac{1}{2} \times 8 \times 6$

24 مربع سمر

لہذا  $\triangle ABC$  کا رقبہ 24 مربع سمر ہے۔

قائمہ الزاویہ مثلث کے دونوں ضلعوں میں سے کسی ایک ضلع کو بطور بلندی لیا جاسکتا ہے۔



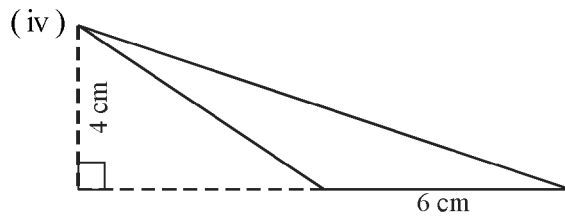
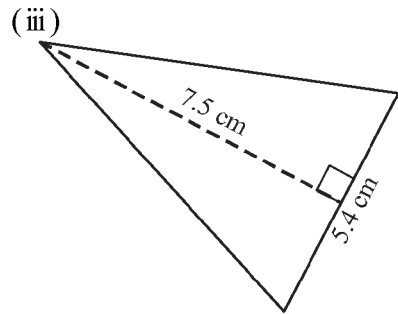
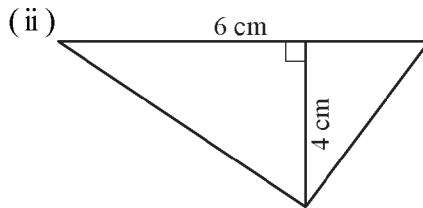
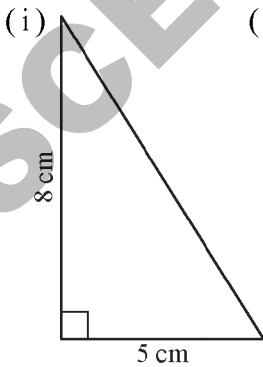
کوشش کیجئے

شکل میں تمام مثلثات کا قاعدہ سمر 25 AB دیا گیا ہے کیا AB کو قاعدہ مان کر کھینچے گئے تمام مثلثات کی بلندی مساوی ہے؟ کیا تمام مثلثات مساوی رقبہ رکھتے ہیں؟ اپنے جواب کی تائید کے لئے وجوہات بتائیے۔ کیا تمام مثلثات متماثل بھی ہیں



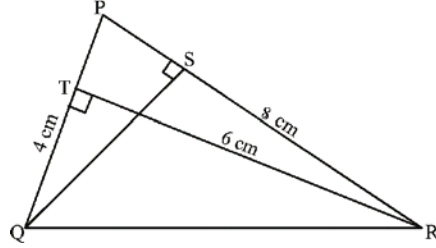
### مشق 3

1. ہر مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔

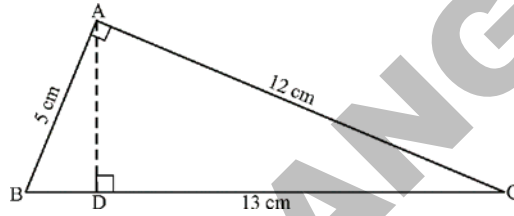


2. دیئے گئے  $\triangle PQR$  میں  $PQ = 4$  سمر،  $PR = 8$  سمر اور  $RT = 6$  سمر ہے۔ تو

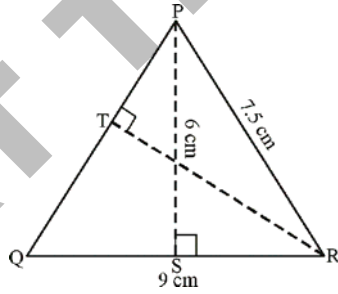
(i)  $\triangle PQR$  کا رقبہ معلوم کیجئے (ii)  $QS$  کا طول معلوم کیجئے



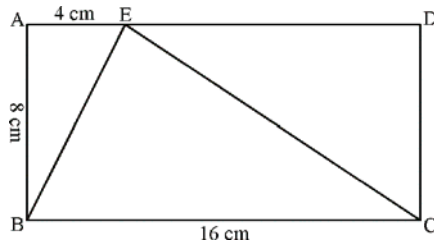
3.  $\triangle ABC$  نقطہ A پر زاویہ قائمہ بناتا ہے جب کہ  $AD$  عمودوار ہے  $BC$  پر اگر  $AB = 5$  سمر،  $BC = 13$  سمر اور  $AC = 12$  سمر ہے تو  $\triangle ABC$  کا رقبہ معلوم کیجئے اور  $AD$  کا طول معلوم کیجئے۔



4.  $\triangle PQR$  مساوی الثاقین ہے جس کے مقابل کے اضلاع  $PQ = PR = 7.5$  سمر اور  $QR = 9$  سمر ہے۔  $PS$  کی بلندی نقطہ P سے  $QR$  تک 6 سمر ہے تو  $\triangle PQR$  کا رقبہ معلوم کیجئے اور بتائیے کہ  $R$  سے  $PQ$  کی بلندی کیا ہوگی جو کہ  $RT$  ہے۔

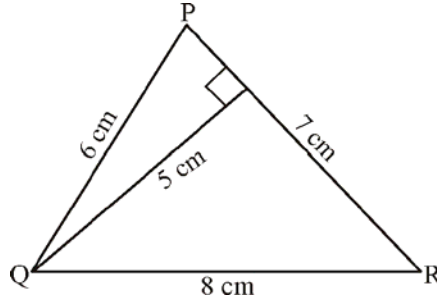


5. مستطیل  $ABCD$  کے اضلاع کا طول  $AB = 8$  سمر،  $BC = 16$  سمر اور  $AC = 4$  سمر  $ABCE$  کا رقبہ معلوم کیجئے کیا  $\triangle BEC$  کا رقبہ  $\triangle BAE$  اور  $\triangle CDE$  کے مجموعی رقبہ کے مساوی ہوگا۔ کیوں؟



6. رانی کہتی ہے کہ  $\triangle PQR$  کا رقبہ مربع سمر  $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5$  ہوتا ہے۔ جب کہ عبداللہ کہتا ہے کہ مثلث کا

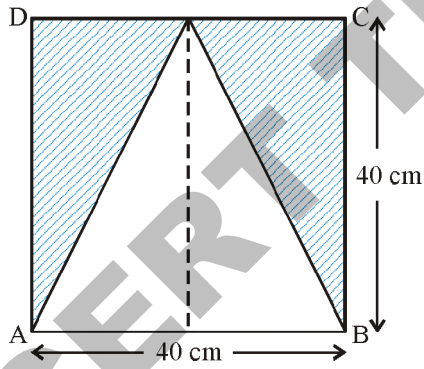
رقبہ مربع سمر  $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5$  ہے دونوں میں کون صحیح کہہ رہے ہیں اور کیوں؟



7. مثلث کے قاعدے کو معلوم کیجئے جب کہ اُس کا رقبہ 220 مربع سمر ہے اور اسکی بلندی 11 سمر ہے۔

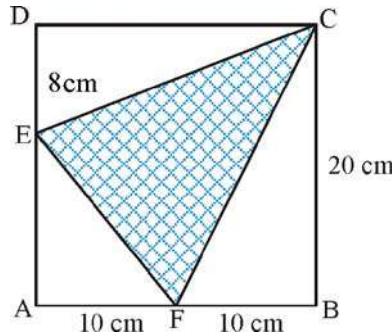
8. ایک مثلث کی بلندی قاعدے سے دوگنی ہے اور اس کا رقبہ 400 مربع سمر ہے تو مثلث کے قاعدے کا طول اور بلندی معلوم کیجئے۔

9. ایک مثلث کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کے مساوی ہے۔ جس کے طول اور عرض ترتیب وار 20 سمر اور 15 سمر ہے۔ اگر مثلث کا قاعدہ 30 سمر ہو تو مثلث کی بلندی معلوم کیجئے۔

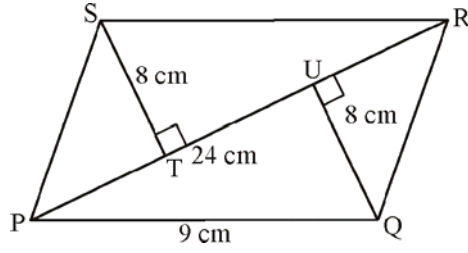


10. شکل ABCD میں سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کیجئے۔

11. شکل ABCD میں سایہ کئے ہوئے حصے کا رقبہ معلوم کیجئے



12. PQRS متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے جب کہ  $PR=24$  سمر اور  $QU=ST=8$  سمر ہے۔

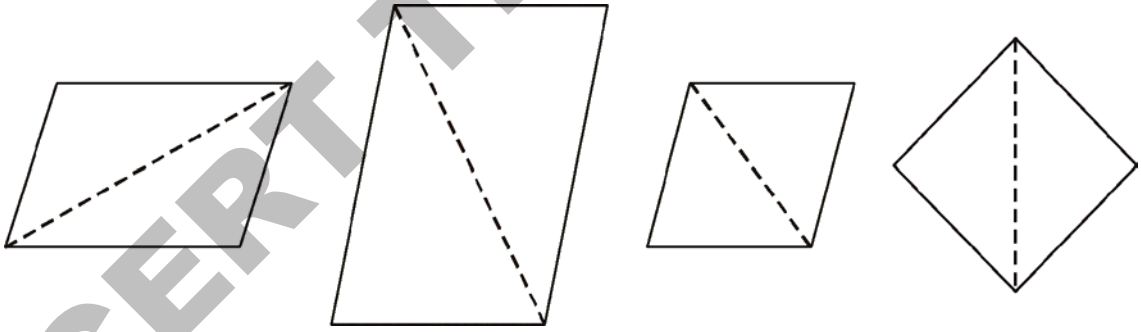


13. مثلث کے قاعدے اور بلندی کے طول کے درمیان 3:2 کی نسبت ہے۔ اور اس کا رقبہ 108 مربع سمر ہے۔ تو اس کے قاعدے اور بلندی کو معلوم کیجئے۔

### 13.3 معین کا رقبہ



ریاض اور زیبا دونوں اچھے دوست ہیں ایک دن ریاض نے زیبا کو مختلف مثلث کے اشکال دیئے زیبا نے ان مثلثات سے مختلف قسم کے متوازی الاضلاع بنائے۔ ان متوازی الاضلاع کو ذیل میں دکھلایا گیا ہے۔



ریاض نے زیبا سے پوچھا کہ کس متوازی الاضلاع کے اضلاع مساوی ہیں؟ زیبا نے کہا آخری دو اشکال کے اضلاع مساوی ہیں، تب ریاض نے بتلایا ”اگر کسی متوازی الاضلاع کے چار ضلع مساوی ہوتے ہوں تو ایسی شکل کو معین کہتے ہیں۔“

تو آئیے معین کا رقبہ معلوم کرنے کے طریقہ کو سیکھیں گے۔

ABCD ایک معین ہے

$$\text{معین کا رقبہ } ABCD = (\triangle ACD \text{ کا رقبہ}) + (\triangle ABC \text{ کا رقبہ})$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \times AC \times OD \right] + \left[ \frac{1}{2} \times AC \times OB \right]$$

وتر ایک دوسرے کو عموداً قطع کرتے ہیں

$$= \left[ \frac{1}{2} \times OD \times OB \right]$$

$$= \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$\frac{1}{2} d_1 \times d_2$$

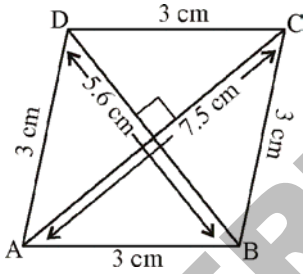
جہاں  $AC = d_1$  اور  $BD = d_2$

$$= \frac{1}{2} (\text{وتروں کا حاصل ضرب})$$

دوسرے لفظوں میں معین کا رقبہ وتروں کے حاصل کا نصف ہوتا ہے۔

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

مثال 4:- ABCD معین کا رقبہ معلوم کیجئے؟



حل:-  $d_1 = 7.5$  سمر وتر کا طول

$d_2 = 5.6$  سمر دوسرے وتر کا طول

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21 \text{ مربع سمر}$$

مثال 5:- ایک معین کا رقبہ 60 مربع سمر ہے اور اس کے ایک وتر کا طول 8 سمر ہے تو دوسرے وتر کا طول معلوم کیجئے۔

حل:-  $d_1 = 8$  سمر وتر کا طول

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

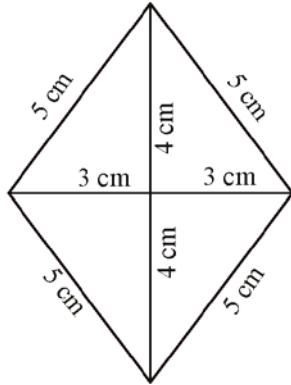
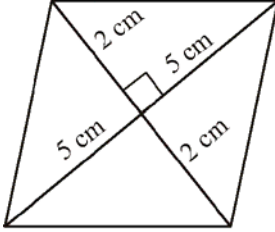
$$60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$$

$$d_2 = 15 \text{ سمر}$$



## مشق 4

1. دیئے گئے معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔



2. غائب شدہ قدروں کو درج کیجئے۔

دائرہ (1) $d_1$	دائرہ (2) $d_2$	معین کا رقبہ
12 سمر	16 سمر	
27 سمر		2025 مربع سمر
24 میٹر	57.6 میٹر	

3. معین کے ایک وتر کا طول 24 سمر ہے اور اس کا رقبہ 216 مربع سمر ہے تو اس کے دوسرے وتر کا طول معلوم کیجئے۔

4. ایک عمارت کے فرش پر معین نما شکل کے 3000 ٹائلس بچھائے گئے ہیں۔ ہر ٹائل کا وتر بالترتیب 45 سمر اور 30 سمر ہے تو فرش کو پالش کرنے کے لئے بحساب Rs. 2.50 فی مربع میٹر کیا خرچ آئے گا معلوم کیجئے۔

### 13.4 دائرے کا محیط



نازیہ سائیکل کے ٹائر سے کھیل رہی ہے وہ ٹائر کو لکڑی کی مدد سے گردش دے رہی ہے اور اس کے ساتھ خود بھی دوڑ رہی ہے۔ ٹائر کی ایک گردش مکمل ہونے پر کتنا فاصلہ طے ہوا ہوگا۔ ایک گردش میں ٹائر کا طے کیا ہوا فاصلہ ٹائر کے بیرونی دائروں کی طول کے مساوی ہوگا ٹائر کے بیرونی دائروں کی طول کو عام طور پر ٹائر کا محیط کہتے ہیں۔

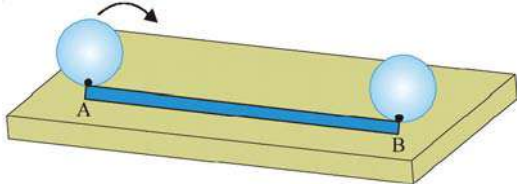
ٹائر کا جملہ طے کردہ فاصلہ اور ٹائر کی گردشوں کی تعداد کے درمیان کونسا رشتہ پایا جاتا ہے؟

$$\text{ٹائر کا بیرونی دائروں کی طول} \times \text{گردشوں کی تعداد} = \text{ٹائر کا جملہ طے کردہ فاصلہ}$$





**مشغلہ 2:-** نیہا ایک مقوے سے دائروی شکل کا ٹکڑا کاٹتی ہے۔ وہ اس کے اطراف سجاوٹ کی خاطر لیس لگانا چاہتی ہے۔ اُسے دائروی مقوے کے محیط کے مساوی طول والا لیس درکار ہے۔ کیا وہ محیط کی پیمائش پٹری کی مدد سے کر سکتی ہے۔ آئیے نیہا کیا کرتی ہے دیکھیں گے!۔



نیہا نے میز پر ایک خط کھینچا، اس کے ابتدائی نقطہ پر A کا نشان لگایا۔ اس کے بعد مقوے کے راس پر ایسا ہی نشان لگایا۔ اب دائروی مقوے کو میز پر کھینچے گئے خط پر ایسا رکھا کہ خط کا ابتدائی نشان اور مقوے کا نشان ایک دوسرے پر منطبق ہوں۔ اب اس دائروی

مقوے کو خط کے ساتھ گھماتی گئی جب تک کہ مقوے کے راس والا نشان دوبارہ خط کو چھو جائے اور اس مقام کو B سے نشاندہی کی، خط AB کا طول دائروی مقوے کا محیط ہے۔ دائروی مقوے کے لئے درکار لیس کا طول بھی AB کے فاصلہ کے مساوی ہوتا ہوگا۔

### کوشش کیجئے



دھاگے کی مدد سے، بوتل کے ڈھکن، چوڑی یا کسی اور دائروی شے کے محیط کو معلوم کیجئے۔

مندرجہ بالا طریقہ سے ہر دائروی شکل کا محیط معلوم کرنا آسان نہیں ہے۔ اس لئے ہمیں ایک دوسرے طریقہ کی ضرورت لاحق ہوتی ہے۔ آئیے دیکھیں دائرے کے قطر اور محیط کے درمیان کیا کوئی رشتہ پایا جاتا ہے۔

ایک شخص چھ مختلف نصف قطر والے مقوے سے بنے دائرے لیتا ہے اور اس کا محیط دھاگے کی مدد سے معلوم کرتا ہے، اور اُس نے ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان پائی جانے والی نسبت کو بھی معلوم کرتا ہے۔ اس نے اپنے مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدول میں درج کیا ہے۔

دائرہ	نصف قطر	قطر	محیط	محیط اور قطر میں نسبت
1	3.5 سمر	7.0 سمر	22.0 سمر	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7.0 سمر	14.0 سمر	44.0 سمر	$\frac{44}{14} = 3.14$
3	10.5 سمر	21.0 سمر	66.0 سمر	
4	21.0 سمر	42.0 سمر	132.0 سمر	
5	5.0 سمر	10.0 سمر	32.0 سمر	
6	15.0 سمر	30.0 سمر	94.0 سمر	

آپ کو جدول سے کیا معلوم ہوا؟ کیا ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان تقریباً ایک جیسی نسبت ہوتی ہے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ دائرے کا محیط ہمیشہ تقریباً دائرے کے قطر کا تین گنا ہوتا ہے۔ کسی دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان پائی جانے والی نسبت کی حقیقی قدر  $\frac{22}{7}$  یا 3.14 ہوتی ہے۔ یہ ہمیشہ مستقل رہتی ہے اور اس کو  $\pi$  پئی کی علامت سے تعبیر کرتے ہیں۔ اس لئے  $\frac{c}{d} = \pi$  جہاں پر "C" دائرے کا محیط ہے اور "d" اس کا قطر ہوتا ہے۔

$$\frac{c}{d} = \pi$$

$$c = \pi d$$

جبکہ دائرے کا قطر، نصف قطر کا دو گنا ہوتا ہے یعنی  $d = 2r$ ،  $c = 2\pi r$  یا  $C = \pi \times 2r$

$$2\pi r \text{ یا } \pi d = \text{اسی لئے دائرے کا محیط}$$

مثال 6:- دائرے کا محیط معلوم کیجئے جبکہ اس کا قطر 10 سمر ہو ( $\pi = 3.14$  کی قیمت لیجئے)

حل:- 10 سمر  $d =$  دائرے کا قطر

$$C = \pi d \text{ دائرے کا محیط}$$

$$= 3.14 \times 10 \text{ سمر}$$

سمر  $C = 31.4$  جہاں دائرے کا محیط 31.4 سمر ہے

مثال 7:- دائرے کا محیط معلوم کیجئے جبکہ اس کا نصف قطر 14 سمر ہو۔ ( $\pi$  کی قدر  $\frac{22}{7}$  لیجئے)

حل:- 14 سمر  $(r)$  دائرے کا نصف قطر

$$(c) \text{ دائرے کا محیط} = 2\pi r$$

$$C \text{ چونکہ} = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

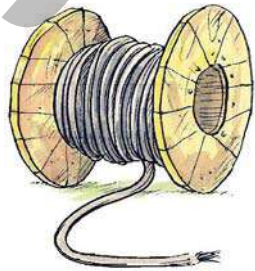
$$C = 88 \text{ سمر}$$

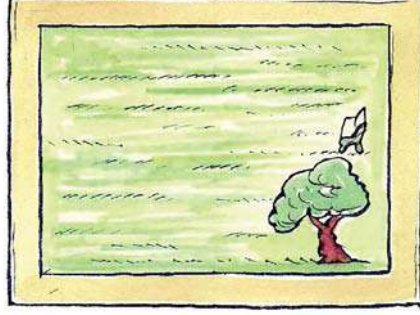
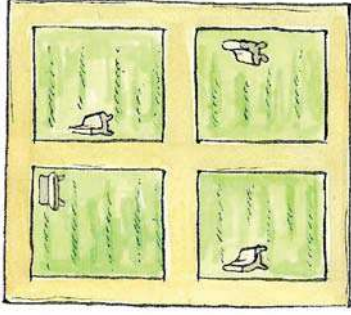
یہاں دائرے کا محیط 88 سمر ہے۔



## مشق 5

1. دائرہ کا محیط معلوم کیجئے جبکہ ان کے نصف قطر یہ ہوں۔  
(i) 35 سمر (ii) 4.2 سمر (iii) 15.4 سمر
2. دائرہ کا محیط معلوم کیجئے جب کہ ان کے قطر یہ ہوں۔  
(i) 17.5 سمر (ii) 5.6 سمر (iii) 4.9 سمر
- نوٹ:- مندرجہ بالا سوالات کے لئے  $\pi$  کی قدر  $\frac{22}{7}$  لیجئے
3. (i)  $\pi = 3.14$  لیتے ہوئے دیئے گئے دائروں کے محیط معلوم کیجئے جبکہ ان کا نصف قطر  
(a) 8 سمر (b) 15 سمر (c) 20 سمر  
(ii) دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے جس کا محیط 44 سمر ہے۔
4.  $\pi = \frac{22}{7}$  کو لیتے ہوئے دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے جبکہ اس کا محیط 264 سمر ہے۔
5. اگر دائرہ کا محیط 33 سمر ہو تو اس کا قطر معلوم کیجئے۔
6. ایک سمر نصف قطر والے پہنچے کو 660 سمر فاصلہ طے کرنے کے لئے کتنی دفعہ گردش کرنا پڑے گا ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
7. دو دائروں کے قطر کے درمیان 3:4 کی نسبت ہے۔ تو ان کے محیط کے درمیان پائی جانے والی نسبت معلوم کیجئے۔
8. ایک روڈ رولر 2200 میٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے 200 گردش کرتا ہے۔ تو اس رولر کا نصف قطر معلوم کیجئے۔
9. ایک دائروی وضع کی گھڑی میں منٹ کے کانٹے کی لمبائی 15 سمر ہے۔ بتلائیے کہ ایک گھنٹہ میں منٹ کے کانٹے کا سر اکتفا فاصلہ طے کرے گا۔  
نوٹ:  $\pi = 3.14$  درج کیجئے۔
10. ایک برقی تار (wire) کو دائروی شکل میں لپیٹا گیا جس کا قطر 25 سمر ہے، اگر اس تار کو ایک مربع کی شکل دی جائے تو بتلائے کہ اس مربع کے ہر ایک ضلع کی لمبائی کیا ہوگی۔

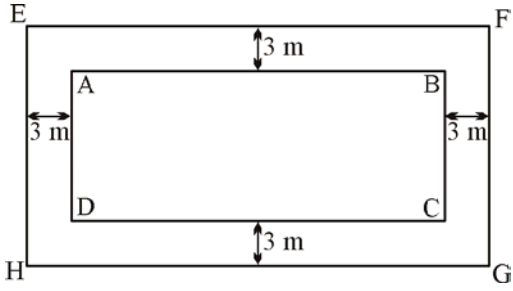




### 13.5 مستطیلی راستے

ہمیں ایسے پیدل راستے چمن کے اطراف نظر آتے ہیں۔ اب ہم ان راستوں کے رقبے کس طرح

معلوم کئے جاتے ہیں سیکھیں گے۔ یہ ہمیں ان کی تعمیر کے لئے آنے والے خرچ کو محسوب کرنے میں معاون ثابت ہوگا۔



مثال 8:- ایک پلاٹ 60 میٹر لمبا اور 40 میٹر چوڑا ہے۔ پلاٹ

کے اطراف 3 میٹر چوڑائی والا ایک راستہ بنایا گیا ہے۔

راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:-

فرض کرو کہ ABCD دیا گیا پلاٹ ہے۔ اسکے اطراف ایک تین میٹر چوڑائی والا راستہ ہے۔ ہمیں راستہ کا رقبہ

معلوم کرنے کے لئے بڑے مستطیل EFGH کے رقبے سے چھوٹے مستطیل ABCD کا رقبہ تفریق کرنا ہوگا۔

$$\text{اندرونی مستطیل کا طول} = 60 \text{ میٹر}$$

$$\text{اندرونی مستطیل کا عرض} = 40 \text{ میٹر}$$

$$\text{پلاٹ ABCD کا رقبہ} = (40 \times 60) \text{ مربع میٹر}$$

$$2400 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{راستے کی چوڑائی} = 3 \text{ میٹر}$$

$$\text{بیرونی مستطیل کا عرض} = (3+3) \text{ میٹر} + 60 \text{ میٹر}$$

$$66 \text{ میٹر}$$

$$\text{بیرونی مستطیل کا طول} = (3+3) \text{ میٹر} + 40 \text{ میٹر}$$

$$46 \text{ میٹر}$$

$$\text{بیرونی مستطیل کا رقبہ} = (66 \times 46) \text{ مربع میٹر}$$

$$3036 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{اسلئے راستے کا رقبہ} = (3036 - 2400) \text{ مربع میٹر}$$

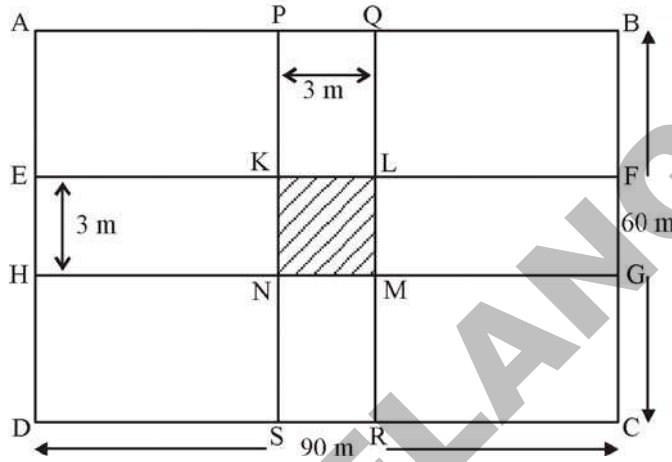
$$636 \text{ مربع میٹر}$$

مثال 9:- ایک مستطیلی میدان کے ابعاد 90 میٹر اور 60 میٹر ہیں دورا سے اس طرح بنائے گئے ہیں کہ یہ دونوں میدان کے مرکز سے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور یہ راستے ضلعوں کے متوازی ہیں اگر راستے کی چوڑائی تین میٹر ہو تو (i) راستے کتنا رقبہ گھیریں گے

(ii) بحساب فی مربع میٹر -/Rs. 110 راستے کی تعمیر کا خرچ معلوم کیجئے۔

حل:-

فرض کرو کہ ABCD ایک مستطیلی میدان ہے اس کے اندر 3 میٹر چوڑے PQRS اور EFGH راستے موجود ہیں۔



(i) مطلوبہ چوراہے کا رقبہ مساوی ہوتا ہے مستطیل PQRS اور مستطیل EFGH کے رقبہ کے مجموعہ کے۔ جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے۔ مربع KLMN رقبہ دو دفعہ حساب کیا گیا ہے۔ اس لئے ہمیں چاہئے کہ اس کے رقبہ کو ایک مرتبہ تفریق کریں۔ از روئے سوال ہم جانتے ہیں کہ

$$PQ = 3 \text{ میٹر} \quad \text{اور} \quad PS = 60 \text{ میٹر}$$

$$EH = 3 \text{ میٹر} \quad \text{اور} \quad EF = 90 \text{ میٹر}$$

$$KL = 3 \text{ میٹر} \quad \text{اور} \quad KN = 3 \text{ میٹر}$$

$$\text{مربع KLMN کا رقبہ} = \text{مستطیل EFGH کا رقبہ} + \text{مستطیل PQRS کا رقبہ} - \text{راستوں کا رقبہ}$$

$$= (PS \times PQ) + (FH \times EH) - (KL \times KN)$$

$$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$$

$$= \text{مربع میٹر } (180 + 270 - 9)$$

$$441 \text{ مربع میٹر}$$

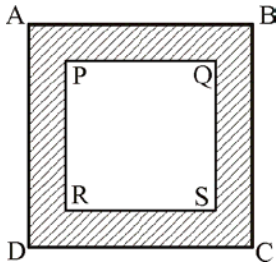
(ii) راستے کی تعمیر کا خرچ بحساب -/Rs. 110 فی مربع میٹر

$$\text{راستے کی تعمیر کا خرچ} = 100 \times 441$$

Rs. 48510/-

مثال 10:- ایک مربعی چمن جس کا ضلع 100 میٹر ہے۔ اس کے اطراف پانچ میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجیے اور راستے کو بحساب فی 10 مربع میٹر 250 روپے سمٹ کرنے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل:-



فرض کرو کہ PQRS ایک مربعی چمن ہے جس کا ضلع 100 میٹر ہے جہاں سایہ کیا ہوا حصہ 5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔

$$AB = 100 + (5 + 5) = 110 \text{ میٹر کا طول}$$

$$10000 \text{ مربع میٹر} = (100)^2 \text{ میٹر}^2 = (\text{ضلع})^2 = \text{مربع PQRS کا رقبہ}$$

$$12100 \text{ مربع میٹر} = (110)^2 \text{ میٹر}^2 = (\text{ضلع})^2 = \text{مربع ABCD کا رقبہ}$$

$$2100 \text{ مربع میٹر} = (2100 - 10000) = \text{اس طرح راستے کا رقبہ}$$

$$10 = \text{Rs. } 250/- \text{ مربع میٹر کو سمٹ کرنے کا خرچ}$$

$$\text{اس طرح فی مربع میٹر کو سمٹ کرنے کا خرچ} = \frac{250}{10}$$

$$\text{اس لئے } 2100 \text{ مربع میٹر کو سمٹ کرنے کا خرچ} = \frac{250}{10} \times 2100$$

Rs. 52,500/-



## مشق 6

1. ایک مربعی میدان جس کا ضلع 45 میٹر ہے جس کے اطراف 205 میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔
2. ایک مدرسہ کا مرکزی ہال (Central hall) 18 میٹر لمبا اور 12.5 میٹر چوڑا ہے۔ ہال کی اندرونی دیواروں سے 50 سم چوڑی پٹی چھوڑتے ہوئے قالین بچھائی جانے والی ہے۔ بچھائی گئی قالین کا رقبہ معلوم کیجیے اور قالین نہ بچھائے گئے حصہ کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔
3. گھاس کے مربعی پلاٹ کا ایک ضلع 80 میٹر ہے 4 میٹر چوڑائی والے دو متوازی راستے پلاٹ کے درمیان سے بنائے گئے ہیں۔ جو پلاٹ کے مرکز سے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ پلاٹ کے راستوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔
4. ایک کمرہ جس کے ابعاد 8 میٹر اور 5 میٹر ہیں اس کے اطراف 2 میٹر چوڑا، صحن تعمیر کیا گیا ہے۔ صحن کا رقبہ معلوم کیجیے؟

5. ایک مستطیلی چمن کا طول 700 میٹر اور اس کا عرض 300 میٹر ہے۔ اسکے درمیان سے 10 میٹر چوڑے دو راستے گزرتے ہیں جو مستطیلی چمن کے مرکز پر ایک دوسرے سے قطع کرتے ہیں۔ چونکہ ان کے اضلاع کے متوازی ہیں۔ راستوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔ اور چمن کا رقبہ راستوں کے رقبہ کو منہا کرتے ہوئے معلوم کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا:-

☆ متوازی الاضلاع کا رقبہ قاعدہ (b) اور تناظر بلندی (h) کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ یعنی  $A=bh$  جہاں بطور قاعدہ متوازی الاضلاع کے کسی بھی ضلع کو لیا جاسکتا ہے۔

☆ مثلث کا رقبہ قاعدے (b) اور بلندی (h) کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔

$$A = \frac{1}{2}bh \text{ یعنی}$$

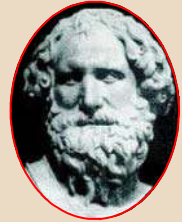
☆ معین کا رقبہ اس کے وتروں کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔

$$A = \frac{1}{2}d_1d_2 \text{ یعنی}$$

$$2\pi r = \text{دائرے کا محیط}$$

جہاں r دائرے کا نصف قطر اور 3.14 یا  $\frac{22}{7}$  ہے۔

آرشمیدس (یونانی ریاضی داں و سائنس داں) 287-212 ق.م۔  
نے سب سے پہلے  $\pi$  کی قیمت معلوم کی  
دائرے کا رقبہ اور احاطہ معلوم کرنے کے لئے ضابطہ کو ترتیب دیا



14.0 تمہید:

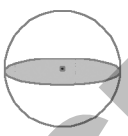

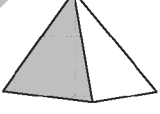
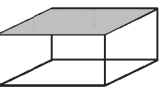
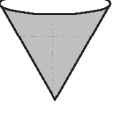
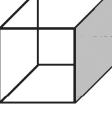
ہم جماعت ششم میں مختلف سه ابعادی اشکال سے متعلق معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ اس کے رُخ کنارے اور راسوں کی بھی شناخت کر چکے ہیں۔ آئیے ہم جماعت ششم میں سیکھے ہوئے نکات کا اعادہ کریں گئے۔



مشق 1

1- ذیل میں چند اجسام کی اشکال دی گئی ہیں۔ اشکال کی بنیاد پر ان کے نام لکھتے ہوئے درجہ بندی کیجیے، اور جدول میں درج کیجیے۔



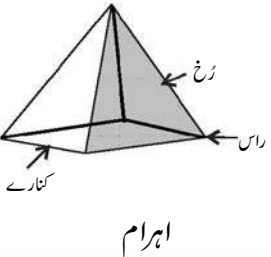
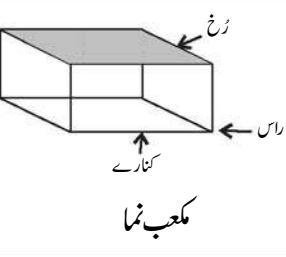
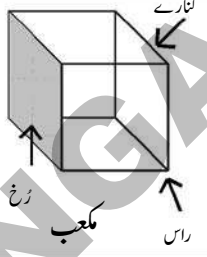
					
کرہ	استوانہ	اہرام	مکعب نما	مخروط	مکعب



2- روزمرہ زندگی میں استعمال ہونے والے کم از کم 2 ایسے اشکال کے نام لکھے جو بنیادی طور پر مندرجہ ذیل سے ابعادی اشکال سے مشابہ ہوں۔

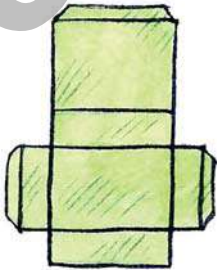
- (i) مخروط  
(ii) مکعب  
(iii) مکعب نما  
(iv) کرّہ  
(v) استوانہ

3- دیئے گئے اشکال کے کنارے، کونے اور راس کی شناخت کیجیے اور بیان کیجیے۔

			
			زاخ
			کنارے
			راس

### 14.1 سے ابعادی اشکال کے جال

اب ہم سادہ کاغذ پر دو ابعادی سطح پر موجود سے ابعادی اشکال کو دیکھ سکیں گے۔ یہ مختلف سے ابعادی اشکال کے جال اتارتے ہوئے تیار کئے جاسکتے ہیں؟ ایک مقوے کا باکس (ٹوٹھ پیسٹ یا جوتوں کا ڈبہ وغیرہ) لیجیے۔ اس کے کناروں کو کاٹ لیں تاکہ اسکو پھیلا سکیں۔ یہ اس بکس کا جال ہوگا۔ یہ جال دو ابعادی میں اس بکس کا ڈھانچہ ہوگا (جیسا کہ شکل (1) میں دکھایا گیا) جب اس کو موڑا جائے تب (شکل (2) یہ سے ابعادی شکل (شکل (3) بن جائے گی۔



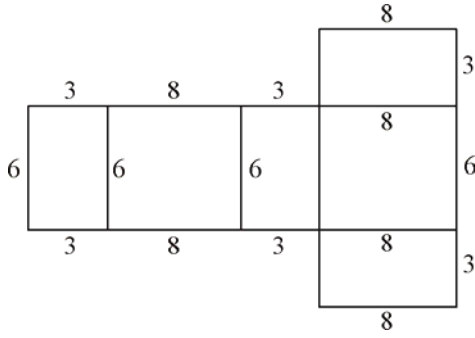
شکل-1



شکل-2



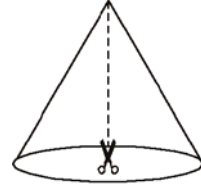
شکل-3



یہاں پر بکسہ کے جال کا نمونہ دیا گیا ہے۔ دبیز کاغذ پر نقش بنائیے اور اس کو چسپاں کیجیے۔ تاکہ یہ مناسب طور پر موڑا جائے اور کناروں کو چسپاں کیا جائے۔ یہ بکسہ کونسی شکل اختیار کرے گا؟

اسی طرح آسکریم کون کا مقوہ لیجیے۔ شکل (1) میں

بتلائے گئے طریقے سے اس کی جانبی سطح کے ہمراہ کاٹ لیجیے۔ مخروط کا جال حاصل ہو جائے گا (شکل 2)



Figure



Figure 2

**کوشش کیجیے:** مختلف نمونوں کے اجسام (استوانہ، مکعب، مکعب نما اور مخروط لیجیے اور اپنے استاد/دوست کی مدد سے ان کو کاٹ کر جال حاصل کیجیے۔

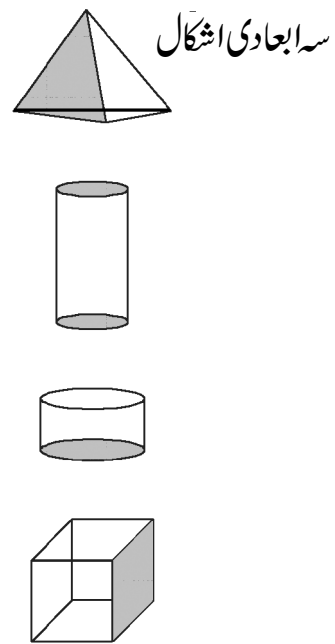
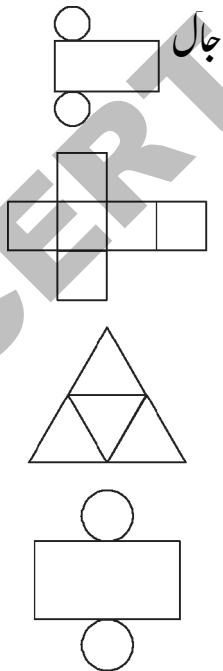


مندرجہ بالا مشغلہ سے آپ جان جائیں گے کہ مختلف نمونوں کے لیے مختلف جال ہوں گے۔ ایک ہی نمونے کے لیے ایک سے زائد جال بھی ہو سکتے ہیں یہ کاٹنے کے طریقے پر منحصر ہوگا۔

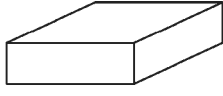


## مشق 2

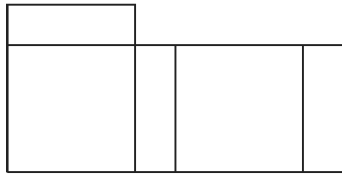
1: ذیل میں چند جال دیئے گئے ہیں۔ ان کی نقل کو دبیز کاغذ پر چسپاں کیجیے۔ مناسب طور پر جوڑتے ہوئے مختلف سہ ابعادی اشکال بنانے کوشش کیجیے۔ جال اور سہ ابعادی اشکال کو جوڑ ملائیے۔



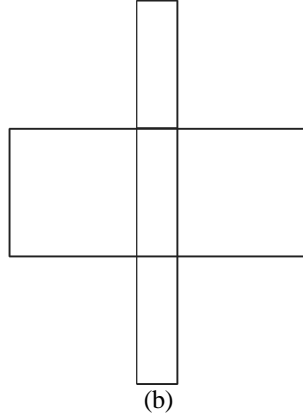
2- ذیل میں ایک نمونے کے تین جال دیئے گئے ہیں۔ جال کو مناسب طور پر جوڑتے ہوئے سہ ابعادی شکل بنائیے۔



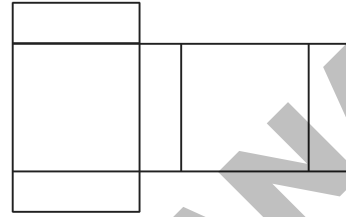
(i)



(a)



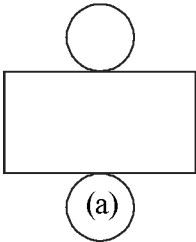
(b)



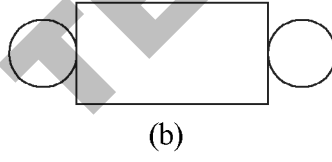
(c)



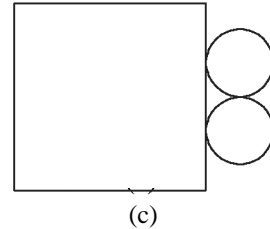
(ii)



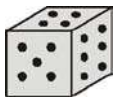
(a)



(b)

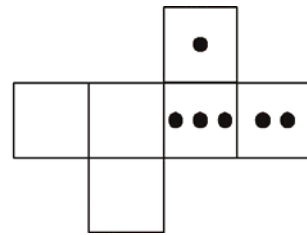
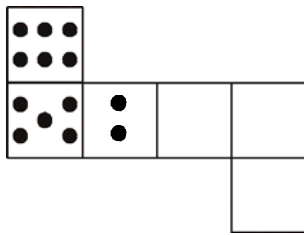


(c)



3- پانسہ مکعب کی شکل کا ہوتا ہے جس کے ہر رخ پر نقطے بنے ہوئے ہوتے ہیں۔ اس کے مخالف رخ پر پائے جانے والے نقطوں کا مجموعہ 7 ہوتا ہے۔

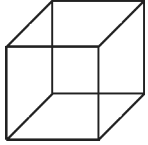
ذیل میں پانسہ بنانے کے لئے دو جال دیئے گئے ہیں خالی خانوں میں مناسب تعداد کے نقطے لگائیے۔



یہ کھیلیں:- آپ اور آپ کے دوست پشت سے پشت لگا کر بیٹھے، آپ میں سے کوئی فرد ایک سہ ابعادی شکل کی جال پڑھئے دوسرا فرد اس کی نقل کر کے سہ ابعادی شکل تیار کریں۔

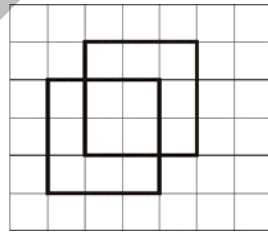
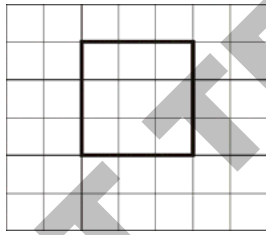
## 14.2 مسطح سطح پر ٹھوس اجسام کی بناوٹ:-

ہم جس کاغذ پر اشکال اتارتے ہیں وہ ایک مسطح سطح ہے۔ جب آپ ایک ٹھوس ساخت بنائیں گے تب وہ ساخت تحریف شدہ ہوگی۔ یہ نظر کا فریب ہوگا۔ آپ کو یہاں پر مستوی سطح پر سہ ابعادی اشکال اتارنے میں دو طریقہ کار معاون ثابت ہوں گے۔



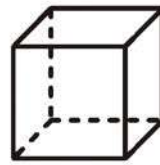
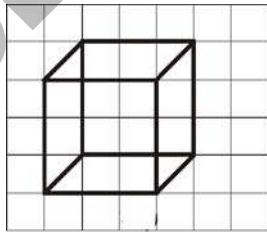
14.2.1 - غیر واضح اشکال:- یہاں پر ایک مکعب کی شکل دی گئی ہے۔ اس کو آگے سے دیکھنے پر کس

طرح نظر آتا ہے؟ شکل دیکھتے ہی سمجھ سکتے ہیں۔ آپ اس کے تمام رخ کو دیکھ نہیں سکتے جس طرح کہ ہم حقیقت میں دیکھ سکتے ہیں۔ شکل میں اس کے تمام طول مساوی نہیں ہوتے جس طرح حقیقی مکعب میں ہوتے ہیں۔ اس کے باوجود بھی آپ اسکی شناخت مکعب کی حیثیت سے ہی کرتے ہیں۔ اس طرح کے اشکال کو غیر واضح اشکال (Oblique Sketches) کہتے ہیں۔ آپ اس طرح کے اشکال کس طرح اتاریں گے۔ آئیے ہم یہ طریقہ سیکھیں۔ تریسی (مربعی خطوط یا نقطے) کاغذ لیجیے۔ پہلے مشق کے لیے اسی طرح کے کاغذ کو استعمال کیجیے اور بعد میں سادہ کاغذ (بغیر مربعی خطوط یا نقطوں والا) پر اتاریے۔ آئیے اب ہم  $3 \times 3 \times 3$  کی غیر واضح شکل اتاریں گے۔ (اس کا ہر کونا 3 اکائیاں ہوں)



قدم 1: پہلا رخ اتارئے

قدم 2: مقابل کا رخ اتارئے رخوں کی پیمائش مساوی ہونی چاہیے لیکن یہ پہلے رخ سے ہٹ کر ہونا چاہیے۔



قدم 3: مقابل کے کونوں کو ملائیے۔

قدم 4: چھپے ہوئے کونوں کو نقاطی خط سے ظاہر کرتے ہوئے شکل کو دوبارہ اتارئے۔ یہ مطلوبہ شکل ہے۔

مندرجہ بالا غیر واضح شکل میں کیا آپ نے حسب ذیل نکات پر غور کیا؟

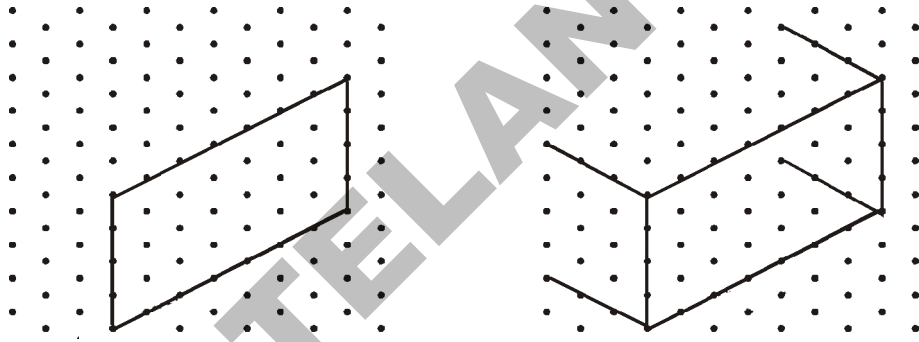
- (i) اس کے سامنے کے رُخ، مقابل کے رُخ کی جسامت یکساں ہوتی ہے۔
- (ii) حالاں کہ مکعب کے تمام رُخ مساوی ہوتے ہیں لیکن شکل میں ان کے کنارے مساوی نظر نہیں آتے۔ اب آپ مکعب کا غیر واضح خاکہ بنانے کی کوشش کر سکیں گے۔ (واضح رہے کہ اس صورت میں اس کے رُخ مستطیل نما ہوں گے۔) دیئے گئے ٹھوس اجسام کے خاکہ میں اس کے ابعاد کی پیمائشوں کو بھی مساوی رکھ سکتے ہیں۔ ایسا کرنے کے لیے ہمیں ہم پیمائش کاغذ کی ضرورت ہوگی۔

آئیے ہم 7 سمر طول، 3 سمر عرض، بعد 4 سمر بلندی ابعاد والے ایک مکعب نما کو ہم پیمائش کاغذ پر بنانے کی کوشش کریں گے۔

### 14.2.2 ہم پیمائش ( Isometric Sketches )

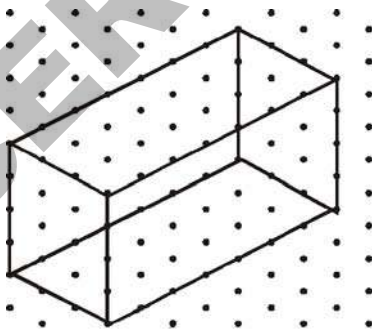
دی گئی پیمائشوں سے ٹھوس اجسام کے خاکہ تیار کرنے کے لئے ہم پیمائش کاغذ کو استعمال کر سکتے ہیں۔ کاغذ نقاط یا خطوط سے ملکر چھوٹے مساوی الاضلاع مثلثات پر مشتمل ہوتا ہے۔

آئیے ہم  $7 \times 3 \times 4$  ابعاد والے مکعب نما کا ہم پیمائش خاکہ بنانے کی کوشش کریں گے۔

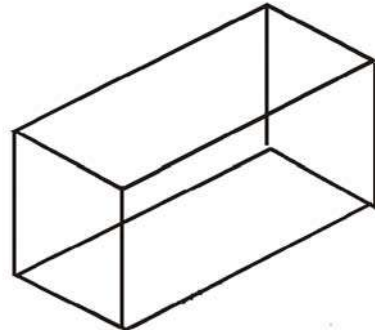


قدم 1: سامنے کے رُخ کو ظاہر کر کے لیے مستطیل کھینچئے۔

قدم 2: مستطیل کے چار کناروں سے 3 اکائیاں والے چار متوازی خطوط کھینچئے۔

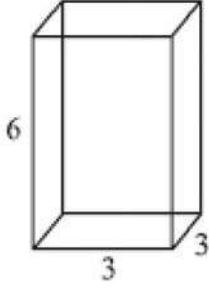


قدم 3: مناسب خطی قطع کے ذریعہ کناروں کو جوڑئے۔

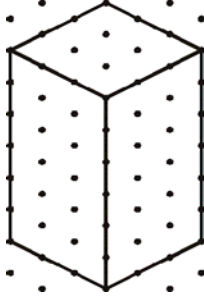


قدم 4: یہ ایک مکعب نما کا ہم پیمائش خاکہ ہے۔

ہاں یہ بات ذہن نشین کر لیں کہ ہم پیمائش کی پیمائش یکساں جسامت میں ہوتی ہے۔  
مثال 1:- یہاں ایک مکعب کی غیر واضح شکل دی گئی ہے جس کا ہم پیمائش بنائے۔

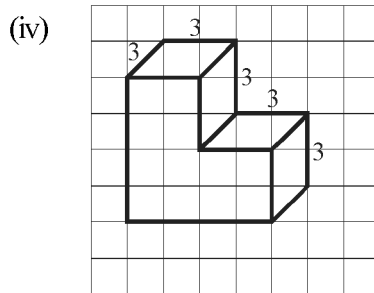
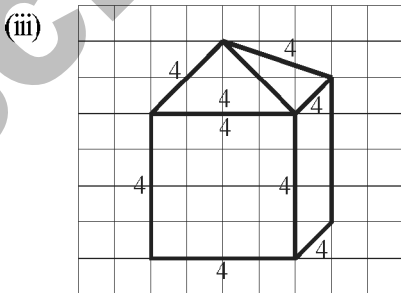
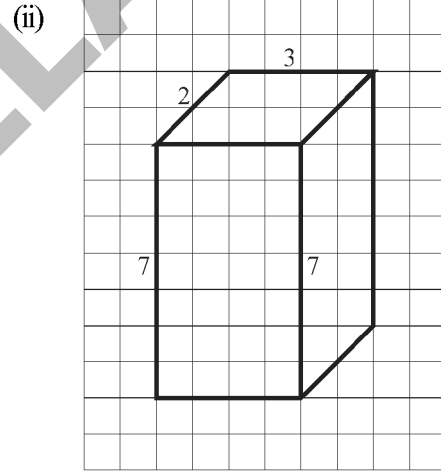
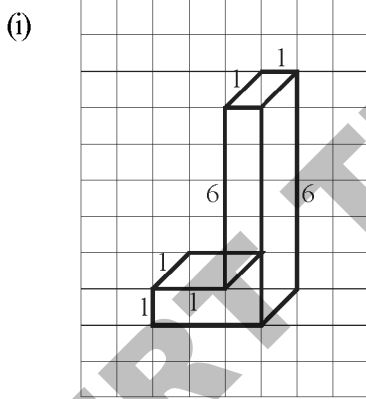


حل: اس کے طول، عرض اور بلندی بالترتیب 3، 3، اور 6 اکائیاں ہیں۔

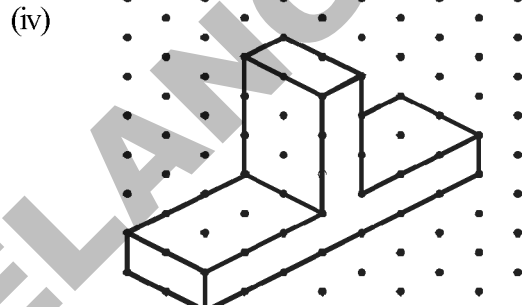
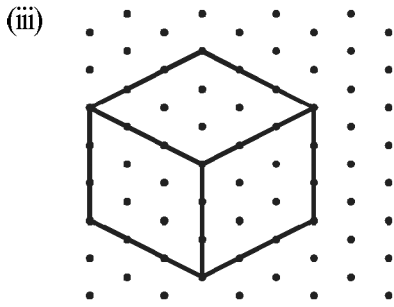
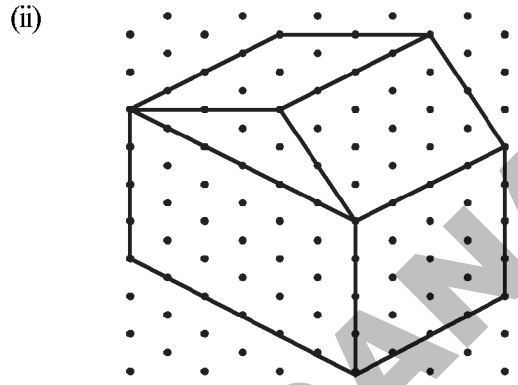
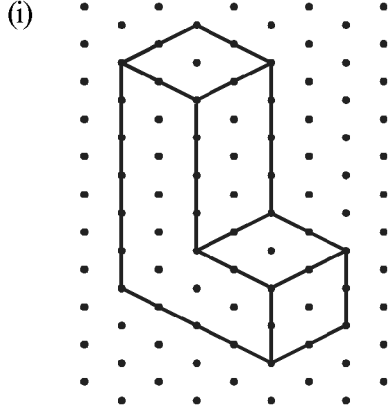


### مشق 3

1. حسب ذیل اشکال کے ہم پیمائش کے کاغذ کی مدد سے ہم پیمائش بنائے۔



2. ایک مکعب نما کے ابعاد بالترتیب 5 سمر، 3 سمر، 2 سمر ہیں۔ اس کے تین مختلف ہم پیماسیہ بنائیے۔
3. تین مکعب جس کا ہر کنارہ 3 سمر ہے ایک دوسرے کے متصل رکھے گئے ہیں۔ اس مکعب نما کی غیر واضح شکل یا ہم پیماسیہ بنائیے۔
4. حسب ذیل ہم پیماسیہ کی غیر واضح اشکال اتاریے۔



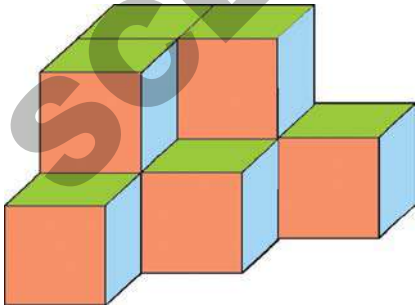
5- حسب ذیل کے (i) غیر واضح خا کے (ii) ہم پیماسیہ بنائیے۔

(الف) ایک مکعب نما کے ابعاد 5 سمر، 3 سمر اور 2 سمر ہیں (کیا آپ کا خا کہ منفرد ہوگا؟)

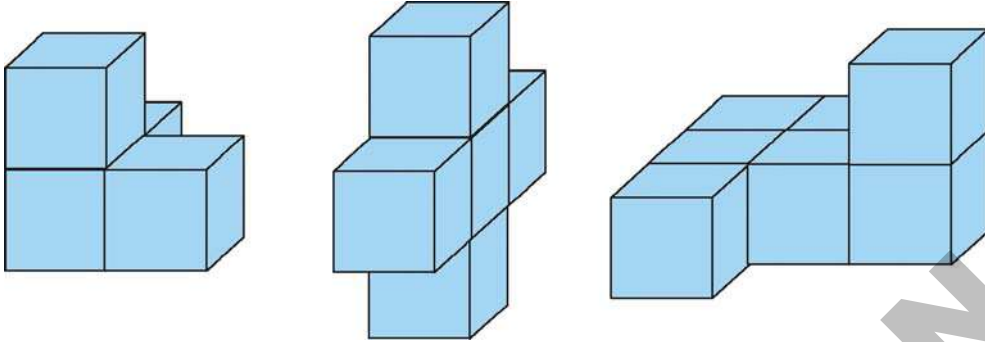
(ب) ایک مکعب کا کنارہ 4 سمر ہے

### 14.3 ٹھوس اجسام کو متصور کرنا: Visualising Solid Objects

بعض اوقات جب آپ مشترکہ اشکال کو دیکھتے ہیں ان میں سے چند آپ کی نظر سے اوجھل ہوتے ہیں۔

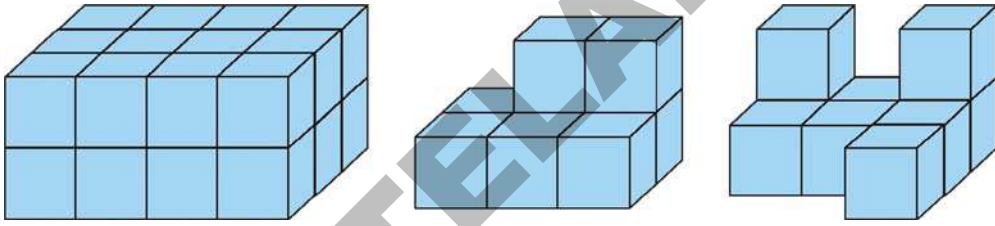


یہاں پر چند مشاغل دئے گئے ہیں جو کہ چند ٹھوس اجسام کو تصور کرنے میں معاون ہوں گے۔ یہ آپ کو کس طرح نظر آتے ہیں؟ چند مکعب لے کر انہیں حسب ذیل کی طرح ترتیب دیجیے۔



اپنے دوست کو قیاس کرنے کے لئے کہیں کہ مندرجہ بالا ترتیب میں کل کتنے مکعب استعمال ہوتے ہیں۔

کوشش کیجیے  
اندازہ لگائیے کہ حسب ذیل ترتیب میں کتنے مکعب ہوں گے۔

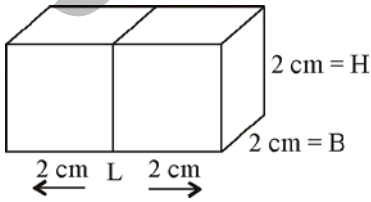


ایسے تصورات کافی مددگار ہوتے ہیں۔

فرض کیجیے کہ آپ مکعبوں کو جوڑتے ہوئے ایک مکعب نما بناتے ہیں، اب آپ اس مکعب نما کا طول، عرض اور بلندی کیا ہو سکتی ہے قیاس کر پائیں گے۔

مثال 2:- اگر دو مکعب نما جس کے ابعاد بالترتیب 2 سمر، 2 سمر، اور 2 سمر ہوں ان کو ایک دوسرے سے متصل رکھنے پر بننے والے مکعب نما کے ابعاد کیا ہوں گے۔

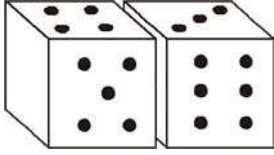
حل: آپ نے یہ مشاہدہ کیا ہوگا کہ دو مکعبوں کو متصل رکھنے پر صرف اسکے طول



میں اضافہ ہوا اور یہ 4 سمر  $2+2=$  ہوا۔

اس کا عرض 2 سمر اور بلندی بھی 2 سمر ہی ہوگی۔





کوشش کیجیے:- (1) دو پانسوں کو ایک دوسرے سے متصل رکھیے (جیسا کہ شکل میں دکھا یا گیا)۔ کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ ان کے مقابل کے رُخوں پر جملہ کتنے نقاط ہوں گے۔

$$5 + 6 \quad (ii) \quad 4 + 3 \quad (i)$$

(واضح رہے کہ پانسہ کے مقابلے رُخوں پر پائے جانے والے نقاط کا مجموعہ 7 ہوتا ہے)

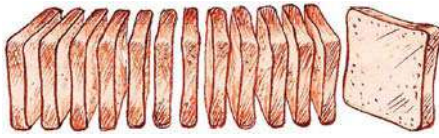
(2) 2 سمرکنارے والے 3 مکعب ایک دوسرے سے متصل رکھے گئے ہیں تاکہ ایک مکعب نما وجود میں آئے۔ اس مکعب نما کی غیر واضح شکل اتارنے کی کوشش کیجیے اور بتلائیے کہ اس مکعب نما کا طول، عرض اور بلندی کیا ہوگی؟

### 14.3.1 ٹھوس اجسام کے مختلف حصے دیکھنا:

سہ ابعادی اشکال مختلف صورتوں میں کس طرح پائے جاتے ہیں دیکھیں گئے۔

14.3.1(a) کسی شے کو آڑے کاٹ کر یا باریک ٹکڑے کرتے ہوئے ظاہر کرنے کا طریقہ کار:-

### ڈبل روٹی کے قاشوں کا کھیل: Slicing Game



یہاں ثابت ڈبل روٹی رکھی ہوئی ہے۔ جو مکعب نما شکل کی ہے

- آپ اس کے مزید ٹکڑے کر سکتے ہیں۔ جب انھیں اُفتقی طریقے میں کا

ٹتے ہیں تب آپ کو کئی ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں جیسا کہ شکل میں

دکھایا گیا ہے۔ ہر ٹکڑا مربعی ہوتا ہے۔ ہم ان ٹکڑوں کو ثابت روٹی کی ” تراش “ ( Cross-section ) کہتے ہیں۔

یہاں اس صورت میں حاصل شدہ تراش ” مربعی شکل کے قریب تر ہوتے ہیں۔

یہاں یہ احتیاط لازمی ہے کہ اگر آپ عموداً کاٹتے ہیں تو آپ کو کئی تراش حاصل ہوں گے۔ اس کے متعلق آپ

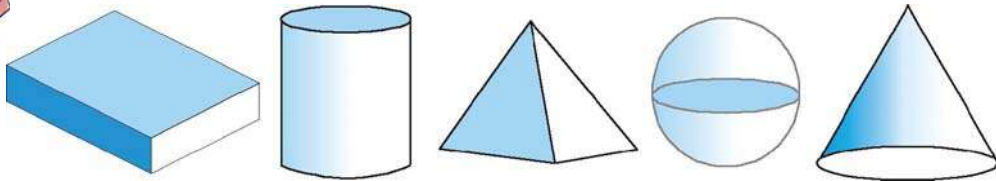
غور کیجیے کہ تراش کی سرحد ایک منحنی شکل میں حاصل ہوتی ہے۔

**باورچی خانے کا کھیل:-** کیا آپ نے کٹی ہوئی ترکاریوں کا مشاہدہ کیا؟ مختلف کٹی ہوئی ترکاریوں کا مشاہدہ کیجیے اور ان کی

شکل پہچانئے۔

یہ کیجیے: 2- مٹی (پلاسٹک) کے حسب ذیل ٹھوس اجسام کے نمونے ( Models ) لیکر انھیں افقاً اور عموداً کاٹیں اور

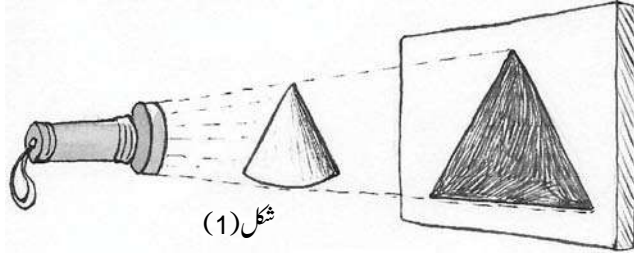
آپ کو حاصل ہوئے تراش کے کچے خاکے اتاریئے۔ اگر ممکن ہو تو ان کو نامزد کیجیے۔



2- حسب ذیل ٹھوس اجسام کے کونسے تراش حاصل ہوں گے جب آپ ان کو  
(i) عموداً کاٹتے ہیں۔ (ii) افقاً کاٹتے ہیں۔

(الف) اینٹ (ب) گول سیب (ج) پانسہ (د) دائروی پائپ (ه) آئس کریم کا کون

### 14.3.1(b) دوسرا طریقہ سایہ کے کھیل سے



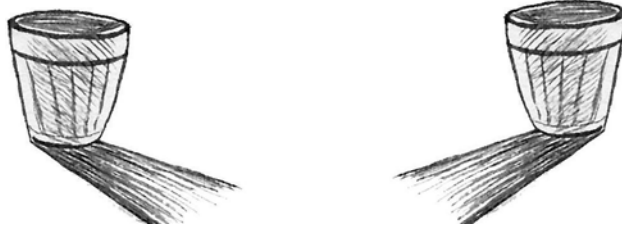
سایہ کا کھیل سے ابعادی اشکال دو ابعادی اشکال کے  
اظہار و وضاحت کا ایک موزوں طریقہ ہے کیا آپ  
نے سایہ کا کھیل دیکھا ہے؟ یہ جڑے ہوئے ٹھوس  
اجسام کے استعمال کے ذریعہ منظری پردہ پر نظروں  
کے دھوکے کے ذریعہ اجسام کی حرکت کو بتلانے کا بہترین تفریحی ذریعہ ہے یہ ریاضی کے چند تصورات کو بالواسطہ طور پر  
سمجھنے میں معاون ہوتا ہے۔

اس مشغلہ کے لیے آپ کو چند ٹھوس اشکال اور روشنی کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر آپ کے پاس (Over  
head Projector) ہو تو ٹھوس اشکال کو روشنی کے نیچے رکھ کر ان کا تجزیہ کر سکتے ہیں۔

ایک مخروط کو ٹارچ لائٹ کے روبرو رکھئے۔ پردہ پر آپ کو کس قسم کے سائے نظر آئیں گے۔ (شکل 1)

ٹھوس شکل سے ابعادی ہے۔ سایہ کے متعلق آپ کیا کہتے ہیں؟  
اوپر کے اس کھیل میں مخروط کے بجائے اگر مکعب رکھا جائے تو آپ کو کس طرح کا سایہ حاصل ہوگا؟  
اس تجربہ کو روشنی کی مختلف صورتوں میں اور مختلف مقامات پر ٹھوس اشیاء رکھتے ہوئے دہرائیے سائے کے اشکال اور اس  
جسامت کا مشاہدہ کیجئے۔

یہاں پر ایک انوکھا تجربہ پیش ہے جس کو غالباً آپ نے کر دیکھا ہوگا۔  
ایک چمچے پینڈے کے گلاس کو ٹھیک 12 بجے کے وقت کھلے مقام پر اس کے بالکل سیدھے جانب رکھئے جیسا کہ شکل میں  
دکھلایا گیا۔ آپ کو کس طرح کا سایہ حاصل ہوگا۔ کیا یہ وہی ہے جبکہ



(ب) شام کا وقت

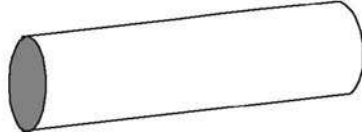
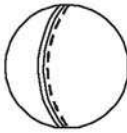
(الف) دوپہر کا وقت

سورج کے مقام اور وقت کے بدلنے کے ساتھ سایوں کے رشتوں میں کیا تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ غور کریں۔



## مشق 4

1. حسب ذیل اجسام کے روبرو ایک جلتا ہوا بلب رکھا گیا ہے۔ ہر صورت میں حاصل ہونے والے سائے کی نشاندہی کر کے اشکال کے نام بتائیے۔ سایہ دار حصہ کا کچا خاکہ بنانے کی کوشش کیجیے۔ (پہلے تجربہ کر کے ان سوالات کے جواب دیجیے۔)

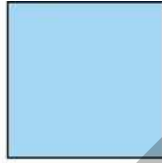
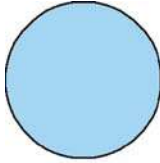


ایک گیند

استوانہ نما پائپ

کتاب

2. یہاں پرسہ ابعادی اشکال کے سائے بنے ہوتے ہیں جو کہ Overhead Projector کے سامنے برقی بلب رکھنے سے حاصل ہوتے ہیں۔ ان کے ٹھوس اشکال کی نشاندہی کیجیے جو بننے والے سائے سے میل کھاتے ہوں (ہر عکس کے کئی جواب ہو سکتے ہیں)



(i)

(ii)

(iii)

(iv)

دائرہ

مربع

مثلث

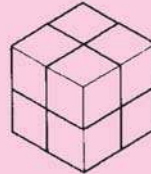
مستطیل

ہم نے کیا سیکھا؟

☆ سہ ابعادی اشکال کو دو ابعادی اشکال میں بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے جو کہ صرف اور صرف کاغذ پر جال کے ذریعہ ہو۔ غیر واضح خاکے اور ہم پیا خاکے، مستوی سطح پر سہ ابعادی اشکال کو سمجھنے میں مدد دیتے ہیں۔

### Fun with a cube

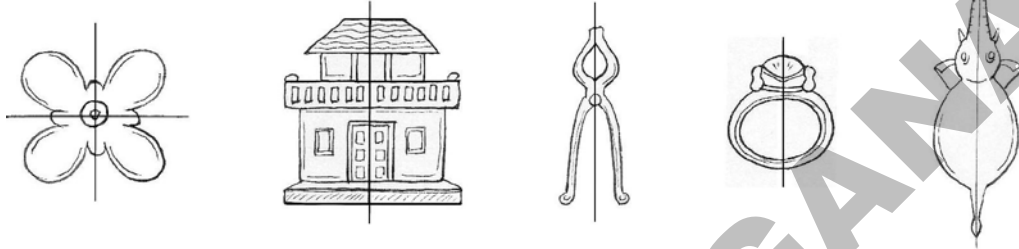
A unit cube can fitted together with 7 other identical cubes to make a larger cube with an edge of 2 units as shown in figure.



How many unit cubes are needed to make a cube with an edge of 3 units?

## 15.0 تمہید:

اپنے اطراف و اکناف پائی جانے والی مختلف اشیاء کا مشاہدہ کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ کئی اشیاء متشاکل ہیں۔ جیسا کہ ذیل میں دکھائے گئے ہیں۔



وہ تمام اشیاء متشاکل کہلائیں گی جن کو نصف کرنے پر ان کے دو حصے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔

## 15.1 خطی تشاکل

ہم چند اور مثالیں لے کر دیکھیں گے کہ تشاکل کیا ہیں؟ ان اشکال کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر نقل کیجیے۔

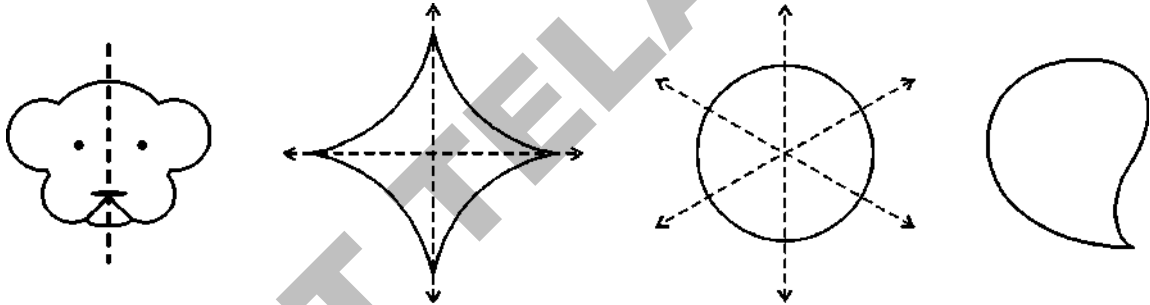


Figure 1

Figure 2

Figure 3

Figure 4

شکل 1 کو نقاط والے خط پر سے موڑیے، آپ کیا مشاہدہ کریں گے؟ آپ کیا غور کریں گے؟ آپ دیکھیں گے کہ اس کے دونوں حصے ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔ کیا دوسری اور تیسری شکل کے لیے بھی یہ عمل صادق ہوگا؟ آپ دیکھیں گے دوسری تصویر میں دو طریقوں سے یہ ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے اور تیسری تصویر میں تین طریقوں سے ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔ کیا چوتھی تصویر میں بھی یہی عمل ہوگا؟ پہلی، دوسری اور تیسری تصویر میں خطی تشاکل ہیں اس لیے کہ ان تصاویر کو تشاکی خط پر موڑا جائے تو اس کے دونوں حصے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں گے (Dotted line اشارات) جو کہ اس شکل کو دو حصوں پر منطبق کرتے ہیں اس کو خطی تشاکل یا محوری تشاکل کہتے ہیں۔ یعنی اگر کسی شے کو ایک تشاکی خط دو یا زائد منطبق حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو اسے خطی تشاکل یا محوری تشاکل کہتے ہیں۔

کوشش کیجیے:



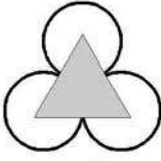
1- ماحول میں پائے جانے والے چند اشیاء کے نام بتائیے جو متشاکل ہیں؟

2- کوئی پانچ مصنوعی اشیاء کے نام لکھیے جو متشاکل ہوں؟

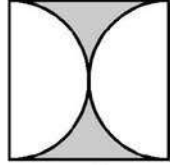


## مشق 1

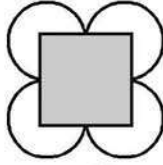
ذیل میں چند اشکال دی گئی ہیں؟ ان میں کونسے اشکال متشاکل ہیں؟ متشاکل اشکال میں خط متشاکل کھینچیے۔



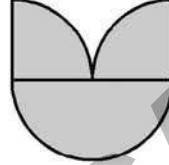
(i)



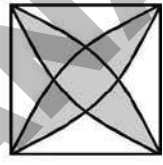
(ii)



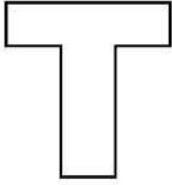
(iii)



(iv)



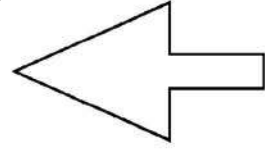
(v)



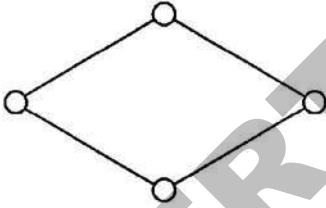
(vi)



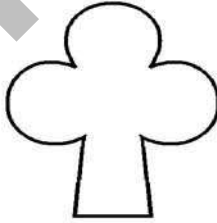
(vii)



(viii)



(ix)



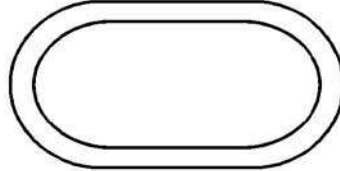
(x)



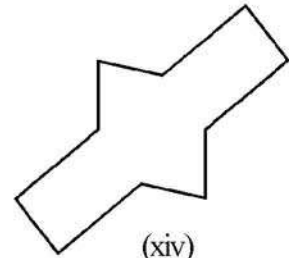
(xi)



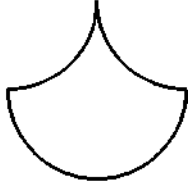
(xii)



(xiii)



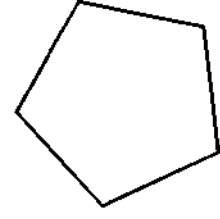
(xiv)



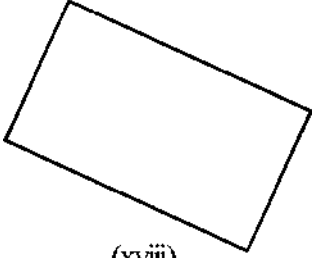
(xv)



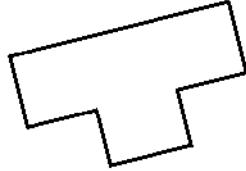
(xvi)



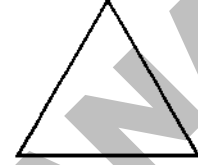
(xvii)



(xviii)



(xix)



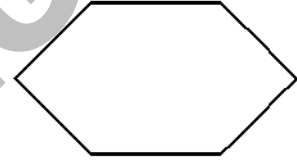
(xx)



(xxi)



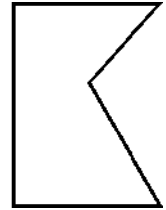
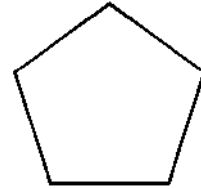
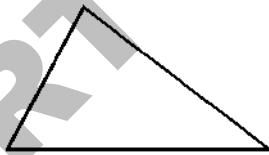
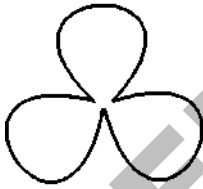
(xxii)



(xxiii)

### 15.1.1 منتظم کثیرضلعی میں تشاکلی خطوط

ذیل کی بند اشکال دیکھے۔



کئی خطی قطعوں سے مل کر بنی ہوئی بند شکل، کثیرضلعی کہلاتی ہے۔ اوپر دی گئی اشکال میں کونسی کثیرضلعی ہیں؟

**کوشش کیجیے:**

1- کیا تین سے کم خطی قطعوں کی مدد سے کثیرضلعی بنائی جاسکتی ہے؟

2- ایک کثیرضلعی میں کم سے کم کتنے اضلاع ہوتے ہیں؟



حسب ذیل مختلف قسم کے مثلثات کا مشاہدہ کیجیے۔

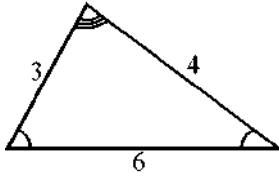


Figure 1

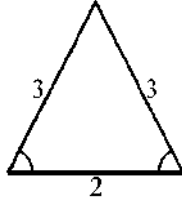


Figure 2

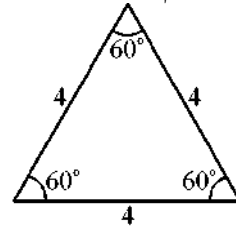
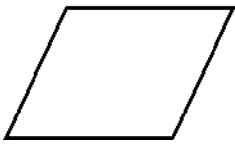
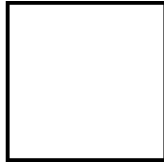


Figure 3

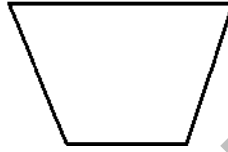
تیسری شکل میں مثلث کے تینوں ضلعے مساوی ہیں اور زاویے بھی مماثل ہیں۔ یہ منتظم کثیر ضلعی (Regular Polygon) کہلاتا ہے۔ ایسی کثیر ضلعی جس کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں منتظم کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔  
حسب ذیل میں کونسے کثیر ضلعی منتظم کثیر ضلعی ہیں؟



متوازی الاضلاع



مربع



مخرف

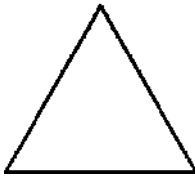


مساوی الاضلاع مثلث



مستطیل

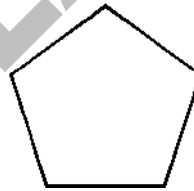
حسب ذیل منتظم کثیر ضلعی کے تشاکلی خطوط کھینچیے۔



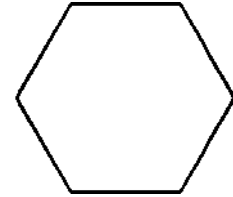
مساوی الاضلاع مثلث



مربع



منتظم مخمس



منتظم مسدس

اشکال دیکھ کر ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے؟

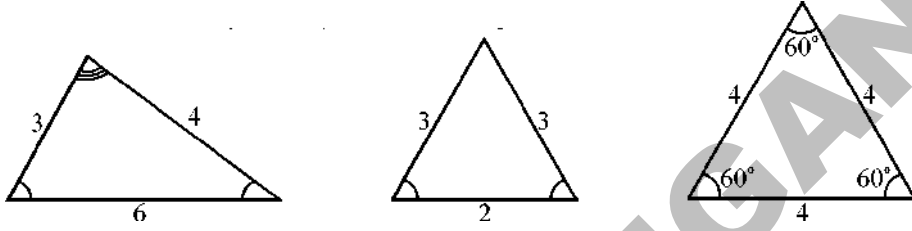
تشاکلی محور کی تعداد	ضلعوں کی تعداد	منتظم کثیر ضلعی
3	3	مساوی الاضلاع مثلث
		مربع
		مخمس
		مسدس

کیا آپ نے منتظم کثیر ضلعی کے ضلعوں کی تعداد اور تشاکلی خطوط میں کوئی رشتہ پایا ہے۔  
 آپ دیکھیں گے کہ منتظم کثیر ضلعی کے ضلعوں کی تعداد اور تشاکلی محوروں کی تعداد مساوی ہوگی۔  
 آپ ان اشکال کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر اُتار کر ان کو کاٹ لیں اور ان کو موڑ کر تصدیق کر سکتے ہیں۔

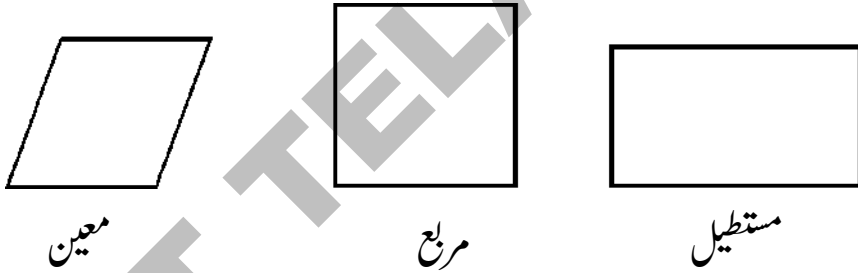
**کوشش کیجیے:**



1- ذیل میں تین قسم کے مثلثات دیئے گئے ہیں کیا تمام مثلثات مساوی تعداد میں تشاکلی محور رکھتے ہیں؟ کونسا مثلث زیادہ تشاکلی محور رکھتا ہے؟



2- ذیل میں مختلف قسم کے چار ضلعی کی اشکال دی گئی ہیں؟ کیا یہ تمام چار ضلعی مساوی تشاکلی محور رکھتے ہیں؟ کونسا چار ضلعی زیادہ تعداد رکھتا ہے؟



معیین

مربع

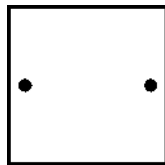
مستطیل

اشارہ: آپ ان مثلثات اور چار ضلعی کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر رکھ کر موڑ لیجیے تاکہ ان کے تشاکلی محور کو معلوم کر سکیں۔  
 اوپر کی اشکال کو دیکھ کر ہم کہہ سکتے ہیں کہ منتظم کثیر ضلعی میں ہی سب سے زیادہ تعداد میں تشاکلی محور پائے جاتے ہیں۔

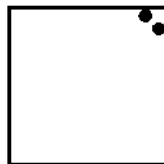


## مشق 2

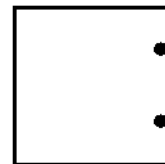
1. حسب ذیل شکلوں میں تشاکلی محور کی نشاندہی کیجیے اس طرح کہ شکل میں پائے جانے والے نقطے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔



(i)

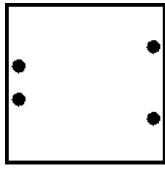


(ii)

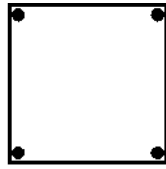


(iii)

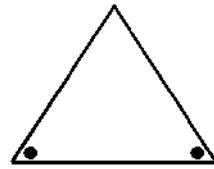




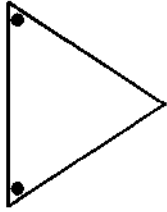
(iv)



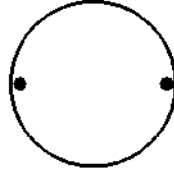
(v)



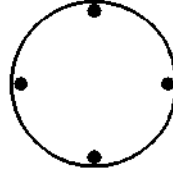
(vi)



(vii)

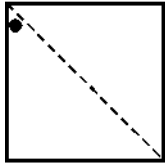


(viii)

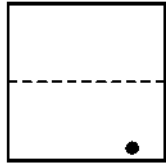


(ix)

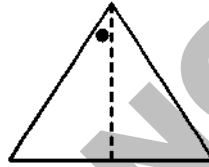
2- تشاکلی محور دیا گیا ہے۔ شکل میں دوسرے نقطے کی نشاندہی کیجیے۔



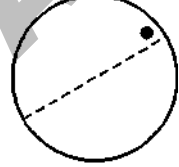
(i)



(ii)

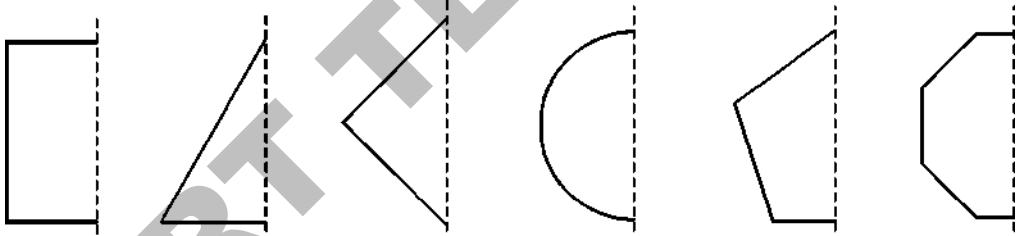


(iii)



(iv)

3- ذیل میں نامکمل اشکال دی گئی ہیں۔ تشاکلی خط بھی دیا گیا ہے۔ تشاکلی خط کی دوسری جانب دی گئی شکل کی تشاکل شکل اتار کر ان شکلوں کو مکمل کیجیے؟ کیا آپ ان ادھوری اشکال کو دیکھ کر ان بند شکلوں کو پہچان سکیں گے۔



4- حسب ذیل بیانات صادق ہیں یا کاذب بتائیے۔

( )

(i) ہر بند شکل میں تشاکلی محور پایا جاتا ہے۔

( )

(ii) ایسی شکل جس میں کم از کم ایک تشاکلی محور پایا جائے اُسے تشاکلی شکل کہتے ہیں

( )

(iii) منتظم کثیر ضلعی جس کے 10 ضلعے ہوں اس میں 12 تشاکلی محور پائے جاتے ہیں

5- ایک مربع بنائے اور اس کے تمام تشاکلی خطوط بنائے، ہر تشاکلی خط کے جوڑ میں بننے والے زاویہ کی پیمائش کیجیے۔

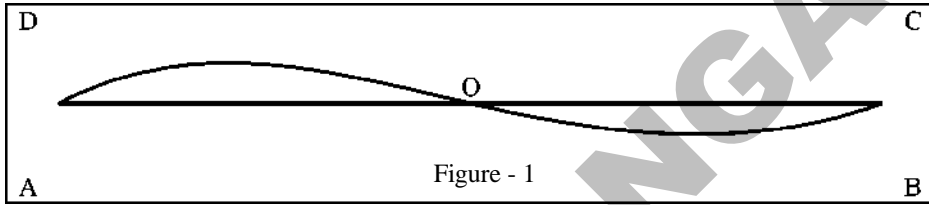
آپ نے کیا غور کیا؟ کیا یہ اصول دوسرے منتظم کثیر ضلعی پر لاگو ہوتا ہے۔

## 15.2 گھماؤ و تشاکل

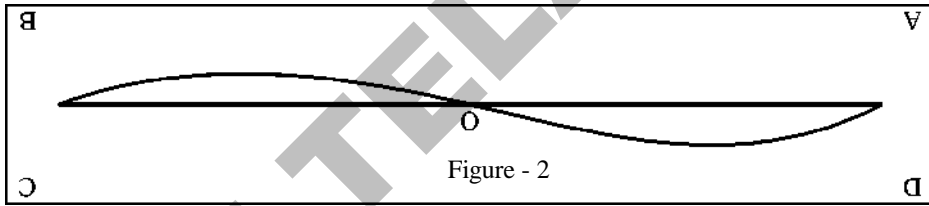
مشغلہ 1:- مومی کاغذ پر حسب ذیل شکل کو اتاریئے۔



شکل کو اس طرح موڑئے کہ اس کے دو حصے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں کیا یہ تشاکی شکل ہے؟ اب اس شکل کو دوسرے طریقے پر موڑنے کی کوشش کریں گے۔ اس شکل کو دوسرے کاغذ پر اتاریئے اور ان کے مشترک نقطہ کو 'O' اور اس کاغذ کے چاروں کناروں کو A، B، C، D سے موسوم کیجیے۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا۔



اس شکل کو  $180^\circ$  درجہ پر گھمائیئے۔

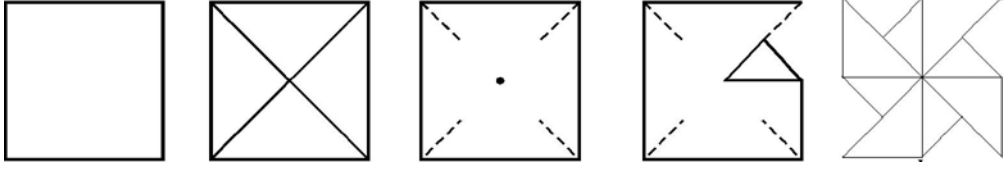


آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ کیا شکل سابقہ شکل سے مختلف نظر آرہی ہے؟  $180^\circ$  درجہ پر گھمانے سے چاروں نقطے ABCD کے مقامات میں تبدیل ہو گئے لیکن لگتا ہے کہ شکل تبدیل نہیں ہوئی۔ کیوں کہ اس شکل میں (گھماؤ و تشاکل Rotational symmetry) ہے۔

مشغلہ 2: کاغذ کی ہوائی چرخیاں (Wind Wheel) بنائیں گے۔

- ☆ ایک کاغذ لے کر اُسے مربعی شکل میں کاٹ لیجیے۔
- ☆ اس کے وتروں کو موڑ لیجیے۔
- ☆ ہر کونے سے وتر کو مرکز تک کاٹ لیجیے اس طرح کہ وتر کا ایک چوتھائی حصہ کٹ جائے۔
- ☆ متبادل کونوں کو مرکز تک موڑ لیجیے۔
- ☆ مرکز کو کسی تیلی (کاڑی) یا پین کی مدد سے جوڑ لیجیے اس طرح کہ کاغذ با آسانی گھوم سکے۔

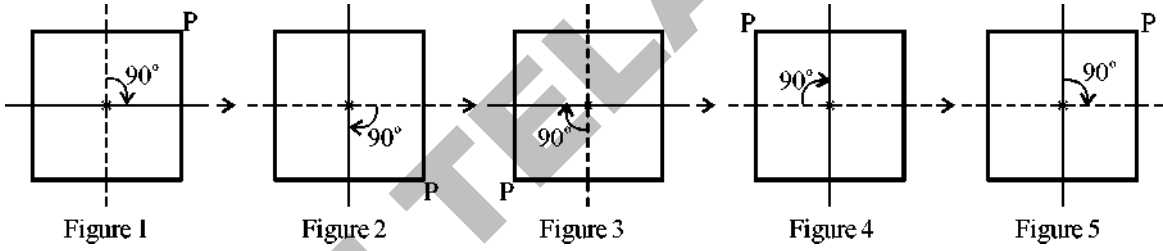
☆ اس کا رخ ہوا کی مخالف سمت میں کیجیے یہ گھومنے لگے گا۔



اس ہوائی چرنی (Wind Wheel) کو  $90^\circ$  پر گھمائے۔ ہر مرتبہ گھمانے پر آپ دیکھیں گے کہ اس ہوائی چرنی کی شکل پہلے جیسی ہی معلوم ہوگی۔ یعنی ہوائی چرنی میں بھی گھماؤ تشاکل ہے۔  
بہر کیف اگر ہم کسی شکل کو مرکز سے کسی زاویے پر گھمانے پر اگر پہلی جیسی شکل نظر آ رہی ہو تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ وہ شکل گھماؤ تشاکل رکھتی ہے۔

### 15.2.1 گھماؤ تشاکل کا زاویہ :-

ہم جانتے ہیں کہ مربع میں خطی تشاکل اور 4 تشاکلی محور پائے جاتے ہیں آئیے دیکھتے ہیں کہ مربع میں کیا گھماؤ تشاکل پایا جاتا ہے؟  
ذیل کی شکل دیکھے اور ایک کونے کو P مان لیجیے۔



پہلی شکل میں مربع اپنی ابتدائی صورت میں موجود ہے۔

مربع کو  $90^\circ$  پر گھمائے تیسری شکل حاصل ہوگی۔ جب اسی طرح چار مرتبہ گھمایا جاتا ہے تب مربع اپنے پہلے مقام پر آجائے گا۔ ہر مرتبہ گھمانے پر مربع کی شکل پہلی جیسی نظر آئے گی۔ کونہ P کی جانب سے مشاہدہ کیجیے۔

اوپر کے مشغلے میں مربع کی تمام صورتیں (i) (ii) (iii) اور (iv) اشکال، پہلی شکل کو  $180^\circ$ ،  $270^\circ$ ،  $360^\circ$  پر گھمانے پر حاصل ہوئیں اور یہ تمام شکلیں اپنی پہلی شکل جیسے ہی نظر آئیں۔  
ان میں اقل ترین زاویہ  $90^\circ$  گھماؤ تشاکل کا زاویہ کہلاتا ہے۔

وہ اقل ترین زاویہ جس پر کسی شکل کو گھما کر وہی شکل حاصل کی جائے ”گھماؤ تشاکل کا زاویہ“ کہلاتا ہے۔

یہ کیجیے:

- 1- مربع کا گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟
- 2- متوازی الاضلاع کے گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟
- 3- دائرہ کا گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟



## 15.2.2 گھماؤ تشاکل کا درجہ

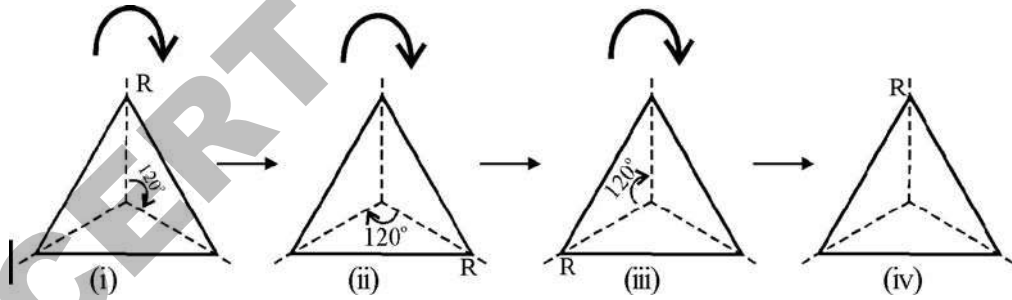
اوپر کے مشغلہ میں ہم نے مربع گھماؤ تشاکل میں  $90^\circ$  لیا۔ اگر اس کو چار مرتبہ اسی طرح گھمایا جائے تب مربع پہلی صورت اختیار کرنے لے لیے 4 مرتبہ گھمانا پڑے گا یعنی مربع کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 4 ہوگا۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث لیجیے۔ اس کا گھماؤ تشاکل کا زاویہ  $120^\circ$  ہوگا۔ یعنی اگر اسی مثلث کو تین مرتبہ گھمایا جائے تب وہ اپنی پہلی صورت اختیار کرے گا۔ یعنی یہ کہا جاسکتا ہے کہ مثلث کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 3 ہے۔ ان مثالوں کے ذریعہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی شکل کو گھماؤ تشاکل کے زاویہ پر گھمایا جائے اور وہ اپنی پہلی صورت اختیار کرنے کے لیے جتنی مرتبہ گھمایا گیا اس کو گھماؤ تشاکل کا درجہ کہتے ہیں۔ ان مثالوں کے ذریعہ ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ

- مربع کے گھماؤ تشاکل کا محور اس کے وتروں کا مشترک نقطہ ہوتا ہے۔
- مربع کا گھماؤ تشاکلی کا زاویہ  $90^\circ$  ہے۔
- مربع کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 4 ہے۔



یہ کیجیے:

- 1- (i) کیا آپ مثلث مساوی الاضلاع کے گھماؤ تشاکل کا درجہ بتا سکتے ہیں۔



(ii) کتنے تشاکلی خطوط ہیں؟

(iii) ان کے محوروں کے درمیان کتنا زاویہ بنتا ہے؟

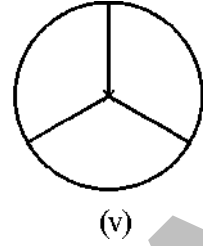
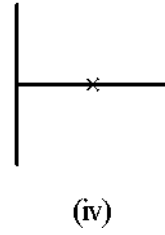
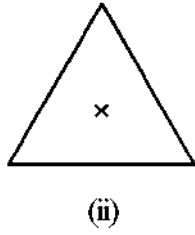
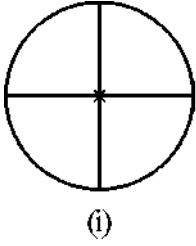
2- اپنے اطراف و اکناف کا جائزہ لیجیے اور دیکھیے کہ کتنے اشکال گھماؤ تشاکل ہیں؟

**نوٹ:** یہ بات جاننا بے حد ضروری ہے کہ ہر شکل کم از کم گھماؤ تشاکل کا درجہ ایک (1) ضرور رکھتی ہے۔ یعنی اسکو اگر  $360^\circ$  پر گھمایا جائے تو وہی شکل حاصل ہوگی۔ اسلئے ہم صرف انہیں اشکال کو گھماؤ تشاکل اشکال کہتے ہیں جن کا گھماؤ تشاکلی درجہ 1 سے زیادہ ہو۔

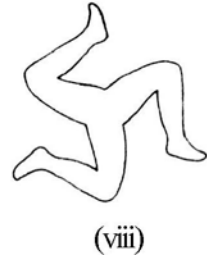
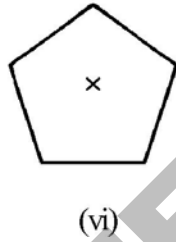
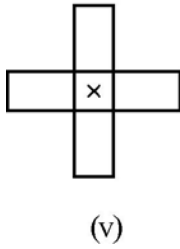
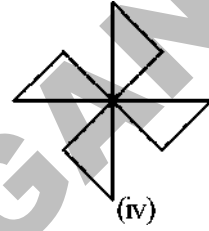
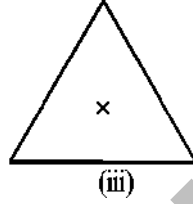


### مشق 3

1- حسب ذیل اشکال میں کونسی اشکال گھماؤ تشاکلی درجہ ایک سے زیادہ رکھتی ہیں؟



2- ہر شکل کے گھماؤ تشاکل کا درجہ بتائیے۔



3- جدول میں دی گئی اشکال اتار کر جدول کو مکمل کیجیے۔

گھماؤ درجہ	گھماؤ زاویہ	گھماؤ کا مرکز (وتروں کا تقاطع) تشاکلی محوروں کا تقاطع	صورت
			مربع
			مستطیل
			مربع
			مثلث مساوی الاضلاع
			منتظم سدس
			دائرہ
			نصف دائرہ

### 15.3 خطی تشاکل اور گھاؤ تشاکل

ہم نے مشاہدہ کر لیا کہ چند اشکال خطی تشاکل اور چند اشکال گھاؤ تشاکل (اگر درجہ 1 سے زائد ہو) اور چند اشکال دونوں تشاکل رکھتے ہیں۔ مربع اور مثلث مساوی الاضلاع دونوں یعنی خطی اور گھاؤ تشاکل ہوتے ہیں۔ گھاؤ تشاکل کے لیے دائرہ، موزوں مثال ہے۔ کیوں کہ دائرہ کو کتنے بھی زاویے پر گھمائیں وہی شکل حاصل ہوگی۔ دائرہ میں بھی لامتناہی تشاکی محور ہوتے ہیں۔

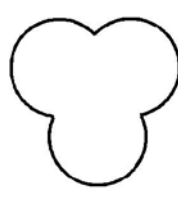
مثال 1: ذیل کی اشکال میں کونسے خطی تشاکل اور کونسے گھاؤ تشاکل ہیں؟



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

شکل	خطی تشاکل	گھاؤ تشاکل
1	ہاں	نہیں
2	نہیں	ہاں
3	ہاں	ہاں
4	نہیں	ہاں

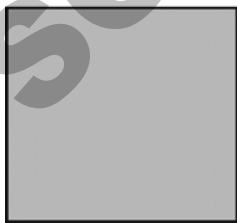
مشغلہ 3: مربعی شکل کا کاغذ لیجیے:

☆ اس کو پہلے افقی طور پر پھر عمودی طور پر موڑ لیجیے۔

☆ اس کے بعد اس کو وتر کے گرد موڑیے جس طرح کہ شکل 4 میں دکھلایا گیا۔

☆ شکل 5 کی طرح یا حسب مرضی اس کو کاٹ لیجیے۔

☆ اب کاغذ کو کھول لیجیے



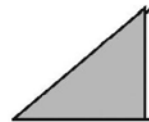
شکل 1



شکل 2



شکل 3



شکل 4



شکل 5



(i) کیا یہ کاغذ خطی تشاکل رکھتا ہے؟

(ii) کیا یہ کاغذ گھماؤ تشاکل رکھتا ہے؟



## مشق 4

1۔ انگریزی کے چند حروف تہجی گھماؤ تشاکل کی نوعیت رکھتے ہیں۔ کونسے حروف میں صرف ایک تشاکلی خط پایا جاتا ہے؟  
(مثلاً E) کونسے حروف تہجی میں گھماؤ تشاکل کا درجہ 2 ہوتا ہے۔ (مثلاً I)  
ذیل کی جدول کو مکمل کیجیے۔

حروف	خطی تشاکل	تشاکل خط کی تعداد	گھماؤ تشاکل	گھماؤ تشاکل کا درجہ
Z	نہیں	0	ہاں	2
S				
H				
O				
E	ہاں	1	نہیں	
N				
C				

گھر کے لیے منصوبہ:-

مختلف اخبارات، میگزین، اشتہاری پمفلٹ سے تشاکلی اشکال جمع کیجیے۔ ان کے تشاکلی محور بنائیے اور ان کی درجہ بندی کیجیے۔



## ہم نے کیا سیکھا؟

- ☆ وہ خط جو کسی شکل کو دو مماثلٹی حصوں میں بانٹتا ہے اس خط کو تشاکلی خط یا تشاکلی محور کہتے ہیں۔
- ☆ کوئی بھی شے ایک یا ایک سے زائد تشاکلی خط رکھ سکتی ہے۔
- ☆ اگر کسی شکل کو ایک نقطہ پر کسی زاویے پر گھمائیں اور بننے والی شکل پہلی شکل جیسی ہوتی ہے وہ گھماؤ تشاکل میں ہوگی۔
- ☆ گھماؤ تشاکل میں جس زاویہ سے گھمایا جاتا ہے اس کو زاویہ گھماؤ کہتے ہیں۔
- ☆ ہر شکل  $360^\circ$  زاویہ پر گھماؤ تشاکل میں پائی جاتی ہے چونکہ وہ اپنی سابقہ حالت میں لوٹ کر آ جائیگی۔ لہذا کوئی شکل اسی وقت گھماؤ تشاکل میں واقع ہوگی جبکہ اس کا گھماؤ درجہ ایک سے زیادہ ہو۔
- ☆ چند اشکال میں صرف خطی تشاکل ہوتا ہے چند میں گھماؤ تشاکل اور چند تشاکل میں گھماؤ اور خطی دونوں قسم کے تشاکل پائے جاتے ہیں۔ مربع مساوی الاضلاع مثلث اور دائرہ میں دونوں قسم کے تشاکل پائے جاتے ہیں۔



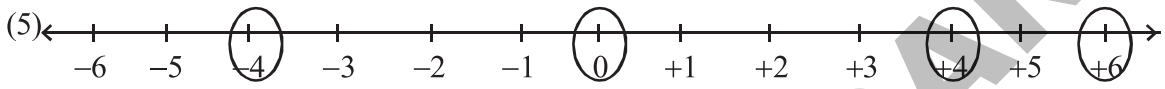


# جوابات

## 1- صحیح اعداد

مشق-1، صفحہ نمبر-2

- (1) چھوٹا عدد = -3 ; بڑا عدد = 2
- (2) (i) -10, -9, -8, -7, -6, -5 ; بڑا عدد = -5 ; چھوٹا عدد = -10  
(ii) -2, -1, 0, +1, +2, +3 ; بڑا عدد = +3 ; چھوٹا عدد = -2  
(iii) -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5  
b) چھوٹا عدد = 8 ; بڑا عدد = +5
- (3) (i) -8, -5, 1, 2 (ii) -5, -4, -3, 2 (iii) -15, -10, -7
- (4) (i) -2, -3, -5 (ii) -1, -2, -8 (iii) 8, 5, -2



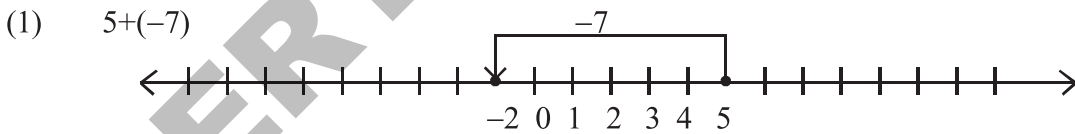
(6) دیئے گئے اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا ; -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9

درجہ حرارت	شہر کا نام	سلسلہ نشان
20°C	بنگلور	1
15°C	اوٹھی	2
-3°C	نیپنی تال	3
-7°C	منالی	4
-9°C	کساولی	5

(ii) بنگلور (20°C) (iii) کساولی (-9°C)

(iv) نیپنی تال (-3°C) منالی (-7°C) کساولی (-9°C) (v) اوٹھی (15°C) بنگلور (20°C)

مشق-2 (صفحہ نمبر-4)



- (2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4  
(vii) -2 (viii) 0 (ix) 8 (x) 20 (xi) 80  
(xii) 2 (xiii) -16 (xiv) -8

مشق-3 (صفحہ نمبر-7)

- (1) (i) 5 (ii) 15 (iii) -4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1  
(2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) -13  
(v) -8 (vi) 130 (vii) 75 (viii) 50 (ix) -5

(3) مکمل اعداد + صحیح اعداد منفی نشان سلسلہ = -6

1	(-6)	+	0	=	-6
2	(-7)	+	1	=	-6
3	(-8)	+	2	=	-6
4	(-9)	+	3	=	-6 وغیرہ

مشق 4- (صفحہ نمبر-12)

(1) (i) +600 (ii) -1 (iii) -600 (iv) +200 (v) -1545  
 (2) (i) -3 (ii) -225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0  
 (vi) 1320 (vii) 162 (viii) -360 (ix) -24 (x) 36  
 (3) -10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹.55000 نفع (ii) 3200  
 (6) (i) -9 (ii) -7 (iii) +7 (iv) -11

مشق 5- (صفحہ نمبر-23)

(1) (i) صادق (72 = 126 - 54 = 72) (ii) صادق (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) -a (ii) -5  
 (3) (i) 480 (ii) -53,000 (iii) -15000 (iv) -4182  
 (v) -62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

مشق 6- (صفحہ نمبر-27)

(1) (i) -1 (ii) -49 (iii) غیر معروف (iv) 0

مشق 7- (صفحہ نمبر-29-30)

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) 33,000 (ii) 3000  
 (3) 18°C = آدھی رات کا درجہ حرارت ; 7 PM یا گھنٹے 19  
 (4) (i) 18 سوالات (ii) 13 سوالات (5) 1 گھنٹہ

## 2- کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد

مشق 1- (صفحہ نمبر-35)

(1) (i)  $2\frac{3}{4}$  (ii)  $1\frac{1}{9}$  (iii)  $\frac{3}{7}$  (iv)  $3\frac{1}{6}$  (v)  $\frac{11}{24}$  (vi)  $6\frac{1}{6}$

(2) (i)  $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$  (ii)  $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) تمام کا مجموعہ مساوی ہے  $= \frac{21}{13}$  وتر میں اعداد کا مجموعہ،  $= \frac{21}{13}$  کالم میں اعداد کا مجموعہ،  $= \frac{21}{13}$  صف میں اعداد کا مجموعہ

(4)  $17\frac{11}{15}$  سر (5)  $1\frac{7}{8}$  (6)  $\frac{7}{12}$

(7)  $\Delta ABE$  کا احاطہ =  $10\frac{1}{5}$  سمر

$BCDE$  کا احاطہ =  $7\frac{11}{15}$  سمر

$\Delta ABE$  بڑا ہے

مشرق =  $2\frac{7}{15}$

مشق-2 (صفحہ نمبر-39)

(1) (i)  $5\frac{0}{6}$  or 5 (ii)  $1\frac{1}{3}$  (iii)  $7\frac{5}{7}$  (iv)  $1\frac{1}{9}$  (v)  $6\frac{0}{5}$  or 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6 (iii) 6 (iv) 12

مشق-3 (صفحہ نمبر-42)

(1) (i)  $\frac{35}{66}$  (ii)  $1\frac{1}{5}$  (iii)  $7\frac{7}{15}$  (2) (i)  $3\frac{7}{15}$  (ii)  $\frac{2}{21}$  (iii) 3 (iv) 3

(3) (i)  $\frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$  (ii) دونوں مساوی ہیں (iii)  $17\frac{1}{2}$  گھنٹے (iv)  $85\frac{1}{3}$  کلومیٹر (v) 350 میٹر (vi) 1 میٹر

(7) (i)  $\frac{10}{7}$  (ii)  $\frac{3}{5}$ , 35 یا 3, 7

مشق-4 (صفحہ نمبر-46-47)

(1) (i)  $\frac{8}{5}$  (ii)  $\frac{7}{8}$  (iii)  $\frac{7}{13}$  (iv)  $\frac{4}{3}$  (2) (i) 24 (ii)  $3\frac{3}{7}$  (iii)  $1\frac{2}{7}$  (iv)  $\frac{7}{5}$

(3) (i)  $\frac{2}{15}$  (ii)  $\frac{7}{40}$  (iii)  $\frac{5}{9}$  (iv)  $\frac{4}{3}$  (5) دن  $2\frac{1}{2}$

مشق-5 (صفحہ نمبر-49-50)

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 0.66 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35

(3) (i) 0.1 سمر, 0.000 کلومیٹر (ii) 4.5 سمر, 0.045 کلومیٹر, 0.000045

(4) (i) 0.19 کلومیٹر (ii) 0.247 کلومیٹر (iii) 44.08 کلومیٹر

(i)  $50 + 5 + \frac{5}{10}$  (ii)  $5 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$  (iii)  $300 + 3 + \frac{3}{100}$

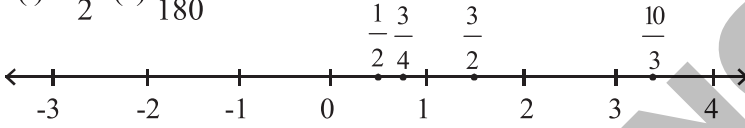
(iv)  $30 + \frac{3}{10} + \frac{3}{1000}$  (v)  $1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$

(6) (i) 3 (ii) 30 (iii)  $\frac{3}{100}$  (iv)  $\frac{3}{10}$  (v)  $\frac{3}{100}$  (7) 11.90 میٹر, 12.00 میٹر, 100 میٹر

مشق-6 (صفحہ نمبر-51)

- (1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.35 (iv) 78.8 (v) 0.35  
 (vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) مربع مسر 24.8
- (3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110  
 (vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8  
 (xi) 90 (xii) 30 (4) کلومیٹر 625 (5) (i) 0.45 (ii) 4.75  
 (iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025 (vi) 1.12 (vii) 0.0214  
 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011 (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43  
 (iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02 (7) 5 (8) 0.128 مسر

مشق-7 (صفحہ نمبر-60)

- (2) (i)  $-\frac{5}{2}$  (ii)  $-\frac{75}{180}$
- (3) 
- (4) (i) کاذب (ii) صادق (iii) کاذب (iv) صادق

3- سادہ مساواتیں

مشق-1 (صفحہ نمبر-62)

- (1) (i) LHS = 2x RHS = 10 (ii) LHS = 2x-3 RHS = 9 (iii) LHS = 4z+1 RHS = 8 (iv) LHS = 5p+3 RHS = 2p+9  
 (v) LHS = 14 RHS = 27-y (vi) LHS = 2a-3 RHS = 5 (vii) LHS = 7m RHS = 14 (viii) LHS = 8 RHS = q+5
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 7 (iii) m = 3 (iv) n = 7

مشق-2 (صفحہ نمبر-67)




- (1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = -20
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13  
 (vi) x = 3 (vii) x = -5 (viii) x = -1 (ix) x = 4 (x) x = -2

مشق-3 (صفحہ نمبر-72-73)

- (1) سینٹی میٹر 4 (2) سینٹی میٹر 5 (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 49, 49 (7) 7, 8, 9  
 (8) l = 34 میٹر, b = 2 میٹر (9) l = 23 میٹر, b = 19 میٹر (10) 5 سال (11) 19, 44 (12) -25, -15  
 13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

## 4 - خطوط اور زاویے

مشق-1 (صفحہ نمبر-75)

- (1) (i) خطی قطعہ AB (ii) شعاع CD (iii) خط XY (iv) نقطہ 'P'
- (2) (i)  (ii) • X (iii)  (iv) 
- (3)  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CD}$
- (5) (i) حادہ زاویہ (ii) منفرج زاویہ (iii) قائم الزاویہ (iv) حادہ زاویہ (v) منفرج زاویہ
- (6) حادہ زاویے:  $\angle FOA, \angle EOF, \angle DOE, \angle COD, \angle BOC, \angle DOF, \angle EOF, \angle BOD$   
 منفرج زاویے:  $\angle AOE, \angle BOE, \angle COF$  قائم الزاویے:  $\angle DOA, \angle COA, \angle BOF$
- (7) زاویہ مستقیم  $\angle BOA$  (ii) اور (iii) غیر متوازی ہیں؛ (i) اور (iv) متوازی ہیں
- (8) (i), (ii) اور (iv) متقاطع خطوط ہیں اور (iii) غیر متقاطع خط ہے

مشق-2 (صفحہ نمبر-77)

- (1) (i)  $65^\circ$  (ii)  $50^\circ$  (iii)  $1^\circ$  (iv)  $35^\circ$  (3)  $45^\circ, 45^\circ$
- (4) ہاں کیونکہ زاویوں کا مجموعہ  $90^\circ$  ہوتا ہے

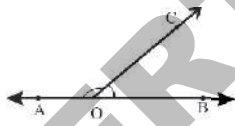
مشق-3 (صفحہ نمبر-79)

- (1) (i), (ii) (2) (i)  $75^\circ$  (ii)  $85^\circ$  (iii)  $30^\circ$  (iv)  $160^\circ$
- (3) دو حادہ زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ  $180^\circ$  سے چھوٹا ہوتا ہے (4)  $90^\circ, 90^\circ$

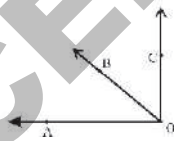
مشق-4 (صفحہ نمبر-80)

- (1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i)  $\angle AOD, \angle DOB$  (ii)  $\angle DOB, \angle BOC$   
 (iii)  $\angle BOC, \angle COA$  (iv)  $\angle COA, \angle AOD$

- (3) ہاں کیونکہ  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$



- (4) ہاں کیونکہ  $\angle BOA + \angle COB = 90^\circ$



مشق-5 (صفحہ نمبر-81)

- (1) i, ii (2) نہیں کیوں کہ کوئی بھی مشترک بازو نہیں ہے

مشق-6 (صفحہ نمبر-82-83)

- (1) (i)  $\angle AOD, \angle BOC$  (ii)  $\angle AOD, \angle DOB$
- (2) عموداً متقابل کے زاویے  $y = 160^\circ$   $x + 160^\circ = 180^\circ \therefore x = 20^\circ$   
 عموداً متقابل کے زاویے  $\angle x = \angle z$   $\therefore z = 20^\circ$

(1) (i) قطع خط (ii) متوازی (iii) متوازی (iv) ایک

(2) (i)  $100^\circ$  (ii)  $45^\circ$  (iii)  $90^\circ$  (iv)  $100^\circ$   $d + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow d = 130^\circ$

(3)  $\angle x = 180 - (75+45) = 60^\circ$  ;  $\angle y = 75$  ;  $z = 45^\circ$

(4)  $b + 50^\circ = 180^\circ$   $\therefore b = 130^\circ$  (5)  $\angle APQ + \angle AQR = 180^\circ$

$b + c = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow$   $100^\circ + \angle PQR = 180^\circ$

$c = 50^\circ$   
 $\angle AQR = 80^\circ$

$\angle AQR = \angle CRS = 80^\circ$  نظیری زاویے

$\therefore l \parallel m$  لہذا  $l$  متوازی ہے  $m$  کے

(6)  $\angle a = 50^\circ$  (متبادل زاویے)

$\angle b = 50^\circ$  (متبادل زاویے)

$\angle c = \angle d = \angle e = 50^\circ$

(تمام متبادل زاویے)

## 5 - مثلثات اور ان کے خصوصیات

(1) (i) ممکن ہے (ii) ممکن ہے (iii) ناممکن (iv) ممکن ہے

(1) (i) (0) وسطانیہ (ii) ارتفاع (بلندی) (3) ہاں

(4) (i)  $\angle XZ$  (ii)  $\angle R$  (iii) B (5) نہیں بعض صورتوں میں یہ مثلث کے بیرونی (خارجی) جانب پایا جاتا ہے

(1) (i)  $70^\circ$  (ii)  $60^\circ$  (iii)  $40^\circ$  (2) (i)  $x = 70^\circ$  ;  $y = 60^\circ$  (ii)  $x = 80^\circ$  ;  $y = 50^\circ$

(iii)  $x = 110^\circ$  ;  $y = 70^\circ$  (iv)  $x = 60^\circ$  ;  $y = 90^\circ$  (v)  $x = 45^\circ$  ;  $y = 90^\circ$  (iv)  $x = 60^\circ$

(3) (i)  $40^\circ$  (ii)  $34^\circ$  (iii)  $60^\circ$  (4)  $60^\circ$  (5) (i) کاذب (ii) صاف (iii) کاذب (iv) کاذب

(6) (i)  $30^\circ$  ;  $60^\circ$  ;  $90^\circ$  (7)  $x = 100^\circ$  ;  $y = 50^\circ$  ;  $z = 100^\circ$

(8)  $\angle LPM = 40^\circ$  ;  $\angle LMP = 50^\circ$  ;  $\angle QRP = 50^\circ$  (9)  $72^\circ$

(10)  $\angle P = 50^\circ$  ;  $\angle Q = 30^\circ$  ;  $\angle R = 90^\circ$  (11)  $18^\circ$  ;  $72^\circ$  ;  $90^\circ$  (12)  $36^\circ$  (13)  $540^\circ$

- (1) داخلی زاویے :  $\angle CBA, \angle ACB, \angle BAC$  ; خارجی زاویے :  $\angle CBX, \angle ACZ, \angle BAY$   
 (2)  $\angle ACD = 111^\circ$  (3)  $x = 115^\circ ; y = 35^\circ$  (4) (i)  $x = 50^\circ$  (ii)  $x = 33^\circ ; y = 82^\circ$   
 (5)  $\angle CDB = 76^\circ ; \angle CBD = 39^\circ ; \angle CBA = 58^\circ$   
 (6) (i)  $x = 55^\circ ; y = 55^\circ$  (ii)  $x = 100^\circ ; y = 50^\circ$  (iii)  $x = 120^\circ$  (iv)  $y = 40^\circ ; y = 70^\circ$   
 (v)  $x = 50^\circ ; y = 130^\circ$  (vi)  $x = 60^\circ ; y = 150^\circ ; (7) 50^\circ ; 75^\circ ; 55^\circ (8) \angle P 35^\circ$  ہاں (9)  $70^\circ$   
 (10)  $30^\circ ; 75^\circ ; 75^\circ$  (11)  $x = 135^\circ ; y = 80^\circ$

## 6- فیصد اور اس کا اطلاق

- (1) 100 : 10 , 10:1 (2) ₹.15 (i) 15 : 5 or 3 : 1 (ش : ساجد)  
 (ii) 5 : 15 or 1 : 3 (ش : ساجد) (5) رشید کا حصہ = 40 ; راشد کا حصہ = 56  
 (6)  $\overline{AX} = 18$  سمر ;  $\overline{XB} = 20$  سمر (7) ₹.60,000 (8) لیٹرس 8  
 (3) 40 : 20 یا 2 : 1 (4) 1:2400

- (i) کمرہ جماعت میں موجود لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد کو گن کر اس کو نسبت کی شکل میں لکھئے، اگر لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد (0) صفر ہو تب کیا آپ اس کو نسبت کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں؟ ہم ایسی نسبتوں کا تقابل نہیں کر سکتے۔  
 (ii) کمرہ جماعت میں موجود دروازے اور کھڑکیوں کی گنتی کر کے ان کو نسبت کی شکل میں لکھئے  
 (iii) آپ کے پاس موجود تمام کتابوں اور نوٹ بکس کی گنتی کر کے اس کو نسبت کی شکل میں لکھئے

- (1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72  
 (2) (i) کازب (ii) صادق (iii) صادق (iv) صادق (v) کازب  
 (3) ₹.90 (4) 10 kg (5) a) 45 b) 26 (6) i)  $540^\circ$  ii)  $21^\circ$

- (1) سمر 4 (3) نہیں (iii) نہیں (ii) نہیں (i) ہاں (2) سمر 2 ; سمر 0.0001  
 (4) ☆ 5 مربعوں کو اتار کر ان کے طول کی پیمائش کیجئے اور جدول کو مکمل کیجئے۔  
 ☆ مربع کے اطراف کا علاقہ (چاروں سمت) احاطہ کہلاتا ہے احاطہ معلوم کیجئے اور جدول کو مکمل کیجئے۔  
 ☆ ہر ضلع کا مربع معلوم کر کے جدول کو مکمل کیجئے۔  
 (i) مربع کے ضلع کا طول اس کے احاطہ کا راست قضیہ (Proposition) میں ہوتا ہے؟ ہاں!  
 (ii) مربع کے ضلع کا طول اس کے رقبہ سے راست تناسب میں نہیں ہوتا ہے۔

مشق 4 (صفحہ نمبر-133)

- (1) اسکول Y (2) کمی 20% (3) آم = 35% (4) 16%  
(5) غیر حاضر =  $16\frac{2}{3}\%$  یا 16.66% حاضر =  $83\frac{1}{3}\%$  یا 83.33% (6) 7200  
(7) 15 (8) 5% تانبہ ; 25% چاندی ; 70% سونا (9) 2000

مشق 5 (صفحہ نمبر-144)

- (1)  $12\frac{1}{2}\%$  or 12.5% (2) 6% (3) 2,00,000 روپے (4) 875 روپے  
(5) نقصان = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

مشق 6 (صفحہ نمبر-149)

- (1) 2 سال 8 مہینے یا  $2\frac{2}{3}$  سال یا  $\frac{8}{3}$  سال (2) 12%  
(3) 450 روپے (4) 12958 روپے (5)  $1\frac{1}{2}$  سال

## 7 - معطیات کا اظہار

مشق 1 (صفحہ نمبر-156-157)

- (1) (i)  $33^\circ\text{C}$  (ii)  $30^\circ\text{C}$  (2) 15.9 کلوگرام  
(3) (i) مونگ پھلی ₹ 5250 (ii) مونگ پھلی ₹ 4000 جوار = ₹ 7500  
(5) (i) 23 (ii) 21, by 3 (iii) 16.5, by 4 (iv) سفیان (6) (i) ₹ 18 (ii) ₹ 54 (iii) متناسب  
(7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

مشق 2 (صفحہ نمبر-161-162)

- (1) ہر کھلاڑی کی عمر 25 سال ہے (ii) = 27 بہتائیہ = 28, اوسط (i) 140, 155 سر  
(3) 25 (4) (i) بہتائیہ (ii) اوسط (iii) اوسط (iv) بہتائیہ

مشق 3 (صفحہ نمبر-164)

- (1) (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (2) (i) ₹ 1400 (ii) ₹ 1450  
(3) بہتائیہ صحیح ہے جبکہ وسطانیہ غلط ہے (4) 1,7,10 ; 2,7,9 ; 3,7,8 (5) 11

مشق 4 (صفحہ نمبر-169-171)

- (5) (i) تعلیم (ii) غذا (iii) 2250 (iv) ₹ 1500



## 8 - مثلثات کی مماثلت

مشق ۱ (صفحہ نمبر-178-177)

- (1) (i) صادق (ii) کاذب
- (2) (i)  $\angle P = \angle R$  (ii)  $\angle ROS = \angle POQ$   
 $\angle TQP = \angle SQR$   $\angle R = \angle Q$  or  $\angle R = \angle P$   
 $\angle T = \angle S$   $\angle S = \angle P$  or  $\angle S = \angle Q$
- (3) (ii) صحیح (4) ہاں (ضلع ضلع مماثلت)

مشق ۲ (صفحہ نمبر-181-180)

- (1)  $HJ=TS$  اور  $GH=TR$  کہہ دینا چاہئے کہ
- (2)  $AP = 4 \text{ km}$  ( $\therefore AP = BQ$  c.p.c.t.)
- (3) (i)  $\triangle ABC \cong \triangle STR$  (ii)  $\triangle POQ \cong \triangle ROS$   
 $AB = ST$  مزید  $BC = TR$   $PO = RO$  مزید  $PQ = RS$   
 $\angle A = \angle S$   $\angle B = \angle T$   $OQ = OS$   $\angle P = \angle R$   
 $AC = SR$   $\angle C = \angle R$   $\angle POQ = \angle POS$   $\angle Q = \angle S$   
 (iii)  $\triangle DRO \cong \triangle OWD$   $DR = OW$  مزید  $DO = OD$   
 $RO = WD$   $\angle ODR = \angle DOW$   
 $\angle R = \angle W$   $\angle ROD = \angle WOD$   
 شکل  $\square WORD$  میں  
 $\angle R = 90^\circ$   
 $WD = OR$  اور  $WO = DR$   
 $\therefore \square WORD$  ایک مستطیل ہے  
 $\therefore \triangle WSD \cong \triangle RSO$   
 $\triangle WSO \cong \triangle RSD$   
 مزید  $\triangle ORW \cong \triangle DWR$
- (iv)  $\triangle ABC$  اور  $\triangle CBA$  مماثل نہیں ہے
- (4) (i)  $AB=PQ$  اور  $\triangle RQP$  میں ہم کو جاننا چاہئے کہ  $AB=AD$  اور  $\triangle ADC$  میں ہم کو جاننا چاہئے کہ

مشق ۳ (صفحہ نمبر-183)

- (1) (i)  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  S.A.A. کی رو سے (ii)  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  A.A.A. یا A.S.A. کی رو سے  
 (iii)  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$  A.S.A یا A.A.S کی رو سے (iv)  $\triangle ABC \cong \triangle FED$  A.A.A. کی رو سے
- (2) (i)  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (S.A.A.)  
 (ii)  $AB = CD$  (c.p.c.t.) (Corresponding Parts of Congruent Triangles) کے نظریے سے  
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$

ورنہ AAA سے  $\triangle AOB$  اور  $\triangle DOC$  مشابہ ہیں

مماثل مثلثات میں نظری کے مساوی ہوتے ہیں

- (1) (i) S.S.S. (ii) S.A.S. (iii) A.S.A. (iv) R.H.S. (2) (i) a) AR = PE b) RT = EN  
c) AT = PN (ii) a) RT = EN b) PN = AT (iii) a)  $\angle A = \angle P$  b)  $\angle T = \angle N$
- (3) (i) ضلع (ii) زاویہ (iii) مشترکہ ضلع (iv) S.A.S.
- (4) ہم نہیں کہہ سکتے کہ  $\Delta ABC \cong \Delta PQR$  جب نظیری زاویے مساوی ہوتے ہیں مگر کہہ سکتے ہیں کہ مثلثات مشابہہ ہیں

- (5)  $\Delta RAT \cong \Delta WON$  (6)  $\Delta ABC \cong \Delta ABT$  and  $\Delta QRS \cong \Delta TPQ$
- (7) (i) مساوی پیمائش لے کر دو مثلثات بنائیے (ii) مختلف پیمائش لے کر دو مثلثات بنائیے
- (8) BC = QR (A.S.A.) یا AB = PQ (A.A.S.) یا AC = PR (A.A.S.)
- (9)  $\angle B = \angle E$  ;  $\angle A = \angle F$  ;  $\Delta ABC \cong \Delta FED$  (A.A.S.) کی رو سے ; BC = ED

## 10 - الجبری عبارتیں

- (1) (i)  $3n$  (ii)  $2n$
- (2) (i) شکل 4 میں ہر جانب مربعوں کی تعداد 4 ہونی چاہئے  
شکل 5 میں ہر جانب مربعوں کی تعداد 5 ہونی چاہئے  
(ii)  $4n = 4, 8, 12, 16, 20, \dots$  الجبری عبارت کی ترتیب  
(iii)  $4n + 1 = 9, 13, 17, 21, \dots$  الجبری عبارت کی ترتیب
- (3) (i)  $p + 6$  (ii)  $x - 4$  (iii)  $y - 8$  (iv)  $-5q$  (v)  $y \div 4$  or  $\frac{y}{4}$
- (vi)  $\frac{1}{4}$  کا  $pq$  یا  $\frac{pq}{4}$  (vii)  $5 + 3z$  (viii)  $5x + 10$  (ix)  $2y - 5$  (x)  $10y + 13$
- (4) (i)  $x$  میں 3 جمع کرنے پر یا  $x$  سے 3 زیادہ ہے (ii)  $y$  میں سے 7 تفریق کرنے پر  
(iii)  $c$  کو 10 سے ضرب دینے پر (iv)  $x$  کو 5 سے تقسیم کرنے پر  
(v)  $n$  کو 3 سے ضرب دے کر محاصل میں 11 جمع کرنے پر  
(vi) 5 کو گئے  $y$  میں سے تفریق کرنے پر یا  $y$  کو 2 سے ضرب دے کر محاصل میں سے 5 تفریق کرنے پر
- (5) (i) مستقل (ii) متغیر (iii) مستقل (iv) متغیر

- (1) (i)  $(a^2, -2a^2)$  (ii)  $-(yz, 2zy)$  (iii)  $-(2xy, 5y^2x)$  (iv)  $(7p, -2p, 3p)$  اور  $(8pq, -5pq)$
- (2) الجبری عبارتیں ہیں : (Problem Numbers): i, ii, iv, vi, vii, ix, xi  
عددی فہرے : (Problem Numbers): iii, v, viii, x
- (3)  $i, iv, vi$  ; ایک رکنی ہیں ;  $ii, v, vii$  ; دو رکنی ہیں ;  $iii, viii, ix, x$  ; سہ رکنی یا کثیر رکنی ہے

- (4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3  
(v) 4 (vi) 2 (6)  $xy + yz$   $2x^2 + 3x + 5$

مشق 3 (صفحة نمبر- 209-208)

- (1)  $3a + 2a = 5a$  (2) (ix)  $13x$  (ii)  $10x$  (3) (i) 31 (ii)  $-61^\circ$  (iii)  $11m^2$  (4) (i) -1  
(ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6)  $2x^2 + 11x - 9$  (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1 (8)  $54 \text{ cm} \times \text{cm} = 54 \text{ cm}^2$   
(9) 90 (10)  $s = \frac{d}{t} = \frac{135 \text{ میٹر}}{10 \text{ sec}} = \frac{27}{2}$  میٹر فی سکنڈ یا  $13 \frac{1}{2}$  میٹر فی سکنڈ یا 13.5 میٹر فی سکنڈ

مشق 4 (صفحة نمبر- 215-214)

- (1) (i)  $-5x^2 + xy + 8y^2$  (ii)  $10a^2 + 7b^2 + 4ab$  (iii)  $x^7 + 8y - 7z$  (iv)  $-4x^2 - 5x$   
(2)  $7x + 9$  (3)  $x^8 - 2y$  (4)  $5a - 2b$  (5) (i)  $a + 2b$  (ii)  $2x + 3y + 4z$  (iii)  $-4ab - 8b^2$   
(iv)  $4pq - 15p^2 - 2q^2$  (v)  $-5x^2 + 3x + 10$  (vi)  $2x^2 - 2xy - 9y^2$  (vii)  $3m^3 + 4m^2 + 7m + 1$   
(6)  $7x^2 + xy - 6y^2$  (7)  $4x^2 - 3x - 2$  (8)  $4x^2 - 3y^2 - xy$  (9)  $2a^2 + 14a + 5$   
(10) (i)  $22x^2 + 12y^2 + 8xy$  (ii)  $-14x^2 - 10y^2 - 20xy$  or  $-(14x^2 + 10y^2 + 20xy)$   
(iii)  $20x^2 + 5y^2 - 4xy$  (iv)  $-8y^2 - 32x^2 - 30xy$

## 11 - قوتیں

مشق 1 (صفحة نمبر- 220-219)

1. (i)  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  (ii)  $7 \times x \times 7 \times x$  (iii)  $5 \times 5 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b \times b$   
قوت = 3; اساس = 5 قوت = 2; اساس =  $7x$  قوت = 3; اساس =  $5ab$   
(iv)  $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times y \times y \times y \times y \times y$  2. (i)  $7^5$  (ii)  $3^3 \times 5^4$  (iii)  $2^3 \times 4^4 \times 5^3$   
قوت = 5; اساس =  $4y$   
3. (i)  $2^5 \times 3^2$  (ii)  $2 \times 5^4$  (iii)  $2 \times 3^2 \times 5^3$  (iv)  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  (v)  $2^5 \times 3 \times 5^2$   
4. (i)  $3^2$  (ii)  $3^5$  (iii)  $2^8$  5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

مشق 2 (صفحة نمبر- 230-229)

- (1) (i)  $2^{14}$  (ii)  $3^{10}$  (iii)  $5^5$  (iv)  $9^{30}$  (v)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$  (vi)  $3^{20}$   
(vii)  $3^4$  (viii)  $6^4$  (ix)  $2^{9a}$  (x)  $10^6$  (xi)  $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10} = \frac{-5^{10}}{6^{10}} = \frac{5^{10}}{6^{10}}$   
(xii)  $2^{10a+10}$  (xiii)  $\frac{2^5}{3^5}$  (xiv)  $15^3$  (xv)  $(-4)^3$  (xvi)  $\frac{1}{9^8}$  (xvii)  $\frac{1}{(-6)^4}$   
(xviii)  $(-7)^{15}$  (xix)  $(-6)^{16}$  (xix)  $a^{x+y+z}$  (2)  $3^{10}$  (3) 2 (4) 2 (5) 1  
(6) (i) صادق ( $2+11=13$ ) (ii) کاذب (iii) صادق (iv) صادق (v) کاذب (vi) کاذب (vii) صادق

## 12 - چار ضلعی

مشق 1 (صفحہ نمبر-237)

(1) (i) اضلاع  $\overline{PQ}$ ,  $\overline{QR}$ ,  $\overline{RS}$ ,  $\overline{SP}$  کے زاویے  $\angle QPS$ ,  $\angle PSR$ ,  $\angle SRQ$ ,  $\angle RQP$   
 اس P, Q, R, S وتر  $\overline{PR}$ ,  $\overline{QS}$

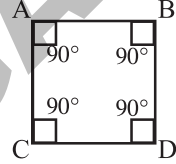
(ii) متصلہ ضلعوں کی جوڑیاں ہیں  $\overline{PQ}, \overline{QR}$ ;  $\overline{QR}, \overline{RS}$ ;  $\overline{RS}, \overline{SP}$  اور  $\overline{SP}, \overline{PQ}$   
 متصلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں  $\angle SPQ, \angle RSP, \angle RSP, \angle QRS, \angle QRS, \angle PQR$ ,  
 and  $\angle PQR, \angle SPQ$

مقابلہ کے ضلعوں کی جوڑیاں ہیں  $\overline{PS}, \overline{QR}$  اور  $\overline{QP}, \overline{RS}$   
 مقابلہ کے زاویوں کی جوڑیاں ہیں  $\angle SPQ, \angle QRS$ , اور  $\angle RSP, \angle PQR$

(2)  $100^\circ$  (3)  $48^\circ, 72^\circ, 96^\circ, 144^\circ$  (4)  $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

(5)  $75^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 105^\circ$

(6) کیوں کہ چار ضلعی کا زاویہ  $180^\circ$  نہیں ہوتا



مشق 2 (صفحہ نمبر-247)

(1) (i) صادق (ii) کاذب (iii) صادق (iv) کاذب (v) صادق (vi) صادق (vii) صادق (viii) صادق

(2) (i) کیوں کہ مربع کے مقابلہ کے ضلع متوازی ہوتے ہیں (ii) کیوں کہ یہ چار ضلعے رکھتا ہے

(iii) کیوں کہ مربع کے وتر عمودی ناصف ہوتے ہیں

(iv) کیوں کہ مربع کے مقابلہ کے ضلع مساوی طول رکھتے ہیں

(3)  $\angle DAB = 140^\circ$ ,  $\angle BCD = 140^\circ$ ,  $\angle CDA = 40^\circ$  (4)  $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$

(5) یہ چار ضلعے اور ایک متوازی جوڑا رکھتا ہے  $\overline{CA}$ ,  $\overline{DR}$  (6) 1

(7) مقابلہ کے زاویے مساوی نہیں ہے (8) 15 cm, 9cm, 15cm, 9cm

(9) نہیں کیوں کہ معین میں اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں (10)  $\angle C = 150^\circ$ ,  $\angle D = 150^\circ$

(11) (i) مستطیل (ii) مستطیل (iii)  $180^\circ - x^\circ$

(iv) مساوی (v) 10 (vi)  $90^\circ$

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

## 13 - رقبہ اور احاطہ

مشق 1 (صفحہ نمبر-251-250)

- (1)  $2(l+b)$ ;  $a^2$  (2) 60 cm; 22cm; 484 cm<sup>2</sup> (3) 280cm<sup>2</sup>; 68cm; 18cm; 216cm<sup>2</sup>; 10cm; 50cm

مشق 2 (صفحہ نمبر-255-254)

- (1) (i) 28cm<sup>2</sup> (ii) 15cm<sup>2</sup> (iii) 38.76cm<sup>2</sup> (iv) 24cm<sup>2</sup> (2) (i) 91.2cm<sup>2</sup> (ii) 11.4cm  
(3) 42cm; 30cm (4) 8cm; 24cm (5) 30m, 12m (6) 80m

مشق 3 (صفحہ نمبر-260-257)

- (1) (i) 200cm<sup>2</sup> (ii) 12cm<sup>2</sup> (iii) 20.25cm<sup>2</sup> (iv) 12cm<sup>2</sup> (2) (i) 12cm<sup>2</sup> (ii) 3cm  
(3) 30cm<sup>2</sup>; 4.62 cm (4) 27cm<sup>2</sup>; 7.2 cm (5) مربع سسر 64  
(5) ہاں!  $\triangle BAE$ ,  $\triangle BEC$  اور  $\triangle CDE$  تین مثلثات ہیں جن کو دو متوازی خطوط BC اور AD کے درمیان کھینچا گیا ہے۔  
BC=AE+ ED

- (6) QS  $\perp$  PR. مثلث PQR میں PR قاعدہ ہے کیوں کہ (7) 40 cm (8) 20 cm ; 40cm  
(9) 20 cm (10) 800cm<sup>2</sup> (11) 160cm<sup>2</sup> (12) 192cm<sup>2</sup> (13) 18 cm ; 12cm

مشق 4 (صفحہ نمبر-262)

- (1) (i) 20cm<sup>2</sup> (ii) 24cm<sup>2</sup> (2) 96cm<sup>2</sup> ; 150 mm : 691.2m<sup>2</sup> (3) 18cm (4) ₹506.25

مشق 5 (صفحہ نمبر-265)

- (1) (i) 220cm (ii) 26.4cm (iii) 96.8 cm (2) (i) 55m (ii) 17.6 m (iii) 15.4m  
(3) (i) (a) 50.24 cm (b) 94.2 cm (c) 1256 cm (ii) 7 cm (4) 42 cm  
(5) 10.5 cm (6) مرتبہ 3 (7)  $3\pi : 2\pi$  (8) 1.75cm (9) 94.20 cm (10) 12.3 cm

مشق 6 (صفحہ نمبر-269-268)

- (1) 475m<sup>2</sup> (2) 195.5m<sup>2</sup>, 29.5cm (3) 624m<sup>2</sup> (4) 68 m<sup>2</sup> (5) 9900 m<sup>2</sup> ; 200100m<sup>2</sup>

## 14 - دو ابعادی اشکال کی تفہیم

مشق 1 (صفحہ نمبر-271-270)

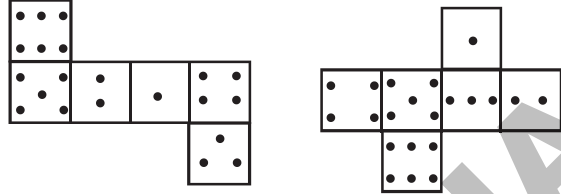
- (1) کرہ:- فٹ بال، کرکٹ بال، لڈو  
استوانہ:- پٹری، بسکٹ پیاکٹ، کندہ، موم بتی  
ہرم:- ہرم مکعب نما:- دیاسلائی کی ڈبیا، قلم تراش بسکٹ پیاکٹ  
مخروط:- آئسکریم، گملا مکعب:- پانسہ، ہکا ڈبہ

- (2) (i) مخروط:- آئسکریم، خیف کا اوپری حصہ (ii) مکعب:- پانسہ، ہکا ڈبہ  
(iii) مکعب نما:- ڈسٹر، اینٹ (iv) کرہ:- گیند، کچے (زمین پر کھیلنے کی گولیاں) (v) پائپ، پنسل (vi) استوانہ:- پنسل، پائپ

(3)	مکعب	مکعب نما	ہرم
رُخ	6	6	5
کنارے	12	12	8
راس	8	8	5

مشق 2 (صفحہ نمبر 273 - 272)

(1) مشعلہ انجم دیجئے (2) i) C ii) a (3)



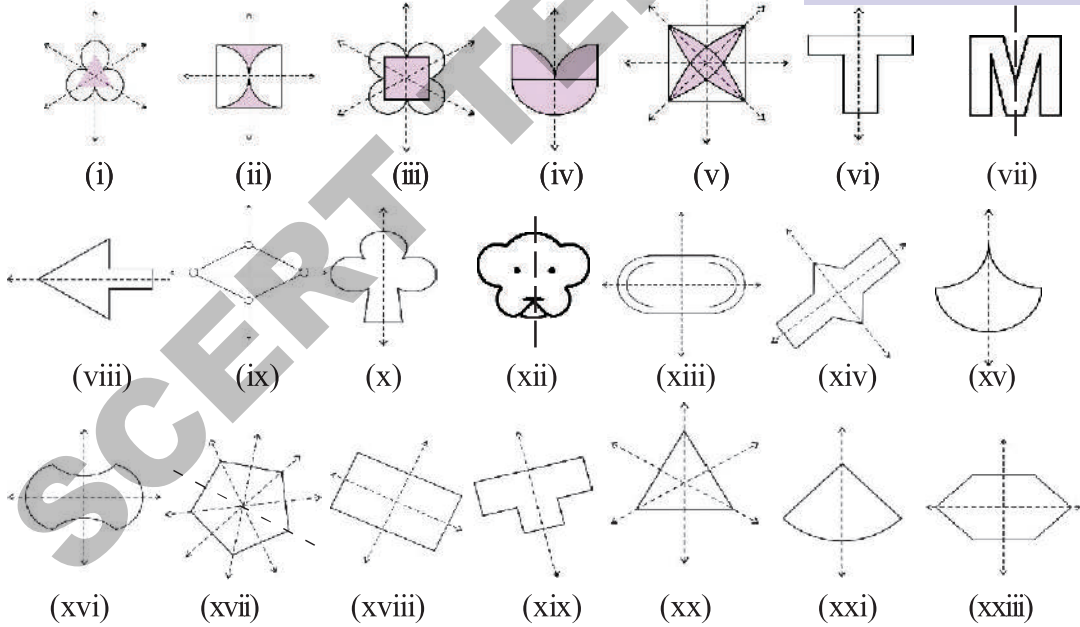
مشق 4 (صفحہ نمبر 281)

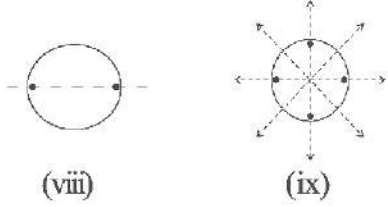
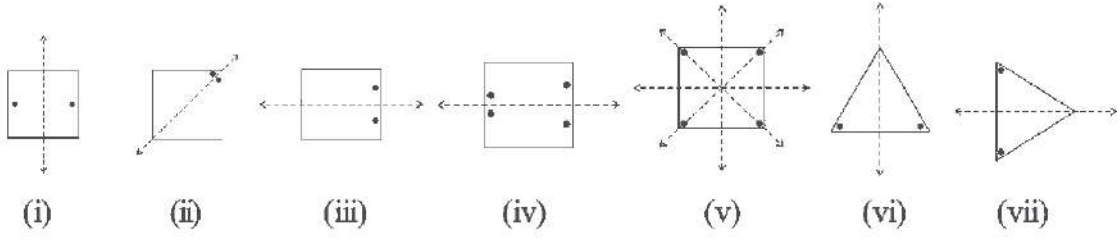
(1) ایک گیند ایک دائرہ نما  
استوانہ نما پاپ : مستطیل نما  
ایک کتاب : مستطیل نما

(2) (i) کروی دائروی اشیاء  
(ii) مکعب/مربع نما شیٹ  
(iii) مثلث نما اشکال یا مثلث نما قاعدہ رکھنے والا منشور  
(iv) استوانہ/مستطیل نما شیٹ

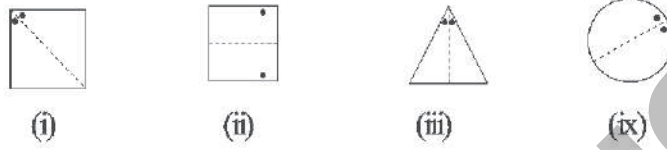
## 15 - تشاکل

مشق 1 (صفحہ نمبر 284 - 283)

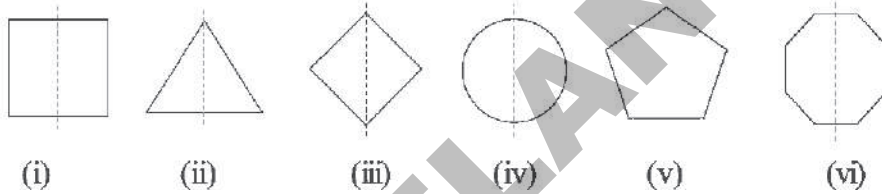




(2)



(3)



(4) (i) کاذب (ii) صادق (iii) کاذب

(5)  $\frac{360}{2n} = \frac{360}{2 \times 4} = \frac{360}{8} = 45^\circ$

یہ تمام منتظم کثیر الرکنی کے لئے صادق ہوتا ہے

1. اشکال (i), (ii), (iv), اور (v) تشاکل رکھتے ہیں

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.	مربع	ہاں	$90^\circ$	4
	مستطیل	ہاں	$180^\circ$	2
	مربع	ہاں	$180^\circ$	2
	مساوی الاضلاع مثلث	ہاں	$120^\circ$	3
	منتظم چھ ضلعی	ہاں	$60^\circ$	6
	دائرہ	ہاں	لامتناہی	لامتناہی
	نیم دائرہ	نہیں	-	-

1.	S	نہیں	0	ہاں	2
	H	ہاں	2	ہاں	2
	O	ہاں	2	ہاں	2
	N	نہیں	0	ہاں	2
	C	ہاں	1	نہیں	1

## نصاب

<p>(i) صحیح اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ صحیح اعداد کی عمل ضرب و تقسیم (مختلف نمونے)</li> <li>☆ صحیح اعداد کی خصوصیات (جمعی و ضربی تماشلی عناصر کے علاوہ) بندشی، تقلیبی، تلازمی، معکوس، انتشاری) (مختلف نمونے) (مکمل اعداد کی مثالیں)، عددی خصوصیات کو مکمل اعداد پر اطلاق متضاد و مثال بنانا (عمل تفریق، تقلیبی خاصیت نہیں رکھتا)</li> <li>☆ عبارتی سوالات صحیح اعداد پر (جن میں ریاضی کے تمام بنیادی اعمال کی شمولیت)</li> </ul> <p>(ii) کسور اعشاریہ اور ناطق اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ کسور کی عمل ضرب</li> <li>☆ کسور کا عمل (کا) کے استعمال کے ذریعہ</li> <li>☆ کسور کا معکوس اور اس کا استعمال</li> <li>☆ کسور کی عمل تقسیم</li> <li>☆ مرکب کسور پر عبارتی سوالات (روزمرہ زندگی پر منحصر)</li> <li>☆ ناطق اعداد کا تعارف (عددی خط پر اظہار)</li> <li>☆ کسور اور ناطق اعداد میں فرق</li> <li>☆ ناطق اعداد کا اعشاری عدد میں ظاہر کرنا</li> <li>☆ ناطق اعداد پر عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال کا استعمال)</li> <li>☆ اعشاری کسور کا عمل ضرب اور عمل تقسیم</li> <li>☆ اکائیوں کی باہم تبدیلی (جیسے طول اور کمیت)</li> <li>☆ عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال پر)</li> </ul>	<p>اعداد کا نظام (50 گھنٹے)</p> <p>1. صحیح اعداد</p> <p>2. کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد</p>
<p>(i) قوت نما اور اس کا تعارف</p> <p><math>x</math> کا مقام <math>a^x</math> میں جہاں <math>a \in \mathbb{Z}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ قوت نما کے قوانین (مشاہدہ کے ذریعہ مختلف نمونوں کو عام کرنا)</li> </ul> <p>جہاں (i) <math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math> (<math>m, n \in \mathbb{N}</math>) (ii) <math>(a^m)^n = a^{mn}</math></p> <p>(iii) <math>\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}</math> (<math>(m-n) \in \mathbb{N}</math>) (iv) <math>a^m b^m = (ab)^m</math></p> <p>(v) عدد جن کی قوت صفر ہو (vi) اعشاری اعداد کو قوت کے طور پر اظہار</p> <p>(vii) بڑے اعداد کو معیاری شکل (Scientific Notation) میں ظاہر کرنا۔</p>	<p>الجبراء (20 گھنٹے)</p> <p>3. قوت نما</p> <p>4. الجبری عبارتیں</p> <p>5. سادہ مساواتیں</p>



<p>(ii) الجبرائی عبارتیں</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ ایک اور دو متغیرات کی مدد سے آسان الجبرائی عبارتیں بنانا</li> <li>☆ مستقل عدد، ضرب، اور قوت کی شناخت کرنا</li> <li>☆ یکساں اور غیر یکساں ارکان، عبارتوں کے درجے مثلاً <math>x^2y</math> وغیرہ (درجہ 3 اور متغیرات 2 ہیں)</li> <li>☆ الجبرائی عبارتوں کی جمع و تفریق (جہاں پر قوت صحیح اعداد ہوں)</li> </ul> <p>(iii) سادہ مساواتیں</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ سادہ مساواتیں جن میں ایک متغیر ہو (مشقی سوالات)</li> <li>☆ دو بنیادی اعمال کے ساتھ (صحیح اعداد ضرب کی شکل میں)</li> </ul>	
<p>(i) نسبت اور تناسب اعادہ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ اکائی کا قاعدہ، تناسب، اور اس کی عمومیت</li> <li>☆ مرکب نسبت (سادہ عبارتیں سوالات)</li> <li>☆ فیصد (تمہید)</li> <li>☆ ایسے کسور جن کا نسب نما 100 ہو فیصد کہلاتے ہیں۔ ان کی تقسیم</li> <li>☆ کسور اور اعشاری اعداد کا فیصد میں اظہار (اور اس کا برعکس)</li> <li>☆ نفع اور نقصان پر اطلاق (اکائی شے پر کاروباری معاملہ)</li> <li>☆ سود مفرد پر اطلاق (مدت، وقت سال میں لی جائے)</li> </ul>	<p>فیصد اور ان کا اطلاق (20 گھنٹے)</p>
<p>(i) خطوط اور زاویے Lines and Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ زاویوں کے جوڑ (خطی، تکمیلی، اتمامی، متصلہ، انصافی، مقابل)</li> <li>☆ انصافی، مقابل، زاویوں کی جانچ اور ان کا ثبوت</li> <li>☆ متوازی خطوط کی خصوصیات (عرضی قاطع کی مدد سے)</li> <li>☆ (متبادل، نظیری، اندرونی و بیرونی زاویے)</li> </ul> <p>(ii) مثلثات Triangles</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☆ مثلث کی تعریف</li> <li>☆ زاویے اور ضلعوں کی بنا پر مثلثات کی اقسام</li> <li>☆ مثلثات کے خواص</li> <li>☆ ضلعوں کا مجموعہ، دو ضلعوں کا فرق</li> </ul>	<p>جیومیٹری اشکال کی تفہیم (60 گھنٹے)</p> <p>خطوط اور زاویے مثلثات اور ان کے خصوصیات مثلثات کی مماثلت مثلثات کی بناوٹ چار ضلعی</p>

## تشاکل

### 2D اور 3D کے اشکال کی تفہیم

- ☆ مثلث کے تینوں زاویوں کے مجموعے کی خاصیت (کاغذ کا استعمال کرتے ہوئے مثلث کے خصوصیات کی جانچ اور ثابت کرنا)
- ☆ مثلث کے بیرونی زاویے کی خصوصیات
- (iii) مماثلت Congruency
- ☆ منطبق کرتے ہوئے مماثلت: بلیڈز، ڈاک ٹکٹ وغیرہ
- ☆ مماثلت کا اظہار جیومیٹری اشکال جیسے مثلث، دائرے وغیرہ
- ☆ مماثلت کی جانچ (تصدیق کے طریقے سے)
- ☆ مثلثات کی مماثلت کی خصوصیات، SAS، SSS، ASA، RHS اشکال کی مدد سے۔

### (iv) مثلثات کی بناوٹیں (مختلف مثلثات)

- ☆ دیئے گئے تین اضلاع لے کر مثلثات بنائے (SSS کی جانچ)
- ☆ دیئے گئے 2 اضلاع اور ان کے درمیان واقع ہونے والے زاویہ کی مدد سے مثلث بنانا (SAS کی جانچ)
- ☆ ایک ضلع اور دو زاویوں کی مدد سے (درمیان میں دیئے گئے ہوں) مثلث بنانا (ASA کی جانچ)
- ☆ قائم الزاویہ مثلث بنانا جب کہ اس کا ایک ضلع اور وتر کے طول دیئے گئے ہیں۔ (RHS کی جانچ)

### (v) چار ضلعی Quadrilateral :-

- ☆ چار ضلعی کی تعریف
- ☆ چار ضلعی، اضلاع، زاویے اور ان کے وتر
- ☆ اندرونی و بیرونی خصوصیات (چار ضلعی)
- ☆ محدب و مقعر چار ضلعی اشکال میں فرق
- ☆ زاویے کے مجموعہ کی خصوصیت (جانچ) سوالات
- ☆ چار ضلعی کے اقسام
- ☆ متوازی الاضلاع، منحرف، معین، مستطیل، مربع اور پتنگ وغیرہ

### (vi) تشاکل

- ☆ تشاکل منعکس کا اعادہ
- ☆ گھماؤ تشاکل کا مشاہدہ 2D اشیاء کے گھماؤ کا مشاہدہ ( $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $180^\circ$ )

<p>☆ سادہ اشکال کا عمل گھماؤ <math>90^\circ</math> اور <math>180^\circ</math> پر</p> <p>☆ گھماؤ تشاکل اور منعکس تشاکل دونوں مثالوں کے ذریعہ اشکال کا اظہار</p> <p>☆ ایسی مثالیں دیجئے جن میں تشاکل کا گھماؤ اور منعکس تشاکل واقع ہو۔</p> <p>(vii) 2D اور 3D اشکال کی تفہیم:</p> <p>☆ 3D اشکال کو 2D کی وضع میں اظہار کرنا</p> <p>☆ راس، کنارے (ضلعے)، سطح، جال (مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط) کی شناخت</p> <p>☆ تصاویر کو دیکھنے کے اجسام سے جوڑنا (اُن کے نام کی پہچان)</p>	
<p>رقبہ اور احاطہ (Area and Perimeter)</p> <p>☆ مستطیل اور مربع کے رقبہ اور احاطہ کا اعادہ</p> <p>☆ دائرے کے محیط کی پہچان</p> <p>☆ رقبہ: - بنیادی اکائیوں کے استعمال کی پیمائش کا تصور</p> <p>☆ مستطیل، مثلث اور متوازی الاضلاع، منحرف کے رقبہ اور مستطیل کے اطراف کے راستے کا رقبہ</p>	<p>مساحت (15 گھنٹے)</p> <p>رقبہ اور احاطہ</p>
<p>معطیات کا اظہار</p> <p>☆ عام معطیات کو یکجا کرنا اور اُن کو منظم کرنا</p> <p>☆ اوسط، اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ، غیر جدول عناصر، ان کی تفہیم، بارگراف کے بارے میں پڑھنا اور اس کا اظہار</p>	<p>معطیات کا اظہار (15 گھنٹے)</p>

عددی نظام:

1. صحیح اعداد:- اعداد شناسی

- ☆ مسئلہ کا حل:- صحیح اعداد پر (ریاضی کے چار بنیادی اعمال) سوالات کا حل
- ☆ صحیح اعداد پر مبنی عبارتی سوالات کا حل
- ☆ استدلالی ثبوت:- تشریح کیجئے کہ صفر سے تقسیم کیوں غیر تعریف شدہ ہے
- ☆ طبعی اعداد کا تقابل اور تفرق صحیح اعداد سے
- ☆ اعداد کی خصوصیات (جیسے بندش، تقلیبی اور تلازمی) جیسے اعداد سے موافق اور مخالف مثالیں پیش کرنا
- ☆ اظہار:- عام اعدادی خصوصیات کو صحیح اعداد پر اطلاق و اظہار
- ☆ مختلف تدریسی اغراض پر منفی علامتوں کا استعمال
- ☆ ربط/تعلق:- روزمرہ زندگی میں صحیح اعداد کے استعمال کا مشاہدہ کرنا
- ☆ نمائندگی:- عددی خط پر صحیح اعداد کا اظہار
- ☆ صحیح اعداد کے سوالات کا حل، عددی خط کی مدد سے کرنا

2. کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد:-

- ☆ مسئلہ کا حل:- کسور کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا
- ☆ ناطق اعداد کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا
- ☆ چھوٹی اکائیوں کو بڑی اکائیوں میں تبدیل کرنا اور اس کا مقلوب عمل
- ☆ استدلالی ثبوت:- ناطق اعداد اور کسور میں تفرق کرنا
- ☆ ناطق اعداد کی تکثیفی خاصیت کی جانچ

- ☆ اظہار:- ناطق اعداد کے سیٹ کی ضرورت محسوس کرنا اور اظہار کرنا
- ☆ ناطق اعداد کے خواص کا عام شکل میں اظہار کرنا
- ☆ ربط/تعلق:- کسور، ناطق اعداد اور اعشاری اعداد کے درمیان رشتہ محسوب کرنا اور استعمال کی جانچ
- ☆ نمائندگی:- ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار
- ☆ ناطق اعداد کو اعشاری شکل میں ظاہر کرنا

الجبراء:

### 1. قوت نما:-

- ☆ مسئلہ کا حل:- مفرد اجزائے ضربی کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنا
- ☆ استدلالی ثبوت:- قوت نما کے قوانین کو مشاہداتی نمونوں کے ذریعہ عام کرنا
- ☆ اظہار:-  $a^x$  میں "x" کی تفہیم جہاں  $a \in \mathbb{Z}$
- ☆ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنے کے طریقہ کا استعمال
- ☆ ربط/تعلق:- مفرد اجزائے ضربی کا استعمال کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کرنا
- ☆ نمائندگی:- بہت بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا

### 2. الجبری عبارتیں:-

- ☆ مسئلہ کا حل:- الجبری عبارتوں کے درجے معلوم کرنا
- ☆ الجبری عبارتوں کی جمع و تفریق (قوت صحیح اعداد میں ہوں)
- ☆ عبارتی سوالات (جو دو بنیادی اعمال پر مبنی ہوں)
- ☆ (جس میں ایک متغیر کی سادہ مساوات ہوں)

☆ استدلالی ثبوت:- ایک اور دو متغیرات کا استعمال کرتے ہوئے عبارتوں کی تشکیل

☆ اظہار:- ایک یا دو متغیرات پر، ایک درجی، دو درجی اور تین درجی معیاری الجبرائی مساوات لکھنا

☆ روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے مسائل کو سادہ مساوات میں ظاہر کرنا

(ایک متغیر والی مساوات)

☆ ربط/تعلق:- بندشی و تقابلی خاصیتوں کا عمل جمع اور ضرب کے اعمال کی الجبرائی عبارتوں کے ذریعہ استعمال

☆ روزمرہ زندگی میں سادہ مساوات کا استعمال

☆ سادہ مساواتوں کا معیاری شکل میں اظہار

فیصد اور اس کا اطلاق:

☆ مسئلہ کا حل:- دو نسبتوں کا مرکب و معکوس نسبت معلوم کرنا

☆ اکائی طریقہ پر عبارتوں کی سوالات اور اس کا حل

☆ فیصدی طریقہ پر عبارتوں کی سوالات کا حل

☆ سود و مفرد کے عبارتوں کی سوالات کو حل کرنا (مدت مکمل سال میں)

☆ استدلالی ثبوت:- اعشاری اعداد کا تقابل اور ان کا فیصد میں اظہار اور ان کا برعکس

☆ نسبت اور تناسب کے عام اصول کی تشکیل

☆ اظہار:- کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور ان کا استعمال

☆ ربط/تعلق:- نفع اور نقصان کے تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑنا

☆ روزمرہ زندگی فیصدی کا حل اور ان کا استعمال

☆ نمائندگی:- کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور اس کا برعکس

## جیومیٹری اشکال کی تفہیم :-

### خطوط اور زاویے :-

☆ مسئلہ کا حل :- عرضی قطاع سے قطع ہونے والے متوازی خطوط کے زاویوں پر سوالات اور ان کا حل

☆ استدلالی ثبوت :- دیئے گئے زاویے اور ان کے جوڑ میں تفرق

☆ متوازی خطوط کی خصوصیات کو مد نظر خطوط کے متوازی ہونے کی جانچ

☆ کاغذ کے استعمال سے اور متوازی خطوط کی خصوصیات کے مطابق مختلف زاویوں کے مجموعہ کی

جانچ

☆ اظہار :- زاویوں کے جوڑ کی مثالیں دیجئے۔

☆ ربط/تعلق :- متوازی خطوط کا اطراف و اکناف کے ماحول میں جائزہ

☆ نمائندگی :- مختلف زاویوں کے اظہار کا طریقہ

### مثلثات اور ان کی خصوصیات :-

☆ مسئلہ کا حل :- دیئے گئے ضلع کے طول اور زاویے کی مدد سے آیا مثلث بنایا جاتا ہے یا نہیں

☆ مثلث کے اندرونی زاویوں کی مدد سے بیرونی زاویے معلوم کرنا

☆ استدلالی ثبوت :- مثلث کے بیرونی زاویوں کا اس کے اندرونی مقابل کے زاویوں سے رشتہ محسوب کرنا

☆ مثلث کے ضلع کے طول اور زاویوں کی بناء پر ان کے اقسام کی درجہ بندی

☆ دیئے گئے مثلث کا مشاہدہ کرتے ہوئے مختلف مثلثات کا اندازہ لگانا

☆ اظہار :- مثلثات کے ضلع کے طول اور زاویوں کی مدد سے مختلف اقسام کے مثلثات کا اظہار

☆ مثلث کے بیرونی زاویوں کی خصوصیات کا بیان

☆ ربط/تعلق :- مثلث کے تصورات کا استعمال

☆ نمائندگی :- ضلع اور زاویوں کی مدد سے مختلف اقسام کے مثلثات کی بناوٹ اور ان کی تفہیم

## مثلاث کی مماثلت :-

- ☆ مسئلہ کا حل :- دیئے گئے مثلاث میں مماثل مثلاث کی شناخت
- ☆ استدلالی ثبوت :- دیئے گئے مثلاث میں ان کی مماثلت کی بناء پر رشتہ قائم کرنا
- ☆ اظہار :- 2D اشکال کی مماثلت کی جانچ
- ☆ ربط/تعلق :- روزمرہ زندگی میں پائے جانے والے مثلاثی اشکال کی مماثلت اور ان کا اطلاق
- ☆ نمائندگی :- مماثلت کی علامتوں سے مثلاث کی مماثلت کا اظہار

## 2D اور 3D اشکال کی تفہیم اور ان کے اشکال :-

- ☆ مسئلہ کا حل :- دی گئی 3D اشکال جیسے مکعب، مکعب نما، مخروط، استوانہ کے ضلعے، زاویے، راس، سطحوں، جال کی شناخت کرنا اور ان کی گنتی کرنا
- ☆ استدلالی ثبوت :- 3D اشکال کو اشیاء سے منسلک کرنا ان کا مشاہدہ کرنا خاص کر سطح، کنارے اور راس وغیرہ
- ☆ اظہار :- روزمرہ زندگی میں 2D-3D اشکال کی شناخت اور اطلاق
- ☆ ربط/تعلق :- 2D اور 3D اشکال کا روزمرہ زندگی کے اشیاء سے ربط کرنا
- ☆ نمائندگی :- 3D اشکال 2 ابعادی سطحوں پر کیا ہم بنا سکتے ہیں

## مساحت (Mensuration) :-

### رقبہ اور احاطہ :-

- ☆ مسئلہ کا حل :- مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کے رقبہ اور احاطہ پر منحصر سوالات حل کیجئے۔
- ☆ استدلالی ثبوت :- مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع اور مثلث میں رشتہ محسوب کرنا اور ان کا رقبہ معلوم کرنا
- ☆ مثلث کے رقبہ کی مدد سے معین کے رقبہ کی تفہیم
- ☆ اظہار :- بنیادی اکائی کے استعمال سے پیمائشی تصورات کی وضاحت
- ☆ ربط/تعلق :- روزمرہ زندگی میں احاطہ اور رقبہ کے تصورات کو اطلاق کرتے ہوئے سوالات حل کرنا (مربع،



مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث، معین اور دائرہ)

☆ دائری اور مستطیل کے رقبوں کے تصورات کا استعمال

☆ دائری راستے اور مستطیلی راستے کے رقبے معلوم کرنا

☆ عبارتی سوالات کا اشکال میں اظہار نمائندگی:-

### -:Data Handling معطیات کا اظہار

☆ خام معطیات کی منتظم معطیات میں تشکیل مسئلہ کا حل:-

☆ خام معطیات کی مدد سے اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کرنا۔

☆ خام اشیاء کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ کیا پیش کرتے ہیں۔ استدلالی ثبوت:-

☆ خام معطیات کے ذریعہ اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ کو سمجھائیے اظہار:-

☆ روزمرہ زندگی اوسط، بہتاتیہ وسطانیہ، کا استعمال اور تفہیم ربط/تعلق:-

☆ روزمرہ زندگی میں معطیات کا، ڈھری مستطیلی گراف، پی گراف کی مدد سے اظہار (مردم

شماری، بجٹ، فصل کی پیداوار)

☆ خام معطیات کے ذریعہ، اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ، کو پیش کرنا نمائندگی:-

☆ معطیات کو ڈھری مستطیلی گراف، اور پائی گراف سے ظاہر کرنا

### -:Construction of Triangles مثلثات کی بناوٹ

☆ دیئے گئے پیمانے کی مدد سے مثلثات بنانا مسئلہ کا حل:-

..... استدلالی ثبوت:-

..... اظہار:-

..... ربط/تعلق:-

..... نمائندگی:-

## چار ضلعی Quadrilateral:-

مسئلہ کا حل:-

☆ استدلالی ثبوت:- محراب و مقعر چار ضلعی اشکال میں فرق

☆ چار ضلعی کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت کی جانچ و تصدیق

☆ مثلث اور چار ضلعی کے درمیان باہم رشتہ

☆ چار ضلعی کے اقسام کو ان کی خصوصیات کی بناء پر تشریح کرنا

☆ چار ضلعی کو سمجھائیے

☆ دیئے گئے چار ضلعی کے خواص کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی کرنا اور آپس میں رشتہ محسوب کرنا

نمائندگی:-

## تشاکل Symmetry:-

☆ مسئلہ کا حل:- اشکال کو گھمائیے اور ان کے زاویئے تشاکل معلوم کیجئے

☆ استدلالی ثبوت:- کیا آپ خطی و منعکسی تشاکل کا استعمال اشیاء، اشکال میں کر سکتے ہیں

☆ منعکس تشاکل کی مثالیں دیجئے

رابطہ/تعلق:-

نمائندگی:-